

고무 탄성의 열역학

강 의 균*

이 내용은 Paul J. Flory의 *Principles of Polymer Chemistry*¹⁾에서 주로 땐 것이다. 수식의 유행은 뇌도록 피했으며 그대신 흥미있는 독자를 위하여 부록으로 뒤에 실었다.

다른 분야도 그렇겠지만 우리나라 고무공업의 장래는 품질개량 내지는 경쟁에 도전하는 연구와 그 뒷받침에 크게 달려 있다고 보아야 할 것이다. 여기에 순응하여 각 생산 기업체는 다투어 여러 유능한 연구진을 구성 발전시켜 왔으며 고무공업계 역시 같은 보조를 취해왔다.

필자는 현 고무공업계의 연구진에 있는 여러 종사자들이 품질개량이라는 국내 또는 국제적 치열한 경쟁적 연구의 한 수단 또는 참고로서 이 글을 보아 주시기를 바라는 뜻에서 미흡하나마 감히 붓을 들은 것이다.

고무라는 물질은 다른 물질과 뚜렷이 구별되는 물리적 특성이 있는데 그 첫째는 상당한 범위까지 파열없이 변형이 가능하다는 것이다. 예를 들면 본래의 길이의 5~10배까지 파열됨 없이 늘어나는 고무류는 얼마든지 있다. 근래에 이와 같은 특성을 가미한 연질 플라스틱류가 많이 개발되었지만 고무의 특성을 따르려면 아직 어림도 없다. 둘째 특성은 완전한 또는 거의 완전한 원형으로의 복귀능력이다. 과도로 신장되거나 또는 변형될 때 경우에 따라서는 다소의 영구 변형을 남기는 수도 있지만 보통 원형에 대한 이 비율은 대단히 작다.

고무류의 이 같은 특성을 비교해서 말한다면 자유자재한 변형은 액체의 성질을 닮았고 전형으로의 강한 복귀력은 고체의 성질과 유사하다. 또한 변형에 견디며 강한 복귀력을 동시에 갖는 점은 밀폐된 그릇 안에 일정한 온도와 압력하에서 갇혀 있는 기체와 같다.

이같이 고무란 것은 기체와 액체와 고체의 특성을 모두 동시에 지닌것이며 뒤에 언급하겠지만 이상기체의 특성과 이상고무의 특성 중에는 공통되는 것이 있으며 여러 고무류는 이같은 이상성을 갖고 있다.

물론 고무가 아니더라도 이상과 같은 특성을 다소 갖고 있는 물질이 있는 것은 아니다. 예컨대 파네.DataType, polyester 류, poliamide 류 내지 섬유소 유도체 등도 그 제조과정, 가령 온도처리와 같은 제조과정 또는 가소제의 첨가 등에 따라 상당한 탄성을 줄 수는 있지만 문제는 그 특성들의 유용성 내지 우수성에 있다. 이 점에서 고무류에 관한 이상의 두 특성은 타물질류가 따를 수 없는 특이한 것이다.

변형과 원형으로의 복귀능력을 탄성이란 말로 나타낸다. 그러나 이 탄성이란 말은 관용어로서 물리적으로 명확한 뜻을 필요로 하지 않을 때 많이 사용한다. 관용적으로는 탄성과 탄력이란 말이 같은 뜻으로 쓰인다. 탄력이란 말은 어쩌면 사람의 육체에 대하여 더 많이 쓰이고 있는지도 모른다.

탄성이 좋다 또는 탄력이 좋다 등은 무엇을 뜻하고 있는 것일까. 우선 외력에 대한 응답이 빨라야 한다. 이 응답은 변형으로 나타나며 변형은 외력에 대하여 팽팽하게 맞선다. 외력이 아무리 작아도 병행이 여기에 즉시 응답하여 팽팽하게 맞설 때 그 사람의 탄력이 좋다고 한다. 독자중에는 춤을 배워 본 사람이 있을 줄 안다. 춤이란 것은 근육과 흘격의 운동으로 구성되는 탄성운동을 한 쌍이 서로 주고 받는 힘과 응답의 묘미로서 감각하는 것이라 할 것이다. 또한 이 변형은 사소한 외력의 제거에도 즉시 응답하여 저항을 감소시키지 않으면 안된다. 즉 우수한 탄성 내지 탄력은 외력과 응답의 사이에 시간 간격이 없어야 하는 것이다. 그런데 이 시간 응답에 관해서는 다음에 미루고 여기서는 탄성을, modulus of elasticity에 관하여 그 역

* 경희대학교 문리과대학 화학과

학적 의미와 연구 방법을 차례로 논하기로 한다. 한가지 부언하고 싶은 것은 탄성의 일면을 사람의 근육에 비유해서 말한 것이 결코 농담이 아니라는 것. 고무라는 것은 사람이 사용하는 일용품인 동시에 도구이기 때문에 사람의 탄성에 대한 감각을 살린다는 것은 품질개량 내지 개발경쟁에 이길 수 있는 손쉬운 수단이 되는 것이다.

탄성을은 (stress)/(strain)이며 다시 strain은 (늘어난 전걸이—원걸이)/(원걸이)로 {(힘)/면적}/{(길이)/(길이)}와 같은 압력의 단위를 갖는다.

가령 어떤 강체 재료가 직경이 0.1 inch, 원걸이가 10 ft, modulus of elasticity 가 2.95×10^7 psi 일 때 1,000 lb의 하중으로 늘어난 길이는 다음과 같이 계산된다.

$$\text{modulus of elasticity} = \frac{\text{stress(외력)}}{\text{strain(변형율)}}$$

에 따라

$$2.95 \times 10^7 = \frac{1000 / (\frac{\pi}{4})(0.1)^2}{\text{strain}}$$

$$\text{strain} = 0.0043 \text{ in/in}$$

신장된 길이는

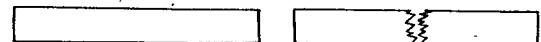
$$0.0043 \times 120 \text{ in} = 0.52 \text{ in}$$

와 같이 된다. 탄성 내지 변형이란 말을 이상과 같이 탄성을이라면 변형율으로 표시하면 앞서의 예와 같이 명확한 물리적 뜻을 나타낸다.

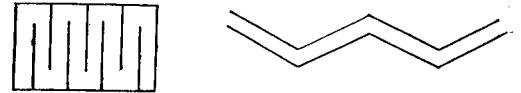
이상의 고무류의 탄성 특성은 가교(cross-link)라는 화학적 구조에 기인하는데 예를 하나 들어보자. 누구나 다 어렸을때 경험한 일이겠지만 다음 Fig. 1에서

a)는 종이를 장방형으로 길게 오린 것. b)는 a)에 열기 설기 절개부를 만든 것. c)는 이 절개부를 평면으로 넓게 설치한 것이다. 경험한 바와 같이 a)는 신장의 외력에 대하여 거의 응답을 하지 않으며 외력이 강해지면 곧 파열한다. 이에 반하여 b)는 상당한 범위까지 외력에 응답하면서 장력이 작용할 때 신장한다. 그런데 외력을 제거하여도 종이 편은 완전히 원 상태로 복귀하지 못하고 늘어진 상태에 있다. 시간의 경우에 따라 좀더 복귀할 수는 있겠지만, 그럼에도 c)의 경우는 선상으로의 복귀가 상당히 빠르다.

a)



b)



c)

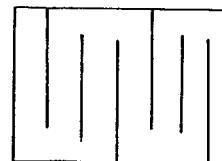


Fig. 1. Cross-link의 모형 a), b) Cross-link 없음:
c) Cross-link 가 평면에 걸쳐 퍼져 있음.

a)

b)

c)

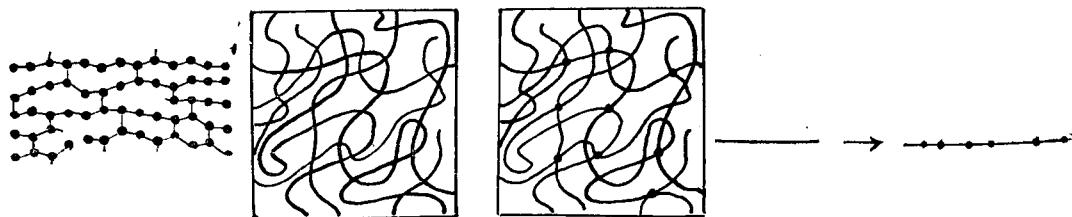


Fig. 1' Cross-link의 모형 a) 변형에 대한 강한 저항을 보임. b) Cross-link 가 없는 선형 고분자 : 伸長은 容易해 보이나 저항은 없어 보임. c) Cross-linked polymer : 伸張도 자유롭고 復歸力도 있어 보임.

그림에서 파선으로 둘러쌓인 종이의 실 부분은 Chain을 나타내며 지면에서 좌우로 향한 것은 Polymer Chain. 주제인 것은 cross link에 해당한다. 만약 독자가 장난삼아 종이로 평면 넓게 c)와 같은 절개부를 만들어 좌우로 당겨보면 2)와 같은 경우보다 탄성을이 크고 복귀가 빠르며, 또한 완전하다는 것을 실감할 것이다. 하물며 이 cross-link가 입체적으로 분자의 차원 즉 bond length의 크기로서 다종다양하게 달라지

다면 감히 고무의 탄성 특성을 이해할만 하다. 물론 고무류의 탄성이 전적으로 cross-link로 되는 network structure(조직구조) 만에 기인하는 것이 아니며 구조도 그림에서 예상되는 것과 같이 단순한 것은 아니지만 고무류의 탄성특성이 거의 전적으로 cross-link에 의한 복잡한 조직구조에 의한다는 것은 오늘날 널리 인정되고 있는 사실이다.

고분자의 cross-link에 대한 모형을 Fig. 1에 보였

다. 그중 a)는 강한 복귀력 내지 변형저항을 나타낸다. 변형저항이 크다는 것은 탄성율이 크다는 것과 같다. b)는 cross-link가 없는 polymer chain으로 변형은 용이하겠으나 저항이 없다. c)는 polymer chain과 cross-link를 동시에 갖는 것으로 고무류의 구조와 유사하다.

그런데 고무류에는 cross-link만으로 납득될 수 없는 또 하나의 특성이 있다. 이 점을 논하기 위하여 강체와 고무에 대한 stress-strain 곡선을 Fig: 2에서 비교해 보자.

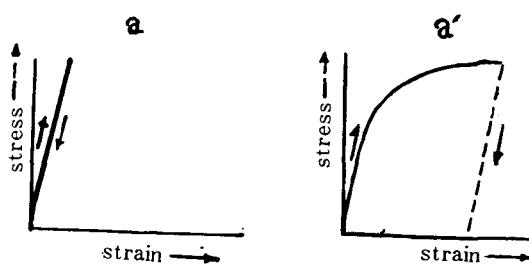


Fig. 2. a. 탄성체(강체)의 stress-strain 관계 a'. 가소물에 대한 것.

서부터는 경사가 급해져서 마치 강체와 같은 성질을 나타낸다(Fig. 2. a), a'). 주목할 만한 점은 이 범위 A~B에서도 외력은 변형에 비례하며 탄성체의 특성을 그대로 유지한다는 것이다. 즉 고무류에서는 그 탄성 특성은 완만한 부분과 강체의 외력-변형과 같은 급한 두 부분으로 된다.

여하간 cross link라는 조직 구조로서 고무의 탄성 특성 중 완만한 부분(O~A)은 그럴듯하게 수긍이 가능는데 급경사인 A~B 부분을 무엇으로 해명할 것인가.

고무탄성에 관한 열역학적 연구는 이 점에 관한 해답을 제공한다. 해답에 의하면 A~B 사이에서는 고무의 부분적 결정화가 진행된다. 만약 독자가 이 글을 끝까지 읽어준다면 이 결론에 도달하기 까지의 과정을 어렵지 않게 이해할 것이다.

1. 고무의 열역학적 특성

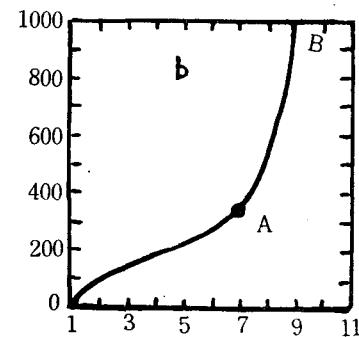
1) 고무의 탄성은 온도의 상승에 따라 증가한다.

네장쟁이가 철을 가공하려면 붉게 달구어 망치로 때린다. 작은 힘으로 큰 변형을 기대할 수 있기 때문에. 물론 이 온도 범위에서 탄성이 유지되는 것은 아니지만 대개 강체인 경우 온도 상승에 따라 탄성율이 감소한다. 이 점은 고무의 탄성이 일면 강체와 유사하되 다른 일면에서는 그렇지 않다는 것을 보여준다.

기체와 비교할 때 어떨 것인가. 온도가 높아지면 $PV=RT$ 로 부터 PV 적이 커진다. 같은 부피 변화

Fig. 2에서 a), a)'는 강체의 것으로 경사가 급한것이 특징이며 어느 점에서 탄성이 없어지고 변형은 복귀 못한채 남는다(이 점을 강복점—yielding point라 한다) 직선의 범위 안에서 변형율은 외력에 비례하며 과정은 가역 즉 외력이 제거될 때 변형도 사라진다.

그런데 고무류의 탄성율-변형율 곡선은 경사가 다른 두 부분으로 된다. 경사가 작은 첫 부분은 고무의 성질을 그대로 나타낸 것, 즉 작은 힘으로 많은 변형을 일으킨다는 점 및 과정이 가역임을 나타낸다. 그런데 한개의 고무재료인데도 어느 한계점(Fig. 2. b) A)에



V 를 일으키기 위한 힘 P_1 과 P_2 를 비교할 때(첨자 1을 고온부, 2를 저온부로 함) $P_1/P_2=T_1/T_2>0$

고온부에서의 힘 P_1 이 저온부에서의 것보다 크다. 즉 온도상승에 의한 고무의 탄성 증가는 기체의 성질과 통하는 점이 있다.

그렇다면 앞서의 붉게 달군 철의 경우도 같은 것이 아니나. 열팽창으로 철의 부피가 팽창되어 있는 점은 기체의 경우와 같으니까. 그런데 이 점을 명확히 해둘 필요가 있다. 고체나 액체에서는 힘에 의한 압축을 생각할 수 없다. 보통 고체나 액체의 압축율은零으로 인정되고 있다. 물론 지구나 태양의 중심부와 같은 인간의 실험조건을 훨씬 넘는 초거대한 힘이라면 모르겠지만 강체는 힘에 의하여 단지 그 모양을 바꾼다. 전성 연성 등은 모두 부피가 변하지 않는 전례하의 형태변화에 관한 것이다.

그런데 고무탄성의 온도변화에 대하여 상당히 엣적의 실험보고가 있어 소개해 둔다. 1805년 Grough의 판찰 보고서에 다음과 같은 글이 있다²⁾.

If one end of a Caoutchouc be fastened to a rod of metal or wood, and a weight be fixed at the extremity....., the thong will be found to become shorter with heat and longer with cold.

Gough는 또 다른 실험에서 같은 절이와 무게의 같은 재료로 된 고무줄에 같은率의 신장(伸張)을 시킨 다음, 더운물과 차운물을 담구어 원형으로의 복귀를 각각 관찰하여 다음 같은 사실을 보았다.

즉 더운 물에서는 즉시 원형으로 회복되었는데 찬 물에서는 다소의 변형이 그대로 남았다. 변형된 찬 물의 고무줄은 더운 물에 옮겼더니 다시 원형으로 회복되었다. Gough는 이 사실을 여러 각도로 해명하고 있지만 그리 간단한 것이 못됨으로 여기서는 생략한다.

2) 고무의 체적은 신장 내지 수축에 의하여 거의 변화하지 않는다.

놀랍게도 Gough는 그 옛날 신장에 의하여 고무의 물속에서의 밀도가 증가한다고 주장했다. 그런데 많은 근래의 실험 보고에는 신장에 의하여 부피가 증가하는 것으로 되어 있다. 측정의 수단이 훨씬 발전한 오늘날의 실험 결과가 보다 더 밀을 만 하겠지만 측정의 수단에 따라 커다란 차이가 있다. 하는 것은 요는 변화량이 너무 작아 계기로 결리기 어렵다는 것이다.

진공에서의 측정 결과에 따르면 일정온도와 압력하에서 신장에 따른 부피 변화는零이다. $P\left(\frac{\partial V}{\partial L}\right)_{T,P}=0$ 그런데 실험 조건이 변하여 1 atm 정도의 압력 변화가 있을 때 그것으로 해서 이 결과에 변동이 있으리라고는 생각되지 않는다. 즉 고무류에 있어서는 신장 내지 변형에 따른 부피 변화가 없거나 실질적으로 없는 것과 마찬가지다. 고무 특성 중 일부는 액체나 고체와 유사하다. 이 같이 고무에서는 액체·기체·고체의 특성이 그때 그때 나타난다.

2. 탄성의 상태 방정식(1)

고무 탄성의 상태 방정식은 第一, 第二 법칙으로 곧 다음과 같이 유도된다.

$$f = \left(\frac{\partial H}{\partial L}\right)_{T,P} + T\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{P,L}$$

또는 고무의 특성인 $P\left(\frac{\partial V}{\partial L}\right)_{T,P}=0$ 을 사용하면

$$f = \left(\frac{\partial E}{\partial L}\right)_{T,P} + T\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{P,L}$$

여기 f 는 평형장력, E : 내부에너지, H : 엔탈피이고 P : 압력(실험 조건) L : 실험물의 길이이다. f 는 stress-strain 을 논할 때 외력, stress, 회복력, 수축력(retractive force)과 같은 것이지만 외력에 대한 고무류의 변형응답이 시간적으로 뒤떨어지기 때문에 엄격한 의미에서 평형장력이라고도 한다.

따라서 상태방정식 중 f 는任意의 실험온도에서 계속적으로 일정한 변형을 유지하는데 필요한 힘으로 적접 측정이 가능하다. 그런데 방정식의 우변 두 항은 모두 적접 측정이 불가능하다. 다만 가능한 것은 온도 T (실험 조건)와 힘 f 이다. 그러면 이 두 지식을 갖고 어떻게 방정식 우변의 두 항을 알아내는가. 다음 순서로 진행한다.

3. 탄성 방정식의 추적

일정한 고무 재료를 선택한 다음 여러 개의 측정온도를 설정한다. 책정된 각 실험온도에서 평형 장력을 측정하여 $f \sim T$ 그래프에 그리면 Fig. 3과 같이 된다.

Fig. 3. 이 곡선의 기울기는 방정식右邊의 제이항 $(\partial f / \partial T)_{P,L}$ 와 같을 것이며 이 값을 수축력의 온도계수(temperature coefficient of retractive force)라 한다. 가령任意의 실험온도 T' 에 대응하는 고무재료의 이온도係數는 그래프에서 점 A의 접선의 기울기일 것이며 이 접선의 연장선이 縱軸과 만나는 점 C의

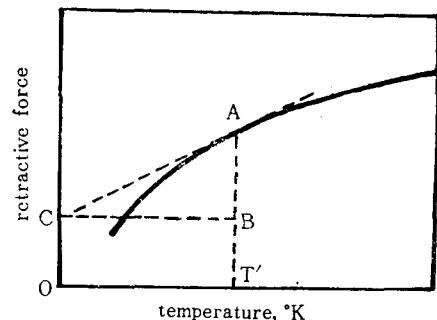


Fig. 3. 평형장력 대 온도곡선: $T' B = (\partial E / \partial L)_{T,P}$
 $AB = T(\partial f / \partial T)_{P,L}$ 를 얻을 수 있음.

座標 OC 는 방정식의 제일 항 $(\partial E / \partial L)_{T,P}$ 를 줄 것이다. 또한 $f = AT'$ 에서 이 값을 뺀 AB 는 제이항 $T(\partial f / \partial T)_{P,L}$ 을 줄 것이다.

$$\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{P,L} = -\left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_{T,P}$$

으로부터 定溫定壓下의 신장에 따른 엔트로피 감소의 자료를 제공한다. 그림에서 보면 복귀력은 온도상승에 따라 증가하고 있으니까 고무류가 신장할 때 定溫定壓의 보통의 실험 조건이라면 엔트로피는 감소한다. 반면 그래프로 보면 같은 조건하의 신장에 의하여 내부에너지는 증가하고 있는데 이 두 가지 사실은 어떤 물리적 의미를 갖는 것인가?

엔트로피 감소의 원인은 분자의 재배열에 의한다고 볼 수 있다. 신장이라는 과정을 통하여 영망으로 무질서하게 엉켜 있는 고무의 polymer chain 과 chain 을橫斷하는 cross link는 신장의 방향으로 나란히 선다. 일정한 규칙에 따라 분자가 재배열 됨으로서 엔트로피가 감소하는 예는 얼마든지 있다. 예컨대 액체가 고체 결정으로 될 때 분자들은 격자점에 고정되고 엔트로피는 감소한다. 철편을 자석에 가까이 놓을 때 철편 안의 작은 자석분자들은 자석선의 방향에 따라 일정한 규칙하에 재배열되고 엔트로피가 감소한다. 따라서 철편을 等溫磁化시킨 다음 단열적으로 자장을 제거하면 온도가 떨어지고 근래에는 이 원리가 극저온을 얻는 데

사용되고 있다.

그런데 Fig. 3.이 뜻하는 바 $(\frac{\partial E}{\partial L})_{T,P} > 0$ 즉 내부에너지가 신장에 따라 증가함은 무엇을 뜻하는가. 定溫定壓下 내부에너지가 달라진다는 것은 새로운 bond 가 형성된다면 또는 파괴되어 다른 분자종이 형성되는 것과 같은 화학변화가 아니면 분자간 거리가 달라져서 vander waals 힘의場에서의 위치에너지에 변동이 생긴다는 것이며 때에 따라서는 양자가 모두 원인 될 수도 있다. 이상과 같이 정압하에서의 내부에너지 증가는 고무의 구조에 관하여 명확한 자료를 줄 수 없기 때문에 이 연구 방법은 쓸모가 없다.

그런데 경밀한 실험방법에 의하면 고무류는 많은 경우 定壓伸長에 따라 작으나마 부피가 증가한다고 알려져 있다. 이렇게 되면 부피증가가 분자간 거리의 증가를 뜻하니까 방정식의 제 일項은 완전히 意味를 상실한다.

따라서 적어도 분자간 거리를 고정시키는 조건하에서 bond의 파괴 내지 재형성과 같은 화학적 결합변경에 기여하는 내부에너지 변화를 알려면 定容(constant volume)이라는 실험조건을 선택해야 한다. 定容이라면 분자간 거리에는 변화가 없다고 볼 수 있으니까.

그런데 定容이라는 실험조건은 매우 어려워서 채용할 수가 없다. 定容을 유지하려면 불활성기체등을 불어넣어 압력을 조정해야 하며 그렇게 해도 부피가 과연一定한지 아닌지 매우 알기 어려우니까.

이런 문제등을 해결한 보다 나은 상태방정식을 다음에 소개한다.

4. 탄성의 상태방정식(2)

고무류가 늘어날 때 polymer chain 내지 cross link와 같은 화학결합 변화의 有無를 엿볼 수 있도록 한 새로운 방정식은 다음과 같다.

$$f = \left(\frac{\partial E}{\partial L}\right)_{T,V} + T \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{P,\alpha}$$

방정식의 첫 항은 신장에 따르는 내부에너지 증가인데 定溫定容이라고 뜻이 밖혀있다. 따라서 이 항은 화학적인 결합양상과 관련할 것이다. 둘째 항은 앞서의 상태방정식과 마찬가지로 부력의 온도係數 $(\partial f)/(\partial T)$ 를 갖는데一定조건 P, α 中 P 는 定壓, α 는 신장을 고정시킨다는 뜻이다. ($\alpha = (L)/(L_0)$ 로서 L_0 는 처음의 길이. L 는 신장한 길이)

결국 위의 방정식은 定壓에서 여러 온도에 대응하는 평형장력 f 를 측정하여 그려지는데 단지 α 一定이란 조건이 하나더 가미된다. α 一定이란 조건은 일련의 측정온도에 대하여 고무끈의 길이가 처음부터 끝까지一定한 상태를 유지해 주는 것이다.

그러면 앞서의 상태방정식(1)의 경우와 같이 그래프의 기울기로 부터 장력의 온도係數를 구할 수 있으며

$$-\left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_{T,P} \cong \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{P,\alpha}$$

한 근사식으로 부터 엔트로피에 관한 지식을 얻는다. 또한 $T=0$ 와 縱軸과의 교점으로 부터 定溫定容의 내부에너지 변화를 알 수 있는데 평형장력이 시간과 관계함으로 다소의 기술이 필요하다.

즉, 같은 비율로 늘여놓은 같은 길이의 고무끈과 장력을 한 온도 T_1 에서 측정하고 다음 T_2 로 온도를 상승시켰을 때 장력은 처음부터一定値을 보이는 것이 아니라 시간에 따라 변한다. 一定한 장력을 나타낼 때까지 기다려야 하는데 보통의 온도에서는 시간이 상당히 걸린다. 고온에서는 이 시간이 빠른 반면 결합파열과 같은 화학 변화가 일어날 우려가 있다. 따라서 安全한 한계 온도를 찾은 다음, 고온 측으로 부터 저온부로 장력을 측정해 나간다. 측정온도가 바뀔 때마다 원형으로 복귀시켰다가 일정비율로 늘려 재측정을 하는 따위의 시간 낭비를 하지 말고 계속적으로 장력의 감소를 신속히 읽어나간다. 저온부에서 일단 측정이 완료되면 이번에는 저온에서 고온측으로 향하면서 같은 측정을 해올라 간다. 두 개의 측정값이 잘 일치한다면 믿을만한 결과가 나올 것이다.

이상의 방법은 일찌기 Joule에 의하여도 시도되었던 것인데 그 후 근래에 와서는 Meyer와 Ferri⁽³⁾ 등이 유황만으로 가황한 고무 재료에 대하여 이 방법을 선택하였고 Anthony, Caston, Guth⁽⁴⁾ 등도 유황만을 사용한 고무재료에 대하여 평형장력의 온도 의존성이 검토되었다.

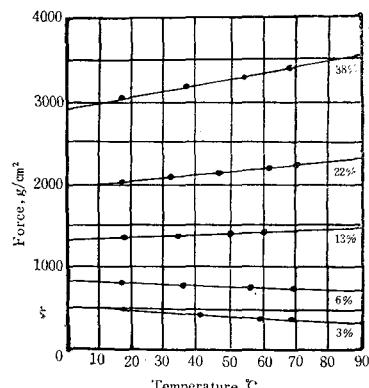


Fig. 4. Anthony, Caston, Guth의 실험결과.

고무 재료는 유황만으로 가황한 것. 조건은 定壓과 一定伸張率, 범위는 신장을 3%에서 38%까지 이룸(선팽창에 대한 보정을 하지 않음)

그림을 볼 때 대체적으로 장력은 온도 上昇에 따라 직선적으로 증가하고 있는데 ($f \sim T$ 직선의 경사가 풀라스) 이 경사가 마이너스로 변화하는 점이 있다. 이

$f \sim T$ 직선의 기울기의 변화 현상은 낮은 신장율의 경우, 온도 상승에 의한 선팽창이 장력 증가를 상쇄하고 도 남음이 있기 때문일 것이다.

Fig. 4의 직선을 $T=0^\circ K$ 까지 연장하여 $f \sim T$ 곡선과의 교점을 읽으면 방정식의 첫 항인 $(\partial E / \partial V)_{T,V}$ 가 얻어진다. 이 교점은 Fig. 4의 월선 왼쪽에 있다.

이 그래프를 힘 ~ 신장을 도표에 그리면 Fig. 5와 같이 되며 여기서 맨 밑 곡선 A는 $(\partial E / \partial V)_{T,V}$ 를 나타낸다. 맨 위 곡선은 장력 f 이고 $f - A$ 를 B로 나타내었다. 그러면 B는 방정식의 제 2 항을 나타낼 것이며, $-(\partial S / \partial L)_{T,V}$ 에 관한 자료로 제공한다.

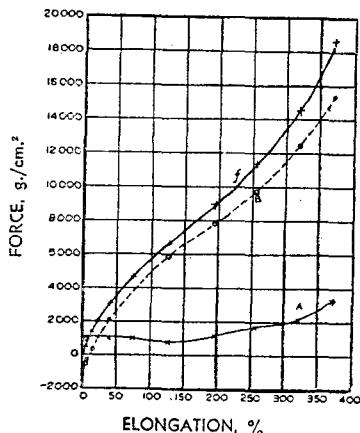


Fig. 5. $f \sim$ 신장을 곡선 (Fig. 4의 결과로 만듬)
곡선 A는 $(\partial E / \partial L)_{T,V}$, B는 $T(\partial f / \partial T)_{P,\alpha}$ 로서 $-T(\partial S / \partial L)_{T,V}$ 와 같음. $f - \alpha$ 자료는 $20^\circ C$ 의 것을 취함. (Anthony, Caston, and Guth)

Fig. 5의 맨 밑 곡선 A를 보면 신장에 따른 에너지의 증가부분이 $\alpha = 150\%$ 정도까지 상당히 작은 것을 알 수 있다.零이라고 단정하기는 어렵지만.

그래서 Anthony, Caston, Guth 등은 이것이 사실零이 아닌가 하고 확인하게 되었다. 이들은 온도상승에 따른 고무끈의 선팽창을 세밀히 고려하여 새로 $f \sim T$ 그래프를 그려본 결과 경사 전위(轉位)가 없는 일련의 직선을 얻었고 $0^\circ K$ 까지 직선을 연장하는 외삽법에 의하여 $(\partial E / \partial L)_{T,V}$ 를 구한 결과零에 대단히 가까운 것을 발견하였다. (Fig. 6, Fig. 7)

Fig. 7에 나타난 바를 보면 $\alpha = 200\%$ 정도에 이르기 까지 $(\partial E / \partial L)_{T,V}$ 는 실질적으로零과 같다. 이 결론이 과연 우연한 것인지 아니면 필연적인 것인지 검토해 보기로 하자.

α 一定이란 조건중 가장 간단한 경우는 $\alpha = 1$ 일 때이다. 이 때는 열팽창도 신장도 없는 경우로 당연히 $f = 0$ 이다(탄성의 상태방정식에서). 다음 제 2 항의 측정온도(가령 약간 상승된 온도)에서 고무끈은 그만큼 선팽창을 했을 것이고 $\alpha = 1$ 인 조건은 선팽창 외

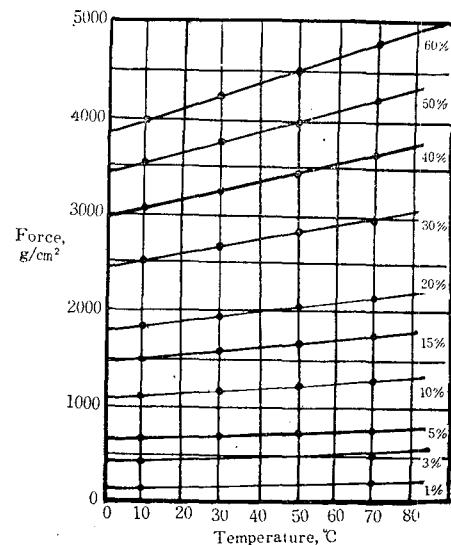


Fig. 6. Anthony, Caston, Guth에 의한 $f \sim T$ 곡선(선팽창에 의한 신장 부분이 보정된 것)

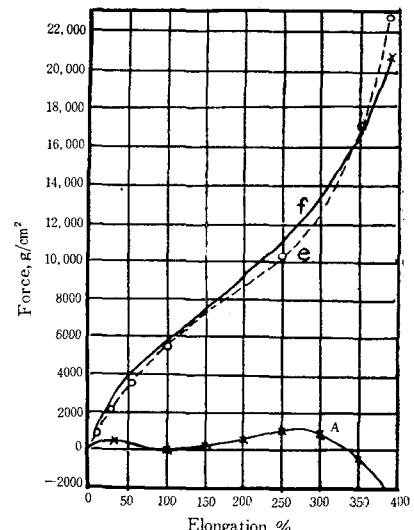


Fig. 7. 신장율에 선팽창 부분을 고려해서 얻은 $f \sim \alpha$ 곡선 A는 $(\partial E / \partial L)_{T,V}$, B는 $-T(\partial S / \partial L)_{T,V}$ 를 준다. (Anthony, Caston and Guth)

에 아무것도 없는 상태이다. 따라서 이 제 2 항의 온도에서도 $f = 0$ 이기 때문에 방정식의 제 2 항 $(\partial f / \partial T)_{P,\alpha}$ 도零이 된다.

$$f = (\frac{\partial E}{\partial L})_{T,V} + P(\frac{\partial f}{\partial T})_{P,\alpha} \text{에서}$$

$$f = 0$$

$$(\frac{\partial f}{\partial T})_{P,\alpha} = 0$$

따라서

$$(\frac{\partial E}{\partial L})_{T,V} = 0$$

그리고 탄성의 상태방정식은 $\alpha = 1$ 이라는 한정조건

을 요하지 않고 成立한다. 즉 $\alpha=1$ 이건 $\alpha=1.5$ 이건 간에 成立되는 것이다. 따라서 $(\partial E/\partial L)_{T,V}=0$ 는 당연한 것이다.

실험 결과가 이론적으로 타당한 것이라면 그 결론은 믿을 만한 것이다. 즉 우리가 뭄시 궁금하였던 일 고무가 신장할 때 화학결합의 파열 내지 재형성과 같은 근본적인 화학변화가 있느냐 없느냐 하는 의문이 해결된 것이다. (물론 어느 한도안의 신장에 대해서)

한 문제가 해결되면 다음 문제가 뛰어어 해결된다. 앞서一定 온도 압력하에서 신장에 따라 내부에 넓이가 증가하는 것으로 나타났는데 그러면 이것은 무엇에 기인하는 것인가. 말할 것도 없이 분자간 거리의 변화에만 의한 것이다.

이상 Anthony, Caston, Guth 등의 주장은 그 후 Wood 와 Roth⁽⁵⁾ 등에 의하여 재확인 되었는데 이들은 유황과 촉진제로 가황된 천연고무에 대한 일련의 실험에서 Anthony 등의 주장대로 $(\partial E/\partial L)_{T,V}=0$ 임을 재확인 하였다. (Fig. 8)

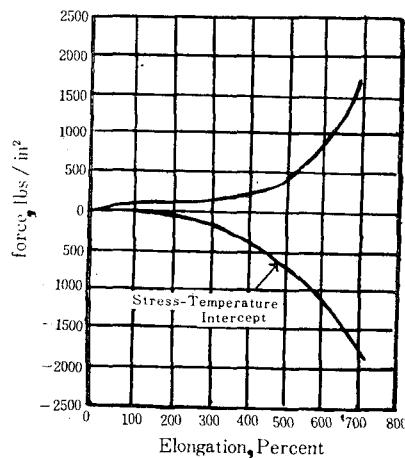


Fig. 8. $f \sim T$ 곡선의 외삽으로 얻은 $(\partial E/\partial L)_{T,V}$ 를 밑에 $f_{(P,\alpha)}$ 를 위에 동시에 나타낸 것. 온도는 25°C 의 것이며 재료는 가속제와 활으로 가황한 천연고무(Wood and Ruth)

과연 $(\partial E/\partial L)_{T,V}$ 가 零인가 아닌가는 매우 意義가 큰 것으로 다른 각도에서 검토한 것이 또 있다.

Meyer 와 Van der Wyk⁽⁶⁾ 등은 가황된 고무재료에 비틀림의 절단력을 작용시켜 변형율이 작은 범위내에서 절단 외력이 온도에 正比例함을 알았다.

이들은 고무재료를 연결된 두개의同心 원통 안에서 가황한 다음 서로 반대 방향으로 회전시키는 방법으로 힘과 변형의 관계를 측정하여 10% 이내의 변형에서는 내부에너지 증가가 전혀 없고 힘이 전적으로 엔트로피 감소에 기인한다고 보았다.

그러면 합성고무에 대하여는 어떻겠는가. 여기 Roth 와 Wood의 실험보고를 소개한다⁽⁷⁾. (Fig. 9)

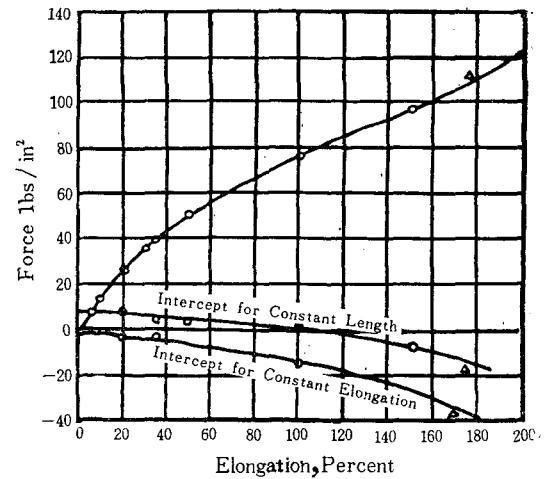


Fig. 9. 합성고무 GR-S에 관한 평형장력(上部곡선)과 에너지項 $(\partial E/\partial L)_{T,V}$. 중간곡선은一定한 길이에 대한 $f_{(P,L)}$ 對 T 직선을 연장하여 얻은 $(\partial E/\partial L)_{T,V}$. 맨 밑의 곡선은一定한 신장율에 대한 $f_{(P,\alpha)}$ 對 T 직선에서 같은 방법으로 구한 것. (Roth and Wood)

실험 대상물은 vulcanized butadiene-Styrene (GR-S)로서 monomer의 질량비가 3:1인 것이었다. 이들의 실험결과가 Fig. 9와 같은 것인데 맨 위의 것은 평형장력, 중간의 것은 외삽법으로 구한 내부에너지 증가율(一定한 길이에서), 맨 아래의 것은 같은 신장을에서 같은 방법으로 구한 에너지 증분이다.

결국 합성고무에 관한 검토 결과는 천연고무에 대한 것과 동일하여 어느 경우에나 等溫等容의 伸張에 따른 내부에너지 증분은 실질적으로 零과 같다.

5. 이상고무

앞서 여러 사람에 의해 확인된 바 있는 $(\partial E/\partial L)_{T,V}=0$ 이 엄격히 성립되는 고무를 이상고무라 한다. 즉 이상고무는 伸張과 같은 형태변화에 대하여 bond length라던가 valence angle이一定하여 이중결합이 없거나 아니면 있더라도 분자회전과 같은 입체조건에 아무 변화를 가져오지 않는 그런 것을 말한다.

외력에 의한 고무의 변형을 기체에 비교한다면 압력에 의한 부피변화와 맞먹는다. 이상기체란 일정온도에서 부피변화가 내부에너지의 변화를 가져오지 않는 기체를 말한다. $(\partial E/\partial V)_T=0$

또한 이상고무를 다음과 같이 표현할 수도 있다. 즉 이상고무란 신장에 따르는 회복력 또는 수축력이 전적으로 분자의 배열변화에 의하는 것을 말한다.

6. 極度의 변형이 가져오는 것

Fig. 8.에서 보면 α 가 200% 이상일 때 내부에너지

가 감소한다($\partial E/\partial L$)_{T, V}<0. 그런가 하면 위의 곡선 즉 장력 증가율이 급격히 커진다. 같은 현상은 Fig. 2의 右側에도 나타나 있다. 이 점에서부터 고무류의 탄성은 강체의 그것에 많아간다는 것을 앞서 말한 바 있다. 장력이 급격히 증가 즉, 엔트로피가 급히 감소하면서 내부에너지도 감소한다는 것은 무엇을 뜻하고 있나. 결정이 생기고 있다는 것이다.

분자가 결정의 격자에 고정되는 것과 같은 결정생성이 이루어질 때의 엔트로피 감소는 단순히伸張의 方向과 平行하도록 配向을 바꾸는 정도의 배열 변화에 따르는 엔트로피 변화와는 비교도 않된다. 따라서 이 점에서 엔트로피 감소와 맞먹는 장력은 급격히 증가하여 강체의 성질을 나타낸다.

결정의 생성은 또한 내부에너지의 감소를 가져온다. 액체가 고체로 되는 것과 같이 相변화가 시작한 것이다.

서로 인력의 작용하에 있는 분자들이 격자점까지 접근하여 결정을 이룰 때 격자에너지가 방출된다. 이 에너지는 결정을 파괴할 때 필요한 에너지와 맞먹는다. 이상에 따라 엔트로피의 급격한 감소와 여기에 따르는 내부에너지의 감소는 분명히 결정생성을 뜻하며 이 점은 X선에 의하여 확인된 바 있다.

결정진행의 정도는 ($\partial E/\partial L$)_{T, V} 곡선을 적분하여 구할 수 있는데 예를 들면 Fig. 8 또는 Fig. 9에서 밀의 곡선 즉 ($\partial E/\partial L$)_{T, V} 와 α 간의 面積은 결정진행의 정도를 나타내고 있으며, 이 적분값을 용융열로 나눈 것은 결정진행의 훌륭한 척도가 된다.

고무에 따라서는 상당히 큰 변형에서도 결정생성이 완만한 것도 있다. 예컨대 Fig. 9와 같이. 이런 고무류는 큰 장력을 받을 때 힘없이 늘어나 끊어져 버린다. 이런 고무류는 결정 촉진제의 첨가로 강해질 수 있으며 때에 따라서는 carbon black이나 색소와 같은 미세한 분말을 첨가하여 강하게 할 수 있다.

(1) Principles of Polymer Chemistry, by Paul J. Flory, Cornell University Press, Ithaca, New York, 1953.

(2) J. Gough, Proc. Lit. and Phil. Soc., Manchester ester, 2d ser., 1, 288(1805)

(3) K. H. Meyer and C. Ferri Helv. Chim. Acta, 18, 570(1935)

(4) R.L. Anthony, R.H. Caston, and E. Guth, J. Phys. Chem., 46, 826(1942)

(5) L.A. Wood and F.L. Roth, J. Applied Phys., 15, 781, 1842(1946)

(6) K.H. Meyer and A.J.A. van der Wyk, Helv. Chim. Acta, 29, 1842(1946)

(7) F.L. Roth and L.A. Wood, J. Applied Phys., 15, 749 (1944)

주 가

☆ 1 제 일법칙을 다음과 같이 쓸 때

$$dE = dQ = -dW \quad (1)$$

dQ 는 系가 받은 열 dW 는 系가 외부에 한 일이다. 張力(수축력) f 인 고무가 dL 만큼伸長했다면 $f dL$ 의 일을 받은 것이므로 외부에 한 일은 $-f dL$, 이 때 부피증가가 dV 이면 $P dV$ 의 일을 한 것이다.

$$dW = P dV - f dL \quad (2)$$

가역과정으로 이상의 변화가 진행되었다면 $dQ = T dS$ 이므로 여기 S 는 탄성체의 엔트로피이다. 따라서

$$dE = T dS - P dV + f dL \quad (3)$$

다시 $dF = H - TS$, F 는 Gibbs free energy, 및 $H = E + PV$, H 는 엔탈피,에 따라

$$dF = E + PV - TS \quad (4)$$

그러면 (3)과 (4)로 부터

$$dF = V dP - S dT + f dL \quad (5)$$

(5)로 부터 즉시

$$\left(\frac{\partial F}{\partial L}\right)_{T, P} = f \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{P, L} = -S \quad (7)$$

(5)로 볼 때

$$\left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_{T, P} \right]_{P, L} = \left[\frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_{P, L} \right]_{T, P}$$

가 成立됨으로

$$-\left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_{T, P} = \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{P, L} \quad (8)$$

다시 $dF = dH - T dS - S dT$ 로 부터

$$f = \left(\frac{\partial F}{\partial L}\right)_{T, P} = \left(\frac{\partial H}{\partial L}\right)_{T, P} - T \left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_{T, P} \quad (9)$$

따라서

$$f = \left(\frac{\partial H}{\partial L}\right)_{T, P} + T \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{T, P} \quad (10)$$

은 retractive force(평형장력이라고도 함)을 포함하는 탄성체의 상태방정식이다.

다시 $dH = dE + P dV + V dP$ 로 부터

$$\left(\frac{\partial H}{\partial L}\right)_{T, P} = \left(\frac{\partial E}{\partial L}\right)_{T, P} + P \left(\frac{\partial V}{\partial L}\right)_{T, P}$$

$P \left(\frac{\partial V}{\partial L}\right)_{T, P}$ 가 작은 보통의 경우 윗 式 제 11항은 없어지고(본문에서 지적한 바 있다)

$$\left(\frac{\partial H}{\partial L}\right)_{T, P} = \left(\frac{\partial E}{\partial L}\right)_{T, P}$$

따라서 상태방정식의 또 다른 표현은

$$f = \left(\frac{\partial E}{\partial L}\right)_{T, P} + T \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{P, L} \quad (11)$$

$$\star 2 \quad \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{P, L} = -\left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_{T, P}$$

는 식 (8)에 따른다.

☆ 3 탄성체의 내부에너지 \$P, V, L, T\$의 함수로 볼 때

$$\left(\frac{\partial E}{\partial L}\right)_{T,P} = \left(\frac{\partial E}{\partial L}\right)_{T,V} + \left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_{T,L} \left(\frac{\partial V}{\partial L}\right)_{L,P} \quad (12)$$

로 되고 계이項중 $\left(\frac{\partial V}{\partial L}\right)_{T,P}$ 가 작아도 $(\partial E/\partial V)_{T,L}$ 가 상당히 커서 그 합은 무시할 수 없다.

☆ 4 work function

$$A = E - TS$$

에 따라

$$\begin{aligned} dA &= dE - TdS - SdT \\ &= -SdT - PdV + fdL \end{aligned} \quad (13)$$

따라서

$$f = \left(\frac{\partial A}{\partial L}\right)_{T,P} = \left(\frac{\partial E}{\partial L}\right)_{T,V} - T\left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_{T,V} \quad (14)$$

다시 식 (8)을 얻은 것과 같이 (13)으로 부터

$$\left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_{T,V} = -\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{V,L} \quad (14)$$

따라서

$$f = \left(\frac{\partial E}{\partial L}\right)_{T,V} + T\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{V,L} \quad (15)$$

는一定한 길이 \$L\$라는 조건과 等容 조건에서 추적할 수 있는 탄성체의 상태 방정식이다. 定容이라는 조건은 실험적으로 얻기 어려운 것인데 다행이

$$-\left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_{T,V} \cong \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{P,\alpha} \quad (16)$$

이 한 근사식이 성립되며

$$\alpha = \frac{L}{L_0} \quad (17)$$

로 定義되므로 \$L_0\$는 원길이, \$L\$은 신장한 길이이므로 결국 탄성체의 상태방정식은

$$f = \left(\frac{\partial E}{\partial L}\right)_{T,V} + T\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{P,\alpha} \quad (18)$$

☆ 5 $-(\partial S/\partial L)_{T,V} \cong (\partial f/\partial T)_{P,\alpha}$ (19)

一定伸張率(constant elongation)에서의 위 近似式 을 증명하기 위하여 독립변수 \$P, T, L\$에 관하여 근사식의 좌변을 전개하면

$$\begin{aligned} -(\partial S/\partial L)_{T,V} &= -(\partial S/\partial L)_{T,P} - (\partial S/\partial P)_{T,L} \\ &\quad (\partial P/\partial L)_{T,V} \end{aligned}$$

여기에 관계식 $-(\partial/\partial L)_{T,P} = (\partial f/\partial T)_{P,L}$ 및 $dF = VdP - SdT + fdL$ 로 부터 얻는 $(\partial S/\partial P)_{T,L} = -(\partial V/\partial T)_{P,L}$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} -(\partial S/\partial K)_{T,V} &= (\partial f/\partial T)_{P,L} + (\partial V/\partial T)_{P,L} \\ &\quad (\partial P/\partial L)_{T,V} = (\partial f/\partial T)_{P,\alpha} + \Delta \end{aligned} \quad (20)$$

결국 근사식 19를 얻으려면 식 20에서 \$\Delta\$가 零임을 보이면 된다.

$$\Delta = (\partial f/\partial \alpha)_{T,P} (\partial \alpha/\partial T)_{P,L} + (\partial V/\partial T)_{P,L} (\partial P/\partial L)_{T,V} \quad (21)$$

21의 첫 항 $(\partial f/\partial \alpha)_{T,P}$ 의 \$\alpha\$는 $\alpha = L/L_0$ 인데 \$L_0\$는 \$T, P\$만의 함수라고 볼 수 있다. 따라서

$$(\partial f/\partial \alpha)_{T,P} = L_0 (\partial f/\partial L)_{T,P}$$

$$= -L_0 (\partial f/\partial P)_{T,L} (\partial P/\partial L)_{T,f}$$

다시 $(\partial f/\partial P)_{T,L} = (\partial V/\partial L)_{T,P}$ 에 의하여

$$(\partial f/\partial \alpha)_{T,P} = -L_0 (\partial V/\partial L)_{T,P} (\partial P/\partial L)_{T,f} \dots \quad (22)$$

다시 식 21의 첫 항의 둘째인자는

$$(\partial \alpha/\partial T)_{P,L} = -\frac{L}{L_0} \cdot \frac{1}{L_0} \left(\frac{\partial L_0}{\partial T}\right)_P$$

$$\text{와 같이 되는데 } L/L_0 = \alpha, \frac{1}{L_0} \left(\frac{\partial L_0}{\partial T}\right)_P$$

는 선팽창 係數로 等方性 재료에 관하여는 體膨脹係數의 $1/3$ 이므로

$$\frac{1}{L_0} \left(\frac{\partial L_0}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial \ln L_0}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{3} \alpha_T$$

$$(\partial \alpha/\partial T)_{P,L} = -\alpha \cdot \frac{\alpha_T}{3}$$

또한 \$\Delta\$의 제 2 항은

$$-(\partial V/\partial T)_{P,L} (\partial P/\partial V)_{T,L} (\partial V/\partial L)_{T,P}$$

와 같으므로 compressibility(압축율)의 다음의 定義에 따라

$$k = -(\partial \ln V / \partial P)_{T,\alpha} = 1 = -3(\partial \ln L_0 / \partial P)_T$$

$$\Delta = (\partial V/\partial L)_{T,P} (\alpha_T/k) [(kL/3)(\partial P/\partial L)_{T,f} - (k/\alpha_T)(\partial V/\partial T)_{P,L} (\partial P/\partial V)_{T,L}] \quad (23)$$

식 23의 팔호 안의 첫 항을 검토하기 위하여 그 逆數를 취해보면

$$\begin{aligned} (3/kL)(\partial L/\partial P)_{T,f} &= (3/k\alpha)(\partial \alpha/\partial P)_{T,f} + \\ (3L/k)(\partial L_0/\partial P)_T &= (3/k\alpha)(\partial \alpha/\partial P)_{T,f} - 1 \end{aligned}$$

이 식의 右邊 첫 항의 $(\partial \alpha/\partial P)_{T,f}$ 는 零일 것이 예상된다. 왜냐하면 신장율이 압력에 따라 변한다고는 볼 수 없기 때문에. 또한 만약 그렇다면 신장이란 변형이 상당량의 容積變化를 가져와야 하는데 實地로는 그렇지 않기 때문에, 따라서

$$(kL/3)(\partial P/\partial L)_{T,f} = (3/kL)(\partial L/\partial P)_{T,f} = -1$$

및

$$(3/k\alpha)(\partial \alpha/\partial P)_{T,f} \cong 0$$

다음에 식 23의 팔호의 둘째 항을 볼 때

$$(\partial V/\partial T)_{P,L} (\partial P/\partial V)_{T,L}$$

$$= -\frac{(1/V)(\partial V/\partial T)_{P,L}}{-(1/V)(\partial V/\partial P)_{T,L}} = -\left(\frac{\alpha_T}{k}\right)_L$$

따라서 둘째 항은

$$(-)(-) \frac{k}{\alpha_T} \left(\frac{\alpha_T}{k}\right)_L = 1$$

따라서 식 2의 우변 팔호는

$$-1+1=0 \quad \Delta=0$$

等方性 재료에 있어서 \$k/\alpha_T\$가 \$(\alpha_T/k_T)_L\$의 逆數와 같다는 것은 \$k/\alpha_T = (k/\alpha_T)_L\$와 같이 길이 一定이라는 條件이 \$k\$와 \$\alpha_T\$ 即 壓縮율과 體膨脹係數의 比에 아무런 영향을 줄 수 없다는 것인데 이것이 近似的 결론이기는 하겠지만 안심 할만한 것이다. 결국 이상에 따라서

$$-(\partial S/\partial L)_{T,V} \cong (\partial f/\partial T)_{P,\alpha}$$