

휠터를 사용하지 않는 주파수 2 체 배 기에 관한 연구 (A Study on Filterless Frequency Doubler)

金慶熙^{*}
(Kim, Kyung - Hee)

要約

본 연구에서는 주파수 채배기의 공통점을 종합하여 “시 불변 시스템 (time invariant system)에서 입력 파형이 반파대칭 특성을 가질 때, 출력이 입력의 우함수로 표시된다면 출력 주파수는 입력 주파수의 채배가 된다.”고 추정 하였으며 이를 증명 하였고, 추정한 이론에 의해서 부서항을 이용한 광대역 구형파 주파수 2채배기를 제작하였다.

Abstract

This paper dealt with a general theorem of frequency doubler. By summarizing the frequency doubler theorems, a new frequency doubler theorem can be derived.

"In time invariant system, if the input waveform shows the half-wave symmetric characteristic and if the even function is the mapping from input into output, then the frequency of output is at least 2-times of input frequency."

By the theorem, this paper propose a new wide band square wave frequency doubler using negative resistance circuit.

1. 序論

근래에 발표된 문헌에서는, 정현파 주파수 체배기의 경우, square-law devices or circuits를 사용함으로서 필터(Filter)를 사용하지 않는 정현파 주파수 2체배기가^[1~3] 실현되고 있으며, 1976년 S. Ashok^[3]는 저항과 트랜지스터만을 사용하여 정현파 주파수 2체배기를 쉽게 IC화 할 수 있도록 구성 한 바 있고, 구형파 주파수 체배기의 경우 멀티 바이브레이터(multivibrator) 혹은 배타적 OR 회로(Exclusive OR Gate) 등을 사용 함으로서 위상 고정 루프(phase-locked loop)를 사용하지 않고 구형파 주파수 체배기를^[4~9]를 실현하고 있으며, 1977년 K. W. Current^[9]는 저항과 트랜지스터만을 사용하여 구형파 주파수 2체배기를 실현 함으로서 구형파 주파수 2체배기를 쉽게 IC화 할 수 있도록 구성한 바 있다.

본 연구는 필터를 사용하지 않는 주파수 2체배기의 구성에 관하여 체계적인 기법을 확립시키는 자료를 구하고자 시도 되었으며 정현파 주파수 2체배기 이론과 구형파 주파수 2체배기 이론의 공통된 관계를 찾아내어 “시 불변 시스템 (time invariant system)”에서 입력 파형이 반파대칭 특성을 가질 때, 출력이 입력의 우함수로 표현 된다며 출력 주파수는 입력 주파수의 체배가 된다.”고 추정 하였으며 이를 증명하였다.

또한 본 연구에서는 추정한 이론에 의해서, 부저항을 이용한 구형과 광대역 주파수 2채배기를 실현하였으며 종래에 발표된 구형과 주파수 채배기 문현^[4~10]에서는 정성적인 방법에 의한 해석을 위주로 하였으나 본 연구에서는 수식적인 방법에 의해 해석하고자 시도하였다.

2 理論

문현(1)~(3)은 입력 $V_{is}(t)$ 가

$$V_{is}(t) = V_s \sin \omega t \dots \dots \dots (1)$$

와 같이 주어지는 정현파 일때 square law devices

* 正會員, 동양공업전문대학 전자과
(Dept. of Electronics Dong Yang Tech.J.College)
 接受日字: 1979年 11月 5日

의 관계가 있으므로

$$V_0(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_0(nf_0) \exp(j2\pi nf_0 t) \quad \dots \dots \dots (9)$$

로 표현 될 수 있으며

$$V_0\left(t + \frac{T}{2}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_0(nf_0) \exp\left(j2\pi nf_0\left(t + \frac{T}{2}\right)\right)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_0(nf_0) \exp(jn\pi) \exp(j2\pi nf_0 t) \quad \dots \dots \dots (10)$$

와 같은 관계가 성립한다. 식(8)로 부터

$$V_0(t) = V_0(t + T/2)$$

이므로 식(9) 및 식(10)으로 부터

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_0(nf_0) \exp(j2\pi nf_0 t) =$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_0(nf_0) \exp(jn\pi) \exp(j2\pi nf_0 t) \quad \dots \dots \dots (11)$$

가 되며 식(11)이 t 의 모든 값에 대하여 성립하기 위해서는 이론적^[13]으로

$$C_0(nf_0) = C_0(nf_0) \exp(j\pi n) \quad \dots \dots \dots (12)$$

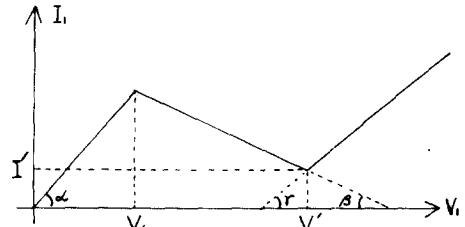
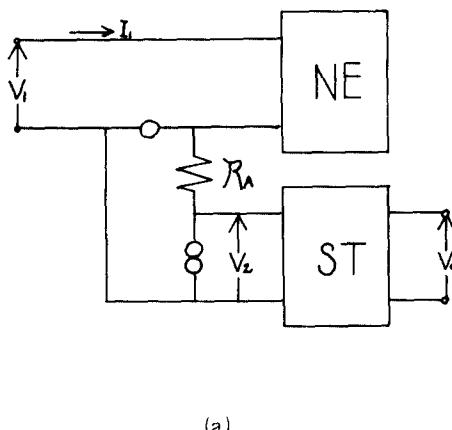
와 같은 관계가 만족되어야 하므로 n 값이 기수 일 때

$$C_0(nf_0) = 0 \quad \dots \dots \dots (13)$$

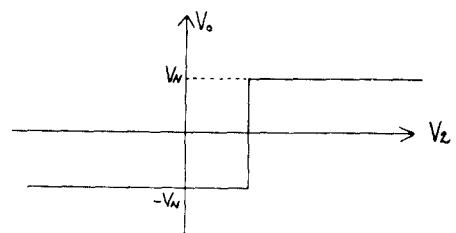
가 되어야 한다. 따라서 식(9)는

$$V_0(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_0\{n(2f_0)\} \exp\{j2\pi n(2f_0)t\} \quad \dots \dots \dots (14)$$

와 같이 표현 될 수 있으므로 $V_0(t)$ 의 기본 주파수 (Fundamental frequency) 가 $2f_0$ 라는 것이 증명 되었다.



(b)



(c)

그림 1. (a) 시스템의 블록(Block) 圖

(b) NE의 입력특성 $\tan \alpha \equiv R_\alpha$, $\tan \beta \equiv R_1$,
 $\tan \gamma \equiv R_2$

(c) ST의 입출력 특성

Fig. 1. (a) Block diagram of system

(b) Input characteristics of NE, $\tan \alpha \equiv R_\alpha$,

$\tan \beta \equiv R_1$, $\tan \gamma \equiv R_2$

(c) Response of ST.

3. 입출력의 관계가 우함수인 시스템

그림 1(a)는 제시된 이론을 실현하기 위하여 입출력의 관계가 우함수가 되도록 구성한 시스템의 블록(Block) 도로서 NE는 부저형 회로이고 ST는 슈미트 트리거 회로이며 NE와 ST의 특성을 그림 1(b) 및 그림 1(c)에 표시 하였다.

NE의 입력 특성은

$$I_1 = \left(\frac{V_1}{R_\alpha} + \frac{V_1 - V^1}{R_1} - I' \right) U(V_\alpha - V_1) - \frac{V_1 - V^1}{R_1}$$

$$U(V^1 - V_1) + \frac{V_1 - V^1}{R_2} U(V_1 - V') + I'$$

와 같이 표현 되지만 시스템의 입출력 관계를 우함수가 되도록 하기 위하여 $V_\alpha < V_1$ 의 조건이 만족되는 구간에서만 V_1 의 값을 선택하면 NE의 입력 특성은 다음과 같이 표현된다.

$$I_1 = -\frac{V_1 - V^1}{R_1} U(V^1 - V_1) + \frac{V_1 - V^1}{R_2} U(V_1 - V') + I'$$

$$= -\frac{V_a}{R_1} U(-V_a) + \frac{V_a}{R_2} U(V_a) + I^1 \dots \dots \dots (15)$$

단 $\begin{cases} V_a = V_1 - V^1 \\ U(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \end{cases}$

ST의 특성은

$$V_0 = V_N \operatorname{sgn}(V_2 - V_T) \dots \dots \dots (16)$$

와 같이 표현되며 nullator^[2]와 norator의 특성에 대해서

$$V_2 = -I^1 R_A \dots \dots \dots (17)$$

로 주어지므로 식(15)를 식(17)에 대입하면

$$V_2 = \frac{R_A}{R_1} V_a U(-V_a) - \frac{R_A}{R_2} V_a U(V_a) - I^1 R_A \dots \dots \dots (18)$$

가 된다. 식(18)을 식(16)에 대입하면

$$V_0 = V_N \operatorname{sgn} \left[\frac{R_A}{R_1} V_a U(-V_a) - \frac{R_A}{R_2} V_a U(V_a) - I^1 R_A - V_T \right] \dots \dots \dots (19-1)$$

이 되며 식(19-1)에서 $-I^1 R_A - V_T > 0$ 이라면 $V_a =$

$V_1 - V^1$ 이므로

$$V_1 > -I^1 R_2 - V_T R_2 / R_A + V^1 일 때 V_0 = -V_N$$

$$V^1 + I^1 R_1 + V_T R_1 / R_A < V_1 < -I^1 R_2 - V_T R_2 / R_A$$

$$V^1 일 때 V_0 = V_N$$

$$V^1 + I^1 R_1 + V_T R_1 / R_A > V_1 일 때 V_0 = -V_N$$

..... (19-2)
가 된다. 따라서 V_0 는 그림 2와 같이

$$V_{ao} = V^1 + (R_1 - R_2)(V_T + R_A I^1) / 2R_A$$

로 주어지는 V_{ao} 를 중심으로 하는 우함수 입을 알 수 있으며 입력 V_1 이

$$V_1 = V_c + V_D \dots \dots \dots (20)$$

단 V_C ; 반파대칭 특성을 갖는 교류성분

$$\left. \begin{array}{l} V_D; V_1 \text{의 직류 성분이며 다음 식을 만족한다.} \\ V_D = \frac{R_1 - R_2}{2R_A} (V_T + R_A I^1) + V^1 \end{array} \right.$$

와 같은 관계를 만족한다면 입력의 교류성분과 출력의 관계가 우함수 이므로 제시된 이론에 의해서 출력 V_0 의 교류성분은 채배 주파수가 됨을 기대 할 수 있으며 그 예로서 일력이 스위프(Sweep) 파인 경우의 입출력 관계를 그림 2에 표시 하였다.

또한 식 (18)에서 $R_1 = R_2$ 인 경우에는

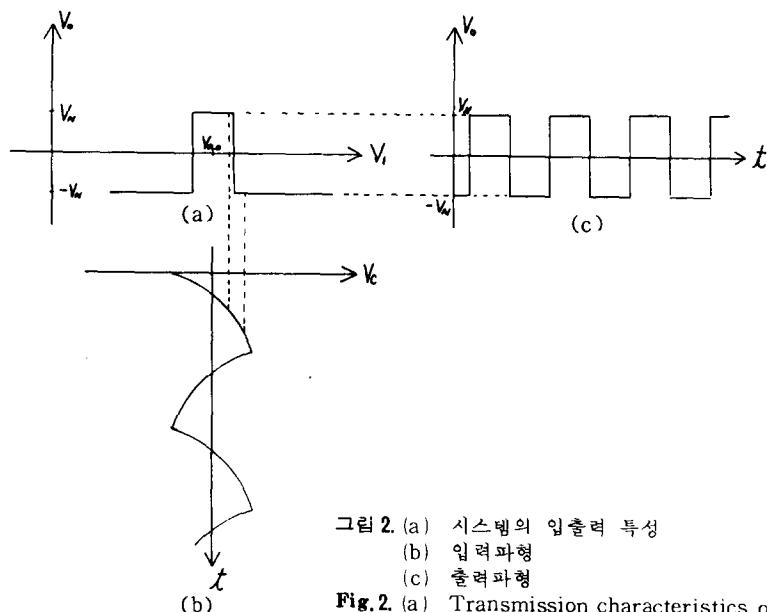


Fig. 2. (a) Transmission characteristics of system.
 (b) Input waveform.
 (c) Output waveform.

필터를 사용하지 않는 주파수 2 배기에 관한 연구

$$V_2 = \frac{R_A}{R_1} \left[V_a U(-V_a) - V_a U(V_a) \right] - I' R_A \quad (21)$$

와 같이 되며 이는 그림 3 과 같이 V_a 에 대한 우함수

이므로 $R_1 = R_2$ 인 경우에는 V_a 가 반파대칭인 교류 입력이라면 V_2 를 출력으로 하여도 체배 주파수를 얻을 수 있을 것이라 기대 할 수 있으며 그 예로서 V_a 가 삼각파인 경우를 그림 3에 표시 하였다.

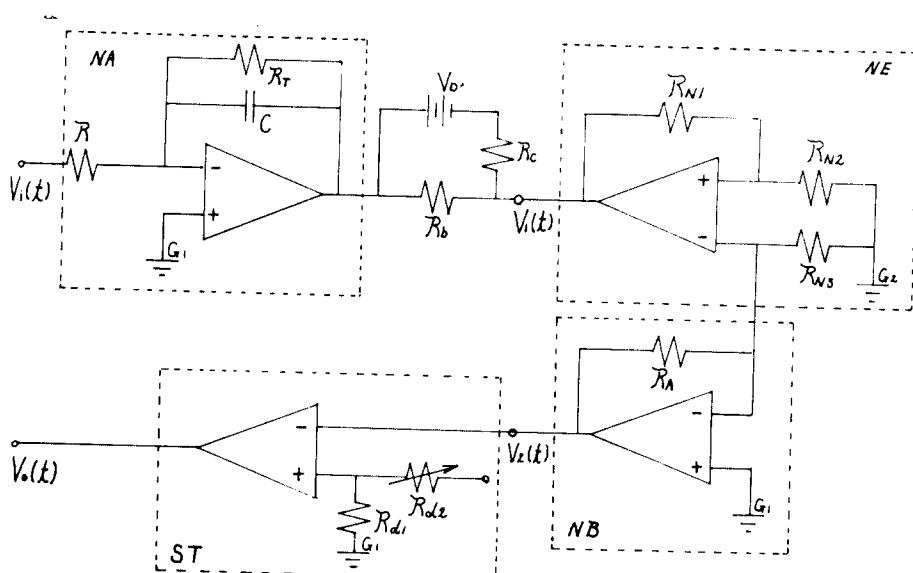
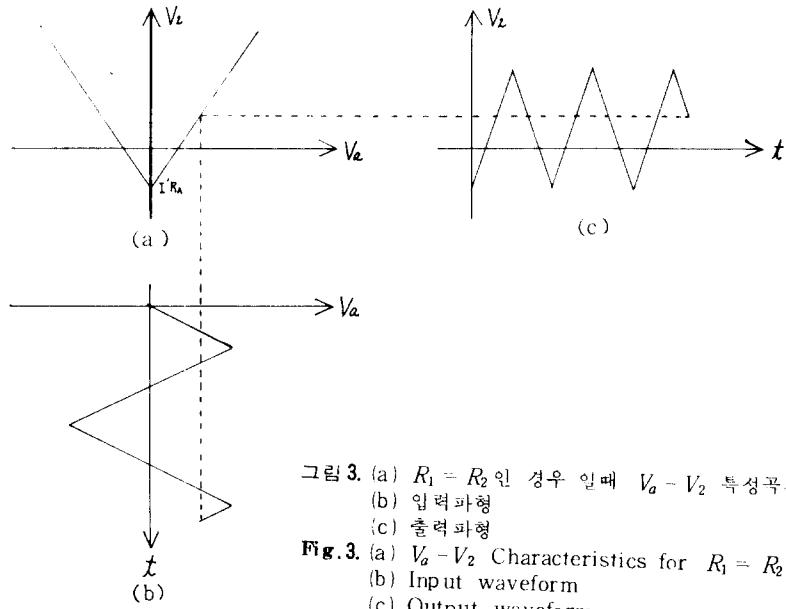


그림 4. 구형파 주파수 2 배기

Fig. 4. Square wave frequency doubler.

4. 구형파 주파수 체배기의 실현

(1) 기본 회로

그림 4.의 회로는 앞 절에서 저자가 제시한 시스템을 이용하여 주파수 체배기 이론을 실현한 회로로서 NA는 구형파 입력을 연속(Continuous)이며 반파대칭인 삼각파로 만들기 위한 적분회로이고 NE는 부저형 회로^[11]이며 NB는 그림 1(a)에서 nullator와 no-rator를 연산 증폭기에 의해 실현한 회로이고 ST는 슈미트 트리거 회로이며 R_b , R_c 는 식(20)을 만족시키기 위한 바이어스 저항이다.

그림 4의 회로는 그림 1(a)의 블록(Block)도를 실현한 회로이므로 $V_1(t) > V_a$ 의 관계를 만족하도록 바이어스를 적당히 설정하면 식(15)에서 식(19) 까지를 적용 할 수 있다.

입력 $V_i(t)$ 가 구형파이며 $2T$ 의 주기를 갖는다고 하면 $V_i(t)$ 는

$$V_i(t) = -V_m \operatorname{Sgn} \left[\sin \frac{\pi t}{T} \right] \quad (22)$$

와 같이 표현 될 수 있고 R_T 가 상당히 큰 저항이라면 $V_1(t)$ 는 적분 회로 및 바이어스 저항에 의하여

$$V_1(t) = -\frac{1}{C} \int_{-\infty}^t \frac{V_i(\tau)}{R} d\tau + V_{DC} \quad (22)$$

와 같은 관계를 만족 한다. 식(22) 및 식(23)으로부터

$$V_1(t) = \frac{V_m}{RC} \int_{-\infty}^t \operatorname{Sgn} \left(\sin \frac{\pi \tau}{T} \right) d\tau + V_{DC}$$

가 되며 $2(m-1)T \leq t < 2mT$ 를 만족하는 m 을 택하면

$$V_1(t) = \frac{V_m}{RC} \left[\sum_{n=-\infty}^{m-1} \int_{2(n-1)T}^{2nT} \operatorname{Sgn} \left(\sin \frac{\pi \tau}{T} \right) d\tau \right. \\ \left. + \int_{2(m-1)T}^t \operatorname{Sgn} \left(\sin \frac{\pi \tau}{T} \right) d\tau \right] + V_{DC}$$

가 되며

$$\int_{2(n-1)T}^{2nT} \operatorname{Sgn} \left(\sin \frac{\pi \tau}{T} \right) d\tau = 0$$

이므로

$$V_1(t) = \frac{V_m}{RC} \int_{2(m-1)T}^t \operatorname{Sgn} \left(\sin \frac{\pi \tau}{T} \right) d\tau + V_{DC}$$

$$= \frac{V_m}{RC} \left[(t - 2mT + 2T) U(2mT - T - t) \right.$$

$$\left. - (t - 2mT) U(T + t - 2mT) \right] + V_{DC}$$

$$= V_{1C}(t) + V_{1DC} \quad (24)$$

$$\text{단 } V_{1C}(t) = \frac{V_m}{RC} \left[(t - 2mT + 2T) U(2mT - T - t) \right. \\ \left. - (t - 2mT) U(T + t - 2mT) - \frac{T}{2} \right] \quad (24-A)$$

$$V_{1DC} = V_{DC} + \frac{TV_m}{2RC} \quad (24-B)$$

로 주어진다. 식(24-A)로부터 출력의 교류성분 $V_{1C}(t)$ 가 삼각파 임을 알 수 있고 식(24-B)에서 $TV_m / 2RC$ 로 주어지는 직류 성분은 R_T 에 의해 제거 되므로 $V_{1DC} = V_{DC}$ 가 된다.

$V_{1C}(t)$ 가 반파대칭 특성을 나타내므로

$$V_{DC} = V' + (R_1 - R_2)(V_T + R_A I') / 2R_A \quad (25)$$

라 하면 식(20)과 같은 경우 이므로 주파수 체배가 된 다고 기대 할 수 있다. 식(19-2)의 결과에 식(24) 및 식(25)를 대입 하면

$$\cdot \frac{(R_1 + R_2)}{2R_A} (V_T + R_A I') < V_{1C}(t) < -\frac{(R_1 + R_2)}{2R_A} \quad (26)$$

일때 $V_0(t) = V_N$ 이 되며 그 밖의 범위에서는 $V_0(t) = -V_N$ 이 된다. 식(24-A)에 의해 식(26)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$0 \leq t' < T \quad \text{일때}$$

$$\frac{RC(R_1 + R_2)}{2R_A V_m} (V_T + R_A I') + \frac{T}{2} < t' < -\frac{RC(R_1 + R_2)}{2R_A} \frac{V_m}{V_m} (V_T + R_A I') + \frac{T}{2} \quad (27)$$

$$T \leq t' < 2T \quad \text{일때}$$

$$\frac{RC(R_1 + R_2)}{2R_A V_m} (V_T + R_A I') + \frac{3}{2} T < t' < -\frac{RC(R_1 + R_2)}{2R_A} \frac{V_m}{V_m} (V_T + R_A I') + \frac{3}{2} T \quad (28)$$

단 ; $t' = t - 2(m-1)T$

따라서 식(27) 및 식(28)의 관계가 만족 될 때

$V_0(t) = V_N$ 이 되며 그 밖의 구간에서는 $V_0(t) = -V_N$ 이 된다. 식(27) 및 식(28)로 부터

$$-\frac{RC(R_1+R_2)}{2R_A V_m} (R_A I^1 + V_T) = \frac{T}{4} \dots \dots \dots \quad (29)$$

의 관계가 성립 된다면 $V_0(t)$ 는 $V_i(t)$ 에 비하여 2제배 주파수를 갖는 대칭형 구형파로서 $T/4$ 만큼 지연 됨을 알 수 있고 대칭형 구형파를 얻기 위한 조건은 식(29)로 부터

$$V_T = -R_A I^1 - \frac{TR_A V_m}{2RC(R_1+R_2)} \dots \dots \dots \quad (30)$$

로 주어지며 V_{DC} 는 식(25) 및 식(30)으로 부터

$$V_{1DC} = \frac{TV_m(R_2-R_1)}{4(R_1+R_2)RC} + V^1 \dots \dots \dots \quad (31)$$

로 주어 짐을 알 수 있다.

그림 5의 회로 해석은 ST의 출력이

$$V_0 = V_N Sgn [V_{2ac}] \dots \dots \dots \quad (32)$$

단 V_{2ac} ; V_2 의 교류성분

$$V_{2ac} = V_2 - \frac{1}{2T} \int_0^{2T} V_2(t) dt$$

와 같이 주어 진다는 것 이외에는 그림 4의 경우와 유사하며 해석결과는 다음과 같다.

$T/4 < t' < 3T/4$ 또는 $5T/4 < t' < 7T/4$

의 구간에서 $V_0 = V_N$, 그 밖의 구간에서 $V_0 = -V_N$ 이 된다.

따라서 그림 5 회로의 출력은 2제배 주파수를 갖는 대칭형 구형파 임을 알 수 있다.

5. 실험 및 검토

그림 5의 회로에서 연산 증폭기는 $\mu A 741$ 을 사용하였고 $R = 100\Omega$, $R_F = 17K\Omega$, $R_A = 12K\Omega$, $R_B =$

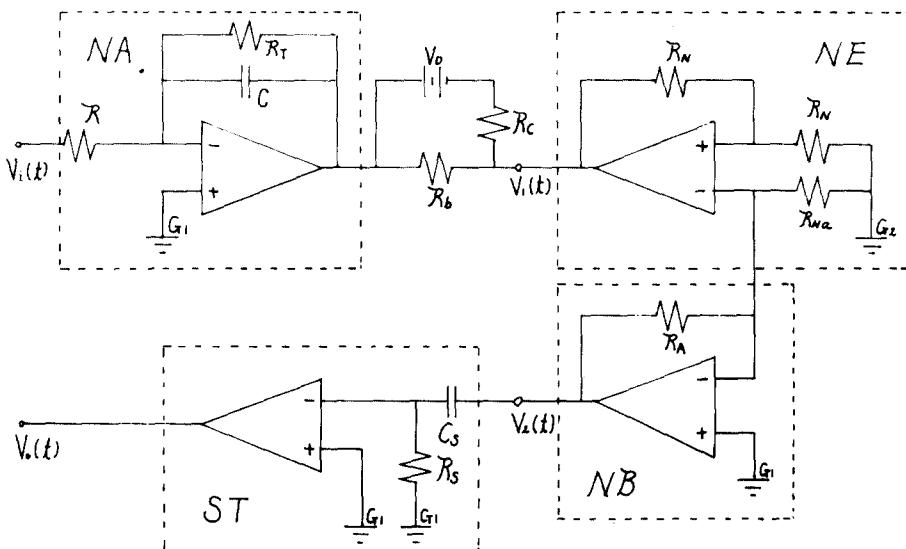


그림 5. 광대역 구형파 주파수 2제배기

Fig. 5. Wide band square wave frequency doubler.

(2) 광대역 주파수 제배기

그림 5의 회로는 문헌(11)에 의해서 NE의 입력 특성이 $R_1 = R_2$ 가 될 수 있다는 점에 착안하여 제안한 광대역 주파수 제배기 회로이며 이 회로는 식(21)과 같은 경우이므로 식(24)에서 $V_{1DC} = V^1$ 의 관계를 만족 한다면 제배 주파수를 얻을 수 있을 것이라 기대하였다.

780Ω , $R_C = 350\Omega$, $R_N = 1K\Omega$, $R_{Na} = 10K\Omega$, $C = 0.1\mu F$, $C_S = 11\mu F$, $R_S = 7K\Omega$, $V_D = 9V$ 로 두고 실험 하였으며 NA는 보상 적분기^[14]로서 R_T 에 의해 적분기의 안정한 동작과 콘덴서에 충전되는 직류 성분을 제거하고자 하였다.

NE의 입력 $V_i(t)$ 의 직류 성분은 V_D , R_b , R_c 에 의해 결정됨을 알 수 있었으며 NE의 입력 특성을 실

험한 결과,

$R_1 = R_2 = 10K\Omega$, $V_\alpha = -6V$, $V^i = 6V$, $I^i = -0.6mA$ 임을 알았고, 그림 5 회로의 실험 결과는 그림 6에 나타내었다.

그림 5 회로에서 V_1 을 입력 V_2 를 출력으로 한 경우에도 삼각파 또는 스위프(Sweep)파 입력에 대한 주파수 2배기로서 동작함을 알았으며 이로서 식(2)에 의한 추론도 옳다는 것을 확인 하였고 실험 결과는 그림 7과 같다.

그림 5 회로의 사용 주파수 범위는 50Hz ~ 40KHz였으나 높은 주파수에서는 연산 증폭기의 Slew rate에 의해서 일그러짐이 많이 발생 하였으며 낮은 주파수에서는 R_T 의 영향으로 출력 구형파가 매칭성을 잃어 버리는 단점이 있었다.

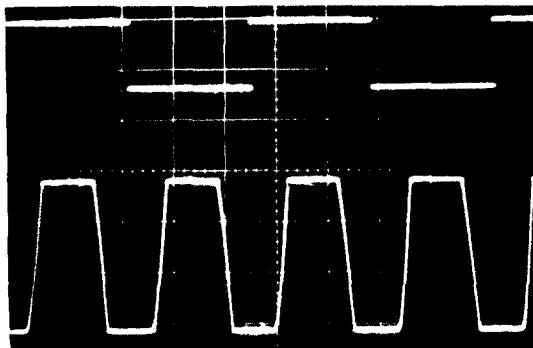


그림 6. 광대역 구형파 주파수 2배기의 입출력 파형 (위) 입력, (아래) 출력

Fig. 6. Input and output waveform of wide band square wave frequency doubler. (upper) input, (Lower) output

6. 結論

구형파 주파수 2배기의 입력과 출력의 관계가

$$V_0(t) = A V_i(t) V_i(t + \tau') + V_3$$

와 같이 표현 될 수 있음을 알았으며 입력 출력 파형이 정현파나 구형파가 아닌 경우에도 적용 할 수 있는 주파수 2배기의 구성 이론을 추정하고 이를 증명하였다.

추정된 이론에 의해서 구형파 광대역 주파수 2배기를 실현 하였으며 수식적인 방법에 의해서 회로를 해석 학으로서 각 단자의 전압 및 전류 파형을 추적 할 수 있었다.

본 연구에서 제안한 구형파 광대역 주파수 2배기 회로는 종래에 발표된 구형파 광대역 주파수 2배기 회로^[6]가 100Hz ~ 4KHz의 범위에서 동작

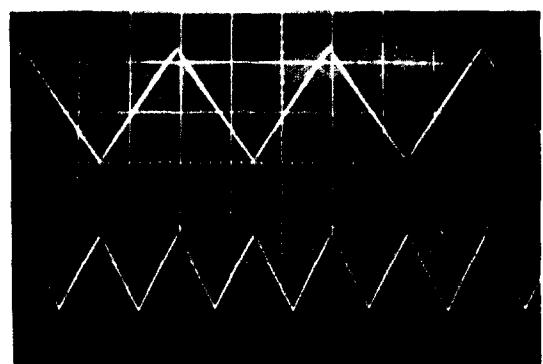
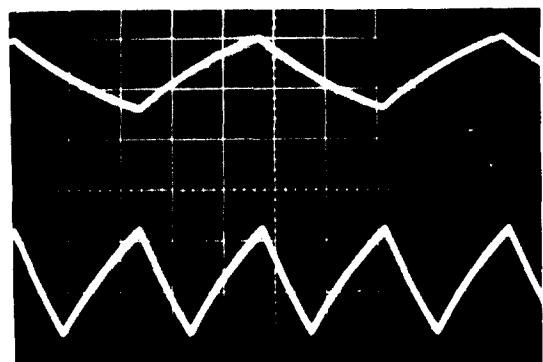


그림 7. V_1 의 파형이 스위프 또는 삼각파인 경우에 대한 V_1 과 V_2 의 파형

(위) V_1 , (아래) V_2

Fig. 7. Waveform of V_1 and V_2 when sweep or triangle wave is applied at V_1 . (Upper) V_1 , (Lower) V_2

하는데 비하여 50Hz ~ 40KHz의 범위에서 동작하였으며 slew rate가 큰 연산 증폭기를 사용 한다면 더 높은 주파수까지 동작할 수 있으리라고 본다.

謝辭

본 연구에 관해 귀중한 조언을 해 주신 서울대학교 이충웅 교수님과 경북대학교 박의열 교수님, 두분에게 깊은 감사의 뜻을 표합니다.

参考文献

- Eugene P. McCabe, "Wide Band Frequency doubler", Electronic Engineering May 1975.
- R. Williams & J. Dunne, "Frequency doubler" Wireless world, December 1975.
- S. Ashok, "Integrable Sinusoidal Frequency

- Doubler" IEEE , J. SSC , April 1976.
4. B. Parasuraman, " Frequency Doubling of Square Waves", Proc. IEEE. June 1976.
5. A.P . Shivaprasad, " A pulse - repetition frequency doubler for square waves", INT. J. Electronics , 1972, Vol. 32, № 2
6. T.K . Alex , " Frequency doubler Covers wide frequency range for unsymmetric square waves" Electronic Design 16, August 2, 1974.
7. B.V.Rao & K.A . Krishnamurthy "A method for frequency multiplication of square waves" INT, J . Electronics , 1976, Vol. 40, № 6.
8. Stamatios V.Kartalopoulos," Hex inverter and or gates for frequency doubler", Electronic Engineering December 1978.
9. K.W.Current , " Integrable Digital Pulse Rate Doubler", Proc. IEEE, Vol. 65 № 11, November 1977.
10. N.R . Joshi, " Frequency Doubling of square waves", Proc. IEEE . Vol. 63, September 1972.
11. 박의열, 김두영 "연산증폭기를 이용한 VNIC 회로의 구성" 부산대학교 부설 생산기술연구소 연구 보고 제 16 편, 12 월 1976.
12. A.C. Davies "The significance of nullators , Norators and Nullors in active - network theory", The Radio and Electronic Engineer, November, 1967.
13. Kaplan " Advanced Calculus" P 387 ~ 435 Addison - wesley Publishing Company Inc. 1952.
14. 김정덕, 박성훈 "보상회분기를 사용한 새로운 능동 여파기" 전자공학회지 , 15권 4호 1978.

