直六面體 캐비티의 多重 모드 特性 및 表面波 모드 特性 測定

論 文
28—4—2

Measurements of Multimode Characteristics Including Surface Wave Mode in a Dielectrically Loaded Rectangular Cavity

김채영* · 김윤명** · 라정웅***
(Che Young Kim, Yoon Myung Kim, Jung Woong Ra)

Abstract

Total number of resonant modes in a microwave oven cavity may be maximized for a given frequency bandwidth to obtain more uniform power distribution by choosing proper size of the cavity. The total number of modes is calculated for a dielectrically loaded rectangular cavity and its size is suggested here for which the change in the number of modes is less sensitive to the change of dielectric layer thickness and its total number of modes is maximized in a given range of cavity sizes. A prove coupled rectangular cavity is constructed and the total existing modes are measured to see the changeof modes depending on the dielectric layer thickness and the cavity size. Surface wave mode existing in the dielectric layer is confirmed by measuring Q and the input impedance of the cavity for this mode, which closely compares with the calculation.

1. 序 論

마이크로파 오븐 캐비티내의 電力分布에 영향을 미치는 모드 수 및 그 特性에 관하여 관심을 불러 일으키고 있다[1,2]. 오븐의 마이크로파 電源은 單一 周波數에서 동작되지 않고 一定帶域에서 動作되도록 설계되어 있다[3]. 마이크로파 電力은 캐비티에 마그네트론 복사 프로브로 直接 連結되거나 導波管을 통하여 연결된다.

加熱하려는 음식물을 損失이 있는 誘電體로 생각할 수 있으며, 解析의 편의를 위하여 그림 1과 같은 均等 誘電體層으로 생각하려 한다. 誘電體層으로 一部가 채워진 直六面體 캐비티의 共振 모드 수는 캐비티의 크기및 誘電體層의 두께에 따라 달라진다. 動作 周波數帶에서 캐비티내의 電力分布를 均一하게 해주는 것은 存在可能한 全 모드 數와 모드 여기 전폭분포에 의해 결정된다[1]. 動作 周波數帶에서 存在可能 모드 數를 最大로 하며, 誘電體層 두께 변화에 의해 全 모드 數가 민감하게 변하지 않는 캐비티 크기를 計算하고, 이들의 캐비티 크기를 변하거나, 유전체층 두께를 변화시킬때 어떻게 변하는가도 計算하였다.

最大 모드 數를 갖는 크기로 캐비티를 製作하여 多重 모드 特性을 實驗으로 確認하였다. 캐비티의 높이 및 캐비티 여기 프로브의 위치를 변화시킬 수 있도록 제작된 캐비티에서 9개의 모드를 測定하였다. 特히 誘電體內에 存在하는 表面波 모드[2]에 대한 캐비티의 Q및 入力端 임피이던스를 測定하여 理論値와 비교함으로서 表面波 모드의 存在를 確認하였다.

2. 캐비티의 多重 모드 特性

가로 세로 높이가 각각 b, c, a인 直六面體 캐비티內에 두께가 d이고 誘電率이 $\epsilon_0\epsilon_r$인 誘電體가 그림 1과 같이 存在한다. 캐비티 윗면 $(a,\ y',z')$에 길이가 l인 프로브 (Probe)가 존재하여 캐비티를 여기시킨다.

캐비티내에 電源이 없을때 境界條件을 만족시키는 모드는 막스웰 방정식으로 부터 變數分離法에 의하여 구할 수 있다. 그림 1의 (y,z)面을 斷面方向으로 하고 x軸方向을 進行方向으로 생각할때, E 모드및 H 모드 모두 존재한다. E 모드에 대하여 캐비티 벽면의 경계

* 正會員 : 慶北大工大 電子工學科
** 〃 : 金星社 中央研究所 研究員
*** 〃 : 韓國科學院 電氣·電子工科 敎授(工博)
接受日字 : 1979年 2月 12日

조건 및 $x=d$의 유전체 경계면 조건을 만족시키는 전계는 아래와 같이 구할 수 있다.

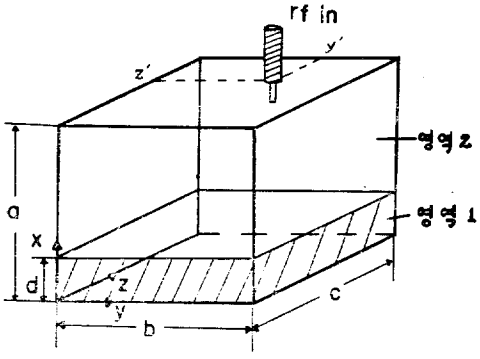

그림 1. 유전체로 일부가 채워진 직육면체 캐비티
Fig. 1. Rectangular cavity partially filled with a dielectric

$$E_{x1}=C_1\cos(k_{x1}x)\ \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right)\sin\left(\frac{n\pi z}{c}\right),\quad 0\le x\le d, \tag{1}$$

$$E_{x2}=C_2\cos[k_{x2}(a-x)]\ \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right)\sin\left(\frac{n\pi z}{c}\right),\quad d\le x\le a \tag{2}$$

여기서 E_{x1} 및 E_{x2}는 各各 領域 1및 2에서 x方向 成分 電界이며, k_{x1}및 k_{x2}는 領域 1및 2의 x軸方向 波백터 크기로서

$$k_{x1}^2+\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{c}\right)^2=\omega^2\mu_0\epsilon_0\epsilon_r,\quad 0\le x\le d, \tag{3}$$

$$k_{x2}^2+\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{c}\right)^2=\omega^2\mu_0\epsilon_0,\quad d\le x\le a \tag{4}$$

의 關係가 있다. 여기서 μ_0 및 ϵ_0는 진공의 透磁率및 誘電率, ω는 모드의 角周波數, m및 n은 영을 포함한 정수이다. 식(1)및 (2)의 常數 c_1및 c_2는 $x=d$面의 境界條件(接線成分 電界및 磁界의 連續性)으로 부터

$$c_1k_{x1}\sin(k_{x1}d)=-c_2\epsilon_r k_{x2}\sin[k_{x2}(a-d)] \tag{5a}$$

또는

$$c_1\cos(k_{x1}d)=c_2\cos[k_{x2}(a-d)] \tag{5b}$$

의 關係를 얻을 수 있다. 식(5a)를 식(5b)로 나누면 c_1및 c_2를 소거한 k_{x1}과 k_{x2}의 關係式을 얻게되며 (3)및 (4)식과 함께 各各의 모드(고유번호 m과 n및 k_{x1} 또는 k_{x2}의 고유번호 p의 조합으로 주어짐)에 대한 共振角周波數 ω를 결정해 준다. 유전체가 없는 無負荷 캐비티인 경우에는 식(5a) 또는 (5b)로 부터 直接 $k_{x2}=\frac{p\pi}{a}$를 구하여 (4)식에 代入하면 잘 알려진 빈 캐비티의 共振 周波數를 얻을 수 있다.

그림 1과 같이 캐비티가 프로브에 의하여 여기될때 캐비티내의 電磁界는 모드의 完全性(complete set)에 의하여 모든 모드의 중첩으로 표시할 수 있다. 프로브를 理想的인 線電流源이라 가정하면

$$\underline{J}=\underline{x}_0\frac{I\sin[k(l+x-a)]}{\sin(kl)}\delta(y-y')\ \delta(z-z'),\quad a-l\le x\le a \tag{6}$$

라 쓸 수 있으며, 캐비티내 電磁界는

$$E=\sum_i a_iE_i \tag{7}$$

라 표시할 수 있다. 여기서 $k=\frac{2\pi}{\lambda}$, λ는 波長, I는 프로브, 入力端 電流의 振幅, δ는 delta함수, a_i는 i번째 모드 전개 상수이다. E_i는 i번째 모드함수로서 E모드에 대한 x方向 成分은 (1)및 (2)식으로 주어져 있으며, 기타 성분은 進行方向 成分 E_z로 부터 구할 수 있다. 電流源이 x방향으로만 주어지면 캐비티내의 電磁界는 x方向에 對해 E 모드만이 存在하게 됨을 보일 수 있다.(4) 實際로 오븐 캐비티내에는 E 모드, H 모드, 그리고 유전체 부하의 모양에 따라 복합 모드(hybrid mode)가 存在하게 되나. 그림 1과 같은 조건에서는 E 모드만이 여기된다. (7)식의 모드함수 E_i는 規格化된 함수를 使用하여야 하며, 이 조건으로 부터 (1)식의 c_1 또는 (2)식의 c_2를 구할수 있다.

一定한 帶域幅을 갖는 마이크로파로 誘電體 負荷가 存在하는 캐비티를 여기 시키면 오븐의 크기및 負荷에 따라 數個 또는 數十個의 모드가 存在한다.[1] 特히 誘電體에는 表面波가 存在하여 誘電體 즉 음식물 내부에는 振幅이 큰 電界가 存在하고 기타 부분에서는 지수함수적으로 감쇄하기 때문에 오븐의 均等加熱및 電力供給문제에 다른 모드에 비하여 더욱 重要한 역할을 하게된다.

表面波 모드의 存在를 實驗的으로 確認하기 위하여 表面波 모드 周波數에서 캐비티의 Q및 프로브 入力端 임피이던스를 計算하려 한다. 表面波 모드의 x方向 波백터 k_{x2}는 허수가 되므로

$$k_{x2}=j\sqrt{h_{mn}^2-\omega^2\mu_0\epsilon_0}=jk_{x2},\quad h_{mn}^2=\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \tag{8}$$

로 쓸 수 있다.[2] 모드 함수의 直究性 및 規格化性(or the normal)으로 부터 (2)式의 c_2를 (m,n)의 함수로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$c_2=\frac{4}{\sqrt{\epsilon_0bc}}\left[\left\{1+\left(\frac{k_x'^2}{h_{mn}}\right)^2\right\}\sinh^2\{k_{x2}(a-d)\}+2k_{x2}'(a-d)\left\{1-\left(\frac{k_{x2}'}{h_{mn}}\right)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\right] \tag{9}$$

식 (1)의 c_1은 (9)식을 (5)식에 대입하여 얻을 수 있다. 따라서 表面波 모드의 캐비티 Q는 表面波 모드 角周波數 ω_0에서

$$Q=\omega_0\frac{u_1+u_2}{p_1+p_2+p_d} \tag{10}$$

라 쓸 수 있다. 여기서 u_1및 u_2는 誘電體層및 공기중에 저장된 에너지이며, p_1, p_2및 P_d는 각각 영역 1및 2의 캐비티 벽면 損失및 영역 1의 誘電體 損失이다. 즉 $u_1=\frac{1}{2}\int_{v_1}\epsilon_0\epsilon_\varphi|E_1|^2dv$, $u_2=\frac{1}{2}\int_{v_2}\epsilon_0|E_2|^2\,dv$, $p_2{}^1=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega_0\mu}{2\sigma}}\int_{S_2{}^1}|H_t|^2\,ds$로 구하며, E_1, V_1, S_1 및 E_2, V_2, S_2는 各各 領域 1및 2의 全電界, 體積, 캐비티 벽면을 표시하며, H_t는 벽면 接線成分 磁界, μ및 σ는 캐비티 벽의 透磁率및 導電度이다. 식(1), (2), (5), (8), (9)식으로 부터 計算된 結果式을 정리하면 아래와 같다.

$$u_1=c_1{}^2\frac{bc\epsilon_0\epsilon_r{}'}{32}\left\{2d\left(1+\frac{k_{x1}{}^2}{h_{mn}{}^2}+\frac{1}{k_{x1}}\left(1-\frac{k_{x1}{}^2}{h_{mn}{}^2}\sin(2k_{x1}d)\right)\right)\right\} \tag{11a}$$

$$u_2=c_2{}^2\frac{bc\,\epsilon_0}{32k_{x2}{}'}\left[\left\{1+\left(\frac{k_{x2}{}'}{h_{mn}}\right)^2\right\}\sinh\left[2k_{x2}{}'(a-d)\right]+2k_{x2}{}'(a-d)\left\{1-\left(\frac{k_{x2}{}'}{h_{mn}}\right)^2\right\}\right], \tag{11b}$$

$$p_1=c_1{}^2\frac{\omega_0{}^2\epsilon_0{}^2\epsilon_r{}'{}^2bc}{8h_{mn}{}^4}\sqrt{\frac{\omega_0\mu_0}{2\sigma}}\left[h_{mn}{}^2+\left(2d+\frac{\sin(2k_{x1}d)}{k_{x1}}\right)\left\{\frac{1}{b}\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2+\frac{1}{c}\left(\frac{m\pi}{c}\right)^2\right\}\right] \tag{11c}$$

$$p_2=c_2{}^2\frac{\omega_0{}^2\epsilon_0{}^2bc}{8h_{mn}{}^4}\sqrt{\frac{\omega_0\mu_0}{2\sigma}}\left[h_{mn}{}^2+\left\{2(a-d)+\frac{\sinh\left(2k_{x2}{}'\left[a-d\right]\right)}{k_{x2}{}'}\right\}\left\{\frac{1}{b}\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2+\frac{1}{c}\left(\frac{n\pi}{c}\right)^2\right\}\right], \tag{11d}$$

$$p_d=\omega_0\frac{\epsilon_r{}''}{\epsilon_r{}'}u_1 \tag{11e}$$

여기서 $\epsilon_r{}'$및 $\epsilon_r{}''$은 各各 誘電體 相對誘電率의 實數및 허수 부분이다.

프로브의 入力端에서 캐비티를 본 임피이던스 Z_i는 캐비티의 Q가 높다고 가정하여

$$Z_i=-\frac{jw}{I^2}\sum_i\frac{a_i{}^2}{w^2-w_i{}^2\left(1+\frac{1}{Q_i}\right)} \tag{12}$$

라 쓸 수 있다.[5] 여기서 a_i w_i 및 Q_i는 각각 i번째 모드의 전개상수(식(7)), 공진주파수및 캐비티의 Q이며, w는 동작 각주파수이다. 표면과 모드에 대한 Z_i는 $a_i=\int_{v_s}\underline{I}\cdot\underline{E}_i\,dv$ 로서 프로브의 체적 v_s에 대한 적분으로 구한 a_i를 (12)식에 대입하여

$$Z_i=c_2{}^2\frac{Qk^2}{w_0(k_{x2}{}'{}^2+k^2)}\,\frac{\left[1+\cosh\left(k_{x2}{}'l\right)\right]^2}{\sin^2(kl)}\sin^2\left(\frac{m\pi y'}{b}\right)\sin^2\left(\frac{n\pi z'}{c}\right) \tag{13}$$

을 얻을 수 있다. Z_i는 프로브의 위치 (y', z')의 정현함수로 변화함을 볼 수 있다.

3. 多重 모드 特性및 表面波 모드 特性

캐비티에 될 수 있는한 많은 모드를 여기시키며, 誘電體의 두께가 변하더라도 全 모드 數 변화가 $\frac{d}{a}$의 값에 덜 민감하게 변하는 캐비티의 크기를 식 (3), (4) 및 (5)로 부터 컴퓨터를 이용하여 계산하였다. 마그네트론 動作 周波數 帶域幅을 약 15MHz로 보고 E 모드 및 H 모드의 全 공진 모드 수를 最大로 하며, $\frac{d}{a}$의 값 변화에 덜 민감히 변하고, 캐비티의 크기가 20cm $\leq a\leq$30cm, 25cm$\leq b\leq$35cm, 30cm$\leq c\leq$40cm의 제한된 범위에 있는 크기는 a=28.7cm, b=34.4cm, c=37.6cm가 적당함을 계산할 수 있다. 이 크기로 스텐레스 스틸판을 사용하여 測定用 캐비티를 製作하였으며, 다만 그림 1의 $x=0$ 평면을 上下로 움직여서 a를 변화시킬 수 있으며, $x=a$ 平面에 固定시킨 프로브의 位置를 $x=a$ 平面을 움직임으로서 이동시킬 수 있도록 製作되었다. 캐비티내에 물(ϵ_r=80) 誘電體 負荷를 넣을때 誘電體 層變化에 따른 모드 數 變化를 계산하여 그림 2에 보인다. 캐비티의 높이 a를 변할때 모드 수가 변하는 것을 보이기 위하여 두개의 a값에 대하여 그림 2에 계산되어 있으며, 캐비티 제작시 문제되는 기계적인 공차의 영향을 알아보기 위하여 a를 1mm 변할때 모드 수가 어떻게 변하는가를 계산하여 그림 3에 보인다.

計算된 총 모드 수를 실험적으로 確認하기 위하여 캐비티의 周波數에 대한 反射特性 試驗을 그림 4와 같이 回路分析器(net work analyzer)를 사용 시행하였다. 프로브의 位置(y', z')에 따라 測定하고자 하는 各 모드의 入力 임피이던스가 다르기 때문에 모든 모드가 모두 나타나도록 하기 위해서는 프로브의 적절한 위치 선정이 절대적 중요성을 가진다.

모드 수 測定 結果를 그림 5및 6에 보인다. 誘電體層이 없는 빈 캐비티에 대하여 측정된 반사파를 주파수의 함수로 그림 5에 보인다. 그림 5a에 넓은 주파수 범위(2.42~2.48 GHz)에서 入射波 勢力(上)과 反射波 勢力(下)을 보이며, 모드가 대부분 2,450±7.5 MHz 에 집중적으로 나타남을 볼 수 있으며 이 부분만을 확대하여 그림 5b에 보인다. 프로브의 位置에 따라 反射波 勢力은 달라지지만 最小點가 일어나는 周波數는 一定함을 觀察할 수 있었으며, 이들 最小反射가 일어나는 8個의 周波數가 共振 모드 周波數임을 確認할 수 있었다.

물 誘電體層으로 一部가 채워진 캐비티는 캐비티 Q

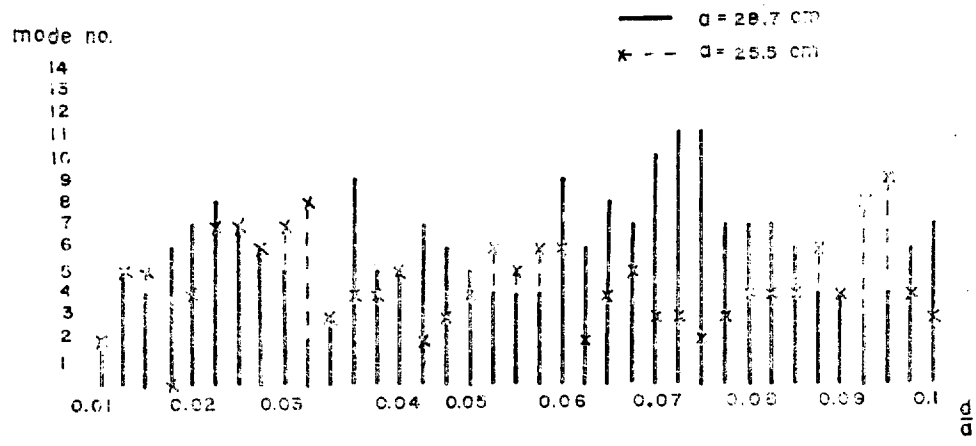

그림 2. 유전체부하 변화와 모드 수 변화
Fig. 2. Total number of modes depending on the dielectric loading

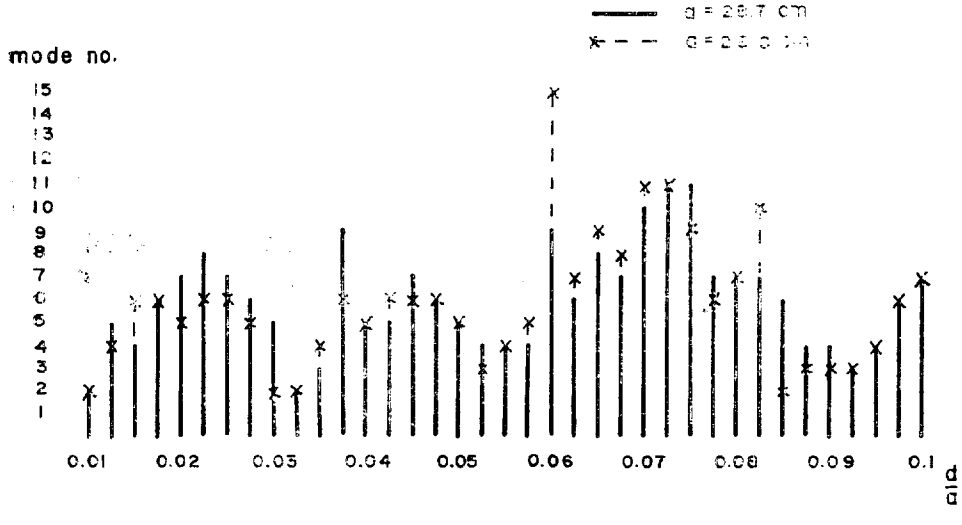

그림 3. 캐비티 높이가 1mm 변할때 모드 수의 변화
Fig. 3. Change in the number of modes for 1mm change in the height of the cavity

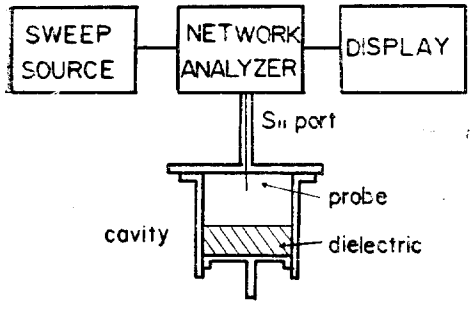

그림 4. 측정 장치
Fig. 4. Measurement set-up

가 낮아서 위와 같은 共振 모드 測定이 불가능 함을 알았으며, 따라서 誘電損이 적고 均等한 誘電體層을 간단히 만들 수 있는 파라핀을 使用하였다. 캐비티의 높이 a=25.5cm, 파라핀 왁스 (ϵ_r'=2.25, ϵ_r''=4.5 ×10^{-4} [6])의 두께 d=1.5cm일때 測定된 모드를 그림 6에 보인다. 여기서 測定된 9個의 모드는 誘電損에 의하여 최소 반사가 일어나는 점이 빈 캐비티와 같이 잘 구별되지는 않지만 各 共振 모드 周波數는 계산으로 確認할 수 있었다.

誘電體가 存在하는 캐비티 모드 중 빈 캐비티 모드와 特性이 전혀 다른 모드로 表面波모두가 있다. 表面波모드의 存在를 測定 確認해 보기 위하여 a=25.5cm,

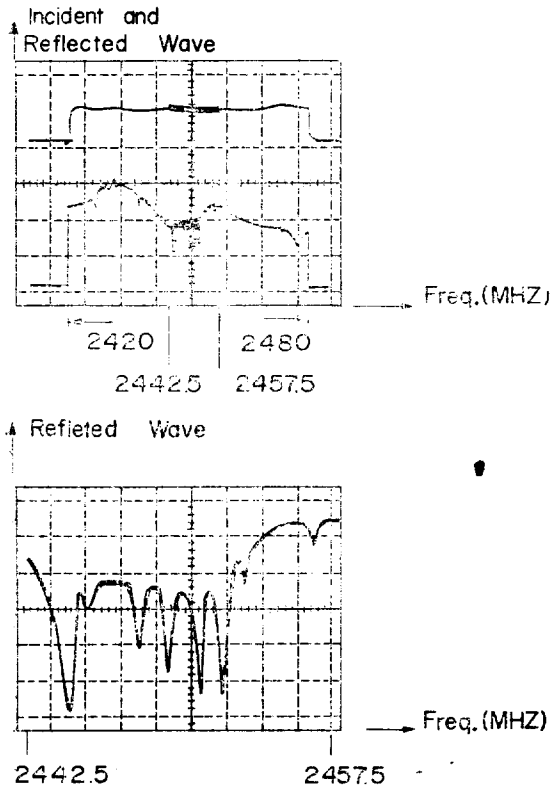

그림 5. 빈 캐비티 다중 모드의 반사파 측정
Fig. 5. Multimode characteristics of an unloaded cavity by reflection measurement

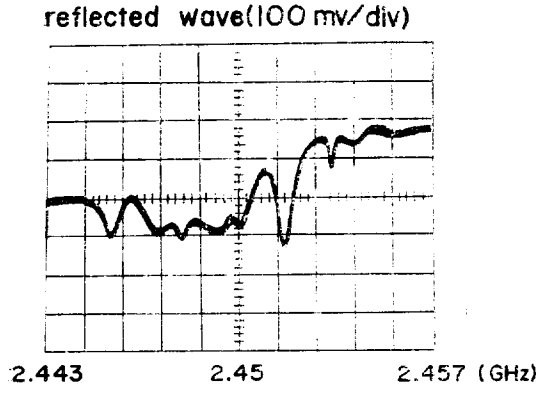

그림 6. 유전체 일부가 채워진 캐비티의 다중모드 특성
Fig. 6. Multimode characteristics of loaded cavity

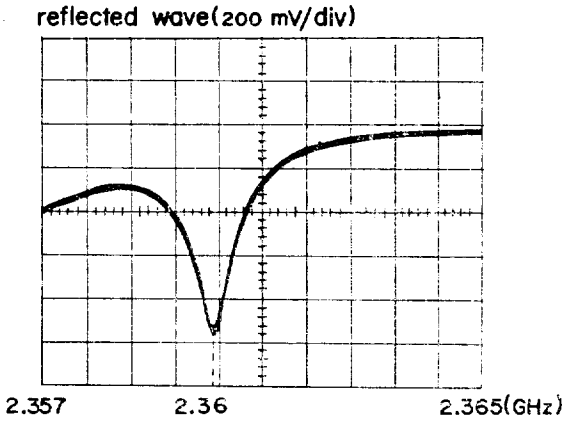

그림 7. 유전체 층의 표면파 모드 특성
Fig. 7. Surface wave mode in the dielelectric layer

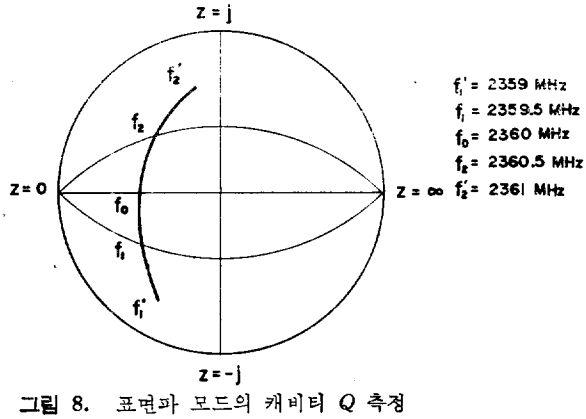

그림 8. 표면파 모드의 캐비티 Q 측정
Fig. 8. Measuring cavity Q for the surface wave mode

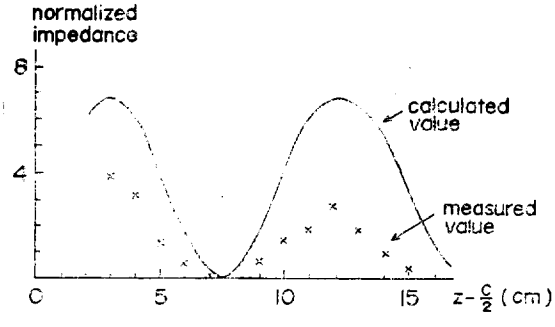

그림 9. 표면파 모드의프로브 위치와 캐비티 입력 저항
Fig. 9. Input resistance of the cavity varies with the probe position

d=1.5cm의 파라핀을 사용시 周波數 2.36GHz에서 表面波 모드가 존재함을 계산할 수 있었으며, 이 주파수에서 測定된 反射波를 그림 7에 보인다. 測定된 모드가 表面波 모드임을 再確認하고 測定用 캐비티의 製作誤差範圍를 보기 위하여 表面波 모드에서 캐비티의 Q 및 入力端 임피이던스를 測定하고 計算値와 비교하였다. 測定된 캐비티의 Q는 2360으로 그림 8에 보인바와 같이 3dB 떨어진 주파수 f_1 및 f_2를 回路分析器에 의해 測定 산출 하였다. 프로브의 位置를 $y'=\frac{b}{2}$로 고정하고 z'을 변화시켜 測定한 캐비티 入力 임피이던스중 表面波 모드에서 공진된 入力 저항을 그림 9에 보인다.

測定된 表面波 모드의 캐비티 Q및 入力端 저항치를 計算値와 비교하기 위하여 m=3, n=5, 파라핀의 誘電率 ϵ_r'=2.25, $\epsilon_r''=4.5\times10^{-4}$[6], 스텐레스 스틸의 導電度 $\sigma=72\mu v$−cm[7] 및 $\mu=\mu_0$등을 식(10)및 (11a)~(11e)에 대입하여 Q=3390을 얻을 수 있다. 캐비티 入力端 임피이던스는 (13)식으로 부터 $l=\frac{\lambda}{4}$, $y'=\frac{b}{2}$ 등을 대입하면

$$Z_i=\frac{Q}{6.85}\sin^2\left(\frac{5\pi z'}{c}\right)\ (\Omega)$$

을 얻을 수 있다. 測定値 Q를 대입한 이론치를 그림 9에 실선으로 표시하였다.

Q 測定値는 計算値에 비하여 30%의 誤差를 보이나 이는 計算에 사용한 데이타및 測定誤差 범위내에 있음을 보일 수 있다. 즉 캐비티 벽 스텐레스 스틸의 導電度는 사용 재질에 따라 57~92μv−cm의 값을 가지며 이를 정확히 측정하지 못했으며, 파라핀 왁스의 유전체손도 측정하지 못하고 문헌의 값을 사용 하였다. 캐비티의 제작 공차(±0.1mm) 및 움직이는 면과 닿는 캐비티 모서리 틈으로 생기는 복사 손실, 마이크로파 전원 주파수 오차등에 의한 가능한 오차 범위를 식(10)및 (11)에 대입하여 계산해 보면 ±35%의 오차 범위를 보일 수 있다. 또한 입력단 저항도 (13)식의 k, l, b, c및 (y', z')값등의 誤差 범위를 대입하여 전체 오차 범위를 계산해 보면 Q를 測定値로 사용한다 하여도 ±50%의 誤差 범위를 가짐을 보일 수 있다.

4. 結　論

마이크로웨이브 오븐용 캐비티 특성을 多重 모드 문제로 취급, 최대 모드 수를 갖는 캐비티 크기를 계산하고, 그 특성을 실험적으로 확인 하였다. 특히 유전체가 일부 채워진 캐비티의 표면파 모드에 대한 캐비티의 Q및 입력 임피이던스를 계산하고 측정하였다. 캐비티 모드 구성 특성을 이해함은 오븐 캐비티내의 균등가열 문제의 해결에 도움을 주리라 믿어진다.

참 고 문 헌

1) M. Watanabe, M. Suzuki and S. Ohkawa, "Analysis of Power Density Distribution in Microwave Ovens," The Journ. of Microwave Power, Vol. 13, No. 2, June 1978, p. 173
2) 김채영, 나정웅, "유전체로 일부 채워진 직육면체 캐비티의 다중 모드 해석", 대한전자공학회지, 16권 1호
3) K. Ognura, H. Takahashi and I. Namba, Input Impedance Measurement of Microwave Ovens, The Journ. of Microwave Power, Vol. 13, No. 2, June 1978, p. 183
4) L.B. Felsen and N. Marcuvitz, Radiation and Scattering of Waves, Prentice-Hall Inc., 1973, p. 185
5) R.F. Harrington, Time Harmonic Electromagnetic Fields, McGraw-Hill, New York, 1961, p. 434
6) Loe Cit., p. 453
7) American Society for Metals Staff, "Metal Handbook", Vol. 1, ASM Inc., 1962 (8th Ed.), p. 422