

삼각형과 사각형의 분류

서울大學敎 師範大學 崔 雪 英

이 글은 삼각형과 사각형의 분류를 컴퓨터의 programming에 사용되는 순서도로 나타낸 것이다. 후 컴퓨터의 사용이 가능하지 않더라도 순서도 작성의 연습에 많은 도움을 줄 것이다.

여기서 다루려는 문제는 다음과 같다.

1. 한 평면위에 주어진 세 개의 점들은 삼각형을 이룰 것인가? 만약 그렇다면 어떤 종류의 삼각형인가?
2. 한 평면위에 주어진 네 개의 점들은 사각형을 이룰 것인가? 만약 그렇다면 어떤 종류의 사각형인가? (여기에서는 우리가 잘 다루고 있지 않은 오목사각형과 Bowtie 사각형(그림 1의 아래 도형)도 사각형으로 생각하기로 한다.)

이들 분류에는 각 도형의 세밀한 분석이 앞서야 하며 이를 위하여 해석기하와 선형대수의 기본적인 개념과 고등학교에서는 잘 다루워지지 않고 있는 도형에 관한 개념들(예를 들면 non-simple, concave 등)에 관한 수학적 지식이 필요하다.

이러한 문제의 해결을 구하려는 학생에게 교사는 우선 도형에 관한 간단한 개념들을 생각하도록 하는 것이 좋겠다. 예를 들면, 삼각형의 분류에서는

‘주어진 세점에 의해서 직각이 만들어지는가?’

또 사각형의 분류에서는

‘같은 평면상의 네점은 평행사변형을 만든다는가? (일반으로, 같은 평면 위의 네점에 의하여 평행이고 길이가 같은 한 쌍의 선분이 이루어진다고 해서 그 네점이 평행사변형을 만든다고는 말할 수 없다. 그림 1)’ 등이다.

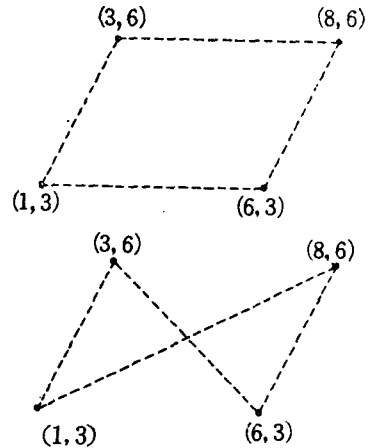


그림 1

위와같은 개념들은 도형의 분류를 위한 program에서 반드시 다루어져야 한다. 일단 분류를 위한 개념들이 정해진 다음에는 이들의 순서를 결정해야 한다. 순서의 결정은 결코 간단한 일은 아니며 그 방법도 유일한 것은 아니다. 그러나 이것은 학생에게 유익한 학습 과제가 될 수 있으므로, 학생 각자가 스스로 한번쯤 다루어 보도록 하는 것이 좋겠다. 여기에 그 한 방법을 소개한다.

삼각형의 분류

대부분의 고등학생들은 여러가지 종류의 삼각형을 알고 있다. 삼각형의 분류에는 직각, 예각, 둔각, 부등변, 등변 또는 이들의 결합을 이용할 수 있다. 그림 2는 이를 이용한 삼각형의 분류에 관한 순서도이다.

cavity(오목), simplicity, non-simplicity, 또는 이들의 결합을 이용할 수 있다. 고등학생들에게 concavity 나 non-simplicity는 익숙한 개념이 아니지만, 이러한 것에 대한 기초적인 고찰은 학생들에게 좋은 수학적 경험이 되리라 생각된다.

사각형의 분류

사각형의 분류에는 convexity(볼록), con-

사각형을 분류하기 위해서는 우선 주어진 네 점에 순서를 주어야 한다. 만일 순서가 정해지지 않는다면 주어진 네 점에 의해서 사각형

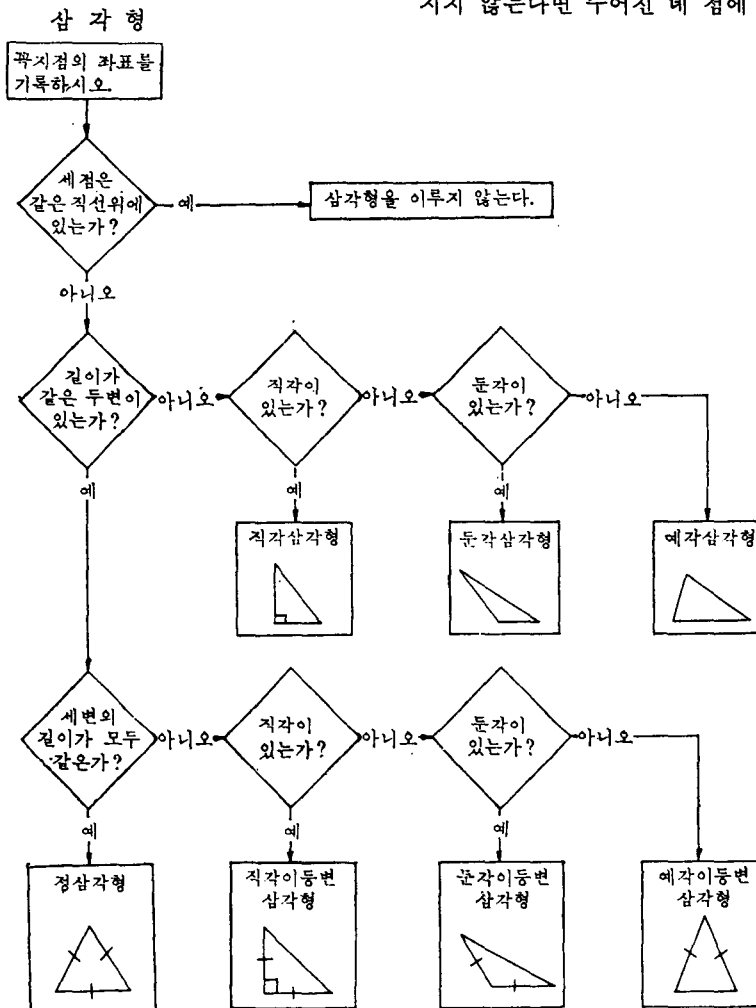


그림 2

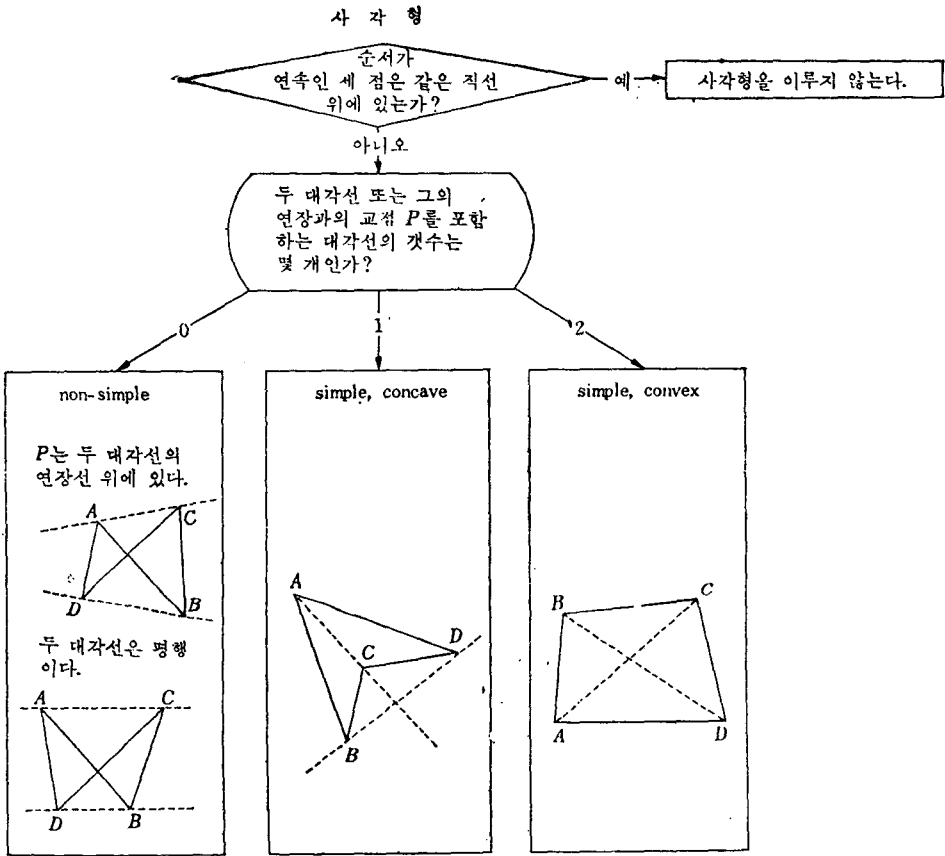


그림 3

이 유일하게 결정되는 것이 아니기 때문이다. (그림 1). 또 순서가 연속적으로 주어진 세 점이 한 직선위에 있는지도 검토되어야 한다.

사각형(이후부터는 네 점에 순서가 주어진 사각형을 의미함)의 분류의 한 전략으로서 simple convex, simple concave, non-simple의 세 범주로의 구분이 필요하다. 이러한 구분은 다음과 같은 성질위에서 이루어진다.

평면 사각형 $ABCD$ 의 두 대각선 또는 그의 연장과의 교점 P 가 존재한다면, 점 P 는 적당한 실수 x, y 가 존재하여

$$(C-A)x + A$$

$$(D-B)y + B$$

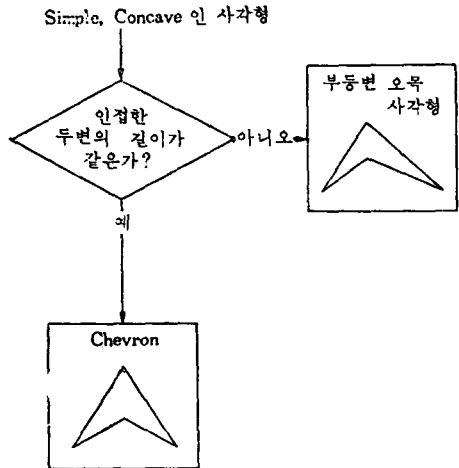


그림 5

Simple, Convex 인 사각형

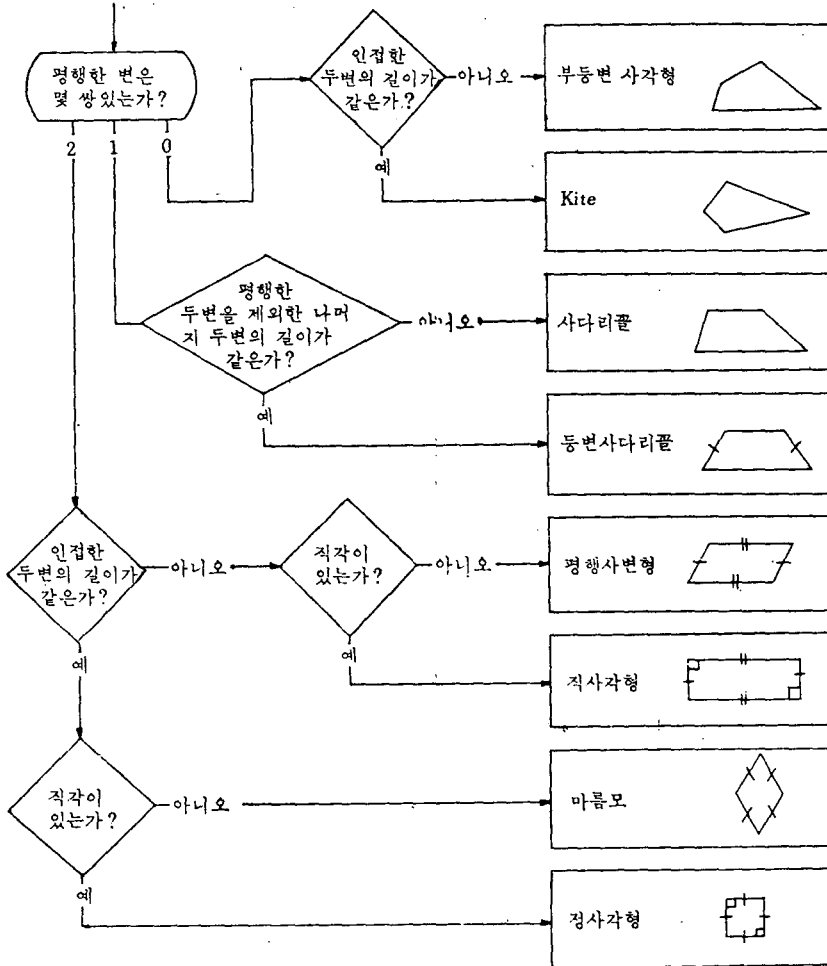


그림 4

- 인 모양으로 표시된다. 이 x, y 에 대하여
- (i) $0 < x < 1$ 이고 $0 < y < 1 \Leftrightarrow$ simple convex
 - (ii) $0 < x < 1$ 과 $0 < y < 1$ 중 어느 한 가지만 성립 \Leftrightarrow simple concave
 - (iii) $0 < x < 1$ 과 $0 < y < 1$ 모두 성립하지 않음 \Leftrightarrow non-simple

이 성립한다.

그림 3은 (i), (ii), (iii)에 의한 사각형의 분류이다.

일단 범주의 분류가 완성되면 각 범주에 속하는 사각형들의 분류가 필요하다. 고등학교 학생들에게 가장 쉽게 느껴지는 것은 simple, convex 인 사각형의 분류일 것이다. 이 분류에 관한 순서도는 그림 4로 주어진다.

Simple, concave 인 사각형은 앞에서의 simple, convex 인 사각형보다는 조금 어렵게 느껴지겠지만, 그 종류가 다양하지 않기 때문에 그다지 어렵지는 않다. 이들의 분류에 관한

Non-Simple 인 사각형

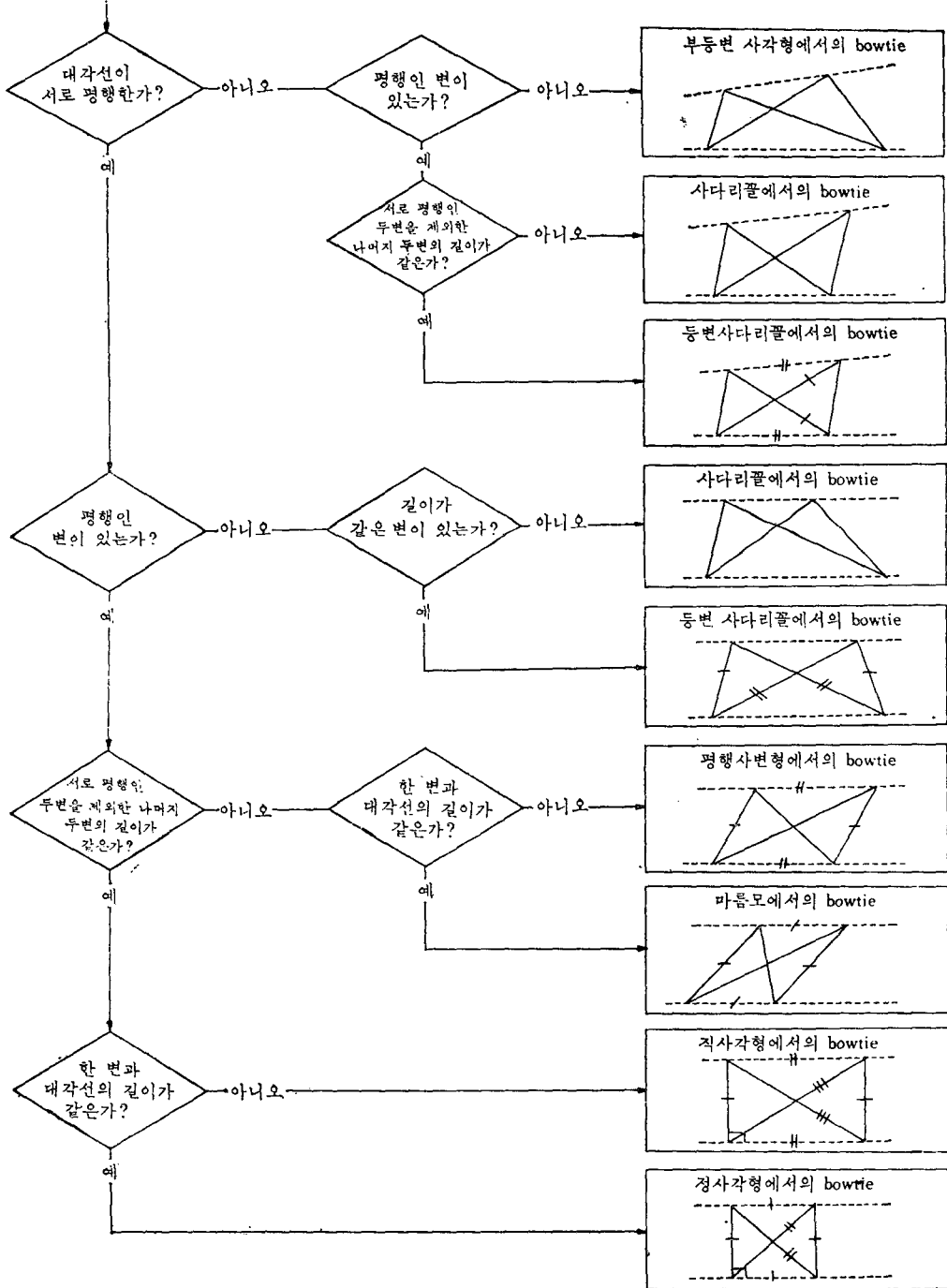


그림 8

순서도는 그림 5와 같다.

non-simple 인 사각형은 대부분의 고등학생들이 다루어 보지 않았던 것이므로, 그 분류에 앞서서 학생들에게 여러가지 모양의 bowtie 사각형(non-simple 인 사각형)을 그려보도록 하는 것이 좋겠다.

Bowtie 사각형의 분류에는 ‘대각선이 서로 평행인가?’ 혹은 ‘평행한 두 변이 있는가?’를 알아보는 것이 많은 도움이 될 것이다. 그림 6은 이들 사각형의 분류를 위한 한 순서도이다.

앞에서와 같은 삼각형과 사각형의 순서도에 의한 분류는, 학생의 도형의 성질에 대한 인식과 사고의 논리적인 체계화의 증진에 많은 도움을 주리라 생각된다.

참 고 문 헌

1. J. Richard Dennis, (1978) Computer Classification of Triangles and Quadrilaterals-a challenging application, *Mathematics-Teacher* vol. 71 No. 5. 452p-458p