
 論 文

大韓造船學會誌
 第16卷第3號 1979年 9月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol.16, No.3, September 1979

얇은 배에 대한 고차 조파저항 계산

강 신 형*

Second-Order Wave Resistance Calculation of Thin-Ship

Shin-Hyoung Kang

Abstract

Wave resistance of a parabolic thin ship, with its boundary layer and wake taken into account, was calculated up to second order. In addition to the double-model source distribution on the centerplane, image sources of the wave potential were calculated to keep the body introduced boundary condition undisturbed. Boundary layer and wake effects on the wave-making resistance were included by generating an irrotational flow which matches that exterior to the boundary layer and wake. For this purpose, the boundary layer and wake were calculated.

The wave resistance refined with second-order corrections were compared with available experimental results for parabolic struts. These corrections are found to be very important for wave resistance calculations even at moderate Froude numbers ($Fr=0.2-0.3$). Wave-potential corrections are dominant around the bow. On the other hand, viscosity plays an important role at the stern with its boundary layer and wake development.

기호설명

B : beam-length ratio

$E_1(\zeta)$: complex exponential function

$f(x, z)$: y-coordinate of ship hull

$f^{(1)} : f = \epsilon f^{(1)}$

f^* : displaced ship surface ($f + \delta^*$)

F_0 : undisturbed free surface

F_r : Froude number ($= V / \sqrt{gL}$)

$G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$: Green's function

$H(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$: Havelock wave potential

H : draft of ship

K, k, k' : coordinates in complex plane

k_0 : non-dimensional wave number ($= gL/U^2$)

L : ship length

M : Michell source strength

M^* : Michell source strength of the displaced ship

R, R' : distance between source point and field point

R_w : wave resistance

P, Q : wave amplitude function

P_0, Q_0 : amplitude function according to M

P_d, Q_d : amplitude function according to σ_d

P_w, Q_w : amplitude function according to σ_w

P_0^*, Q_0^* : amplitude function according to M^*

P_d^*, Q_d^* : amplitude function according to σ_d^*

S_0 : projected area of the hull surface on the centerplane

(u, v, w) : disturbed velocity components

u_d : disturbed velocity component (double model)

接受日字 : 1979年 9月 10日

* 正會員 : 한국선박연구소

u_w, w_w : disturbed velocity components(wave potential)

U : velocity of ship

(x, y, z) : coordinates of a field point

(x_0, y_0, z_0) : coordinates of a source point

σ^* : displacement thickness of the boundary layer and wake

ϵ : expansion parameter

θ : wave angle

λ : parameter(=sec θ)

$\sigma, \sigma_a, \sigma_w, \sigma_a^*$: second-order source strength on the centerplane

Π : second-order source strength on the free-surface

ζ : wave height

ϕ : disturbed velocity potential

$\phi^{(1)}, \phi^{(2)}$: first- and second-order component of ϕ

Φ : total velocity potential

(ξ, η, ζ) : coordinates of a source point

1. 서 론

선박저항의 이론적 연구는 선박이 항해중에 받는 저항을 이론적으로 추정함이 그 근본 목적이나, 선체와 유체 사이의 물리적 현상을 해석하여 선체설계에 응용하고자 하는데 실제적인 목적이 있다 하겠다. 선체가 받는 전체저항은 크게 나누어 점성저항과 조파저항으로 나누어지는데 조파저항은 potential flow에 기본을 두고 연구되고 있다.

Michell⁽¹⁾에 의해 최초의 조파저항 이론이 연구되고 Weinblum⁽²⁾에 의하여 조선분야에 응용된 이래 Michell theory의 타당성을 두고 수십년간 많은 연구가 진행되어 오고 있으나 실선의 모형시험 결과와 너무 차이가 많은뿐만 아니라 thin ship의 경우에도 그리 만족할만한 결과를 얻지 못하고 있다. 따라서 Michell theory는 설계에 직접적인 도움을 주지 못하고 있다.

그러나 고속전차계산기 발달과 함께 최근 10여년간 조파저항 이론에 활발한 연구가 진행되고 있고 또 괄목할만한 성과가 있었다. 우선 대표적으로 Wehausen⁽³⁾, Maruo⁽⁴⁾, Eggers⁽⁵⁾ 등에 의하여 개발된 second-order thin-ship theory를 들 수 있다. 이는 경계조건중 자유표면에서의 비선형 항과 선체표면에서 고차항을 작은 parameter ϵ (beam-length ratio)를 이용하여, 경계조건을 second order까지 만족되게 하였다. 이 결과 Michell theory는 first-order solution에 해당함이 판명되었고 선체의 center plane과 free-surface에 특이

점을 분포시킴으로써 second-order potential flow를 나타낼 수 있음이 알려졌다. 여기서 Maruo에 의한 유도결과는 line integral이 있으나 Dagan⁽⁶⁾, Miloh & Landweber⁽⁷⁾, Kitazawa & Takagi⁽⁸⁾ 등의 연구결과, Wehausen과 Eggers의 유도가 합리적임이 밝혀졌다. 최근에 이 문제에 대하여 세로이 논의가 이루어지고 있으나 본논문에서는 취급하지 않는다. 이들 이론은 수치계산상의 난점때문에 실제 모형에 적용되어 계산된 결과가 많지 않기 때문에 이론의 유효성이나 실용성이 분명히 밝혀져 있지 않다.

또 한편 실제 유체는 점성이 있기 때문에 선수로부디 선미를 따라 선체 표면에서 Boundary Layer와 Wake(BLW)가 형성되는데 이 때문에 potential theory에 의하여 계산된 유동과는 실제 다르게 되고 더구나 선미에서 발생하는 파형은 많은 점성의 영향을 받게 된다. 이 BLW 형성이 조파저항에 미치는 영향에 대하여 많은 연구가 있었으나 아직 만족스러운 결론을 얻지 못하고 있다. 최근 저자⁽⁹⁾는 Weinblum, Kendrick, and Todd⁽¹⁰⁾에서 사용된 thin body에 대하여 BLW를 계산 및 측정하여 body 주위의 potential flow를 보다 정확히 계산함과 동시에 second-order항의 영향을 계략적으로 고려한바 있었다. 여기에서 조파저항의 추정을 위하여 second-order항과 BLW의 영향을 동시에 고려하여야 한다는 결론을 얻었다.

본 연구에서는 이러한 결론을 보다 일반적인 수학 선형에 적용하여 배의 형상에 따라 고차항들의 상대적인 크기를 비교하기 위한 작업으로, 우선 parabolic수 선면을 갖고 길이 방향으로 같은 단면을 갖는 배에 대하여 second-order 조파저항을 계산하고자 한다.

2. Second-order thin-ship theory

먼저 원점이 교란되지 않은 자유표면과 같은 위치의 선체에 고정된 cartesian coordinate system $0-xyz$ ($0-\xi\eta\zeta$)를 생각한다. x 축은 uniform stream의 방향과 일치하고 z 축은 수직 상방이다. 모든 속도와 길이는 uniform stream의 속도와 배의 길이에 의하여 무차원화 한다. 본 연구에서 배는 일정한속도로 움직인다고 보며 sinkage와 trim은 일단 생각하지 않는다. 그래서 배는 uniform stream에 구속되어 있다고 본다.

선체표면이

$$y = \pm f(x, z) \quad (1)$$

로 표시되고 자유표면은

$$z = \zeta(x, y) \quad (2)$$

로 표시된다고 하자. 여기에서 유체가 비점성, 비압축

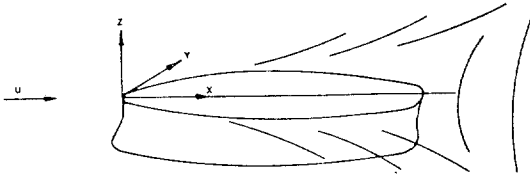


Fig. 1. Coordinate system

성이라하고 유체유동은 irrotational이라 하면 velocity potential ϕ 가 존재하고 Laplace Equation을 만족하게 된다.

즉

$$\phi = x + \phi \quad (3)$$

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (4)$$

Velocity potential ϕ 가 만족해야 하는 경계조건은 다음과 같다.

$$(1 + \phi_x) f_x - \phi_y + \phi_z f_z = 0 \text{ ; on the hull surface} \quad (5)$$

$$(1 + \phi_x) \zeta_x + \phi_y \zeta_y - \phi_z = 0 \text{ ; on the free-surface} \quad (6)$$

$$\phi_x + \frac{1}{2} (\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) + k_0 \zeta = 0 \quad (7)$$

여기서 $k_0 = gL/U^2$ 이며 무차원 wave number이다.

마지막으로 ϕ 는 상류에서 wave가 없어야 하는 radiation condition을 만족하여야 한다.

Wehausen⁽³⁾은 Green's function을 이용하여 이를 자유 표면과 선체표면에 적용하여 ϕ 를 구한 후 beam-length ratio ϵ 에 대하여

$$f = \epsilon f^{(1)} \quad (8)$$

$$\phi = \epsilon \phi^{(1)} + \epsilon^2 \phi^{(2)} + \dots \quad (9)$$

$$\zeta = \epsilon \zeta^{(1)} + \epsilon^2 \zeta^{(2)} + \dots \quad (10)$$

과 같이 전개시키고, ϕ 의 자유표면에서 정수표면으로, 선체표면에서 배의 대칭면(centerplane)으로의 analytic continuation을 이용하고 Green's function으로 Havelock potential을 도입하여 $\phi^{(1)}, \phi^{(2)}$ 를 구하였다. 그 결과 $\phi^{(2)}$ 는 대칭면, 정수표면에서의 적분과 waterline을 따른 선적분항(line integral)으로 표시된다.

여기서 Kitazawa & Takagi⁽⁸⁾가 선 적분항에 대하여 수정한 결과를 인용하여 간추리면 다음과 같다.

$$\phi^{(1)} = \frac{1}{2\pi} \int_{S_s} f_{\xi}^{(1)} G d\xi d\zeta \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \phi^{(2)} = & \frac{1}{2\pi} \int_{S_s} [(\phi_{\xi}^{(1)} f^{(1)})_{\xi} + (\phi_{\zeta}^{(1)} f^{(1)})_{\zeta}] G d\xi d\zeta \\ & + \frac{1}{4\pi k_0} \int_{F_0} [(\text{grad } \phi^{(1)})_{\xi}^2 - \frac{1}{k_0} \phi_{\xi}^{(1)} (\phi_{\xi\xi}^{(1)} + k_0 \phi_{\zeta\xi}^{(1)})_{\zeta}] \\ & G d\xi d\eta \end{aligned} \quad (12)$$

$$\zeta^{(1)} = -\frac{1}{k_0} \phi_{\zeta}^{(1)} \quad \text{at } z=0 \quad (13)$$

$$\zeta^{(2)} = -\frac{1}{k_0} \phi_{\zeta}^{(2)} - \frac{1}{k_0} \phi_{\zeta\xi}^{(1)} \zeta_{\xi}^{(1)} - \frac{1}{2k_0} (\text{grad } \phi^{(1)})^2 \text{ at } z=0 \quad (14)$$

여기서 S_0 는 선체표면 S 의 centerplane에서 투시면이고 F_0 는 undisturbed free surface이다.

다음 장에서 자세히 언급되겠지만 $\phi^{(1)}$ 과 $\phi^{(2)}$ 는 Green's function G 에 대한 적분으로 표시되어 수치계산에 많은 어려움이 따른다. G 는 unit source에 의한 velocity potential이고 식(11)과 식(12)에서 centerplane과 free surface에 분포되어야 하는 source strength는 다음과 같다. 편의상 이후부터 $\epsilon f^{(1)}$ 대신 f 를 사용하고 결과적으로 $\epsilon \phi^{(1)}$ 은 ϕ 로 바꾼다.

$$M = \frac{f_x}{2\pi} \quad \text{on } S_0 \quad (15)$$

$$\sigma = \frac{1}{2\pi} [(\phi_x f)_x + (\phi_z f)_z] \quad \text{on } S_0 \quad (16)$$

$$\Pi = \frac{1}{4\pi k_0} [(\text{grad } \phi)_x^2 - \frac{1}{k_0} \phi_x (\phi_{xx} + k_0 \phi_z)_z] \text{ on } F_0 \quad (17)$$

M 은 잘 알려진 Michell solution이다. 여기서 Green's function이 주어진 source와 image source 그리고 wave potential로 나누어 생각하면 ϕ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi = \phi_d + \phi_w \quad (18)$$

즉 ϕ_d 는 double model에 해당되는 potential이고 ϕ_w 는 wave potential이다. 식(18)을 이용하면 식(16)에서 σ 는 다음과 같이 나눌 수 있다.

$$\sigma = \sigma_d + \sigma_w \quad (19)$$

여기서

$$\sigma_d = \frac{1}{2\pi} (\phi_{d_x} f)_x + (\phi_{d_z} f)_z \quad (20)$$

$$\sigma_w = \frac{1}{2\pi} (\phi_{w_x} f)_x + (\phi_{w_z} f)_z \quad (21)$$

따라서 σ_d 는 double model solution의 second-order correction항이며 σ_w 는 double model solution의 wave potential에 의한 correction항이다. 한편 Π 는 순수한 자유표면 경계조건의 비선형의 영향을 고려한 source distribution이다. Π 는 k_0 항을 포함하고 있기 때문에 k_0 가 증가하면 (Fr수가 작아지면) 그 영향이 작아진다고 볼 수 있다. 그래서 Fr=0.2-0.3인 경우 $k_0=10-25$ 이며 이 경우 σ_w 의 영향이 Π 보다 velocity potential에 미치는 영향이 크리라 생각된다. 최근 Aldogan⁽¹¹⁾은 Fr수가 작지 않더라도 무시할 수 있다고 주장하였다. 하지만 이에 관해서는 좀 더 자세한 수학적인 고찰이 필요할 것 같다.

따라서 본 연구에서는 double model에서의 second-order correction인 σ_d , wave-potential의 선체의 경계

조건을 교란시킴을 고려한 σ_w , 끝으로 boundary layer 와 wake의 영향을 모두 고려하여 조파저항을 second-order까지 계산하여 현존해 있는 시험 결과와 비교하고자 한다. 이들 계산을 수행하는 과정에서 Green's function $G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$ 를 계산하여야 한다. 아직 국내에서 이에 관한 연구가 거의 없었고 또 계산을 위한 전산프로그램을 보유하고 있지 않은 것 같기 때문에 저자가 알고 있는 범위에서 비교적 효율적인 방법을 다음장에서 설명해 보고자 한다.

3. Green's function의 계산

자유포면을 갖는 steady uniform flow 중에 있는 unit source에 의하여 교란되는 삼차원 유동은 잘 알려져 있는 Havelock potential로 다음과 같다.

$$G(x, y, z; x_0, y_0, z_0) = -\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} + H(x, y, z; x_0, y_0, z_0) \tag{22}$$

여기서

$$\frac{1}{R} = [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2]^{1/2}$$

$$\frac{1}{R'} = [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z+z_0)^2]^{1/2}$$

$$H = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^\infty \frac{e^{k[(z+z_0) + i(x-x_0)\cos\theta + i(y-y_0)\sin\theta]} k dk d\theta}{k - k_0 \sec^2 \theta} + R_e 2i \int_{-\pi/2}^{\pi/2} k_0 \sec^2 \theta e^{k_0 \sec^2 \theta [(z+z_0) + i(x-x_0)\cos\theta + i(y-y_0)\sin\theta]} d\theta$$

$$k_0 = gL/U^2$$

이고 R_e 는 실수부분을 의미한다.

식(22)의 이중적분은 k 에 대한 principal-value integral로 이는 k 의 복소수 평면에서 contour integration을 이용하여 해결한다. 종래에는 half-real axis와 half-imaginary axis를 따라 적분하였는데 이때 얻어지는 이중적분은 수치적으로 계산하기가 무척 힘들고 시간이 오래 걸린다. 본 연구에서는 Smith et. al.⁽¹²⁾의 제안에서 출발한 Shen and Farrell⁽¹³⁾의 결과를 이용하기로 한다. k 에 대한 principal-value integral을 다음과 같이 쓰자.

$$I_p = \int_0^\infty \frac{k e^{-k[(z+z_0) - i\omega]} dk}{k - k_0 \sec^2 \theta} \tag{23}$$

여기서 $\omega = (x-x_0)\cos\theta + (y-y_0)\sin\theta$.

$\omega \neq 0$ 인 경우에 $K = k + ik'$ 의 복소수 평면에서 그림 2와 같은 contour를 생각한다. 이때 path 5는 지수의 imaginary part가 없어지도록 함으로 k 가 커질때 oscillatory integrand를 제거해 준다. $\omega > 0$ 일때 path 5에서

$$I_m[-(k+ik')(|z+z_0|-i\omega)] = 0$$

즉 $k\omega - k'|z+z_0| = 0$ 되기 위해서는

$$\beta = \tan^{-1} \frac{\omega}{|z+z_0|}$$

가 되고

$$R_e[-(k+ik')(|z+z_0|-i\omega)] = -kQ$$

$$Q = \frac{|z+z_0|^2 + \omega^2}{|z+z_0|} > 0, K = k + ik' = \frac{kQ}{|z+z_0|-i\omega}$$

가 된다. Contour를 따라 적분하면 다음의 결과를 얻게 된다.

$$I_p = R_e \pi i (k_0 \sec^2 \theta) e^{-k_0 \sec^2 \theta (|z+z_0|-i\omega)} - I_5 \tag{24}$$

여기서

$$I_5 = \int_{+\infty}^0 \left(\frac{kQ}{|z+z_0|-i\omega} \right) \exp(-kQ) d \left(\frac{kQ}{|z+z_0|-i\omega} \right)$$

$$= -\frac{1}{|z+z_0|-i\omega} \int_0^\infty \frac{kQ \exp(-kQ)}{kQ - k_0 \sec^2 \theta (|z+z_0|-i\omega)} d(kQ)$$

$$= -\frac{1}{|z+z_0|-i\omega} \int_0^\infty \frac{\tau e^{-\tau}}{\tau - k_0 \sec^2 \theta (|z+z_0|-i\omega)} d\tau \tag{25}$$

$\omega < 0$ 인 경우에는 half-residue의 sign만 바뀌게 된다.

$$I_p = (\text{sgn}\omega) i \pi (k_0 \sec^2 \theta) e^\zeta + \frac{1}{|z+z_0|-i\omega} \int_0^\infty \frac{\tau e^{-\tau}}{\tau + \zeta} d\tau \tag{26}$$

where $\zeta = -k_0 \sec^2 \theta (|z+z_0|-i\omega)$

$\omega = 0$ 인 경우는 식(23)에서 직접 변형하면

$$I_p = \frac{1}{|z+z_0|} \int_0^\infty \frac{\tau e^{-\tau} d\tau}{\tau - k_0 \sec^2 \theta |z+z_0|} \tag{27}$$

위의 결과를 종합하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$I_p = (\text{sgn}\omega) i \pi (k_0 \sec^2 \theta) e^\zeta + \frac{I_\tau}{(|z+z_0|-i\omega)} \tag{28}$$

여기서

$$I_\tau = \begin{cases} \int_0^\infty \frac{\tau e^{-\tau}}{\tau + \zeta} d\tau; \omega \neq 0 \\ \int_0^\infty \frac{\tau e^{-\tau}}{\tau + \zeta} d\tau; \omega = 0 \end{cases}$$

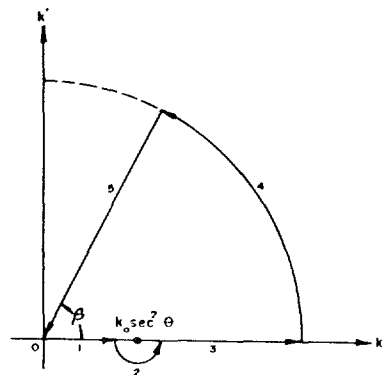


Fig. 2. K-complex plane

한편 I_r 는 다음과 같이 complex exponential integral로 나타낼 수 있어서 효율적인 수치계산이 가능해진다.

$$I_r = \int_0^\infty \frac{\tau e^{-\tau}}{\tau + \zeta} d\tau = \int_0^\infty e^{-\tau} d\tau - \zeta \int_0^\infty \frac{e^{-\tau}}{\tau + \zeta} d\tau$$

$$= 1 - \zeta e^\zeta \int_\zeta^\infty \frac{e^{-\mu}}{\mu} d\mu = 1 - \zeta e^\zeta E_1(\zeta) \quad (29)$$

여기서 $E_1(\zeta)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$E_1(\zeta) = \int_\zeta^\infty \frac{e^{-\tau}}{\tau} d\tau, \quad |\arg \zeta| < \pi \quad (30)$$

$\omega=0$ 일때도 이 관계는 성립하는데 이때

$$E_1(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt, \quad x < 0 \quad (31)$$

이다. 이상의 결과를 정리하면 식(22)은 다음과 같이 된다.

$$G = -\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} + \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} k_0 \sec^2 \theta \left[-\frac{1}{\zeta} + e^\zeta E_1(\zeta) \right] d\theta$$

$$+ R e^{2i} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1 + \operatorname{sgn} \omega) k_0 \sec^2 \theta e^\zeta d\theta \quad (32)$$

따라서 double ingteral은 single integral이 되었기때문에 $E_1(\zeta)$ 의 계산에 따라 수치계산의 속도가 좌우된다.

여기에서 $\zeta \rightarrow 0$ 이면 $E_1(\zeta)$ 는 logarithmic singularity를 갖게 된다. 이는 자유표면에 있는 unit source에 대하여 field point가 일치할때 생기고 있으나 source distribution에 의하여 적분될 경우에는 그리 심각한 문제가 되지 않을 것이다. 이는 비록 integrand가 logarithmic singularity를 갖는다 하더라도 적분치는 유한하다는 사실때문이다.

이때 unit source에 의한 속도(u, v, w)는 식(32)에서 (G_x, G_y, G_z)에 의하여 계산되는데 G_x, G_y, G_z 의 계산을 위하여 전산프로그램이 작성되었다. 따라서 source의 강도와 위치(x_0, y_0, z_0)가 주어지면 임의의 위치에서 (x, y, z) Fr수에 따라 속도를 계산할 수 있게 하였다.

4. Wave Resistance

전장의 과정을 이용하여 식(15), (20), (21)에 나타나 있는 source M, σ_d, σ_w 가 계산된다면 이들에 의한 조파저항은 잘 알려진 Lunde⁽¹⁴⁾의 결과를 이용하여 wave amplitude function P, Q 가 계산되고 다음과 같이 조파저항을 계산할 수 있다.

$$R_w = 16\pi\rho k_0^2 \int_0^{\pi/2} [P^2(\theta) + Q^2(\theta)] \sec^3 \theta d\theta \quad (33)$$

$$P(\theta) + iQ(\theta) = \int S_0 [M(x, z) + \sigma_d(x, z) + \sigma_w(x, z)] e^{k_0 \sec^2 \theta [z + ix \cos \theta]} dS \quad (34)$$

여기서 $\lambda = \sec \theta$ 로 치환하고 수치적분을 위하여 식(33)을 변형시키면⁽⁹⁾ 다음과 같이 된다.

$$R_w = 16\pi\rho k_0^2 \left[\int_1^\infty (P^2 + Q^2) \frac{\lambda^2}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} d\lambda - [P^2(1) + Q^2(1)] \frac{\lambda e^{1-\lambda^2}}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \right] d\lambda$$

$$+ [P^2(1) + Q^2(1)] \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad (35)$$

여기서

$$P(\lambda) + iQ(\lambda) = \int S_0 [M + \sigma_d + \sigma_w] e^{k_0 \lambda^2 (z + i\lambda x)} dS$$

한편 wave amplitude function을 각각의 source에 대하여 나누면 다음과 같이 된다.

$$P + iQ = (P_o + P_d + P_w) + i(Q_o + Q_d + Q_w) \quad (36)$$

여기서 (P_o, Q_o), (P_d, Q_d), (P_w, Q_w)는 각각 M, σ_d, σ_w 에 의한 amplitude function인데 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} P_o \\ Q_o \end{pmatrix} = \int S_0 M(x, z) e^{k_0 \lambda^2 z} \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} k_0 \lambda x dS \quad (37)$$

$$\begin{pmatrix} P_d \\ Q_d \end{pmatrix} = \int S_0 \sigma_d(x, z) e^{k_0 \lambda^2 z} \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} k_0 \lambda x dS \quad (38)$$

$$\begin{pmatrix} P_w \\ Q_w \end{pmatrix} = \int S_0 \sigma_w(x, z) e^{k_0 \lambda^2 z} \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} k_0 \lambda x dS \quad (39)$$

한편 Kang⁽⁹⁾에서 유도된 boundary layer와 wake를 고려하기 위해서는 double model에서 boundary layer와 wake를 계산하고 이로부터 displaced double model의 potential flow를 표현할 수 있는 source를 계산하여야 한다. 계산된 displaced ship을 $f^*(x, z)$ 로 표시하면 식(15)에 해당되는 Michell source는

$$M^* = \frac{f^* f_{z^*}^*}{2\pi} \quad (40)$$

가 되고 식(20)에 나타난 σ_d 에 해당되는 source는

$$\sigma_d^* = \frac{1}{2\pi} [\phi_{dx^*} f^*]_x + [\phi_{dz^*} f^*]_z \quad (41)$$

로 표시된다. 여기서 ϕ_d^* 는 M^* 로부터 계산되는 velocity potential이다. 이에 식(37)과 (38)에서와 마찬가지로 이들에 의한 amplitude function을 각각 (P_o^*, Q_o^*), (P_d^*, Q_d^*)라고 하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{pmatrix} P_o^* \\ Q_o^* \end{pmatrix} = \int S_0^* M^*(x, z) e^{k_0 \lambda^2 z} \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} k_0 \lambda x dS \quad (42)$$

$$\begin{pmatrix} P_d^* \\ Q_d^* \end{pmatrix} = \int S_0^* \sigma_d^*(x, z) e^{k_0 \lambda^2 z} \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} k_0 \lambda x dS \quad (43)$$

이때 식(39)로 나타나는 (P_w, Q_w)는 BLW의 영향을 무시하고 그대로 사용하면, 전체 amplitude function은

$$P + iQ = (P_o^* + P_d^* + P_w) + i(Q_o^* + Q_d^* + Q_w) \quad (44)$$

로 나타낸다. 식(44)의 P, Q 를 식(35)에 대입하여 적분하면 second-order(double-model의 고차항, wave-potential의 영향, boundary layer와 wake의 영향을 고려한) wave resistance를 구할 수 있다.

5. Parabolic Ship에 대한 조파저항 계산

이상에서 고찰한 second-order wave-resistance theory를 일반선형으로 응용하기 전에 간단한 수학선형에 대하여 적용하였다. 수학선형으로 parabolic waterline을 갖고 길이 방향으로 같은 strut형태의 배에 적용하였다. 이는 이러한 형태에 대한 시험 결과가 비교적 많고 또 이차원 경계층 계산방법을 이용할 수 있기 때문이다.

배의 전체 길이로 두차원화 하였을 때 배의 최대 폭을 B , 흘수를 H 라고 하면 수선단면은

$$f(x) = 2Bx(1-x) \tag{45}$$

로 주어진다. 식(15)에 의하여 Michell source strength는

$$M(x) = \frac{B}{\pi}(1-2x) \tag{46}$$

로 주어진다. 이를 식(37)에 대입하여 적분 정리하면 (P_0, Q_0) 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{pmatrix} P_0 \\ Q_0 \end{pmatrix} = \frac{B}{\pi} E(\lambda) \begin{pmatrix} -\frac{1}{k_0\lambda} \sin k_0\lambda + \frac{2}{k_0^2\lambda^2} (1 - \cos k_0\lambda) \\ \frac{1}{k_0\lambda} (1 + \cos k_0\lambda) - \frac{2}{k_0^2\lambda^2} \sin k_0\lambda \end{pmatrix} \tag{47}$$

여기서 $E(\lambda) = \frac{1 - e^{-k_0\lambda^2 H}}{k_0\lambda^2}$ 이다.

한편 식(20)으로 주어지는 σ_a 는 double-model의 second-order correction항인데 H 가 비교적 큰 경우는 two dimension으로 생각하여 수직방향의 유속 $w=0$ 라고 보아도 좋다. 그러나 H 가 작은 경우에는 3차원으로 계산하여야 하였으나 이 경우에는 potential flow는 물론 boundary layer and wake에 3차원 즉 edge의 영향이 커지므로 조심하여야 한다. 따라서 이러한 영향을 줄이고 순수한 second-order의 영향을 규명하기 위하여 H 가 0.1 이상의 모형에 대하여 계산은 수행하고 시험결과와 비교함이 의의가 있다. 이때

$$\sigma_a = \frac{1}{2\pi}(fu)_x \tag{48}$$

가 되는데 이를 식(38)에 대입하여 부분 적분하고 $f(0) = f(1) = 0$ 임을 이용하면 (P_d, Q_d) 는 다음과 같이 된다. 여기서 $u_d = \phi_d$ 이다.

$$\begin{pmatrix} P_d \\ Q_d \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi} E(\lambda) k_0\lambda \int_0^1 fu_d \begin{pmatrix} \sin \\ -\cos \end{pmatrix} k_0 x dx \tag{49}$$

여기서 u_d 는 2차원 Michell source인 $\frac{1}{\pi} f_x(x)$ 를 centerline에 분포시켜 구할 수 있는데

$$u_d = \frac{2B}{\pi} [2 - (1-2x) \ln \frac{1-x}{x}] \tag{50}$$

이 된다. 같은 방법으로 식(21)의 σ_w 를 식(39)에 대입

하면

$$\begin{pmatrix} P_w \\ Q_w \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi} \int_{-H}^0 \int_0^1 [(fu_w)_x + (fw_w)_z] e^{k_0\lambda^2 z} \cdot \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} k_0\lambda x dx dz \tag{51}$$

가 되며 여기서 $u_w = \phi_w$, 그리고 $w_w = \phi_{wz}$ 이다. 이 계산을 간단히 하기 위하여 x 와 z 에 해당하는 항으로 다음과 같이 나눈다.

$$\begin{pmatrix} P_w \\ Q_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{wx} \\ Q_{wx} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P_{wz} \\ Q_{wz} \end{pmatrix} \tag{52}$$

같은 방법으로 부분 적분을 하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} P_{wx} \\ Q_{wx} \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 f \left[\int_{-H}^0 w^w e^{k_0\lambda^2 z} dz \right] k_0\lambda \begin{pmatrix} \sin \\ \cos \end{pmatrix} k_0\lambda x dx \tag{53}$$

$$\begin{pmatrix} P_{wz} \\ Q_{wz} \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 fw_w^0 - k_0\lambda^2 \int_{-H}^0 w_w e^{k_0\lambda^2 z} dz \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} k_0\lambda x dx \tag{54}$$

여기서 $w_w(x, -H) = 0$ 라고 가정하였고 w_w^0 는 $z=0$ 에서 w_w 의 값을 말한다. 식(47), (49), (53), (54)로 주어지는 amplitude function중에서 마지막 두항, 즉 wave-potential correction을 위한 계산이 제일 시간이 많이 걸리고 어려운 작업이다. Kang⁽⁹⁾의 연구에서는 이를 피하기 위하여 u_w 와 w_w 가 x 방향으로 지수적으로 변한다고 가정을 하여 short-cut calculation을 하였으나 실제로 계산하여 어느정도 오차가 있는지 보는 것도 흥미있는 일이었다.

위의 과정을 King⁽¹⁰⁾의 시험 모형에 대하여 일차 계산을 수행하고 시험결과와 비교하였다($B=0.1, H=0.125$). 그는 실제로 $H=0.63$ 이 되는 모형을 세등분하여 각 부분의 저항을 분리 측정하여 가운데의 측정치를 짐성지항을 추정하는데 사용하여 조파저항을 산출하였다. 흥미있는 시험이라 생각되므로 또 앞서 언급한바 $H=0.63$ 이기 때문에 수면 근처의 부분에서는 edge의 영향을 거의 받지 않기 때문에 본 연구결과를 비교하기에 적합하리라 생각되었다.

우선 Michell source distribution에 의한 wave velocity u_w 와 w_w 를 $F=0.2$ 와 $F=0.3$ 사이에서 계산하였다. 이 속도성분중 $E_1(\xi)$ 를 포함하는 극부분은 계산 시간이 두척 많이 걸리지만 다행히 (x, z) 에 따라 원만히 변하기 때문에 interpolation을 병행 이용하여 계산이 수행되었다. 또한 Greens function의 계산중 $|z+z_0| \rightarrow 0$ 때의 singularity를 피하기 위하여 $z = -0.005$ 까지 계산한 후에 $z \rightarrow 0$ 으로 extrapolation하였다. 이는 앞서 언급한바 single source의 경우에는 곤란하지만 source distribution에 의하여 적분 되었을때 u_w 와 w_w 의 $z \rightarrow 0$ 로의 extrapolation은 그리 심각한 문제가 되

지 않을 것이다. 계산된 u_w, w_w , 중 $z = -0.005$ 에서 $F_r = 0.3$ 의 경우 그림 3에 나타내었고 u_d 와 비교되었다. 실제로 u_w 와 w_w 는 u_d 보다 크음을 알 수 있으며 직접적으로 wave potential이 선체에서의 경계조건을 상당히 교란시킬 것을 알 수 있다. 한편 u_w 와 w_w 가 Kang⁽⁹⁾이 가정했던것과 같이 수직방향으로 $e^{k_0 z}$ 로 변한다고 하자. 물론 C 는 주어진 선체에서 k_0, z 에 따라 다르겠지만 이 경우 $C=1.0$ 으로 볼 때 (P_w, Q_w) 에 약 10~20%의 오차가 예상된다. 선체의 끝부분을 제외하면 $(0.1 < x < 0.9)$ $C=1.0$ 이나 끝부분에서는 $C > 1.0$ 이다.

뒤에서 언급되었으나 끝부분의 u_w 와 w_w 가 P_w 와 Q_w 에 큰 영향을 줄을 생각할 때 좀 더 합리적인 short-cut method도 연구할 필요가 있겠다.

Amplitude function의 수치계산의 오차를 줄이기 위해서 σ_d, σ_w 등 source strength가 직접적으로 이용되지는 않았으나 물리적인 이해를 돕기 위하여 계산된 source distribution σ_w 를 $F_r = 0.3, z = -0.005$ 의 경우 그림 4에 나타내어 M, σ_d 와 비교되었다. 여기서 σ_w 는 $|z|$ 가 증가하면 대충 지수적으로 감소하고 k_0 즉 F_r 수에 따라 크기와 위상이 달라진다. 그림 4에서 보느냐와 같이 wave potential의 영향을 고려하기 위하여 선수부근에 강한 sink distribution이 필요하게 되며 σ_d 와 비교할 때 선수 부근에서는 wave potential의 영향이 제일 중요함을 알 수 있다. Middle body에서는 이 영향이 $(uf)_x$ 를 $(wf)_z$ 가 서로 상쇄되는 경향이기에 때문에 그리 심각하지는 않다. 그러나 선미 부근에서는 σ_d 와 비슷한 정도의 영향을 갖고 있으나 선미부근에서는 주로 boundary layer and wake의 영향이 큰을 잘 알려져 있는 사실이다.

이와같이 계산된 u_w 와 w_w 를 이용하여 식(52), (53), (54)로부터 (P_w, Q_w) 를 계산할 수 있으며 F_r 수가 0.2와 0.3의 범위에서 계산된 결과중 대표적인 경우를 그림 5에서 8에 나타내었다. P_w 와 Q_w 는 $1 < \lambda < 2$ 구간 즉 transverse ship-wave 영역에서 큰 영향을 주고 있다. 적분 과정에서 integrand는 k_0 가 커짐에 따라 심하게 진동하는 함수가 되기 때문에 Filon의 적분 방법을 이용하였다. P_w 와 Q_w 는 앞서 언급한바와 같이 B^2 에 비례하기 때문에 B 가 변하더라도 H 가 비슷한 물체에 대하여 B 만 고려하여 그대로 이용될 수 있다.

이렇게 하여 계산된 P_w 와 Q_w 를 계산된 $(P_0, Q_0), (P_d, Q_d)$ 와 합하여 식(35)와 식(36)으로부터 조파저항을 계산할 수 있다. 그림 9에는 참고로 $F_r = 0.3$ 인 경우 (P_0, Q_0) 에 (P_d, Q_d) 와 (P_w, Q_w) 를 차례로 더해 가면서 $P^2 + Q^2$ 의 변화하는 양상을 나타내었다. (P_d, Q_d) 에의

하여 $P^2 + Q^2$ 는 다소 증가하여 계산된 저항치를 Michell integral보다 많게 하며 이는 전의 연구결과⁽⁹⁾와 일치한다. 그러나 (P_w, Q_w) 를 포함시킴으로 $P^2 + Q^2$ 는 상당히 감소하게 되며 결과적으로 조파저항 계산에 합리적인 방향을 주고 있다. 계산된 조파저항의 결과는 그림 10에 나타내어졌으며 시험결과⁽¹⁵⁾와 비교되었다. 평균적으로 표현하면(저항곡선을 least square 개념으로 직선으로 표시하였을 때) Michell integral은 측정 조파저항에 비하여 약 100%의 오차가 있으나 이와같이 σ_d 와 σ_w 를 포함시킴으로 오차를 약 50%로 줄일 수 있다. 한편 위의 모형에 대하여 Kang⁽⁹⁾에서와 같은 방법으로 boundary layer와 wake가 계산되었고 식(40)에서 식(44)의 과정으로 이러한 점성의 영향을 고려하였다. 그 결과를 그림 9과 그림 10에 아울러 나타내었다. 그림 9에서 보느냐와 같이 $P^2 + Q^2$ 는 더 감소하여 그림 10에서 좋은 결과를 보여주고 있다. 같은 방식으로 추정되는 오차는 약 15%이다.

그러나 저항곡선에서 나타나고 있는 위상의 변화는 시험의 결과와는 반대방향이 되었다. wave-potential의 영향을 나타내는 σ_w 는 F_r 수에 따라 변하기 때문에 저항곡선상에 위상을 변화시키는 유일한 것이다. 이에 관해서는 좀더 연구가 진행되어야 하겠으나 일단 인용된 시험결과가 어느정도 신빙성이 있느냐도 문제가 된다. 일반적으로 조파저항성분치를 추정함은 상당히 어렵고 대부분의 경우 시험에서 추정된 조파저항의 hump는 이론계산보다 F_r 수가 증가하는 방향으로 위상이 변한다.

그래서 본 연구에서는 Sharma⁽¹⁶⁾의 시험결과와 비교하기 위하여 $B=0.05, H=0.15$ 에 대하여 계산되었다. Boundary layer and wake의 영향만 제외하고 똑같은 방법으로 조파저항을 계산하였다.

위에서 언급한바 이미 계산된 (P_w, Q_w) 를 B 의 변화량의 제곱수인 4.0으로 나누어 이용할 수 있었다. Michell theory에 의한 조파저항과 본 연구에서 계산한 second-order wave resistance가 그림 11에서 비교되었다.

시험결과가 다소 일률적으로 높게 채정된듯 하여 본래 사용된 form factor(k) 0.15를 0.12로 수정하여 그림 11에 아울러 나타내었다. 이 경우 위상 차이는 second-order wave resistance의 계산결과와 시험결과가 많이 가까워지고 있다.

6. 결 론

본 연구에서 second-order thin-ship theory를 소개

하고 이를 이용하여 parabolic thin ship에 대하여 조파저항을 계산하였다. 이를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

i) Beam-length ratio가 0.1이하인 thin ship일지라도 wave potential로 인해 교란되는 선체 표면에서의 유동상태를 선체표면의 경계조건에 고려하여야 된다는 사실이 입증되었다. 즉 σ_w 의 분포(그림 4 참조)가 이를 증명하며 이것이 P_w , Q_w 를 (그림5-그림8)거쳐 조파저항에 미치는 영향을 그림 9에서 관찰할 수 있다. 위의 wave potential effect는 주로 선수부근에서 영향을 주고 있다. 따라서 선수부근의 유동해석은 조파저항 이론의 관건이 된다.

ii) 점성에 의한 boundary layer and wake의 영향도 조파저항에 상당한 영향을 주고 있으며 이는 주로 선미부근에서 중요하다. 따라서 일반 선형에서 선미유동해석은 조파저항 이론의 또다른 관건이다.

iii) 이와같이 선체 경계조건은 ship potential flow 해석에 가장 중요하며 실제 선형에 적용하기 위하여 thin-ship theory의 확장이나 low-speed theory에서 선체경계조건을 고려하는 연구가 저항이론의 바람직한 방향이다. 아울러 wave potential의 효율적인 수치 계산 방법이 계속 연구되어야겠다.

참 고 문 헌

- (1) Michell, J.H., "The Wave Resistance of a Ship," The London Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and *Journal of Science*, Jan.-June, 1889.
- (2) Weinblum, G., "Anwendungen der Michellschen Widerstands Theorie," *J.S.T.G.*, pp. 389, 1930.
- (3) Wehausen, J.V., "An Approach to Thin ship Theory," *Int. Seminar on Theoretical Wave Resistance, Ann Arbor*, pp. 1-21, 1963.
- (4) Maruo, H., "A Note on the Higher Order Theory of Thin Ship," *Bulletin of the Faculty of Engineering, Yokohama N. Univ.*, 1966.
- (5) Eggers, K.W.H., "Second-Order Contribution to Ship Waves and Wave Resistance," *Proc. of the 6th Symposium on Naval Hydrodynamics, Washington D.C.*, 1966, pp. 647-679.
- (6) Dagan, G., "A Note on Line Intergral Terms in the Solution of Flow Past a Ship Hull," *Unpublished Paper*, 1975.
- (7) Miloh, T. & Landweber, L., "Ship Centerplane Source Distributions," *Unpublished Paper*, 1978.
- (8) Kitazawa, T. & Takagi, M., "On the Second Order Velocity Potentials of the Thin Ship," *Int. Seminar on Wave Resistance, Japan*, 1976, pp. 255-261.
- (9) Kang, S.H., "Viscous Effects on the Wave Resistance of a Thin Ship," *Ph. D. Thesis, University of Iowa*, Iowa City, Iowa, 1978.
- (10) Weinblum, G., Kendrick, J. & Todd, M., "Investigation of Wave Effects Produced by a Thin Body-TMB Model 4215", *The David W. Taylor Model Basin Report* 840, Nov. 1952.
- (11) Aldogan, A.I., "A Nonlinear Wave Resistance Theory and its Application," *Schiffstechnik Bd.* 26, pp. 79-116, 1979.
- (12) Smith, A.M.O., Giesing, J.P., and Hess, J.L., "Calculation of Waves and Wave Resistance of Bodies Moving on the Surface of the Sea," *Daglas Aircraft Co, Report* 31488 A, 1963.
- (13) Shen, H.T. and Farrell, C., "Numerical Calculation of the Wave Integrals in the Linearized Theory of Water Waves," *J.S.R.*, Vol. 21, No. 1, pp. 1-10, 1977.
- (14) Lunde, J.K., "On the Linearized Theory of Wave Resistance for Displacement Ships in Steady and Accelerated Motion," *Trans. of SNAME*, Vol. 59, pp. 25-85, 1951.
- (15) King, E. "Development and Evaluation of a second-order Wave-Resistance Theory," R-1400 *Stevens Institute of Technology*, 1969.
- (16) Sharma, S.D., "Some Results Concerning the Wavemaking of a Thin Ship," *Journal of Ship Research*, pp. 72-81, March 1969.

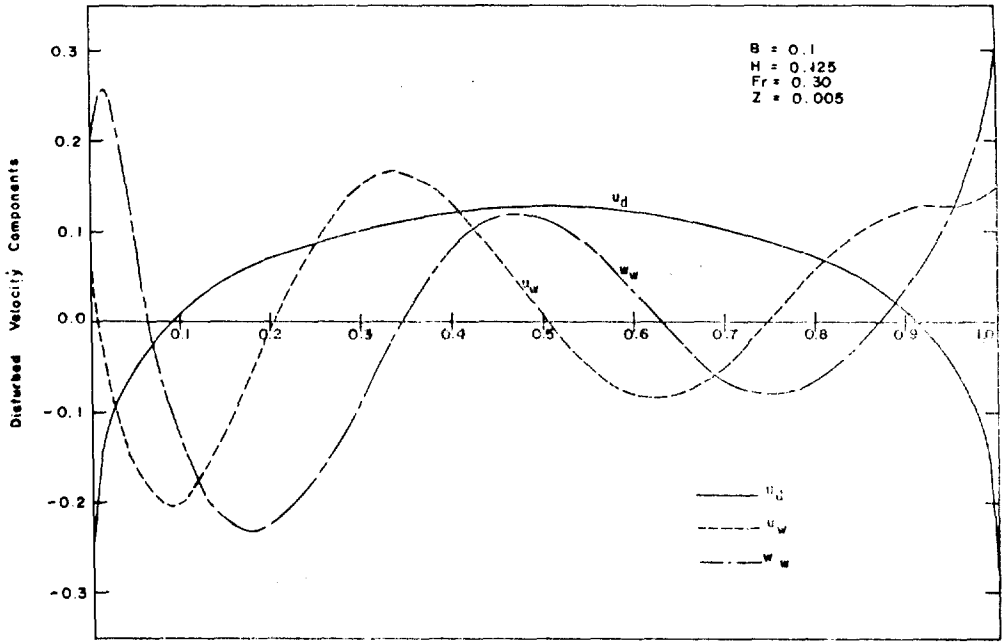


Fig. 3. Disturbed velocity component ($Fr=0.30$, $Z=-0.005$)

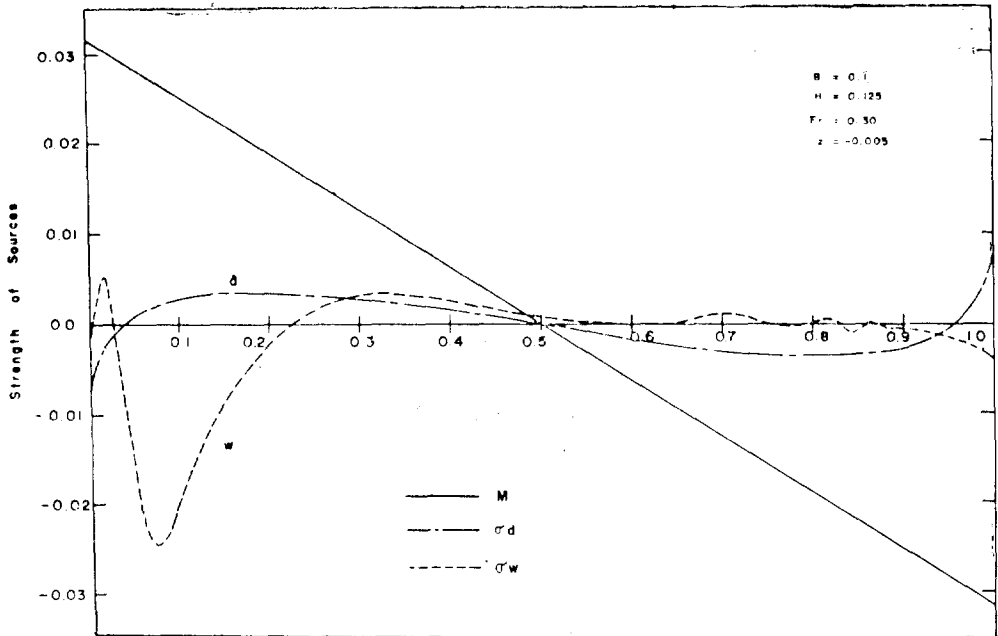


Fig. 4. Source distributions on the centerplane (parabolic ship)

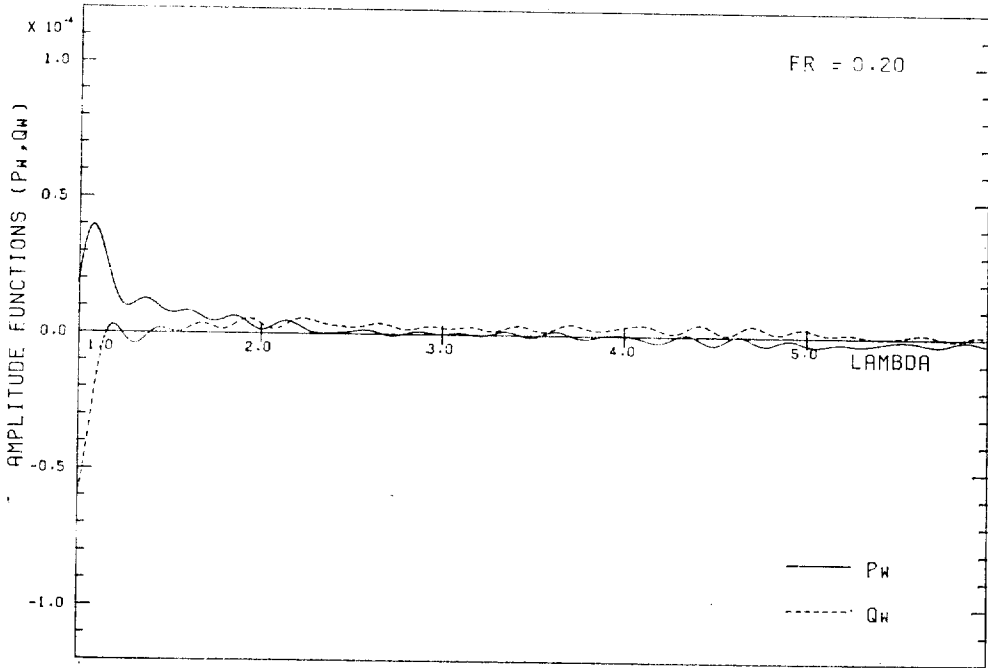


Fig. 5. Amplitude functions P_w, Q_w at $Fr=0.20$

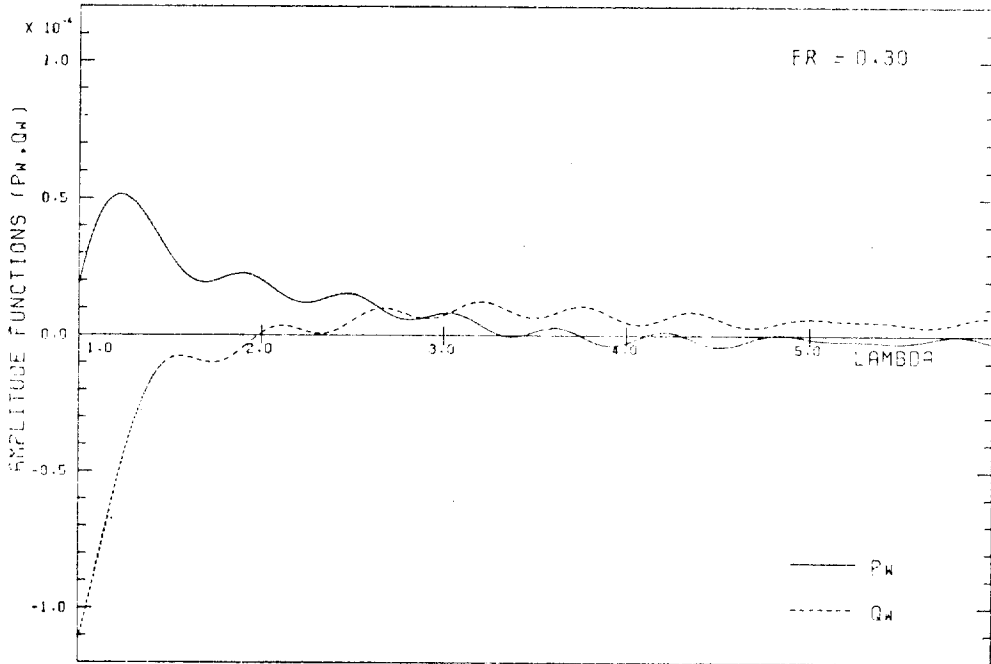


Fig. 6. Amplitude functions P_w, Q_w at $Fr=0.25$

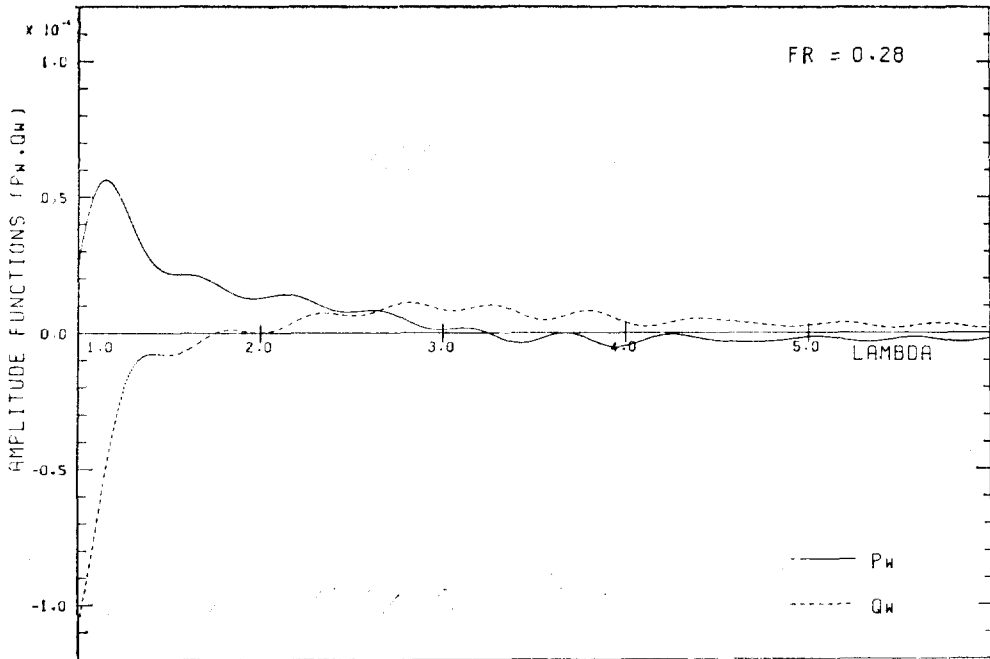


Fig. 7. Amplitude functions P_w, Q_w at $F_r=0.28$

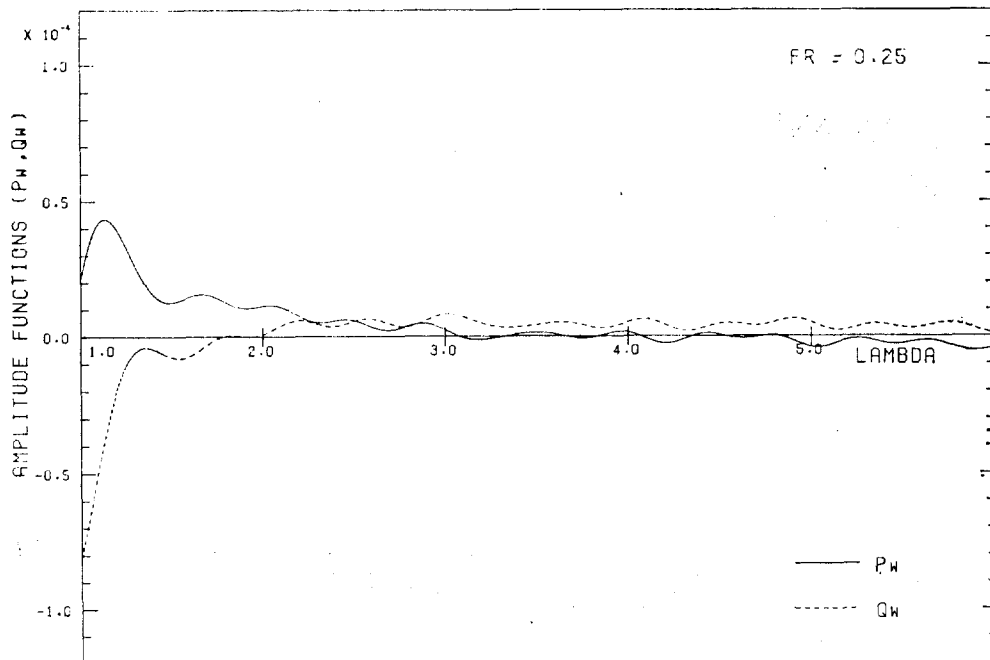


Fig. 8. Amplitude functions P_w, Q_w $F_r=0.30$

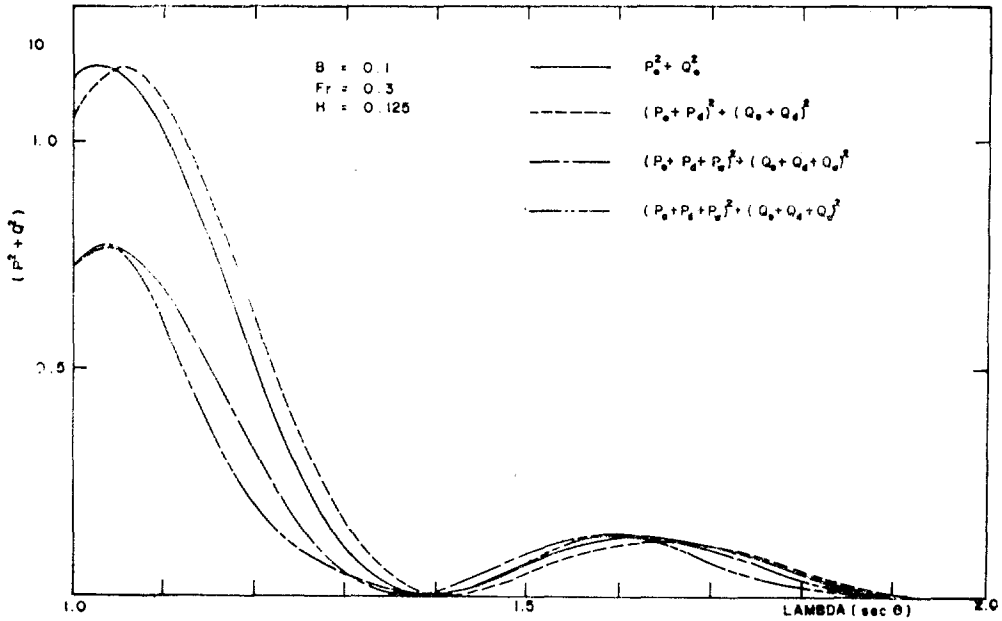


Fig. 9. Wave spectrum (P^2+Q^2) with second-order corrections

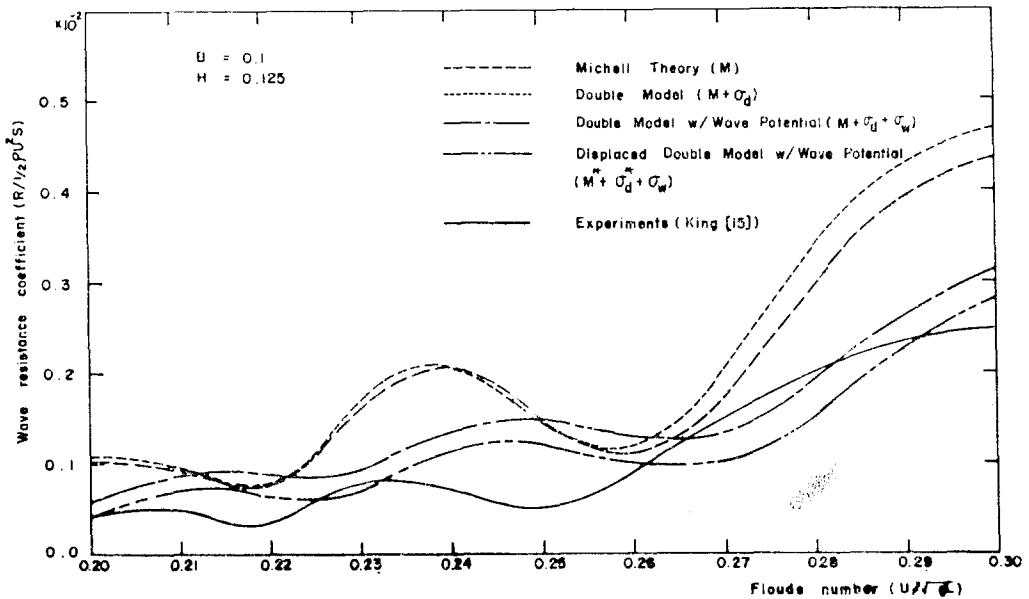


Fig. 10. Wave resistance coefficient of a parabolic ship

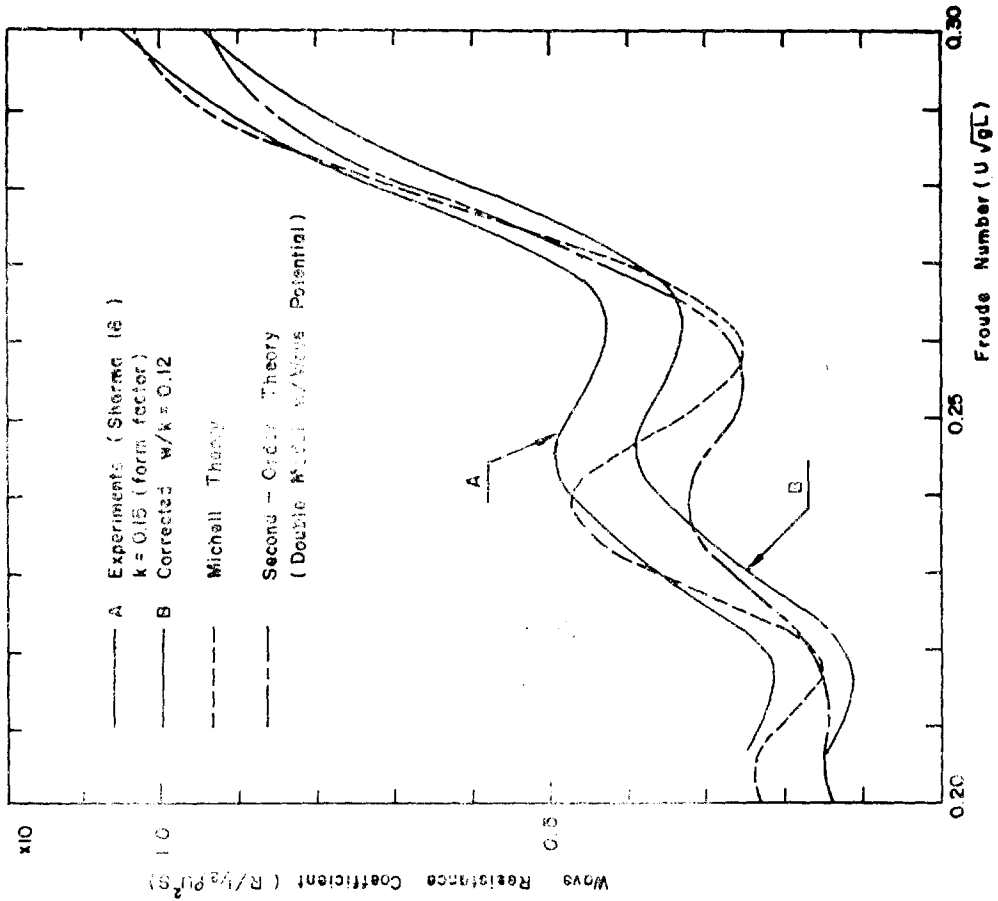


Fig. 11. Wave resistance coefficients at a parabolic ship