

論 文

大韓造船學會誌
第16卷第3號 1979年 9月
Journal of the Society of
Naval Architects of Korea
Vol.16, No.3, September, 1979

有限帶板法에 의한 補強된 平板의 解析

任 尙 鏞* · 朴 丙 旭**

Analysis of Stiffened Plate by Finite Strip Method

S. J. Yim, B. W. Park

Abstract

Various approaches to the analysis of stiffened plating in ship structures have been proposed by a number of researchers. Among them, the finite element method is known to be the most powerful method. However, for many parts of ship's structure having simple geometry and boundary conditions, the F.E.M. is often extravagant and unnecessary.

In this paper, the authors have attempted to introduce the finite strip method which was proposed by Y.K. Cheung⁽³⁾ to avoid the difficulties involved in F.E.M.

The results of calculations on the displacements and stresses in various plates with or without stiffeners were satisfactory, which shows the F.S.M. is useful for structural analysis of ship's plating.

1. 序 論

船體構造의 많은 部分을 차지하고 있는 平板構造에 對해서는 오래전부터 數種의 解析方法이 提案되어 왔지만 最近의 船體構造設計의 傾向은 좀더 正確한 工學的인 解析에 依하여 構造의 經濟的 및 輕量化 設計가 要求되어지고 있다.

이들을 遂行하는 方法으로는 體系的인 解析過程과 適用의 一般性을 지닌 有限要素法(finite element method)이 가장 強力한 方法이라고 할 수 있다.

그러나 有限要素法은 좋은 結果를 얻기 위해서는 本質的으로 多數의 微小한 要素로 分割하는 것을 要하기

때문에 풀어야 할 方程式의 元數 및 入力資料가 많아 지게 되므로 그것들의 處理를 위한 프로그램이 複雜하게 되고 同時에 計算時間이 길어지게 된다.

本 論文에서는 비록 解析對象에는 制約이 따르지 만 위의 缺點들을 最大한 줄일 수 있는 有限帶板法(finite strip method)을 解析方法으로 택하였다.

有限帶板法은 1968年 Y.K. Cheung⁽³⁾에 의해 처음으로 提案되어 平板의 굽힘問題에서 좋은 結果를 얻었으며 거의 같은 時期에 G.H. Powell & D.W. Ogden⁽⁷⁾에 의해서 同一한 方法이 提唱되었다.

이 方法의 基本概念은

“平板構造의 斷面을 이루는 平板要素를 좁은 帶板要素로 分割하고 이들 帶板要素의 兩端의 境界條件을 滿

接受日字 : 1979年 7月 25日

* 正會員 : 서울大學校 工科大學

** 正會員 : 코리아다코마 造船工業株式會社

足시키는 連續函數와 兩邊의 變位函數를 에너지原理에 適用시켜 剛性 매트릭스를 誘導하는 것이다.”

本 論文에서는 여러가지 경우의 平板에 對한 變位 및 應力의 精度檢討와 補強된 平板에 對한 變位와 應力의 값을 有限要素法의 結果와 比較하여 有限帶板法의 有効性을 檢證하였다.

2. 解 析 法

2.1. 平 板

平板構造를 構成하는 平板要素의 各各의 두께는 변할 수 있지만 各 要素 自體는 一定한 두께를 가지고 있는 여러개의 帶板要素로 Fig. 1 과 같이 分割하며 代表的인 帶板要素를 Fig. 2-(a)와 같이 떼어 내어 생각 한다.

여기서 $x=0$ 와 $x=b$ 에서의 線은 連續되어 있는 다 른 要素와의 接合線으로서 一般의 節線이라고 부

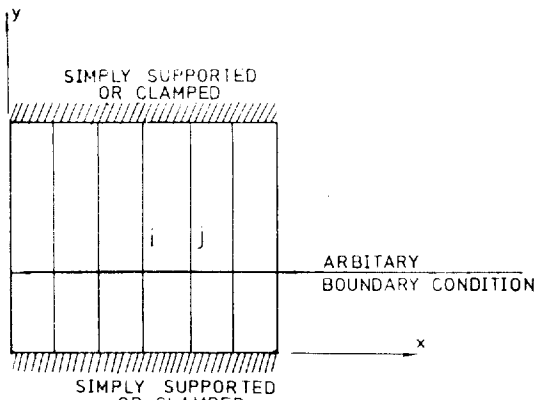


Fig. 1. Finite strip idealization

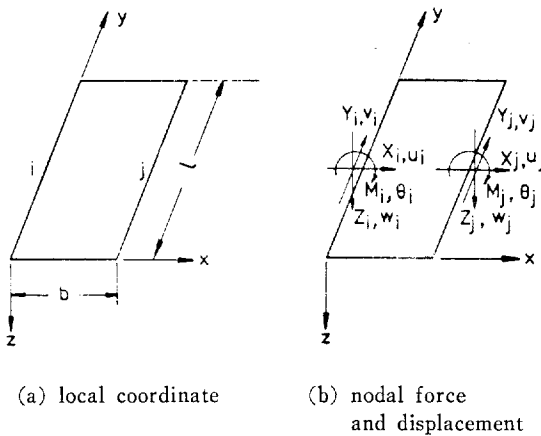


Fig. 2. Typical strip element

르며 各各 i 邊, j 邊으로 定義하고 이들 i, j 邊에서의 節線力과 節線變位를 Fig. 2-(b)와 같이 定義한다.

2.1.1. 變位函數

Fig. 2와 같은 帶板要素의 x 및 y 方向에 대한 變位 函數는 一般의 式 (1)과 같이 쓸 수 있다.

$$W = \sum_{m=1}^r f_m(x) Y_m \tag{1}$$

여기서 $f_m(x)$ 는 x 方向의 變位를 나타내는 函數이며 Y_m 은 帶板要素의 兩端의 境界條件을 滿足시키는 函數 이다.

本 論文에서는 微小變形만을 取扱하므로 面外變形과 面內變形은 完全히 分離되며, 또한 取扱의 簡便을 위하여 板의 面外變位에 對해서는 Fig. 2에서 보인 帶板 要素의 y 方向의 端部가 單純支持이고 面內變位에 對해 서는 y 方向이 變位許容, x 方向이 變位拘束으로 하면 이들에 對한 變位函數는 다음式과 같이 表示된다. 즉

$$u = \sum_{m=1}^r [C_{ps}] \{U_{ps}\}_m \sin \frac{m\pi}{l} y \tag{2}$$

$$v = \sum_{m=1}^r [C_{ps}] \{V_{ps}\}_m \cos \frac{m\pi}{l} y \tag{3}$$

$$w = \sum_{m=1}^r [C_{pb}] \{W_{pb}\}_m \sin \frac{m\pi}{l} y \tag{4}$$

여기서

$$\{U_{ps}\}_m = \{u_{im}, u_{jm}\}^T$$

$$\{V_{ps}\}_m = \{v_{im}, v_{jm}\}^T$$

$$\{W_{ps}\}_m = \{w_{im}, \theta_{im}, w_{jm}, \theta_{jm}\}^T$$

$$[C_{ps}] = \left\{ 1 - \frac{x}{b}, \frac{x}{b} \right\}$$

$$[C_{pb}] = \left\{ 1 - \frac{3x^2}{b^2} + \frac{2x^3}{b^3}, x - \frac{2x^2}{b} + \frac{x^3}{b^2}, \right.$$

$$\left. \frac{3x^2}{b^2} - \frac{2x^3}{b^3}, \frac{x^3}{b^2} - \frac{x^2}{b} \right\}$$

이것은 Y.K. Cheung⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾에 의해 처음으로 使用되 었으며 그후 많은 論文⁽⁹⁾⁽¹⁵⁾에 利用되어 졌다.

여기서 좀더 精度가 좋은 變位函數로서는 x 에 對한 高次函數를 생각할 수 있다. 面內變位는 K. Yoshida⁽¹⁰⁾ 에 의해 x 에 對한 3次函數로, 面外變位는 Y.C. Loo⁽⁶⁾ 에 의해 x 에 對한 5次函數로 各各 檢討된 바 있다. 그 結果 어느 程度의 要素數와 項數를 利用한다면 式 (2), (3), (4)와 같은 變位函數도 충분히 有用하다는 것이 判明되었다.

2.1.2. 帶板要素의 剛性行列

Fig. 2에서 보여준 帶板要素에 關한 要素의 剛性行 列을 通常의 薄板理論을 基礎로 하여 誘導하며, 一般 化 變形度 ϵ_p 는 面內變形度 ϵ_{ps} 와 面外變形度(曲率) ϵ_{pb}

로 된다면 變形도와 變位와의 關係式은 다음과 같이 表示된다.

$$\{\epsilon_p\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{ps} \\ \epsilon_{pb} \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^r \begin{Bmatrix} B_{ps} & 0 \\ 0 & B_{pb} \end{Bmatrix}_m \begin{Bmatrix} W_{ps} \\ W_{pb} \end{Bmatrix}_m \quad (5)$$

여기서

$$\{\epsilon_{ps}\} = \{\partial u/\partial x \quad \partial v/\partial y \quad \partial u/\partial y + \partial v/\partial x\}^T \quad (6)$$

$$\{\epsilon_{pb}\} = \{-\partial^2 w/\partial x^2 \quad -\partial^2 w/\partial y^2 \quad 2\partial^2 w/\partial x \partial y\}^T \quad (7)$$

$$\{W_{ps}\} = \{u_{im} \quad u_{jm} \quad v_{im} \quad v_{jm}\}^T \quad (8)$$

一般化應力 σ_p 와 一般化變形度 ϵ_p 와의 關係는

$$\{\sigma_p\} = [D_p] \{\epsilon_p\} \quad (10)$$

$$[D_p] = \begin{Bmatrix} D_{ps} & 0 \\ 0 & D_{pb} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

여기서 D_{ps} 는 面內應力과 面內變形도를, D_{pb} 는 모멘트와 曲率을 結合하는 行列을 나타낸다.

위의 式(5) 및 式(9)의 一般化變形度 ϵ_p 와 一般化應力 σ_p 를 利用하여 帶板要素의 strain energy U_p 를 나타내면

$$\begin{aligned} U_p &= \int_0^l \int_0^b \frac{1}{2} \sigma_p^T \epsilon_p \, dx \, dy \\ &= \frac{1}{2} W^T \left(\int_0^l \int_0^b B_p^T D_p B_p \, dx \, dy \right) W \\ &= \frac{1}{2} W^T \left(\int_0^l \int_0^b (B_{ps}^T D_{ps} B_{ps} + B_{pb}^T D_{pb} B_{pb}) \, dx \, dy \right) W \end{aligned} \quad (12)$$

여기서

$$W = \{u_i \quad v_i \quad w_i \quad \theta_i \quad u_j \quad v_j \quad w_j \quad \theta_j\}^T$$

그러므로 帶板要素의 剛性行列 K_p 는

$$K_p = \int_0^l \int_0^b (B_{ps}^T D_{ps} B_{ps} + B_{pb}^T D_{pb} B_{pb}) \, dx \, dy \quad (13)$$

2.2. 補強材

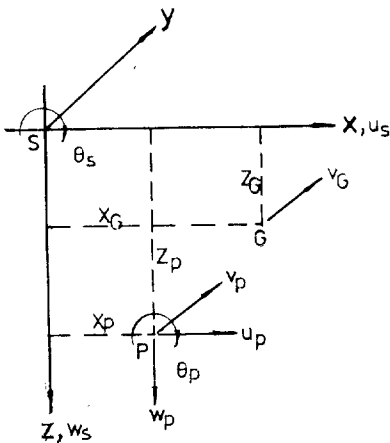


Fig. 3. Local coordinate of longitudinal stiffener

補強材의 要素剛性行列은 通常의 보理論을 基礎로 하며, 本 論文에서는 굽힘비틀림剛性(warping torsional rigidity) 및 剪斷力에 의한 變形은 고려하지 않았다.

2.2.1. 縱補強材

Fig. 3의 y方向을 長軸으로 하는 縱補強材는 節線을 따르는 一次元 構造로 看做되며 이것의 剛性行列은 補強材와 板과의 接合線에서 附加되어진다.

補強材의 斷面의 剪斷中心 s를 座標의 原點으로 잡고 斷面의 主軸方向을 x 및 z軸으로 잡으면, 圖心 G에서의 y方向의 變位 v_G , 剪斷中心에서의 x 및 z方向의 變位 u_s, w_s , 斷面의 回轉角 θ_s 와 斷面의 任意點에서의 變位 u, v, w 는 다음과 같이 表示된다.

$$\begin{aligned} u &= u_s - z\theta_s \\ v &= v_G - \frac{dw_s}{dy}(x - z_G) - \frac{du_s}{dy}(x - x_G) \end{aligned} \quad (14)$$

$$w = w_s + x\theta_s$$

위의 變位 u_s, v_G, w_s, θ_s 를 接合點 p에서의 變位 u_p, v_p, w_p, θ_p 로 置換하여 이것을 行列로 나타내면 式(15)와 같이 된다.

$$\begin{Bmatrix} u_s \\ v_G \\ w_s \\ \theta_s \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & z_p \\ (x_p - x_G) \frac{d}{dy} & 1 & (z_p - z_G) \frac{d}{dy} & (x_p z_G - z_p x_G) \frac{d}{dy} \\ 0 & 0 & 1 & -x_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_p \\ v_p \\ w_p \\ \theta_p \end{Bmatrix} \quad (15)$$

여기서 一般化變形度 ϵ_{sL} 는 다음과 같이 된다.

$$\{\epsilon_{sL}\} = \left\{ -\frac{d^2 u_s}{dy^2} \quad \frac{dv_G}{dy} - \frac{d^2 w_s}{dy^2} \quad \frac{d\theta_s}{dy} \right\}^T \quad (16)$$

式(15)을 利用하여 式(16)의 ϵ_{sL} 을 接合線에서의 變位로 表示하면

$$\{\epsilon_{sL}\} = \begin{pmatrix} -\frac{d^2}{dy^2} & 0 & 0 & -z_p \frac{d^2}{dy^2} \\ (x_p - x_G) \frac{d^2}{dy^2} & \frac{d}{dy} & (z_p - z_G) \frac{d^2}{dy^2} & (x_p z_G - z_p x_G) \frac{d^2}{dy^2} \\ 0 & 0 & -\frac{d^2}{dy^2} & x_p \frac{d^2}{dy^2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d}{dy} \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{Bmatrix} u_p \\ v_p \\ w_p \\ \theta_p \end{Bmatrix} \quad (17)$$

接合線(i邊)에서 補强材의 變位와 平板의 變位와의 適合條件을 利用하면 다음 式이 成立된다.

$$\{\epsilon_{st}\} = [B_{st}]\{W_i\} \quad (18)$$

여기서

$$\{W_i\} = \{W_{i1} \ W_{i2} \ W_{i3} \ \dots \ W_{im} \ \dots \ W_{iM}\}^T \quad (19)$$

$$\{W_{im}\} = \{u_{im} \ v_{im} \ w_{im} \ \theta_{im}\}^T \quad (20)$$

一般化應力 σ_{st} 과 一般化變形度 ϵ_{sL} 과의 關係는

$$\{\sigma_{st}\} = [D_{st}]\{\epsilon_{st}\} \quad (21)$$

여기서

$$\{\sigma_{st}\} = \{M_x \ N_y \ M_x \ M_y\}^T$$

$$[D_{st}] = \begin{Bmatrix} EI_{zL} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & EA_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & EI_{xL} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & GJ_L \end{Bmatrix} \quad (23)$$

結局 위의 式들을 利用하면 縱補强材의 strain energy U_{st} 은

$$U_{st} = \int_0^l \frac{1}{2} \sigma_{st}^T \epsilon_{st} dy$$

$$= \frac{1}{2} W_i^T \left(\int_0^l B_{st}^T D_{st} B_{st} dy \right) W_i \quad (24)$$

그러므로 縱 補强材의 要素剛性行列 K_{sL} 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K_{sL} = \int_0^l B_{st}^T D_{st} B_{st} dy \quad (25)$$

2.2.2. 橫補强材

Fig. 4의 x方向을 長軸으로 하는 N個의 橫補强材가 平板要素에 附着되어 있다면 $y = y_i$ 의 位置에서 帶板要素에 接合되어 있는 橫補强材에 對한 要素剛性行列의 誘導도 縱補强材의 경우와 똑같은 方法에 의해 可能하다.

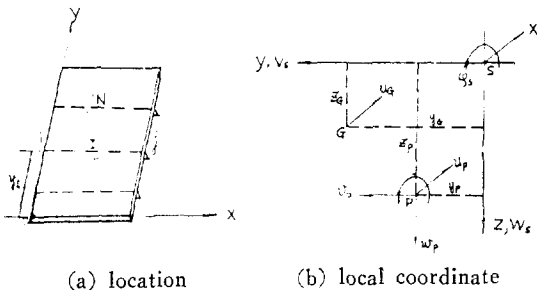


Fig. 4. Transverse stiffeners

Fig. 4-(b)의 局部座標에서 斷面의 任意點에서의 變位는 縱補强材의 경우와 똑같은 方法에 의해 나타내어

지며 一般化變形度 ϵ_{sti} 는 式(26)과 같이 接合點에서의 變位 v_p, v_p, x_p, φ_p 로 나타낼 수 있다.

$$\{\epsilon_{sti}\} = \left\{ \frac{du_c}{dx} \quad -\frac{d^2v_s}{dx^2} \quad -\frac{d^2w_s}{dx^2} \quad \frac{d\varphi_s}{dx} \right\}^T =$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{d}{dx} (y_p - y_G) \frac{d^2}{dx^2} (z_p - z_G) \frac{d^2}{dx^2} (y_p z_G - z_p y_G) \frac{d^2}{dx^2} \\ 0 \quad -\frac{d^2}{dx^2} \quad 0 \quad -z_p \frac{d^2}{dx^2} \\ 0 \quad 0 \quad -\frac{d^2}{dx^2} \quad y_p \frac{d^2}{dx^2} \\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{d}{dx} \end{Bmatrix} \times$$

$$\begin{Bmatrix} u_p \\ v_p \\ w_p \\ \varphi_p \end{Bmatrix} \quad (26)$$

여기서 橫補强材의 主軸方向을 x, y, z軸으로 하고 帶板要素의 座標軸을 x', y', z'軸으로 한다면 이들 사이의 角 ϕ_{sti} 을 利用하여 橫補强材와 帶板要素와의 接合點에서의 變位와 $y=y_i$ 에서의 帶板要素의 變位와의 關係式을 만들 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} u_p = u \\ v_p = v \\ w_p = w \\ \varphi_p = \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} \cos \phi_{sti} & 0 & \sin \phi_{sti} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_{sti} & 0 & \cos \phi_{sti} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u' |_{y=y_i} \\ v' |_{y=y_i} \\ w' |_{y=y_i} \\ \frac{\partial w'}{\partial y} |_{y=y_i} \end{Bmatrix} \quad (27)$$

다음에 式(27)에 變位函數를 代入하여 이것을 式(26)에 代入하면 結局 式(28)과 같이 橫補强材의 變形度와 帶板要素의 變位와의 關係式이 얻어진다.

$$\epsilon_{sti} = B_{sti} W \quad (28)$$

또한 一般化應力 σ_{sti} 와 一般化變形度 ϵ_{sti} 와의 關係는 $\sigma_{sti} = D_{sti} \epsilon_{sti}$ (29)

結局 위의 式(28) 및 式(29)를 利用하여 1번째의 橫補强材 및 N個의 橫補强材에 對한 strain energy U_{sti} 와 U_{st} 를 求할 수 있다. 즉

$$U_{sti} = \int_0^b \frac{1}{2} \sigma_{sti}^T \epsilon_{sti} dx$$

$$= \frac{1}{2} W^T \left(\int_0^b B_{sti}^T D_{sti} B_{sti} dx \right) W \quad (30)$$

$$U_{st} = \sum_{i=1}^N U_{sti} \quad (31)$$

그러므로 橫補强材의 剛性行列 K_{sti} 및 K_{st} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K_{sti} = \int_0^b B_{sti}^T D_{sti} B_{sti} dx \quad (32)$$

$$K_{st} = \sum_{i=1}^N K_{sti} \quad (33)$$

2. 3. 座標變換

Fig. 5와 같이 帶板要素의 全體座標系의 軸을 x, y, z 로 하고 局部座標系의 軸을 x', y', z' 로 한다면 이들 座標系사이의 變位는 다음과 같은 關係를 갖는다.

$$\{F\}_m = [R]\{F'\}_m \quad (34)$$

$$\{W'\}_m = [R]^T\{W\}_m \quad (35)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} [r] & [o] \\ [o] & [r] \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$[r] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (37)$$

結局 全體座標系로의 座標變換은 다음 式과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \{F\}_m &= [R]\{F'\}_m = [R][K']_m\{W'\}_m \\ &= [R][K']_m[R]^T\{W\}_m = [K]_m\{W\}_m \end{aligned} \quad (38)$$

그러므로 全體座標系에 대한 剛性行列 $[K]_m$ 은 다음과 같이 局部座標系에 대한 剛性行列 $[K']_m$ 에 의해 나타내어진다.

$$[K]_m = [R][K']_m[R]^T \quad (39)$$

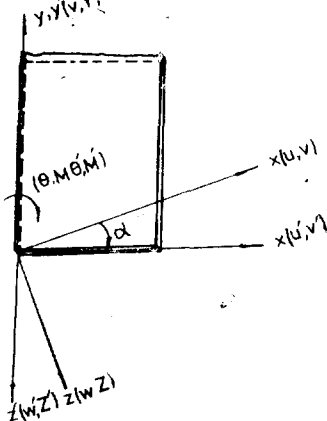


Fig. 5. Local coordinate and global coordinate

2. 4. 荷重벡터

荷重벡터 $\{F\}$ 는 節線上에 作用하는 外力벡터를 $\{F_l\}$, 要素表面에 分布된 外力에 의한 벡터를 $\{F_d\}$ 라고 한다면

$$\{F\} = \{F_l\} + \{F_d\} \quad (40)$$

여기서 $\{F_d\}$ 는 等價節線外力으로서 要素의 potential energy V 로부터 求한다.

$$V = - \int \int_0^b W^T q dx dy \quad (41)$$

여기서

$$W = \{u \ v \ w\}^T \quad (42)$$

$$q = \{X \ Y \ Z\}^T \quad (43)$$

分布外力成分 X, Y, Z 는 變位函數와 類似하게 y 方向으로의 函數로 展開된다. 즉

$$X = \sum_{m=1}^r X_m \sin \frac{m\pi}{l} y \quad (44-a)$$

$$Y = \sum_{m=1}^r Y_m \cos \frac{m\pi}{l} y \quad (44-b)$$

$$Z = \sum_{m=1}^r Z_m \sin \frac{m\pi}{l} y \quad (44-c)$$

여기서 $y = c$ 에서 $y = d$ 까지 分布된 荷重에 對해서는

$$X_m = \frac{\int_c^d X \sin \frac{m\pi}{l} y dy}{\int_0^l \sin^2 \frac{m\pi}{l} y dy} \quad (45)$$

$y = c$ 에서 作用하는 集中荷重 X_c 에 對해서는

$$X_m = \frac{X_c \sin \frac{m\pi}{l} y_c}{\int_0^l \sin^2 \frac{m\pi}{l} y dy} \quad (46)$$

Y_m, Z_m 에 對해서도 같은 方法으로 求할 수 있다.

3. 數值計算例

以上の 理論을 基礎로하여 作成된 컴퓨터 프로그램에 의해 여러가지 荷重 狀態에 대한 平板 및 補強된 平板의 變位와 應力의 狀態를 要素數와 項數를 증가시켜 나가면서 檢討하였다. 이들 各各에 대한 說明은 다음과 같다.

1) Fig. 9 ~ Fig. 11은 四邊이 單純支持이고 均一分布荷重, 中央에 集中荷重 및 部分分布荷重이 作用할때 平板中央에서의 變位 또는 應力의 狀態를 나타낸다.

2) Fig. 12는 Fig. 6과 같이 3邊이 單純支持이고 1邊이 固定인 平板에 均一分布荷重이 作用할때의 變位 및 應力의 狀態를 나타낸다.

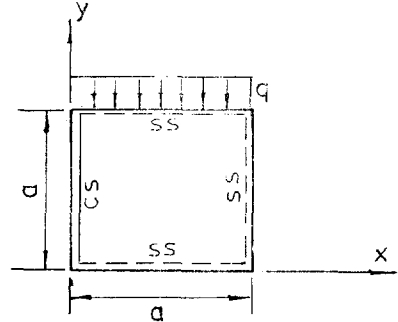


Fig. 6.

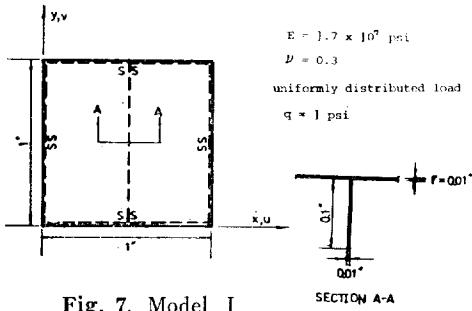


Fig. 7. Model I

(a) Fig. 14-(a)에 대한 모델은 Fig. 7과 같다. 이것에 대한 요소의 數는 8個이고 項數는 7이다.

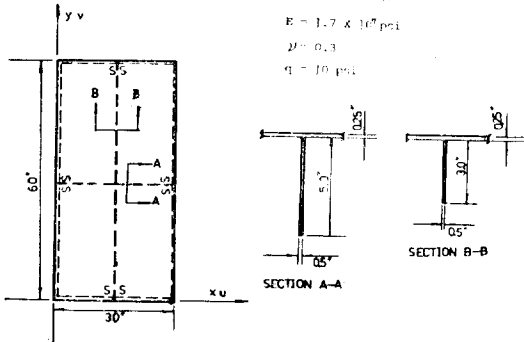


Fig. 8. Model II

3) Fig. 13에 대한 model은 Fig. 7과 같으며 요소數는 8個로 分割하여 各各 縱補強材와 橫補強材로 생각하여 計算된 變位를 M.P. Rossow⁽¹²⁾의 값과 比較하였다.

4) Fig. 14에 대한 model은 Fig. 8과 같으며 8個의 요소로 分割하고 項數는 7로 해 보았다.

4. 考察 및 結論

有限帶板法이 다른 方法보다 有利한 點은 무엇보다도 적은 要素數 즉 적은 自由度로서도 嚴密解에 迅速히 收斂狀態가 좋다는 것일 것이다.

그러므로 컴퓨터의 計算時間과 費用이 節減되고 小型컴퓨터에서도 使用이 可能하게 된다.

Fig. 9~12에서 볼 수 있듯이 모두 嚴密解에 收斂을 잘하고 있으며 Fig. 13~14에서는 縱 및 橫補強材가 붙은 平板에서도 충분히 有效하다는 것을 알 수 있다. 但 集中荷重의 경우가 分布荷重에 比해 精度가 약간 좋지 못하므로 要素의 數와 項數를 좀 더 增加시키는 것이 좋고 또한 要素의 增加보다는 項數의 增加가 精度에 有利한 傾向을 보이고 있다.

結局 有限帶板法은 單純한 形狀을 가진 船體의 平板 構造解析에 매우 有用하다고 判斷된다.

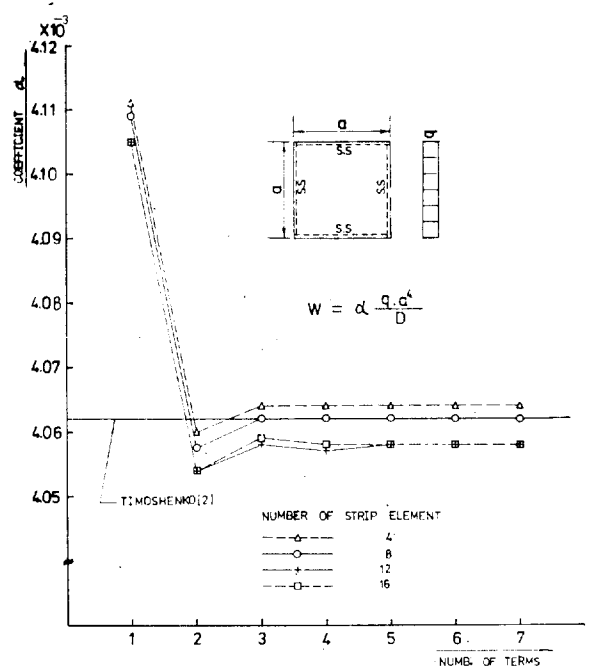


Fig. 9-(a) Convergence of central deflection

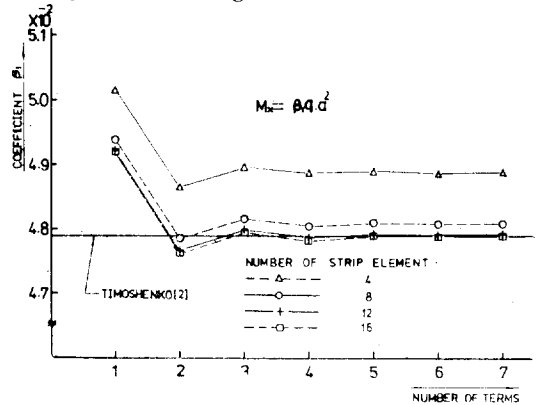


Fig. 9-(b) Convergence of central moment M_x

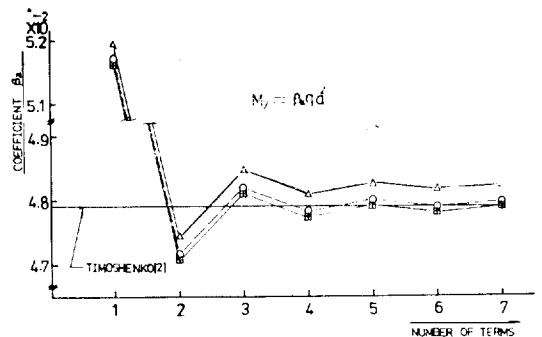


Fig. 9-(c) Convergence of central moment, M_y

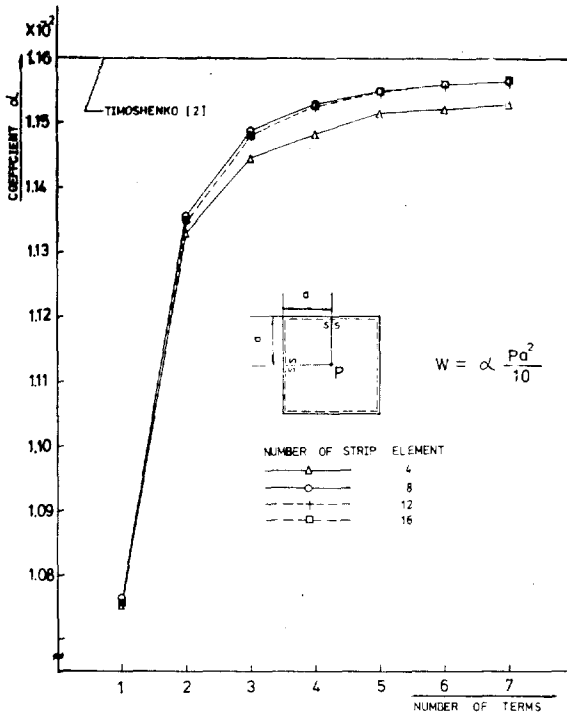


Fig. 10. Convergence of central deflection

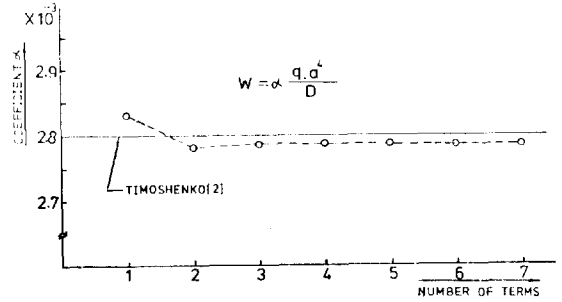


Fig. 12-(a) Convergence of central deflection

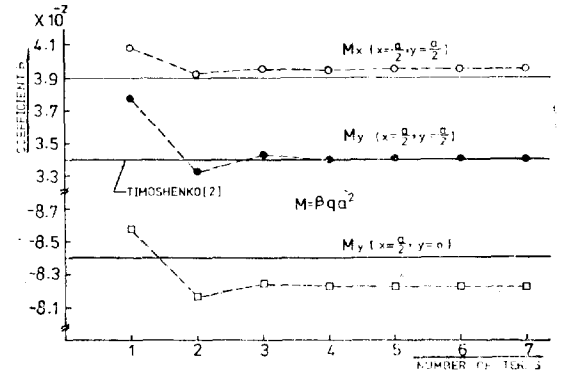


Fig. 12-(b) Convergence of moment M_x, M_y

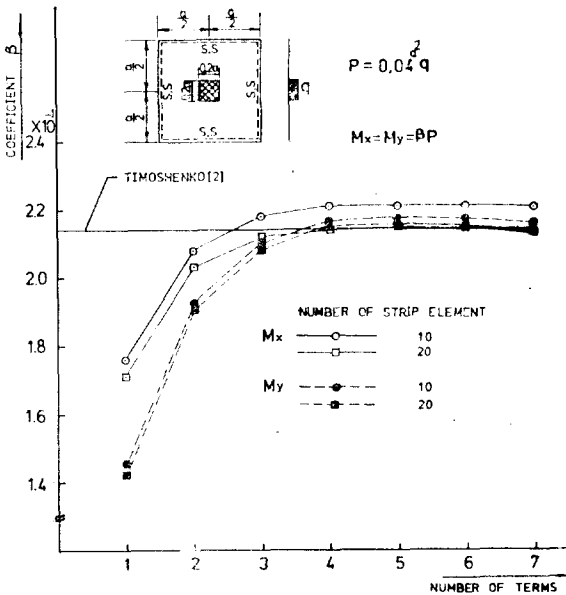


Fig. 11. Convergence of central moment M_x, M_y

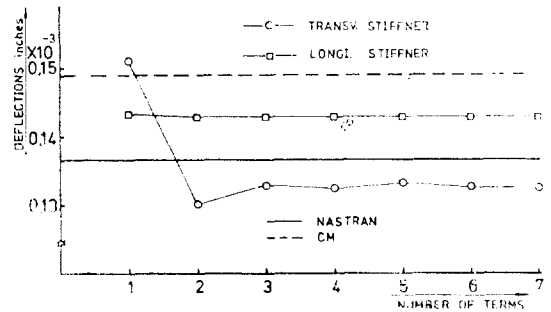


Fig. 13-(a) Convergence of central deflection

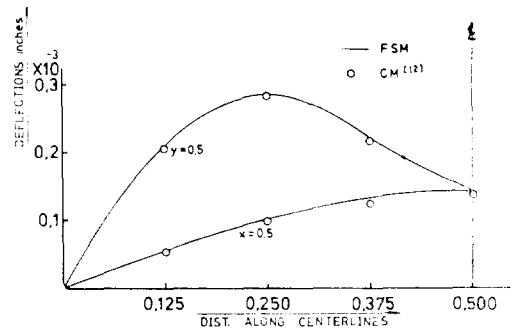


Fig. 13-(b) Variation of deflection along center line

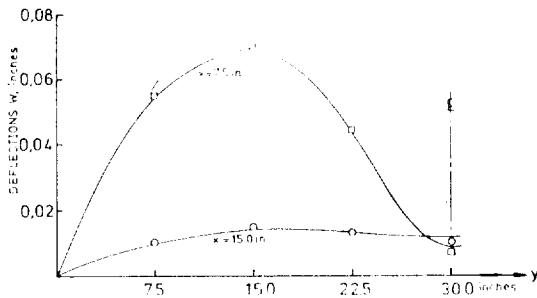


Fig. 14-(a) Deflection at $x = 7.5$ in and $x = 15.0$ in.

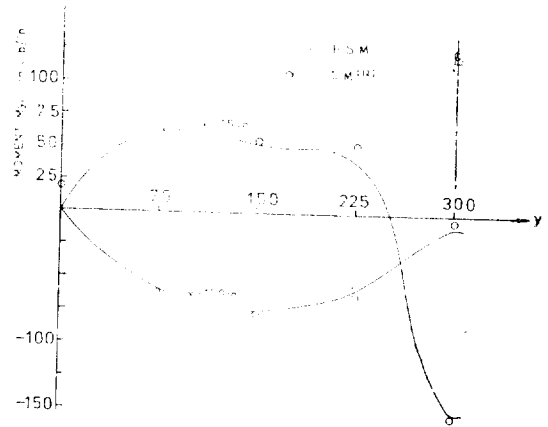


Fig. 14-(b) Moment M_x at $x = 7.5$ in. and $x = 15.0$ in.

參考文獻

- O.C. Zinkiewicz, "The Finite Element Method in Engineering Science", McGraw-Hill Book Co. N. Y., 1971.
- S.P. Timoshenko & S. Woinowsky-krieger, "Theory Plates and Shells", 2nd end., McGraw-Hill, 1959.
- Cheung, Y.K., "The Finite Strip Method in the Analysis of Elastic Plates with Two Oppsite Simply Supported Ends", *Proc. I.C.E.*, May, 1968.
- Cheung, Y.K., "Finite Strip Method Analysis of Elastic Slabs", *Proc. ASCE, EM6*, Dec., 1968.
- Chung, Y.K., "Folded Plate Structures by Finite Strip Method", *Proc. ASCE, ST12*, Dec., 1969.
- Cheung, Y.K., & Chung, M.S. "Flexural Vibrations of Rectangluar and Other Polygonal Plate", *Proc. ASEC, EM2*, April, 1971.
- Powell, G.H. & Ogden, D.W. "Analysis of Orthotropic Plates Bridge Decks", *Proc. ASCE, ST5*, May, 1969.
- Look, Y.K. & Cusens, A.R. "A Refined Finite Strip Method for the Analysis Orthotropic Plates", *Proc. I.C.E. Vol. 48*, Jan., 1971
- Koichiro Yoshida, "Buckling Analysis of Plate Structures by Strip Element", *Proc. J.S.N.A.*, 130, Nov., 1971.
- Koichiro Yoshida & Noriaki Oka, "Analysis of Plate Structures by Strip Elements", *Proc. J.S.N.A.*, 134, Nov., 1973.
- Koichiro Yoshida & Noriaki Oka, "Bending Analysis of Plate Structures by Strip Elements", *Proc. J.S.N.A.*, 132, Oct., 1972.
- M.P. Rossow & A.K. Ibrahimkhai, "Constraint Method Analysis of Stiffened Plates", *J. Computer & Structure*, Vol. 8, No. 1, Feb., 1978.
- Rene Tinawi & Richard G. Redwood, "Orthotropic Bridge Decks with Closed Stiffeners-Analysis and Behaviour", *J. Computer & Structure*, Vol. 7, No. 6, Dec., 1977.
- Gamil S. Tadros & Amin Ghali, "Convergence of Semi-Analytical Solution of Plates", *Proc. ASCE, EM5*, Oct., 1973.
- C. Sundarajan & D.V. Reddy, "Finite Strip-Difference Calculus Technique for Plate Vibration Problems", *Int. J. Solids Structures*, Vol. 11, 1975.
- Yukio Maeda, Masa Hayashi & Ken-ichi Arioka, "Elasto-Plastic Analysis of Thin-Walled Structures by Finite Strip Method", April., 1976.
- 任尙鏞, "油槽船의 Web Frame에 시의 應力分布", 大韓造船學會誌, 第9卷, 第1號, Mar., 1972.
- 鄭紀台, "補強材가 붙은 平板의 解析", 1977.
- Shigetoshi Shimizu, "On the Dynamical Stress Distribution of stiffened Plate at Vibration(1st report)", *Proc. J.S.N.A.*, 123, May, 1968.
- David W. Murray, "Technique for Formulating Beam Equations", *Proc. ASCE, EM5*, Oct., 1975.