

반도체 소자의 Modeling 및 Computer Simulation에 대한 연구

(A Study on the Modeling for Solid State Devices and its Computer Simulation)

車 均 鉉*

(Tchah, Kyun Hyon)

要 約

반도체 소자의 모델에 대한 특성을 비교하고 체계적인 모델링 기법에 대하여 논하였다. 체계적인 모델링 기법을 이용한 FET의 선형 및 비선형 모델을 구하고 모델을 이용하여 과도해석하는 프로그램을 개발하였다.

Abstract

In this paper characteristics of the Ebers-Moll, charge control and Linvill jumped models are reviewed. A theory for systematically modeling solid state device by F. A Lindholm and D. J. Hamilton is discussed in detail. Nonlinear and linear models for the junction field effect transistor are derived from the systematic modeling theory. Computer program for the transient analysis is developed and application of the program to the RC amplifier shows good results.

1. 序 論

모델은 여러가지 의미로 해석 할 수 있는데 본 논문에서 모델이란 조직적인 방법으로 문제를 풀기 위해 만들어진 근사 표현방법이다. 엔지니어는 모델을 이용하여 연구하는 습관이 있다. 회로 이론이나 설계자는 저항, 커패시턴스, 인덕턴스 등을 나타내는 기호적 모델을 사용하여 고차의 장치를 개발한다. 물리학자는 수학적 모델을 사용하여 물리적 과정을 설명한다. 이것은 시스템 엔지니어가 수학적 모델을 이용하여 물리적 시스템을 설명하는 것과 같다. 모델과 모델링기법의 개념은 물리적 과정과 조직 및 단자용동간

의 상호관계를 이해하는 기초를 제공한다.

전자장치의 모델은 장치의 물리적 구조와 중요한 성질을 나타내야 하고 회로해석을 위한 등가회로를 구성할 수 있어야 한다. 이상적인 대신호 모델은 다음과 같다.

- (i) 물리적 과정과 1대1로 대응하는 파라미터를 포함해야 한다.
- (ii) 회로문제 해석과 합성기법에 응용할 수 있어야 한다.
- (iii) 정성적 이해와 해석하기에 충분한 근사가 되어야 하는 한편, 상당한 정량적 정확성을 가져야 한다.
- (iv) 장치의 기초 즉 재료의 성질과 조직(Morphology)으로부터 체계적으로 유도할 수 있어야 한다.

모델링의 목적은 분포적인 장치의 기초로부터 이상

* 正會員, 高麗大學校 電子科

(Dept. of Electronics Engineering, Korea Univ.)

接受日字: 1979年 3月 26日

의 4 가지 성질을 갖는 모델을 구성하는 것이다. 성질 (ii)로부터 요구되는 모델은 집중적이고 회로적 성질을 가져야 한다. 분포적 장치로부터 집중정수모델로 전이 시키는 방법이 모델링 이론이다.

지금까지 발표된 모델중에서 가장 주목을 끈것은 Ebers-Moll 모델, Linvill의 집중정수모델, Beanfoy-Sparkes의 전하제어모델이다. 회로설계자나 장치설계자는 이 3가지 모델을 잘 이해해야 하고 문제에 따라 적합한 모델을 응용해야 한다.

Ebers-Moll 모델은 쉽게 측정이 되는 단자 양으로 장치의 운동을 설명한다. 그러나 물리적 과정에 대해서는 충분히 통찰할 수 있도록 하지 못한다. 회로의 여러 부분이 어떻게 물리적으로 단자운동에 영향을 주는지에 대해서 충분한 정보를 제공하지 못한다. 전하제어 모델은 베이스에 있어서 전류와 전제 소수 전하간의 관계에 대한 정보를 제공한다. Ebers-Moll 모델 보다는 물리적 과정과 관계가 있으나 과도응동을 얻기 위하여 정상상태 운동을 외삽형태로 사용하는 것이다. Linvill의 모델은 3중에서 단자운동에 대한 물리적 과정의 영향에 대해서 가장 잘 알 수 있는 것이며, 이것은 집중정수 소자와 물리적 과정이 1대1로 대응해 있기 때문이다. 그러나 집중정수 소자와 값은 직접 측정할 수 없고 단자변수로 표시할 수 없다. 그러므로 회로설계나 해석에 있어서는 Ebers-Moll 모델과 전하제어 모델이 유용하고 내부적 물리과정이 단자운동에 미치는 영향을 정성적으로 이해하려면 Linvill의 집중정수 모델이 유용하다.

양호한 대신호 모델이 갖는 성질은

- (i) 모델의 소자는 선형이거나 의미있고 유용한 방법으로 선형화 되어야 하고
- (ii) 주파수에 독립적이어야 하고
- (iii) 모델은 전체적으로 문제의 요구에 따라서 상이한 수준의 정확성을 갖고 확대와 축소가 가능해야 한다.^[2]

이상의 성질을 만족하는 모델을 얻기 위한 모델링 기법은 우선 분포장치에 대한 집중정수 회로와 같은 모델을 얻어야 하는데 집중정수 모델을 얻는 방법은 직접방법, 準靜近似(quasi static approximation)방법, 계차(difference)방법, 2 단자쌍(two port)방법이 있다.

4 가지 모델링 기법을 이용한 체계적인 모델링 기법이 있는데 2 절에서 FET에 대한 체계적인 모델링 기법에 대해서 논한다.

3 절에서는 모델링 기법을 이용하여 얻은 선형모델에 대해서 과도응답을 구하는 컴퓨터 프로그램을 실제 회

로에 대해서 해를 구한다.

끝으로 4 절에서 결론을 맺는다.

2. 체계적 모델링 기법

분포장치에 대한 집중정수 회로모델을 얻기 위해서는 분포적인 키르히호프 법칙(distributed Kirchoff's Law)을 세워야 한다.^[6,7]

집중정수 회로모델을 얻기 위한 방법은 4 가지가 있다.

a. 직접방법 : 분포 키르히호프(d-k) 방정식이 공간 변수에 관한 적분과 미분을 포함하고 있다. 직접방법은 적분을 순평균치로 사용 대체하고 미분은 계차방정식으로 대체하여 d-k 방정식을 근사시킨다. 연속공간 변수에 대한 종속이 제거되므로 결과식은 분포적 시스템이라기 보다는 집중적이 된다.

b. 준정적 방법 : 준정적 방법(quasi-static approach)은 모든 종속변수는 시분변이라 가정한다. 그러므로 적분의 피적분부는 공간변수만의 함수이다. 적분은 종속영역(subregion) 경계에서 종속변수에 관해서 계산된다.

c. 계차방법 : 계차방법(difference approach)은 전장치의 운동을 연속공간 변수에 관해서가 아니라 이산점의 행동에 관해서 설명된다. 결과는 d-k 방정식이 상미분방정식으로 대체된다.

d. 2 단자쌍 방법 : d-k 편미분방정식에 라플라스 변환을 하여 s 를 파라미터로 한 공간변수 x 에 관한 상미분방정식을 얻은 다음 이 방정식을 풀어 공간변수 x 를 제거한다.

이상의 모델링 기법을 적용하여 FET에 대한 모델을 유도한다. 본 논문의 이론 전개는 F. A Lindholm 과 D. J Hamilton의 논문^[6]을 구체적으로 논하고 일반화한 것이다.

먼저 FET의 수학적 모델을 얻기 위하여 다음과 같은 가정을 설정한다. 장치의 구조는 그림 1 과 같다.

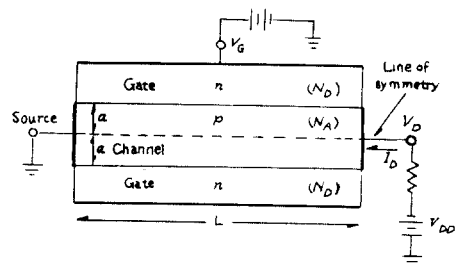


그림 1. 장치의 형태
Fig. 1. The morphology of the device under study.

(i) 점진적 근사(gradual approximation)는 채널의 전 길이에 적용된다. 점진적 근사는 해석을 쉽게 하는 2개의 결과를 의미한다.

첫째는

$$|j_x| \gg |j_y| \quad (1)$$

과

E_x 는 y 와 독립이다.

둘째는 공핍층(depletion region)에서

$$\frac{\rho}{\epsilon} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \approx \frac{\partial E_y}{\partial y} \quad (2)$$

이다.

식 (1)과 (2)에서 j 는 전류밀도, ρ 는 전하밀도, ϵ 는 유전율이고, E 는 전계이다.

(ii) 공핍층에는 자유전하가 없으며 공핍층과 비공핍층(undepleted region)간의 경계는 분명히 구별된다.

(iii) 다수 캐리어 이동도 μ 는 전계와 독립이다.

(iv) 게이트 전류의 DC 성분은 드레인 전류의 DC 성분과 비교하여 무시할 수 있다.

(v) 소자내의 전류의 변화율과 크기는 작아 다음 식과 같이 근사된다.

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \approx 0$$

여기서 B 는 자속밀도이다. 위 식은 다음 식을 의미한다.

$$E = -\nabla v$$

여기서 v 는 전위함수이고 ∇ 는 라플라스 연산자이다.

(vi) 핀치오프(pinch off) 동작에서 소스(source)와 엑스폼(expop)간의 거리 L' 는 다음 식을 만족한다.

$$\frac{|L-L'|}{|L'|} \ll 1$$

(vii) 핀치오프 동작에서 엑스폼 근처에 도달하는 모든 자유 다수 캐리어는 드레인 접점을 넘어 급히 이동한다.

(viii) 비공핍 채널에서의 전류는 대부분 드리프트(drift) 전류이다.

d-k 방정식 : 일반적인 종속영역을 그림 2와 같이 선정하면

$$i(x_1, t) - i(x_2, t) = \frac{dQ_{12}}{dt} \quad (3)$$

이 된다. 여기서 Q_{12} 는 종속영역의 공핍층 전하이다. 단면은 일양하고 z 방향의 치수를 Z 라 하면

$$-2bzj(x_1, t) + 2bzj(x_2, t)$$

$$\begin{aligned} &= -2bZ\sigma E_x(x_1, t) + 2bZ\sigma E_x(x_2, t) \\ &= \frac{dQ_{12}}{dt} \end{aligned} \quad (4)$$

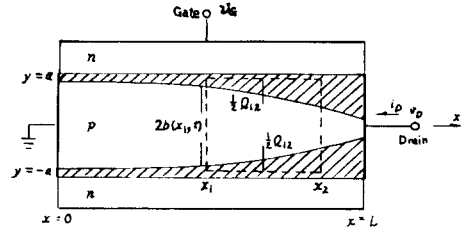


그림 2. 체계적 모델링을 하기 위한 일반적 종속영역
Fig. 2. The general subregion used in systematic modeling is defined by the following inequalities, $x_1 < x < x_2$, $-a < y < a$ and $-Z/2 < z < Z/2$.

식 (4)에서 σ 는 도전율이다. 전계와 전위관계를 이용하면 식 (4)는

$$\begin{aligned} &-2bZ\sigma \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} + 2bZ\sigma \frac{\partial v(x_2, t)}{\partial x} \\ &= \frac{dQ_{12}}{dt} \end{aligned} \quad (5)$$

이 된다. 종속영역의 전하는 다음과 같이 전하밀도로 나타낼 수 있다.

$$\frac{dQ_{12}}{dt} = \frac{d}{dt} Z \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{b(x, t)}^a \rho(x, y, t) dy \quad (6)$$

식 (5), (6)에서

$$\begin{aligned} &i(x_1, t) - i(x_2, t) = -2Z\sigma \left[b(x_1, t) \frac{\partial v(x_1, t)}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. - b(x_2, t) \frac{\partial v(x_2, t)}{\partial x} \right] \\ &= 2Z \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \int_{b(x, t)}^a \rho(x, y, t) dx dy \end{aligned} \quad (7)$$

이 된다. 여기서

$$\begin{aligned} \sigma &= q\mu N_A \\ b(x_1, t) &= b[w(x_1, t)] \end{aligned}$$

이고 위 식에서 q 는 캐리어 전하이다.

그림 3에서 $Y(w)$ 를 공핍층의 폭이라 하면

$$Y(w) = \left(\frac{2\epsilon}{qN_A} \right)^{1/2} W^{1/2} \quad (8)$$

이 된다. 여기서 $W = V_G + V_C$ 로서 게이트 채널접합의 전체전압의 크기이고 V_C 는 접촉전위이다. 핀치오프 전압을 W_0 라 하면

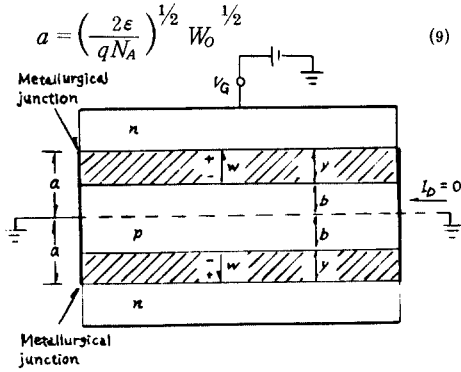


그림 3. $I_D = 0$ 으로 한 FET
Fig. 3. FET with I_D constrained to be zero.

여기서 N_A 는 억셉터밀도(acceptor density)이다. 식 (9)에서

$$W_0 = \frac{qN_A}{2\epsilon} a^2 \quad (10)$$

이 되고

$$Y(W) = a \left(\frac{W}{W_0} \right)^{1/2} \quad (11)$$

이 된다. 그림 3에서

$$b = a - Y(W)$$

이므로

$$b = a \left[1 - \left(\frac{W}{W_0} \right)^{1/2} \right] \quad (12)$$

이 된다. 전하밀도는 가정 (i),(ii)로부터

$$\rho = 0 \quad 0 < y < b(w) \quad (13)$$

$$\rho = \epsilon \frac{\partial E_y}{\partial y} \quad b < y < a$$

이므로 식 (7)의 우변은

$$2\epsilon Z \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} E_y(x, a, t) dx \quad (14)$$

이 된다. $E_y(x, a, t)$ 와 $w(x, t)$ 의 관계를 보면 그림 4에서

$$\overline{W(x, t)} = \overline{E_y(x, t)}(a-b) \simeq - \left[\frac{E_y(x, a, t)}{2} \right] (a-b) \quad (15)$$

이 된다. 여기서 $\overline{E_y}$ 는 전체의 y 축 성분의 평균치이다. $E_y(x, a, t)$ 에 관해서 풀면

$$-E(x, a, t) = \frac{2w(x, t)}{a-b(x, t)} = \frac{2w(x, t)}{Y(x, t)} \quad (16)$$

이 되고 식 (16)을 (14)에 대입하면 d-k 방정식은

$$i(x_1, t) - i(x_2, t) = -2\sigma Z \left[b(x_1, t) \frac{\partial v(x_1, t)}{\partial x} \right. \quad (17)$$

$$\left. - b(x_2, t) \frac{\partial v(x_2, t)}{\partial x} \right] = -4\epsilon Z \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \frac{w(x, t)}{a-b(x, t)} dx$$

이 된다.

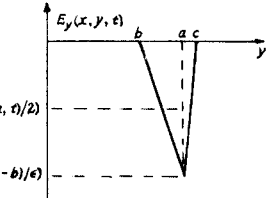
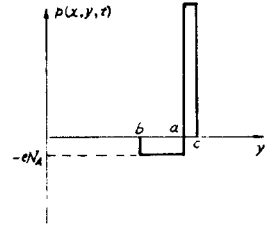


그림 4. 전하밀도와 전계
Fig. 4. Charge density and electric field.

식 (17)은 공핍층의 전체전압의 크기 W 에 관해서 표시한 d-k 방정식이다. 식 (17)를 편미분 방정식으로 표시하면

$$\int_{x_1}^{x_2} 4\epsilon Z \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{w}{a-b(w)} - \frac{\partial i}{\partial x} \right] dx = 0 \quad (18)$$

이 된다. 식 (18)의 피적분부가 연속이고 x_1, x_2 가 $0 \leq X \leq L$ 에서 임의라고 하면 피적분부는 0이 된다.

$$4\epsilon Z \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{w(x, t)}{a-b(w)} - \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} \right] = 0 \quad (19)$$

식 (19)는 d-k 편미분방정식이다.

$dW/dx = -dV/dx$ 이고 이 식은 가정 (V)에서 과도기간에도 만족되므로

$$\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} = - \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \quad (20)$$

이 된다. 그러므로

$$i = 2\sigma b Z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (21)$$

이 되고 식 (21)을 (19)에 대입하면

$$2\epsilon Z \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{w}{a-b(w)} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\sigma Z b(w) \frac{\partial w}{\partial x} \right] = 0 \quad (22-a)$$

$$\frac{2\epsilon Z W_0}{a} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{\frac{w}{W_0}} - \sigma Z a \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(1 - \sqrt{\frac{w}{W_0}} \right) \frac{\partial w}{\partial x} \right] = 0 \quad (22-b)$$

식 (22)에서 d-k 편미분방정식은 비선형임을 알 수 있다.

식 (22-a)에서

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\sigma Z b(w) \frac{\partial w}{\partial x} \right] &= 2\epsilon Z \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{w}{a-b} \right] \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[2ZN_A \mu b q \frac{\partial w}{\partial x} \right] &= 2 \times 2\epsilon Z \left[\frac{1}{Y(w)+Y_g(w)} \right] \\ &= 2\epsilon Z \frac{1}{Y(w)+Y_g(w)} \frac{\partial w}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[g(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} \right] &= 2 \left[\frac{\epsilon Z}{Y(w)+Y_g(w)} \right] \frac{\partial w}{\partial t} \quad (23) \end{aligned}$$

이 된다. 식 (23)에서

$g(x, t) = 2ZN_A \mu b q$ 로서 비공핍 채널의 단위장당 콘덕턴스이고 $Y_g(w)$ 는 메탈리제컬 접합(metal-ugical junction)에서 게이트의 공핍층과 비공핍층 채널의 경계면까지 이르는 공핍층 두께이다.

FET의 비선형모델

지금 $x_1 = 0$, $x_2 = L$ 이라 하면 식 (17)에서

$$i_s + i_D = \frac{dQ}{dt} = \frac{-4\epsilon\epsilon_0 Z W_0}{a} \frac{d}{dt} \int_0^L \left(\frac{w(x, t)}{W_0} \right)^{1/2} dx \quad (24)$$

이 된다. 식 (24)는 전 채널에 대한 d-k 방정식이고 Q는 채널의 공핍층전하(depletion charge)이다. 변수를 변환하면

$$\begin{aligned} i_D + i_s &= \frac{-dQ}{dt} = \frac{-4\epsilon\epsilon_0 Z W_0}{a} \frac{d}{dt} \int_0^L w'(o, t) \\ (w')^{1/2} \frac{dx}{dw}, dw' \end{aligned} \quad (25)$$

이 된다. 여기서 $w' = \frac{W}{W_0}$ 이다.

$$dw' = \frac{\partial w'}{\partial x} dx + \frac{\partial w'}{\partial t} dt \approx \frac{\partial w'}{\partial x}$$

이므로

$$dx = d\hat{x} = \frac{d\hat{x}}{dw'} dw'$$

이 된다. 여기서 $d\hat{x}$ 은 dx의 準靜近似(quasi-static approximation)이다.

정상상태에서

$$I = 2\sigma Z b(W) \frac{dW}{dx} \approx 2\sigma Z a \left[1 - \left(\frac{W}{W_0} \right)^{1/2} \right] \frac{dW}{dx} \quad (26)$$

이고

$$I \int_0^L dx = 2\sigma a z \int_{W(o)}^{W(L)} \left[1 - \left(\frac{W}{W_0} \right)^{1/2} \right] dW \quad (27)$$

이므로, 위 식을 풀어 정리하면

$$\begin{aligned} \frac{I}{I_0} &= 3 \left[\frac{W(L)}{W_0} \right] - 3 \left[\frac{W(o)}{W_0} \right] - 2 \left[\frac{W(L)}{W_0} \right]^{3/2} \\ &\quad + 2 \left[\frac{W(o)}{W_0} \right]^{3/2} \end{aligned} \quad (28)$$

이 된다. 여기서 $I_0 = 2\sigma a Z W_0 / 3L$ 이다.

식 (28)에서

$$W(L) = V_G - V_D + V_C$$

$$W(o) = V_G + V_D \quad (29)$$

임을 알 수 있다.

$$\frac{d\hat{x}}{dw'} = \frac{2\sigma Z a W_0 \left[1 - (w')^{1/2} \right]}{\hat{i}} \quad (30)$$

여기서

$$\begin{aligned} \hat{i} &= I_0 \left[3w'(L, t) - 3w'(o, t) - 2w'(L, t)^{3/2} \right. \\ &\quad \left. + 2w'(o, t)^{3/2} \right] \end{aligned} \quad (31)$$

이다.

식 (30)은 I에 대한 준정근사이다. 식 (30)을 (25)에 대입하면

$$\begin{aligned} -i_C &= i_s + i_D = \frac{dQ}{dt} \\ &= -8\epsilon\epsilon_0 Z^2 W_0^2 \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{\hat{i}} \int_0^L w'(o, t) \left[1 - (w')^{1/2} \right] \right. \\ &\quad \left. (w')^{1/2} dw' \right\} \\ &= \frac{\partial Q}{\partial w(o, t)} \frac{dw(o, t)}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial w(L, t)} \frac{dw(L, t)}{dt} \\ &= - \left[C_{gs}^i \frac{dw(o, t)}{dt} + C_{gd}^i \frac{dw(L, t)}{dt} \right] \\ &= - \left[C_{gs}^i \frac{dV_G}{dt} + C_{gd}^i \frac{d(V_G - V_D)}{dt} \right] \end{aligned} \quad (32)$$

이 된다. 여기서 C_{gs}^i 와 C_{gd}^i 는 각각 진성 게이트와 소스간 커패시턴스 및 진성 게이트와 드레인간 커패시턴스이다. (-)부호는 진성 커패시턴스를 정의 양으로 만들기 위한 것이다. C_{gs}^i 와 C_{gd}^i 는 각각 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} C_{gs}^i &= - \left(\frac{\partial Q}{\partial V_G} \right)_{V_G - V_D} \\ C_{gd}^i &= - \left(\frac{\partial Q}{\partial (V_G - V_D)} \right)_{V_G} \end{aligned} \quad (33)$$

금속접촉부에 머물러 있는 전하를 Q_m 이라 하면 불순물 커패시턴스는 다음과 같이 정의된다.

$$C_{gs}^e = - \left(\frac{\partial Q_m}{\partial v_G} \right) v_G - v_D \quad (34)$$

그러므로 불순물 커패시턴스를 포함한 FET 모델의 식은

$$i_s + i_D = -i_G = - \left[C_{gs} \frac{dv_G}{dt} + C_{gd} \frac{d(v_G - v_D)}{dt} \right]$$

$$i_u = - \left[i_D + C_{gd} \frac{d(v_G - v_D)}{dt} \right] \quad (35)$$

$$= I_0 \left[-3 v_D' - 2(v_G' + v_D')^{3/2} + 2(v_G')^{3/2} \right] \quad (36)$$

이 된다. 여기서

$$C_{gs} = C_{gs}^i + C_{gs}^e$$

$$C_{gd} = C_{gd}^i + C_{gd}^e$$

이다.

식 (35)는 FET의 비선형 모델이며 그림 5와 같다.

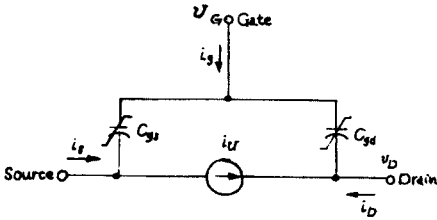


그림 5. FET에 대한 비선형 모델
Fig. 5. Nonlinear model for the FET.

FET의 선형 모델: FET를 사용한 소신호 증폭기를 생각해 본다.

$$V_G(t) = V_G + V_{g}(t) \quad (37)$$

여기서 V_g 는 V_G 에서의 작은 변화를 나타낸다. 증폭기가 안정한다면

$$V_D(t) = V_D + v_d(t)$$

$$i_D(t) = I_D + i_d(t)$$

$$i_s(t) = I_S + i_s(t) \quad (38)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 식 (37), (38)을 (35)와 (36)에 대입하면

$$-(I_S + i_s + I_D + i_d) = C_{gs} (V_G, V_G - V_D)$$

$$\times \frac{dv_g}{dt} + C_{gd} (V_G, V_G - V_D) \frac{d(v_g - v_d)}{dt}$$

$$= I_G + i_g \quad (39)$$

이고

$$I_U + i_u = I_0 \left\{ -3(V_D' - v_d') - 2(V_G + v_g - V_D' - v_d')^{3/2} + 2(V_G' + v_g')^{3/2} \right\}$$

$$= - \left[I_d + i_d + C_{gd} \frac{d(v_g - v_d)}{dt} \right] \quad (40)$$

이 된다. 가정 (iv)에서 $I_G = 0$ 이므로 식 (39)는 다음과 같이 된다.

$$-(i_s + i_d) = C_{gs} (V_G, V_G - V_D) \frac{dv_g}{dt} - C_{gd} (V_G, V_G - V_D) \frac{d(v_g - v_d)}{dt} = i_g \quad (41)$$

식 (41)은 소신호 전압과 전류만을 포함하고 있다.

$$V_G + V_C \gg v_g, V_D + V_C \gg v_d \text{ 라면}$$

$C_{gs} (V_G, V_G - V_D)$ 와 $C_{gd} (V_G, V_G - V_D)$ 는 상수이므로 식 (41)은 선형이다. 식 (40)에서 $i_u (v_D', v_G')$ 를 바이어스 전압 부근에서 테일러 급수로 전개하여 제 2항까지만을 취하면

$$i_u = -(g_m v_G + g_d v_d) = -i_d - C_{gd} (V_G, V_G - V_D) \frac{d(v_g - v_d)}{dt} \quad (42)$$

여기서

$$g_m = \frac{3I_0}{W_0} \left[(V_G' - V_D')^{1/2} - (V_G')^{1/2} \right] \quad (43)$$

$$g_d = \frac{3I_0}{W_0} \left[1 - (V_G' - V_D')^{1/2} \right] \quad (44)$$

이다. 식 (41)과 (42)이 FET의 선형모델식이며 모델은 그림 6과 같다.

이상의 절차를 이용하여 RC 박막의 모델을 구할 수 있고 다차원의 모델도 같은 방법으로 응용할 수 있으며 FET나 집적회로는 제조 과정이 비슷하므로 집적회로에도 같은 방법으로 응용할 수 있다.

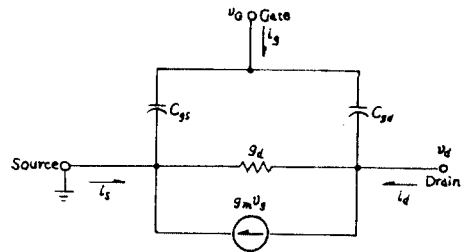


그림 6. FET의 소신호 선형모델
Fig. 6. Small signal linear model for FET.

3. 모델을 이용한 과도해석

과도해석을 위한 프로그램은 Runge-Kutta 방법을 사용하고 문제에 맞도록 프로그램을 변경하였다. 상세한 프로그램은 부록에 있다. 그림 7 과 같은 RC 증폭기의 모델에 대하여 과도해석을 하였다.

Runge-Kutta 방법은 상태방정식을 세워야 한다. 상태방정식을 세우는 방법은 여러 참고서¹⁰⁾에 나와 있으며 본 논문에서 실제적인 문제를 들어 상태방정식을

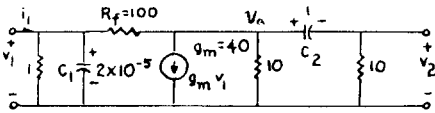


그림 7. RC 증폭기의 등가회로
Fig. 7. Scaled low and high frequency equivalent of RC coupled amplifier.

세운다. 그림 7에서 각 노드에 대한 노드방정식을 세우면

$$C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} + V_{C_1} + \frac{v_{C_1} - v_a}{R_f} = i \quad (45)$$

$$gm v_{C_1} + \frac{v_a}{R_1} + \frac{v_a - v_{C_1}}{R_f} + C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} = 0 \quad (46)$$

$$\frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{v_2}{R_2} = \frac{v_a - v_{C_2}}{R_2} \quad (47)$$

이 된다. 식 (45), (46), (47)에서 소자값을 대입하고 변수 v_a 를 제거하면

$$\begin{pmatrix} \frac{dv_{C_1}}{dt} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.457 \times 10^5 & 238 \\ -19.04 & -0.0524 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \times 10^4 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) \quad (48)$$

이 된다. 식 (46)을 개발한 프로그램을 이용하여 초기 조건을 0으로 하여 분석결과가 표 1과 같고 플로트한 것이 그림 8과 같다.

시간스텝은 $14\mu\text{Sec}$ 로 취했고 $97\mu\text{Sec}$ 에서 정상상태에 도달하는 것을 알 수 있다. 저자가 터널다이오드에 대한 해석을 프레딕터 컬렉터 방법에 의하여 해석한 것이 있는데¹²⁾이 방법보다 간편하고 수렴이 빠르며 Back ward Euler¹¹⁾ 방법보다도 프로그램이 간

편하다.

표 1. RC 증폭기의 출력

시간 (μsec)	V_{C_1} (V)	V_{C_2} (V)	출력전압 (V)
0.0	0.0	0.0	0.0
14.0	0.22395	-0.00006	-135.98
28.0	0.30175	-0.00014	-89.88
42.0	0.32878	-0.00023	-73.86
56.0	0.33817	-0.00032	-68.30
70.0	0.34143	-0.00041	-66.36
83.9	0.34256	-0.00050	-65.69
79.9	0.34296	-0.00059	-65.46
112.0	0.34309	-0.00068	-65.38
126.0	0.34314	-0.00077	-65.35
140.0	0.34316	-0.00086	-65.34
154.0	0.34316	-0.00096	-65.34
168.0	0.34316	-0.00105	-65.33
182.0	0.34316	-0.00114	-65.33
196.0	0.34316	-0.00123	-65.33
210.0	0.34316	-0.00132	-65.33
224.0	0.34316	-0.00141	-65.33
238.0	0.34316	-0.00151	-65.33
252.0	0.34316	-0.00160	-65.33
265.9	0.34316	-0.00169	-65.33
279.9	0.34316	-0.00178	-65.33

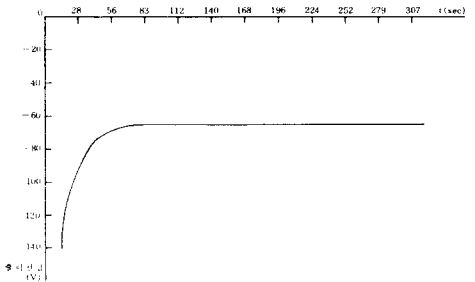


그림 8. RC 증폭기의 출력파형
Fig. 8. The out put wave form of RC coupled amplifier.

4. 結 論

- 본 논문에서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.
- (i) 체계적인 모델링 기법을 FET에 대하여 구체적이고 일반성 있게 전개하고 비선형 및 선형모델을 유도하였다.
 - (ii) Runge-Kutta 방법으로 과도해석을 하는 프로그램을 개발하고 RC 증폭기에 적용한 결과 정확한 해를 얻었다.
 - (iii) 위에서 개발한 모델은 RC박막에 대해서 같은 방

법으로 적용할 수 있고 다차원 모델에서도 같은 방법으로 응용할 수 있다.

參 考 文 獻

1. J.J Sparkes, Device Modeling, IEEE Trans. on Electron Devices Vol. ED-14, NO.5, May 1967.
2. D.J Hamilton, F.A.Lindholm, J.A.Narud, Comparison of Large Signal Models for Junction Transistors, Proc. IEEE Vol.52, pp 239-248 March 1964.
3. J.J.Ebers, J.L.Moll, Large Signal Behavior of Junction Transistors, Proc. IRE Vol.42, NO. 12, p 1761 DEC. 1954.
4. J.G. Linvill, Lumped Models of Transistors and Diodes, Proc. IRE Vol.46, p 949 June, 1958.
5. J.L. Moll, Large Signal Transient Response of Junction Transistors, Proc. IRE Vol.42, pp 1773-1784 DEC. 1954.
6. F.A.Lindholm and D.J Hamilton, A Systematic Modeling Theory for Solid State Devices, Solid State Electronics, Vol.7, pp 771-784 1964.
7. J.G.Fossum, D. J Hamilton, Systematic Computer Aided Multidimensional Modeling of Integrated Bipolar

- Devices, Solid State Electronics, Vol. 16, pp 1-14. Jan. 1973.
8. J.G. Fossum, A Bipolar Device Modeling Technique Applicable to Computer Aided Circuit Analysis and Design IEEE. Trans. on Electron Devices, Vol. ED-20, NO. 6, June 1973.
9. R.L.Pritchard, Electronic Network Representation of Transistors - A Survey, IRE Trans. on Circuit Theory, Vol. 3, pp 5-21 March 1956.
10. C.A. Desoer and E.S Kuh, Basic Circuit Theory, McGraw-Hill. 1969.
11. Donald. A. Calahan, Computer Aided Network Design, McGraw-Hill. 1972.
12. 이정찬, 차균현, 프레딕터, 콜렉터 方法에 의한 터널다이오드 發振回路의 解析, 대한전자공학회지 Vol. 10, NO. 6, 1973年 12月.
13. Herskowitz & Schilling, Semiconductor Device Modeling for Computer-Aided Design, McGraw-Hill, 1972.

附 記

※ 본 연구는 재단법인 산학협동재단의 연구지원비로 이루어졌으며 동 재단에 깊은 사의를 표하는 바이다.



부록 컴퓨터 프로그램

```

DPS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE 03/05/79 TIME 11.52.14 PAGE 0001
C          SOLUTION OF THE THIRD-ORDER NONLINEAR
C          TIME INVARIANT DIFFERENTIAL EQUATION
C          DX=F(X,T) USING RUNGE-KUTTA METHO
0001      C          DIMENSION X(3),DX(3),DATA(100,3)
C          THIS IS INITIAL CONDITION
0002      X(1)=0.
0003      X(2)=0.
0004      X(3)=0.
C          THIS IS SET INITIAL AND FINAL TIMES
0005      T=0.
0006      TF=1000E-6
C          STORE INITIAL VALUES FOR PLOTTING.
0007      DATA(1,1)=T
0008      DATA(1,2)=X(1)
0009      DATA(1,3)=X(2)
C          SET STEP SIZE
0010      H=14E-6
0011      PRINT 20
0012      PRINT 30,T,X(1),X(2),X(3)
C          INITIALIZE X
0013      K=0
C          WRITE THE DIFFERENTIAL EQUATIONS.
0014      U=1.0
0015      1 DX(1)=-1.457E5*X(1)+238.*X(2)+5E4*U
0016      DX(2)=-19.04*X(1)-0.0524*X(2)
0017      X4=DX(2)*T0
0018      3 CALL DIFE(2,K,I,X,DX,T,H)
0019      GO TO(1,2),I
0020      2 PRINT 30,T,X(1),X(2),X4
0021      M=(T/H*0.01)+1.0
0022      DATA(M,1)=T
0023      DATA(M,2)=X(1)
0024      DATA(M,3)=X(2)
0025      TTF=TF-0.5*H
0026      IF(T.LT.TTF) GO TO 1
C          PLT X(1) AND X(2)
0027      CALL GRAPHX(DATA,M,1HT,5HX1,X2)
0028      20 FORMAT(10X,1HT,12X,2HX1,10X,2HX2,12X,2HX3,/)
0029      30 FORMAT(1X,4E13.6)
0030      STOP
0031      END

```

DUS FORTRAN IV 360N-FU-479 3-8 DIFF DATE 03/05/79 TIME 11.52.57 PAGE 0001

```

0001      SUBROUTINE DIFF(N,K,I,X,DX,T1,H)
0002      DIMENSION Y(1000),Z(1000),X(N),DX(N)
0003      K=K+1
0004      GO TO(1,2,3,4,5),K
0005      2 DO 10 J=1,N
0006          Z(J)=DX(J)
0007          Y(J)=X(J)
0008      10 X(J)=Y(J)+0.5*H*DX(J)
0009      25 T1=T1+C.5*H
0010          I=I+1
0011      RETURN
0012      3 DO 15 J=1,N
0013          Z(J)=Z(J)+2.0*DX(J)
0014      15 X(J)=Y(J)+0.5*DX(J)*H
0015          I=I+1
0016      RETURN
0017      4 DO 20 J=1,N
0018          Z(J)=Z(J)+2.0*DX(J)
0019      20 X(J)=Y(J)+H*DX(J)
0020      GO TO 25
0021      5 DO 30 J=1,N
0022          30 X(J)=Y(J)+(Z(J)+DX(J))*H/6.0
0023          I=I+2
0024          K=0
0025      RETURN
0026      END

```

DUS FORTRAN IV 360N-FU-479 3-8 GRAPHX DATE 03/05/79 TIME 11.53.16 PAGE 0001

```

0001      SUBROUTINE GRAPHX(DATA,N,VINDEP,VARDEP)
0002      DOUBLE PRECISION VINDEP,VARDEP
0003      DIMENSION DATA(100,3),B(121)
0004      DATA BLANK,PLUS,AST/' ','+', '*' /
0005      PRINT 300,VINDEP
0006      PRINT 400,VARDEP
0007      BIGEST=DATA(1,2)
0008      SMAL=DATA(1,2)
0009      DO 1 I=2,N
0010      IF(DATA(I,2).GT.BIGEST) BIGEST=DATA(I,2)
0011      IF(DATA(I,2).LT.SMAL) SMAL=DATA(I,2)
0012      1 CONTINUE
0013      DO 2 I=2,N
0014      IF(DATA(I,3).GT.BIGEST) BIGEST=DATA(I,3)
0015      IF(DATA(I,3).LT.SMAL) SMAL=DATA(I,3)
0016      2 CONTINUE
0017      PRINT 200,SMAL,BIGEST
0018      K=61
0019      BMINS=BIGEST-SMAL
0020      DO 3 I=1,K
0021      3 B(I)=BLANK
0022          DO 4 I=1,N
0023          DATA(I,2)=(DATA(I,2)-SMAL)*FLCAT(K)/BMINS+1.0
0024          DATA(I,3)=(DATA(I,3)-SMAL)*FLCAT(K)/BMINS+1.0
0025          INDEX=DATA(I,2)
0026          JINDEX=DATA(I,3)
0027          B(INDEX)=PLUS
0028          B(JINDEX)=AST
0029          PRINT 100,DATA(I,1),(B(L),L=1,K)
0030      B(INDEX)=BLANK
0031      4 B(JINDEX)=BLANK
0032      100 FORMAT(1H,2I0.3,1X,121A1)
0033      200 FORMAT(2X,E11.4,33X,1H,4X,E11.4,10X,61(1H*))
0034      300 FORMAT(1H1,'THE INDEPENDENT VARIABLE IS ',2A10)
0035      400 FORMAT(1X,'THE DEPENDENT VARIABLE IS ',2A10//)
0036      RETURN
0037      END

```

// EXEC			
T	X1	X2	X3
0.0	0.0	0.0	0.0
0.140000E-04	0.223952E	00-0.022096E-04	0.135935E 03
0.230000E-04	0.301754E	00-0.143518E-03	0.899320E 02
0.420000E-04	0.328782E	00-0.231461E-03	0.738656E 02
0.560000E-04	0.338172E	00-0.321709E-03	0.683014E 02
0.700000E-04	0.341434E	00-0.412758E-03	0.663683E 02
0.839999E-04	0.342567E	00-0.504085E-03	0.656968E 02
0.979999E-04	0.342960E	00-0.595508E-03	0.654634E 02
0.112000E-03	0.343097E	00-0.686965E-03	0.653823E 02
0.126000E-03	0.343144E	00-0.778433E-03	0.653541E 02
0.140000E-03	0.343161E	00-0.869906E-03	0.653442E 02
0.154000E-03	0.343166E	00-0.961379E-03	0.653407E 02
0.168000E-03	0.343168E	00-0.105205E-02	0.653394E 02
0.182000E-03	0.343169E	00-0.114433E-02	0.653390E 02
0.196000E-03	0.343169E	00-0.123580E-02	0.653387E 02
0.210000E-03	0.343169E	00-0.132728E-02	0.653386E 02
0.224000E-03	0.343169E	00-0.141875E-02	0.653385E 02
0.238000E-03	0.343169E	00-0.151022E-02	0.653385E 02
0.252000E-03	0.343168E	00-0.160170E-02	0.653384E 02
0.265999E-03	0.343168E	00-0.169317E-02	0.653383E 02
0.279999E-03	0.343168E	00-0.178464E-02	0.653382E 02
0.293999E-03	0.343168E	00-0.187612E-02	0.653382E 02
0.307998E-03	0.343168E	00-0.196759E-02	0.653381E 02
0.321998E-03	0.343168E	00-0.205906E-02	0.653380E 02
0.335997E-03	0.343167E	00-0.215054E-02	0.653379E 02
0.349997E-03	0.343167E	00-0.224201E-02	0.653378E 02
0.363997E-03	0.343167E	00-0.233348E-02	0.653378E 02
0.377996E-03	0.343167E	00-0.242495E-02	0.653377E 02
0.391996E-03	0.343167E	00-0.251643E-02	0.653376E 02
0.405996E-03	0.343167E	00-0.260790E-02	0.653375E 02
0.419995E-03	0.343167E	00-0.269937E-02	0.653374E 02
0.433995E-03	0.343166E	00-0.279084E-02	0.653374E 02
0.447995E-03	0.343166E	00-0.288232E-02	0.653373E 02
0.461994E-03	0.343166E	00-0.297379E-02	0.653372E 02
0.475994E-03	0.343166E	00-0.306526E-02	0.653371E 02
0.489993E-03	0.343166E	00-0.315673E-02	0.653371E 02
0.503993E-03	0.343166E	00-0.324820E-02	0.653370E 02
0.517993E-03	0.343166E	00-0.333968E-02	0.653369E 02
0.531992E-03	0.343165E	00-0.343115E-02	0.653369E 02
0.545992E-03	0.343165E	00-0.352262E-02	0.653368E 02
0.559992E-03	0.343165E	00-0.361409E-02	0.653367E 02
0.573991E-03	0.343165E	00-0.370556E-02	0.653366E 02
0.587991E-03	0.343165E	00-0.379703E-02	0.653365E 02
0.601991E-03	0.343165E	00-0.388850E-02	0.653365E 02
0.615990E-03	0.343165E	00-0.397997E-02	0.653364E 02
0.629990E-03	0.343164E	00-0.407144E-02	0.653363E 02
0.643990E-03	0.343164E	00-0.416291E-02	0.653362E 02
0.657989E-03	0.343164E	00-0.425438E-02	0.653362E 02
0.671989E-03	0.343164E	00-0.434585E-02	0.653361E 02
0.685988E-03	0.343164E	00-0.443731E-02	0.653360E 02
0.699988E-03	0.343164E	00-0.452878E-02	0.653359E 02
0.713988E-03	0.343163E	00-0.462025E-02	0.653359E 02
0.727987E-03	0.343163E	00-0.471171E-02	0.653358E 02
0.741987E-03	0.343163E	00-0.480318E-02	0.653357E 02
0.755987E-03	0.343163E	00-0.489465E-02	0.653356E 02
0.769986E-03	0.343163E	00-0.498611E-02	0.653355E 02
0.783986E-03	0.343163E	00-0.507758E-02	0.653355E 02
0.797986E-03	0.343163E	00-0.516905E-02	0.653354E 02