

래디알 타이어의 構造力學

《續 篇》

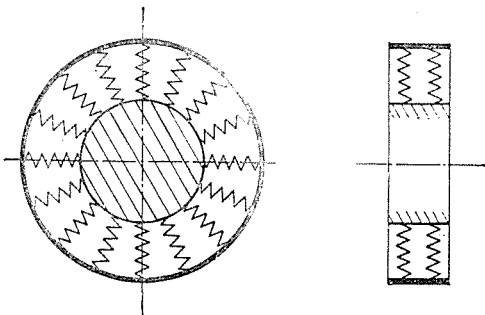
韓國타이어製造(株) 技術開發部

課長 柳 根 宣 譯

4. 래디알 타이어의 構造特性

4.1 타이어 모델

지금까지 래디알 타이어의 靜的·動的 構造特性에 관한 解析에는 主로 Spring 달린 ring model (그림 25)이 사용되었으며 좋은 결과를 가져왔다. 그러나 構造要素인 Tread部 및 Side Wall部에 대한 剛性評價에 關해서는 構造力學의 研究가 不振하여 實驗에 의한 推定值를 사용하고 있는 現狀이다. 本來 Spring 달린 ring model 래디알 타이어에는 오히려 適當한 모델이며 좋은 結果를 얻을 수 있는 長點이 있으므로 限定된 現象의 解析에는 有效한 모델이다. 단, 지금까지 그대로 지나온 剛性評價問題에 대해서는 構造力學的 解析이 必要할 것이다. 한편, 타이어를 環殼 (Toroidal shell)으로서 취할 수 있는



[그림 25] spring 달린 ring model

Shell 모델은 構造要素의 複合材料特性을 包括하는 意味로 本格的인 모델이라고 할 수 있으나 數學的으로 複雜하여 看破하기 어려운 缺點이 있다. 그러나 컴퓨터의 普及에 따라 Shell 모델이 實用範圍內에 들어와있으므로 앞으로는 Shell 모델에 對한 構造理論의 發展이 期待된다. 타이어 構造力學의 目的이 out put로서의 타이어의 操縱時特性和 in put로서의 타이어의 構造設計를 理論的 紐帶로써 結付시킨다면 Shell 모델이 構造 모델의 本命이 될 것이다.

4.2 振動特性

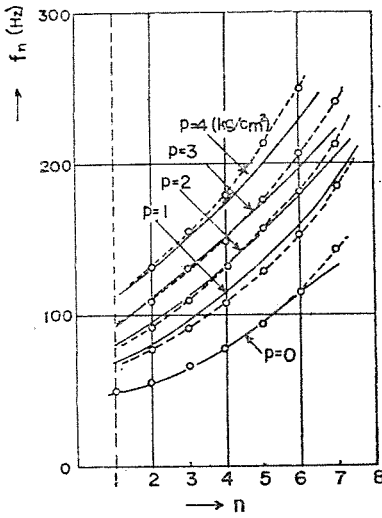
Spring 달린 ring model에 의한 振動解析結果로 E. Fiala은 H.P. Willumeit²⁴⁾는 다음과 같은 表式을 주었다.

$$\omega^2 = \frac{(n^4 - n^2)EI/a^4 + (p + \bar{p})(n^2 - 1)b/a + k_0}{\rho F} + k_1 p$$

여기서 ω 는 圓振動數, n 은 振動次數, p 는 內壓, \bar{p} 는 belt의 初期張力에 對應하는 假想內壓, b 는 有效 크라운幅, k_0 는 Side Wall部の 屈曲剛性에 따른 Spring 定數, k_1 는 타이어의 形狀彈性에 따른 Spring 定數, $\bar{\rho}$ 는 belt의 單位面積當의 質量, F 는 벨트의 斷面積, a 는 belt의 半徑이다.

그림 26은 內壓 p 를 parameter로 한 固有振動數 $f = \omega/2\pi$ 와 次數 n 과의 關係를 數值例 ($EI = 0.37\text{kg}\cdot\text{m}^2$, $k_0 = 1.896 \times 10^4\text{kg/m}^2$, $k_1 = 1.937$, $a = 0.33\text{m}$, $b = 0.0577\text{m}$, $F = 16.4 \times 10^{-4}\text{m}^2$, $\rho = 128\text{kg}\cdot\text{g}^2/\text{m}^4$)에 對해서 表示한 것이다. ○표는 對

聯立微分方程式으로 주어진다²⁷⁾. 특히 法線方向의 振動方程式은 다음과 같이 된다.



[그림 26] 래디알 타이어의 固有振動數 f_n 과 次數 n 와의 關係[Ref. (24) : Fiala & Willumeit]

應하는 實驗 結果이나 理論的 曲線과 잘 一致하고 있다. 이와 같은 研究는 F. Böhm¹²⁾에 의해서도 進전되고 있다. 단, Spring 定數 k_0 , k_1 의 評價法이 明確히 주어져 있지 않다.

J.T. Tielking도 이와 같은 研究에서 Spring (Spring 定數 k) 달린 ring model에 의해서 角速度 ω_R 로 回轉하고 있는 타이어의 固有圓振動數 ω 에 대해서 다음과 같은 式을 유도하였다.

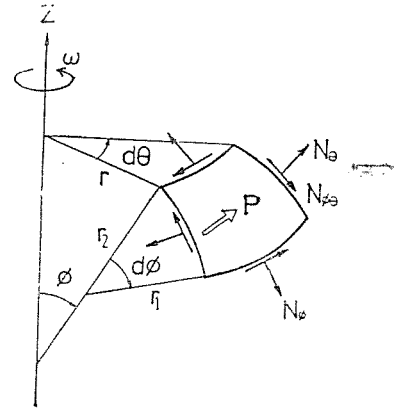
$$\omega^2 = \frac{EI}{\rho F} \frac{n^2(n^2-1)^2}{n^2+1} + \frac{b}{\rho F} \left(\frac{p}{a} + k \right) \frac{n^2}{n^2+1} - \omega_R^2 \frac{n^2-1}{n^2+1} \quad (63)$$

즉, 振動數는 回轉에 따라 減少됨을 나타내고 있다. 그 理由는 外向變位에 의해 생기는 遠心力이 ω_R 과 함께 크게 되므로 結果로 Spring 效果가 減少되기 때문이다. 또 固有振動 mode의 回轉角速度 ω_M 은 일반적으로 ω_R 보다도 작게 되며

$$\omega_M = \frac{n^2-1}{n^2+1} \omega_R < \omega_R \quad (n \geq 2) \quad (64)$$

으로 表示된다고 한다. 이 現象은 J.W. Bryan²⁶⁾ (1890)이, 回轉하는 圓筒殼의 振動解析에 있어서 처음으로 發見한 것으로, Bryan 效果라고 한다.

한편, Shell 모델에 의한 解析도 하고 있다. 그림 27은 Shell 要素의 周圍方向, 子午線方向 및 法線方向의 3變位成分을 각각 u, v, w 라 할 때 振動方程式은 이들 3變位成分에 대한 齊次形 3元



[그림 27] Shell 모델의 要素

$$\begin{aligned} & (rA_{\phi\phi} + r_1 \sin\phi A_{\phi\theta}) \frac{1}{r_1} \left(\frac{\partial v}{\partial \phi} + w \right) \\ & + (rA_{\theta\theta} + r_1 \sin\phi A_{\theta s}) \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + v \cos\phi \right) \\ & + w \sin\phi - rN_{\theta s} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{1}{r_1} \frac{\partial w}{\partial \phi} - \frac{v}{r_1} \right) \\ & - N_{\theta\theta} \left[\frac{r_1}{r} \sin\phi \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + w \right) \sin\phi \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + v \right) \cos\phi \right\} + \cos\phi \left(\frac{\partial w}{\partial \phi} - v \right) \right] \\ & + \frac{1}{r_1} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(rD_{ss} \frac{\partial k_{\phi\theta}}{\partial \theta} \right) + \frac{r_1}{r} \left(D_{\phi\theta} \frac{\partial^2 k_{\phi}}{\partial \theta^2} \right. \\ & \left. + D_{\theta\theta} \frac{\partial^2 k_{\theta}}{\partial \theta^2} \right) + \frac{r_1}{r} \cos\phi D_{ss} \frac{\partial k_{\phi\theta}}{\partial \theta} \\ & + \frac{\partial}{\partial \phi} \left\{ \frac{1}{r_1} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(rD_{\phi\phi} k_{\phi} + rD_{\phi\theta} k_{\theta} \right) \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial \phi} \left(D_{ss} \frac{\partial k_{\phi\theta}}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial \phi} \left\{ (D_{\theta\theta} k_{\phi} + D_{\theta s} k_{\theta}) \right. \\ & \left. \cos\phi \right\} + \rho r r_1 (\omega - 2i\omega_R \sin\phi - \omega \omega_R^2 \sin^2\phi \\ & - v \omega_R^2 \sin\phi \cos\phi) = 0 \quad (65) \end{aligned}$$

여기서 r_1 은 子午曲線의 曲率半徑, $A_{\alpha\beta}$, $D_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = \phi, \theta, s$)는 타이어 壁殼의 面內剛性 및 屈曲剛性 matrix의 요소이다. ω_R 은 回轉角速度, $N_{\theta s}$, $N_{\theta\theta}$ 는 內壓과 遠心力에 의한 初期張力이다. 또 k_{ϕ} , k_{θ} , $k_{\phi\theta}$ 는 曲率變化와 비틀림률이며 다음과 같은 式으로 表示된다.

$$\begin{cases} k_{\phi} \approx \frac{1}{r_1} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{1}{r_1} \frac{\partial w}{\partial \phi} \right), & k_{\theta} \approx \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \\ k_{\phi\theta} \approx \frac{1}{r r_1} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi \partial \theta} \end{cases} \quad (66)$$

ρ 는 壁殼의 單位面積當質量이며, \cdot 표는 時間微分이다.

래디알 타이어의 斷面形狀으로, 2, 3의 圓弧形 트레드들 가진 斷面形을 쓰면, 다음의 諸關係가 利用되므로 式(65)는 대단히 簡單化된다, 즉,

$$\frac{1}{r_1} = \begin{cases} \frac{1}{\rho} = \text{const.}, & (D \sim A) \\ 2r \frac{\rho - r_A + r_D}{\rho(r_D^2 - r_C^2)}, & (B \sim D) \end{cases} \quad (67)$$

이리하여

$$\frac{d}{d\phi} \left(\frac{1}{r_1} \right) = \frac{\cos\phi}{r}, \quad \frac{d}{d\phi} \left(\frac{r}{r_1} \right) = 2\cos\phi, \quad (B \sim D) \quad (68)$$

靜止狀態 ($\omega_R=0$)의 振動解析에서는 變位成分을 다음과 같이 變數分離形으로 놓을 수 있다.

$$\begin{cases} u = e^{i\omega n t} \sin n\theta U_n(\phi) \\ v = e^{i\omega n t} \cos n\theta V_n(\phi) \\ w = e^{i\omega n t} \cos n\theta W_n(\phi) \end{cases} \quad (69)$$

여기서 ω_N 은 固有振動率이다.

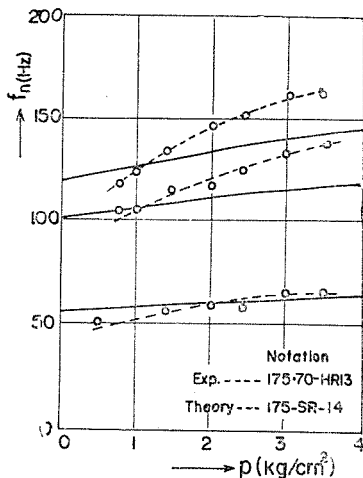
波形函數 U_n, V_n, W_n 은 다시 對稱條件 및 境界條件을 고려하여 다음과 같이 展開된다.

$$\begin{cases} U_n = \sum_{i=1}^N C_i^{(1)} \cos(2i-1)\Omega\phi \\ V_n = \cos\Omega\phi \sum_{i=1}^N C_i^{(2)} \sin 2i\Omega\phi \\ W_n = \sum_{i=1}^N C_i^{(3)} \cos(2i-1)\Omega\phi \end{cases} \quad (70)$$

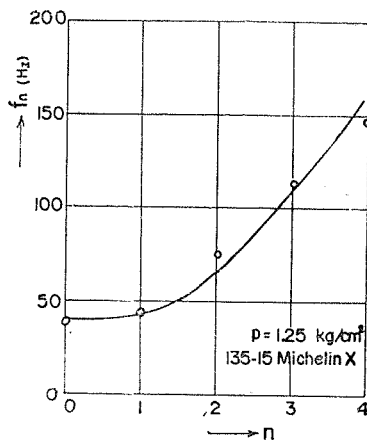
여기서 $\psi \equiv \pi/2 - \phi, \Omega \equiv \pi/2\psi_B, \psi_B$ 은 Bead부의 角座標이다.

이와 같이 하여 $3N$ 個의 未定係數에 對해서 N 點의 Collocation法을 適用하면 $3N$ 個의 聯立方程式이 나오므로 그 係數行列式을 0으로 놓아 ω_n 을 구할 수 있다. $N=3$ 인 경우, 選點으로서 Crown center (A), turning point (C) 및 breaker end (D)를 擇하고, 數值例(175SR14, Super Speed Radial-10(BS社)에 對해서 計算한 結果를 그림 28에 표시하였다. 實驗點은 175-75-HR 13, RD102(BS社)에 對해서 얻은 것으로 規格이 數值例와 類似하므로 比較值로 採用하였다.

끝 이어서 F. Böhm은 래디알 타이어의 橫振動問題를 Spring달린 ring medel에 對해서 解析하였다. 래디알 타이어에서는 Side Wall部가 얇



[그림 28] 固有振動數 f_n 과 內壓 p 와의 關係



[그림 29] 橫振動的 固有振動數 f_n 과 次數 n 와의 關係 [Ref. (12) : Böhm]

고 橫剛性이 작으므로 比較의 낮은 固有振動數를 갖는 橫振動이 일어난다. 解析은 링의 橫方向變位 v 와 비틀림角 β 와의 連成振動으로 취급되고 있다. 數值例(135-15. Michelin X)에 對한 固有振動數 f_n 과 振動次數 n 과의 關係 및 實驗結果와의 比較를 그림 29에 표시하였다. 아주 잘 一致하고 있다.

4.3 波動特性

타이어의 回轉速度 v 가 橫波의 傳播速度 V_{cr} 와 一致하면 타이어는 空間에 固定된 波(停止波 혹은 定在波; Standing Wave)가 발생하고, 타이어의 溫度 및 굴림抵抗이 急上昇하여 構造破壞現象이 일어나는 수가 있다. 바이어스 타이어의

V_{cr} 에 對해서는 膜理論의 立場에서 여러 가지 公式이 나오고 있다. 즉, D.M. Turner의 公式⁷⁾, 이것을 修正한 酒井²⁸⁾의 式, 服部-市村²⁹⁾의 式 등이 있다. 其他 Membrane Shell model에 의한 赤坂, 山岸³⁰⁾의 解析이 있으며 이들은 다 實驗 値와 잘 一致하고 있다.

그러나 이들 式은 래디알 타이어에는 適用되지 않는다고 하는 것은 breaker belt를 바치고 있는 트레드부의 屈曲剛性의 影響을 고려하고 있지 않기 때문이다. 屈曲剛性을 考慮한 spring 달린 ring model에 의한 解析은 東卿³¹⁾에 의해 進전되고 있다. 東卿은 定在波로서 單一減衰波가 나타나기 시작하는 下界速度 V_L 과 두 가지의 非減衰波가 나타나기 시작하는 上界速度 V_u 를 구하여 $V_{cr}=V_u$ 로 하고 있으나 實驗 値와 잘 一致하지는 않는다. 그러나 結論의 由로 트레드의 屈曲剛性, 트레드의 初期張力, 트레드의 周圍方向引張剛性 및 半徑方向 Spring 定數가 클수록, 質量 ρ 및 breaker의 Crown角 β_G 가 작을수록 V_{cr} 은 크게 된다고 하였다. 단, 특히 이 모델의 트레드 屈曲剛性 및 引張剛性에 미치는 래디알 카아카스의 強化作用에 대해서는 構造力學的 考察이 必要하다고 생각된다.

한편, 赤坂³²⁾ 등은 shell 모델에 대해서 解析하고 있으나, 트레드의 周圍方向 屈曲剛性만을 고려하고 있다.

初期張力을 받는 shell 요소의 波動方程式은 다음과 같이 주어져 있다.

$$rN_{\theta 0} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{1}{r_1} \frac{\partial w}{\partial \phi} \right) + N_{\theta 0} \cos \phi \frac{\partial w}{\partial \phi} + \rho r r_1 \omega_R^2 \left(w \sin^2 \phi - \frac{r}{r_1} \cos \phi \frac{\partial w}{\partial \phi} \right) - \frac{r_1}{r} D \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^4 w}{\partial \phi^4} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial^3 w}{\partial \phi \partial \theta^2} \cos \phi \right) + \left(N_{\theta 0} \frac{r_1}{r} - \rho r r_1 \omega_R^2 \right) \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} = 0 \quad (71)$$

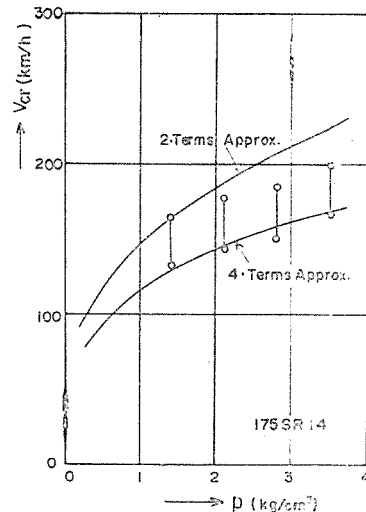
여기서 ω_R 은 回轉角速度, D 는 屈曲剛性, w 는 法線方向의 휨(구부림), $N_{\theta 0}, N_{\phi 0}$ 는 內壓과 遠心力에 의한 初期張力이다.

斷面形狀을 橢圓形으로 근사하게 하고 휨 w 를

$$w = e^{a\theta} \sum_{i=1}^N C_i w_i \quad (72)$$

로 놓았다. 여기서 a 는 Parameter, C_i 는 未完係數, w_i 는 境界條件을 만족하게끔 택한 波形函數系이다. 固有方程式은 式(71)에 Galerkin法을 적용함으로써 구할 수 있다.

ω_R, cr 는 주어진 內壓 p 에 對해서 $a^2 < 0$ 의 領域에서의 ω_R^2 의 極少值로서 구할 수 있다. 그림 30에 數值例(175 SR 14)에 대해서 얻은 結果와 實驗結果³³⁾와의 比較를 나타내었다. 4項近似($N=4$)가 實驗과 잘 一致하고 있음을 알 수 있다. 바이어스 타이어에서는 低壓이 되면 V_{cr} 가 急速히 低下하는 데 對해, 래디알 타이어에서는 그렇게 急速한 低下는 보이지 않는다. 이 事實은 래디알 타이어의 屈曲剛性에 의한 것으로 하나의 長點이라고 볼 수 있을 것이다.

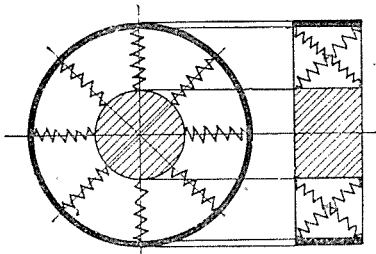


[그림 30] 臨界速度 V_{cr} 와 內壓 p 와의 關係(實驗 値 Ref. (33): 原田]

4.4 其他의 構造特性

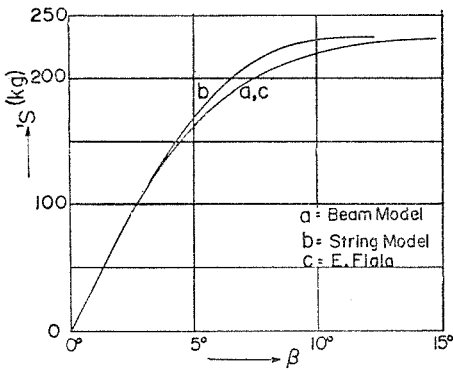
4.4.1 cornering 特性 타이어의 cornering 特性에 對해서는 E. Fiala³⁾의 Spring 달린 ring model (그림 31)에 의한 近似解析이며, Cornering force S 와 Aligning torque T 를 미끄럼角 β 의 간단한 函數로 表示하기에 成功하였다. 한편 F. Frank³⁴⁾는 Cornering의 경우 Carcass 中心線의 橫變位 $y(x)$ 에 대해서 다음 微分方程式을 고려하고 있다.

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} - N \frac{d^2 y}{dx^2} + ky = q_y(x) \quad (73)$$

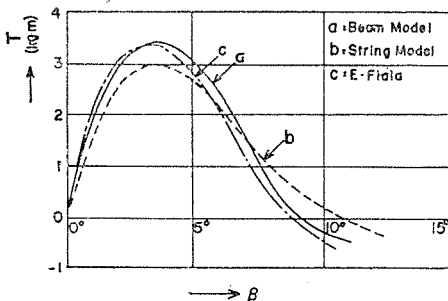


〔그림 31〕 橫 Spring ring model

여기서 EI 는 Tread 面內 屈曲剛性, N 은 軸力, k 는 트레드에 대한 Carcass의 橫 Spring 定數, q_s 는 橫力分布函數이다. 式(73)에서 $EI=0$ 으로 놓았을 경우를 String 모델로 하고, $N=0$ 으로 놓았을 경우를 Beam 모델로 하여 兩者를 比較檢討한 結果, 前者는 바이어스 타이어, 後者는 레디알 타이어에 적합하다고 하였다. 컴퓨터에 의한 解析結果로 $S \sim \beta$, $T \sim B$ 의 關係를 각각 그림 32, 33에 表示하였으나 beam 모델은 E. Fiala의 結



〔그림 32〕 Cornering force S 와 미끄럼 角 β 와의 關係 [Ref. (34) : Frank]

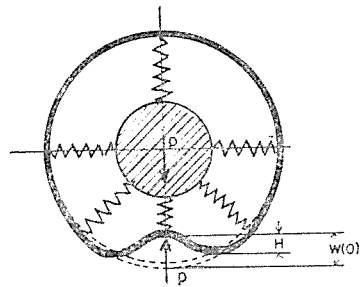


〔그림 33〕 Aligning torque T 와 미끄럼 角 β 와의 關係 [Ref. (34) : Frank]

果와 잘 一致하고 있다.

단, 屈曲剛性 EI 의 評價는 實驗에 의한 것이다.

4.4.2 Enveloping 特性 타이어가 走行中 障害物을 넘어갈 때, 그것을 유연하게 감싸서 큰 충격이 車軸에 전달되지 않도록 하는 性能을 Enveloping 性能이라 한다. 레디알 타이어의 缺點 중의 하나이다. 이 擧動도 Spring 달린 ring model (그림 34)에 의해 解析되며 內向變位를 w 로 하는 微分方程式은 다음과 같이 주어진다. ³⁵⁾



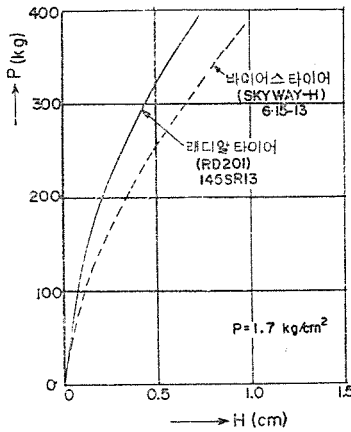
〔그림 34〕 Enveloping 높이 H 와 最大 屈曲 $w(0)$

$$\frac{d^6 w}{d\theta^6} + \alpha_1 \frac{d^4 w}{d\theta^4} + \alpha_2 \frac{d^2 w}{d\theta^2} + \alpha_3 w = 0 \quad (74)$$

여기서

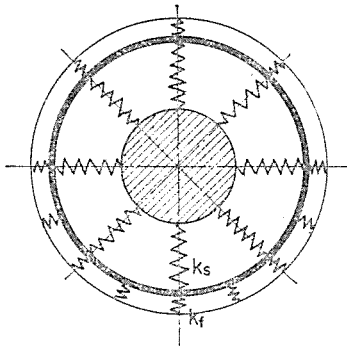
$$\begin{cases} \alpha_1 = 2 - \frac{T_0}{D} a^2 - \frac{2\Gamma}{C} a^2 \\ \alpha_2 = 1 + \frac{2ka^4}{D} - \frac{2\Gamma a^2}{C} \left(2 - \frac{T_0 a^2}{D} \right) \\ \alpha_3 = -\frac{2\Gamma a^2}{C} \left(1 + \frac{2ka^4}{D} + \frac{Ca^2}{D} \right) \end{cases} \quad (75)$$

이다. 또 k 는 스프링 定數, Γ 는 Side Wall部의 面內剪斷 spring 係數, D 는 링의 屈曲剛性, C 는 링의 引張剛性, T_0 은 初期張力, a 는 링半徑이다. 解析에서는 타이어의 Enveloping 性能을 나타내는 指標로서 H 를 定義하였다. 이것은 타이어에 걸리는 負荷 P 에 대해서 어떤 길이 만큼 障害物을 둘러싸느냐를 나타내는 것이나, 물론 장애物의 形狀에 따라 定해지는 값이다. 그림 35는 一定 障害物에 對한 $P-H$ 의 關係를 레디알 타이어와 바이어스 타이어에 대해서 比較한 것이다. 後者의 경우가 性能이 좋다고 한다. 단, 實驗結果는 傾向과는 맞으나 定量的으로는 맞지 않는다. 여기에도 剛性評價問題가 남아있다.



[그림 35] 荷重 P 와 enveloping 높이 H 와의 關係

4.4.3 接地特性 타이어의 接地特性은 원래 가장 기본적인 問題임에도 不拘하고 現在까지도 아직 不充分的인 解析의 研究가 없다. 다만 S. K. Clark³⁰⁾의 Spring 달린 ring model에 의한 解析이 있으나 數值例가 바이어스타이어이고 래디알 타이어의 資料가 주어지지 않았다. 接地特性을 論할 경우 종래와 같은 Spring 달린 ring model로는 不充分하다고 생각된다. 이와 같은 생각은 地面과의 接觸問題이므로 接地部에 있어서 타이어 路面의 두께 方向의 壓縮剛性이 接地壓에 直接 影響을 미치고 있다고 生覺되기 때문이다. 따라서 그림 36에 나타난 바와 같이, Side Wall의 半徑方向面內剛性과 等價인 Spring (Spring 定數 k_s)의 외 에 트레드 두께 方向剛性과 等價인 Spring (Spring 定數 k_t)을 달아서 二重 spring 달린 ring model을 採用하여야 될 것이다. 또 S.K. Clark의 解析은 線型理論에 따르고 있으나 接地端에 있어서는 局所적으로 링의 曲



[그림 36] 二重 spring 달린 ring model과 spring 定數 k_s, k_t

率變化가 커지므로 平衡方程式에는 有限한 接線角變化를 고려해야 하며, 따라서 非線型微分方程式을 취급하지 않으면 안 될 것이다. 最近 山岸³¹⁾는 이와 같은 觀點에서 解析하여 非線型方程式을 일종의 漸近展開性으로 풀이함으로써 實驗과 잘 一致하는 接地壓分布를 計算하였다.

路面의 等價 spring을 고려한 shell 모델에 對한 接地特性은 바이어스타이어에 대해서는 赤坂-加部³²⁾에 의해 解析되고, 屈曲特性, 接地壓分布 뿐 아니라 코오드 張力分布까지 計算되어 實驗結果와 잘 一致하고 있음이 確認되고 있으며, 래디알 타이어에 있어서는 今後의 課題로 되어 있음을 附記해 둔다.

한편 接地中心斷面의 變形 및 應力은 2次元有限要素法에 따른 컴퓨터 計算에 의해 解析되고 있으며, 그 結果는 타이어메이커 各社의 重要한 設計資料로 되어 있다. 단, 타이어 壁殼의 3次元의 構造解析 및 大變形에서 由來된 非線型問題의 解析에서는 컴퓨터의 計算量이 飛躍적으로 增大한다는 隘路가 있다.

5. 結 言

以上, 래디알 타이어의 斷面形狀理論, 基本構成材로서의 一方向코오드 強化고무層 및 그 바이어스積層帶板의 特異한 異方性에 따른 構造特性 및 래디알 타이어의 變形特性을 構造力學의 立場에서 橫斷적으로 보아왔으나 spring 달린 ring model이든 shell model이든, 타이어는 元來複合構造體이므로 複合材料力學 및 複合構造理論에 의해 타이어의 構造力學이 體系化되어야 한다고 생각된다.

元來 타이어의 構造力學은 타이어構造設計理論의 確立과 타이어性能의 向上을 目標로 하고 있으나, 어려운 問題가 山積되어 있으며 解析手段에 많은 隘路가 있어 研究의 進展이 느린 상태이다. 그러나 착실하고 꾸준한 研究로 언젠가는 成功할 것이다.

끝으로 今後의 課題를 列擧하면서 結論지우고자 한다.

(1) 타이어 加黃時 고무의 粘性流動에 대한 物理化學的 研究로 成型 타이어의 殘留應力 및 ca-

rcassr와 breaker間的接觸壓력을推定한다.

(2) 타이어의構成要素인各種고무 및 코오드의力學的 特性值를 正確히 評價할 것

(3) 타이어의構成要素로서의 carcass, breaker間的 剛性強化作用을 明確히 할 것

(4) 展望이 좋은 spring 달린 ring model의 有效性을 높이기 위하여 spring 定數 등 等價剛性의 評價理論을 樹立할 것

(5) shell model에 對한 解析結果와 簡易모델에 對한 解析結果를 對比함으로써 結果를 近似式으로 綜合할 것

(6) 타이어製造上의 缺陷과 타이어 壽命과의 關係를 構造力學的으로 追求할 것

記 號 表

A: crown center 位置
 $A_{\alpha\beta}(\alpha, \beta=x, y, s; \phi, \theta, s)$: 面內剛性 matrix 要素
 a: 直四角形板의 길이, 링벨트의 半徑
 B: bead 位置, 定數(式(59))
 b: 直四角形板의 幅, 링벨트의 幅
 C: turning point 位置, 링벨트의 引張剛性
 $C_{\alpha\beta}(\alpha, \beta=x, y, s)$: compliance matrix 要素
 $C_i(i=1, 2, \dots)$: 未定係數
 D: breaker end 位置, 屈曲剛性
 $D_{\alpha\beta}(\alpha, \beta=x, y, s; \phi, \theta, s)$: 屈曲剛性매트릭스 要素
 E: 第2種 橢圓積分, 영率
 E_f, E_m : 각각 纖維, matrix의 等方性 영率
 $E_{\alpha\beta}(\alpha, \beta=x, y, s)$: 一方向纖維強化材의 x, y 座標系에 對한 剛性 matrix 要素
 EI: belt의 等價屈曲剛性
 F: 第1種 橢圓積分, belt의 斷面積
 f: 纖維(添字) 振動數
 G: 剪斷剛性率
 G_f, G_m : 각각 纖維, matrix의 等方性 剪斷剛性率
 g: breaker 內壓分擔率
 H: 두께 ($=h+\bar{h}$), enveloping 높이
 h, \bar{h} : 각각 構成層, 接着層의 肉厚
 i: 番號(1, 2, ...)
 k: 接着層의 等價剪斷 스프링定數($=G_m/\bar{h}$), 스프링定數, 橢圓積分의 母數
 k_s : side wall 部의 半徑方向等價 스프링 定數

k_t : 트레드部의 肉厚方向等價 스프링 定數
 L: 纖維方向座標, 코오드의 길이
 L_1, L_2 : cord의 部分길이
 $M_{\alpha\beta}(\alpha, \beta=x, y; \phi, \theta)$ moment 成分
 M_0 : 外力으로서의 屈曲모멘트
 m: matrix (添字)
 N: 래디알코오드의 總本板, 벨트의 軸力
 $N_{\alpha\beta}(\alpha, \beta=x, y; \phi, \theta)$: 膜力成分
 $N_{\phi 0}, N_{\theta 0}$: 타이어壁殼의 初期張力
 n: 振動次數
 P: 荷重
 p: 內壓
 p: 等價內壓
 p_x, p_y : 層間剪斷應力
 Q_x, Q_y : 構成層의 板厚方向剪斷力
 \bar{Q}_x, \bar{Q}_y : 接着層의 板厚方向剪斷力
 q: 分布荷重
 R: 等價半徑(式(17))
 r: 半徑座標
 r_A, r_B, r_C, r_D : 각각 A, B, C, D 點의 半徑座標
 r_E, r_F : 각각 式(4), (9)에서 定義된 等價半徑
 r_1 : 타이어斷面의 曲率半徑
 S: side force
 s: 子午曲線座標, 添字
 T: 纖維와 直交方向의 座標, Aligning torque
 T_0 : belt 初期張力
 t: cord 張力, 時間變數
 U(y): y의 函數
 $U_n(\phi)$: n次振動에 對한 θ 方向變位의 波形函數
 u: 構成板, 回轉殼의 面內變位成分
 u(y): y의 函數
 V(y): y의 函數
 $V_n(\phi)$: n次振動에 對한 ϕ 方向變位의 波形函數
 V_f, V_m : 纖維, matrix의 體積含有率
 V_{cr} : 定在波發生의 臨界速度
 v: 構成板, 回轉殼의 面內變位成分
 v(y): y의 函數
 $W_n(\phi)$: n次振動에 對한 法線方向變位의 波形函數
 w: 構成板, 回轉殼의 法線方向變位
 $w_i(i=1, 2, \dots)$: 屈曲波形函數
 x, y, z: 直交座標

α : parameter
 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$: 定數(式(75))
 β : parameter, 타이어의 미끄럼角, 코오드角
 Γ : side wall의 面內 剪斷 spring 定數
 γ : 剪斷變形
 ϵ : 垂直變形
 ξ : 內應分擔率(=1-g)
 θ : 橢圓積分의 變數, 角座標, 바이어스角
 k : 曲率(비틀림率)變化
 ν : 포아손比
 ρ : 圓弧 tread의 曲率半徑, parameter (式(46))
 ρ : belt의 單位面積當 質量
 σ : 垂直應力
 τ : 剪斷應力
 ϕ : 角座標
 ϕ : 角座標(= $\pi/2-\phi$), 橢圓積分의 變數
 ϕ_0 : 圓弧 tread의 中心角의 1/2
 ϕ_x, ϕ_y : 接着層의 剪斷變形
 Ω : 비틀림率, 定數(= $\pi/2\phi_B$)
 ω : 圓振動數
 ω_R : 回轉角速度
 ω_M : 振動 mode의 回轉角速度

參 考 文 獻

- 1) H.F. Schippel: *Ind. Eng. Chem.* **15**, 1121 (1923)
- 2) F. Martin: Kraftfahrtechnische Forschungsarbeiten des VDI. **2**, (1936)
- 3) C. Wood: "Pneumatic Tyre Design," W. Heffer, Cambridge, (1955)
- 4) J. Rotta: *Ing. Archiv*, **17**, 129 (1949)
- 5) R. Hadeckel: S & T Memo. No.10/52, (1952)
- 6) W. Hofferberth: *Kautschuk u Gummi* **9**, 225 (1956)
- 7) D.M. Turner: Proc. 3rd Rubber Tech. Conf (London) 735 (1954),
- 8) J.E. Adkins, R.S. Rivlin: *Phil. Trans. Roy. Soc. (London)*, A248, 201 (1955)
- 9) E. Fiala: *Z. VDI*, **96**, 973 (1964)
- 10) T. Akasaka: Proc. 2nd Japan Congr. on Testing Mater., 217 (1959)

- 11) S.K. Clark: *Rubber Chem. and Technol.*, **37**, 1365 (1964)
- 12) F. Böhm: *ATZ*, **69**, 255 (1967)
- 13) 吉村信哉: 日 π 協誌, **50**, 169 (1977)
- 14) F. Frank: *Kautschuk u Gummi*, **24**, 231 (1971)
- 15) T. Akasaka, Y. Sakai: *Fukugo*, **1**, 26, (1972)
- 16) 赤坂 隆, 加部和幸, 戶川秀樹: 日複合材會誌, **3**, 149 (1977)
- 17) 林 毅(編): 複合材料工學, 日科技連, (1971)
- 18) T. Akasaka, M. Hirano: *Fukugo Zairyo*, **1**, 70, (1972)
- 19) 赤坂 隆, 加部和幸: 日複合材會誌, **3**, 76 (1977)
- 20) M. Hirano, T. Akasaka: *Fukugo Zairyo*, **2**, 6, (1973)
- 21) 赤坂 隆, 平野正己: 中大理工紀要, **14**, 47 (1971)
- 22) 赤坂 隆, 平野正己, 栗間 昭: 中大理工紀要 **17**, 13 (1975)
- 23) T. Akasaka, M. Hirano, K. Motomura: *Fukugo Zairyo Kenkyu*, **3**, 29 (1974)
- 24) E. Fiala and H.P. Willumeit: *ATZ*, **68**, 33 (1966)
- 25) J.T. Tielking: *Soc. Auto. Engineers*, No. 650492 (1965)
- 26) J.W. Bryan: *Proc. Cambridge Phil. Soc.* **7**, 101, (1890)
- 27) 白井哲也: 中大工學修士論文, (1977)
- 28) 酒井秀男: 自動車技術, **9**, 504 (1965)
- 29) 服部六郎: 日機學會 730講演前刷 (1965)
- 30) T. Akasaka, K. Yamagishi: *Trans. of Japan Soc. for Aeronaut. and Space Sci.* **11**, 12 (1968)
- 31) K. Togo: *Memoirs of the Def. Acad. Japan* **4**, 43 (1964)
- 32) T. Akasaka, K. Kabe, T. Tojinbara: *Fukugo Zairyo Kenkyu*, **3**, 8 (1974)
- 33) 原田忠和: 自動車技術, **21**, 661 (1967)
- 34) F. Frank: *Kaut u Gummi*, **18**, 515 (1965)
- 35) 戶川秀樹, 淺野一夫: 中大工學修士論文, <1978. 3. 日本 π 協會誌>