J. of The Korean Operations
Research Society
Vol. 3, No. 1, June, 1978

研究報告

單純化된 物的流通體系에서의 最適在庫—輸送政策

(Optimal Inventory-Transportation Policy for the Simplified Physical Distribution System)

車 東 完*
柳 春 蕃**

Abstract

This paper deals with the problem of determining the optimal inventory-transportation policy of the idealistically simple inventory-transportation system with the following assumptions: (1) The system consists of a single central warehouse and a single local warehouse, (2) The planning horizon is finite, (3) Demand rate is fixed costant, and so forth. Developed is the algorithm by which to identify the optimal inventory policy which minimizes the total cost incurred to the system over the given finite planning horizon. A sample numerical example is presented along with a discussion of the possible applications of the approach used in the algorithm.

I. 序 論

物的流通은 有形財貨를 生產者로부터 消費者로 移轉시키는 實物的일 흐름이라고 일반적으로 定義된다. 따라서 物的流動活動은 수송기초시설제공, 수송, 하역, 보관, 포장등 物資의 流通에 직접적으로 관련되는 활동과 이에 간접적으로 소요되는 각종 정보유통활동으로 大別된다. 物的流通費는 物的流通活動에 소요되는 諸費用을 의미하며, 국가적으로는 GNP의 약 15%,, 私企業의 경우에는 25~30%까지를 차지한다는 說이 있을만큼 주요한 比重을 차지하고있다. 流通過程에 複雜, 資料蒐集의 어려움, 그리고 그 資料들의 精確度의 결여 등등 여러理由들이 있겠으나, 總體的인 物的流通費의 節減에 關한 計量的이고도 分析的인 硏究가 그의 重要性에 比해 아직 低調한 편이다. 物的流通費중 가장 比重이 큰 費用要素로서 輸送費와 在庫管理費를 꼽을 수 있다. 따라서 物的流通費全般에 걸친 節減은 于先 수송비나 재고관리비(앞으로 이 두 비용을 합쳐 在庫—輸送費라 부르기로 함)의 절감으로부터 큰 효과를 기대할 수가 있다.

在庫—輸送費節減은 그렇게 쉽게 이루어지지 않는다 輸送費를 줄이려고 輸送回數를 줄여 한꺼번에 많은 量을 輸送한다면 많은 量의 在庫를 유지해야 하니 재고관리비가 더 든다. 反對로, 재고관리비를 줄이기 爲해 在庫水準을 낮게 策定한다면 수요에 應할 在庫를 갖추기 爲해 자주 注文해야되고 따라서 수송비가 더 든다. 이와같이 재고관리비를 줄이려 하니 수송비가 늘어나고 수송비를 줄이려 하니 재고관리비가 늘어나게되어, 각각을 따로 구분해서 독자적으로 절감하는 것이 재고—수송비전체의 절감과는 거리가 있음을 알 수 있다.

수송비, 재고관리비, 각각의 節減方案에 關한 硏究는 이제는 飽和狀態에 이르렀다 할 만큼 많이 進行되어왔고 限界點에 이르렀다 할 만큼 理論이 鼎立되었으나, 두가지 費用을 한데 묶어 줄여보자는 재고—수송비절감에 關한 硏究는 아직 相當히 未洽한 狀態이다([1],[4]). 本 論文은 理想的으로 單純化된 在庫—輸

*韓國科學院
**大韓電線株式會社

送體系에서나마 最適在庫輸送政策을 求했다는데 그 意義가 있다 하였다. 本論文의 目的을 具體的으로 要約하면 다음과 같다. 즉, 供給地近處에 位置한 單一中央倉庫와 需要地近處에 位置한 單一地方倉庫에서, 一定計劃期間中 需要가 均等하게 發生하는 製品에 對해 期間中 發生하는 總在庫一輸送費用을 最小化시키는, 中央倉庫에서 供給地로부터의 一回注文量과 注文時點, 또한 中央倉庫에서 地方倉庫에로의 一回發送量과 發送時點을 決定하자는 것이다.

Ⅱ. 假定과 理論的背景

1. 假　定

(1) 計劃期間은 〔T〕年이다.

(2) 計劃期間동안 製品의 需要率은 a〔個數1年〕으로 一定하다.

(3) 供給地近處에 한개의 容量이 無限大인 中央倉庫와 需要地近處에 한개의 容量이 無限大인 地方倉庫가 있다.

(4) 中央倉庫에서 供給地로부터 製品을 引渡받는데 걸리는 注文遲延時間(Lead time)을 零이고, 中央倉庫에서 地方倉庫로 製品을 輸送하는데 드는 輸送時間도 零이다.

(5) 各倉庫에서 在庫不足狀態가 發生치 않도록 在庫水準이 零으로 떨어지는 瞬間, 中央倉庫에서는 供給地에 注文을 하고, 地方倉庫에서는 中央倉庫로부터 輸送을 받는다.

(6) 中央倉庫에서 供給地에 一回注文하는데 드는 注文固定費는 K_c〔$〕이고, 中央倉庫에서 地方倉庫로 一回發送하는데 드는 輸送固定費는 K_l〔$〕이다.

(7) 中央倉庫에서 單位製品은 單位時間 維持하는데 드는 在庫維持費는 h_c〔$/年〕이고, 地方倉庫에서는 單位製品의 在庫維持費는 h_l〔$/年〕이다.

(8) 中央倉庫에서 供給地로부터 單位製品을 購入하는데 드는 購入單價는 C_c〔$〕이고, 中央倉庫에서 地方倉庫로 單位製品을 輸送하는데 드는 輸送單價는 C_l〔$〕이다.

2. 理論的背景

이 節에서는 單一倉庫에서 計劃期間동안 需要가 一定率로 發生하는 製品의 最適在庫方針이 어떠한 形態를 이루고 있는가를 살펴 보기로 한다. 需要率이 一定하다는 假定으로 일단 EOQ모델의 適用으로 注文回數와 一回注文量을 近似的으로 決定하는 方法을 생각해 볼 수 있으나 이는 計劃期間동안 發生하는 總費用을 最小化하는 方針이 될 수 없다.

EOQ모델은 計劃期間이 無限大라는 假定下에 單位時間동안 發生하는 費用을 最小化하자는 것이기 때문이다. 一定 計劃期間동안 發生하는 總費用을 最小化시키는 最適在庫方針의 形態에 對해서 Carr와 Howe〔2〕는 다음과 같은 主要한 結果를 증명하였다.

定理〈Carr&Hown〔2〕〉: 길이가 λ인 週期中 發生하는 變動費 $\varphi(\lambda)$가

$$\varphi(o)=0;\ \varphi'(\lambda)>0; \qquad \lambda\geq 0 \qquad \varphi''(\lambda)>0$$

의 條件을 滿足한다면 計劃期間동안 發生하는 總費用을 最小化시키는 最適在庫政策에서는 計劃期計下가 同一한 期間 λ^*를 가진 整數個의 週期로서 構成된다. 即, 最適注文回數는 T/λ^*가 된다.

Ⅲ. 最適在庫輸送政策

1. 最適在庫一輸送政策의 特性

本節의 目的은 前章에 提示한 假定들을 滿足시키는 在庫一輸送體系의 最適方針을 求해내는 Algorithm에 쓰일 最適方針의 必要充分條件을 求하는 데있다. 이에 앞서 指摘할 점은 中央倉庫에서의 在庫維持費h_c가 地方倉庫에서의 在庫維持費 보다 작은 境遇에 對해서만 取級한다는 것이다. 만약 $h_c\geq h_e$인 경우 中央倉庫를 通한다면 그만큼의 在庫管理費用이 유발되는 셈이므로 우리의 모델은 意味를 喪失하기 때문이다. 前節에서 提示한 假定들이 條件(1)을 滿足하므로 Carr와 Howe〔2〕의 定理에 依해 本모델의 最適在庫一輸送方針에서는 計劃期間T가 同一區間으로 이루어진 整數個의 週期들로 構成됨을 알 수 있다. 따라서 關心對象方針들을 계획기간T가 整數個의 週期로 構成된 方針들에만 局限시키고 이들중 계획기간T동안 發生하는 總費用을 最小化시키는 方針을 찾기로 하겠다. 이에 必要한 記號들을 다음과 같이 定義한다.

n: 計劃期間T동안 中央倉庫에서의 注文回數

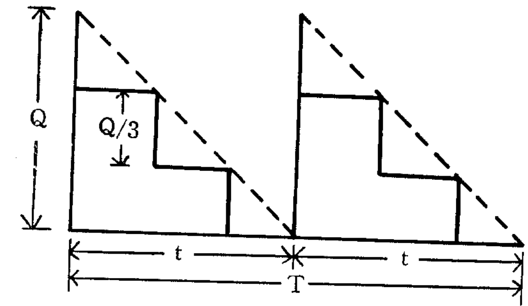
t: 中央倉庫에서의 單一週期의 길이($t=T/n$)

Q: 單一週期t동안 製品의 需要量, 即, 中央倉庫에서의 一回注文量($Q=D\cdot t$)

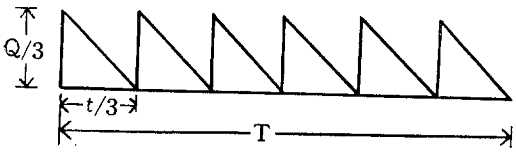
s: 單一週期t中 中央倉庫에서 地方倉庫에로의 輸送回數

現在 우리가 고려중인 在庫一輸送方針들에서 中央倉庫와 地方倉庫에서의 在庫水準이 어떠한 形態를 이루는가에 對한 讀者의 理解를 돕기 爲해 $n=2$, $s=3$인

境遇의 例를 圖表를 通해 보이면 다음과 같다.



〈그림 1-a〉 중앙창고에서의 재고 수준



〈그림 1-b〉 지방창고에서의 재고수준

中央倉庫에서의 單一週期 $t(=T/n)$동안 이 在庫—輸送體系에서 發生하는 費用要素들을 項目目別로 定理하면 다음과 같다.

(i) 中央倉庫에서의 在庫管理費 :

$$K_c+C_c\cdot D\cdot t+\left(\frac{Dt^2h_c}{2}-\frac{Dt^2h_c}{2s}\right) \tag{2}$$

여기서 K_c는 注文固定費用이고 $C_c\cdot D\cdot t$는 購入費用이며 $\left(\frac{Dt^2h_c}{2}-\frac{Dt^2h_c}{2s}\right)$는 地方倉庫에 期間$t$동안 s回 輸送할 때 發生하는 中央倉庫에서의 純粹在庫管理費用이다.

(ii) 中央倉庫로부터 地方倉庫에로의 輸送費用 :

$$sK_l+C_l\cdot D\cdot t \tag{3}$$

여기서 sK_l은 s回 輸送할 때 發生하는 輸送固定費用이고 $C_l\cdot D\cdot t$는 純粹變動費用이다.

(iii) 地方倉庫에서의 在庫管理費 :

$$\frac{Dt^2\cdot h_l}{2s} \tag{4}$$

式 (2)(3)(4)와 $t=T/n$에 依해 計劃期間T동안 發生하는 總費用을 두變數 n과 s로써 表示하면 다음과 같다.

$$TC(n,s)=nK_c+C_cDT+\frac{DT^2h_c}{2n}+C_lDT+nsK_s+\frac{DT^2(h_l-h_c)}{2sn} \tag{5}$$

이 式으로부터 計劃期間T동안 發生하는 總費用$TC(n,s)$는 變數 n과 s에 對해 徹底한 볼록함수(strictly convex function)를 이루고 있음을 쉽게 알 수 있다. 따라서 變數 n과 s가 連續的인 값을 가진다면 $T(n,s)$는 n과 s에 對해 微分可能函數이므로

$$\frac{\partial TC(n,s)}{\partial n}=\frac{\partial TC(n,s)}{\partial s}=0 \tag{6}$$

을 滿足하는 (n,s)를 $TC(n,s)$를 最小化시키는 最適解라고 할 수 있다. 그러나 n과 s는 各各 注文回數, 輸送回數로 定義되어 있고, Carr와 Howe의 定理에 依해 最適解에서는 整數値만을 가지게끔 局限되어 있기때문에 이 方法을 適用할 수는 없다. 近似的인 方法으로 條件(6)을 滿足하는 값중에서 제일 가까운 整數値로서 最適解에 代替하는 것도 생각할 수 있으나 n과 s가 그다지 크지 않은 境遇엔 誤差가 크게 發生할 수도 있다

$TC(n,s)$를 最小化하는 整數解(n^*, s^*)는 $TC(n,s)$가 변수들에 철저한 볼록함수의 形態를 이루고 있으므로 다음條件들을 滿足한다.

$$\begin{aligned} &TC(n^*,s^*)\leq TC(n^*-1,\ s^*)\\ &TC(n^*,s^*)\leq TC(n^*+1,\ s^*)\end{aligned} \tag{7—a}$$

$$\begin{aligned} &TC(n^*,s^*)\leq TC(n^*,s^*-1)\\ &TC(n^*,s^*\leq TC(n^*,s^*+1)\end{aligned} \tag{7—b}$$

다시 말하면 條件(7)은 整數値(n^*,s^*)가 本體系의 最適在庫—輸送方針이기 爲한 必要充分條件이기. 위한 필요 충분 조건이다. 式(5)의 $TC(n^*,s^*)$를 條件(7)에 代入하여 간추려서 整理하면 다음 關係들로서 要約되어 表示된다.

$$n^*(n^*-1)\leq\frac{s^*DT^2h_c+DT^2(h_l-h_c)}{2(K_c+s^*K_l)s^*}\leq n^*(n^*+1) \tag{8—a}$$

$$s^*(s^*-1)\leq\frac{DT^2(h_l-h_c)}{2n^*K_l}\leq s^*(s^*+1) \tag{8—b}$$

2. 最適在庫—輸送政策의 解法

計劃期間T동안 發生하는 總費用을 最小化하는 最適在庫—輸送政策은, 中央倉庫에서의 注文回數 n^*, 中央倉庫의 한週期 $t^*\left(=\frac{T}{n^*}\right)$ 동안에 地方倉庫에로의 輸送回數s^*가 條件(8)을 滿足하기만 하면 된다. 따라서 現當面目標는 條件(8)을 滿足하는 n^*과 s^*를 求하는 것이다. 이에 使用되는 알고리즘을 紹介키에 앞서 表現을 單純히 하기 爲해 $X(\cdot)$와 $Y(\cdot)$를 다음과 같이 定義한다.

$$X(s)=\frac{sDT^2h_c+DT^2(h_l-h_c)}{2(K_c+sK_l)s}$$

$$Y(n)=\frac{DT^2(h_l-h_c)}{2n^2K_l}$$

이를 記號들을 通하여, 最適解(n^*,s^*)는 다음의 알

고리즘을 使用해서 얻을 수 있다(여기서 n와 s의 添數는 段階를 意味한다).

<알고리즘>

단계 1:

(i) $n_1=1$로 놓고 $Y(n_1)=Y(1)$을 計算한다.

(ii) $s_1(s_1-1)\le Y_1\le s_1(s_1+1)$의 關係를 滿足하는 整數$s_1$을 求한다.

(iii) $X(s_1)$을 計算한다.

(iv) $n_2(n_2-1)\le X(s_1)\le n_2(n_{2+1})$의 關係를 滿足하는 整數$n_2$를 求한다.

(v) $n_2=n_1$이면 中央倉庫에서의 $n^*=n_1=n_2$이고 $s^*=s_1$이다. $n_2\ne n_1$이면 단계 2로 이어진다.

단계 k:

(i) $Y(n_k)$를 計算한다.

(ii) $s_k(s_{k-1})\le Y(n_k)\le s_k(s_{k+1})$을 滿足하는 整數$s_k$를 求한다.

(iii) $X(s_k)$를 計算한다.

(iv) $n_{k+1}(n_{k+1}-1)\le X(s_k)\le n_{k+1}(n_{k+1})$을 滿足하는 整數 n_{k+1}을 求한다.

(v) $n_{k+1}=n_k$이면 $n^*=n_k=n_{k+1}$이고 $s^*=s_k$이다. $n_{k+1}\ne n_k$이면 단계$(k+1)$로 이어진다.

<留意事項>

(a) 우리가 最適解를 求하는 데 使用한 方法은 Goyal [3]이 그의 모델에서 利用한 方法과 매우 類似하다. 有限段階數以內에 最適解(n^*, s^*)에 到達될 수 있음은 그의 論文을 通해 쉽게 밝혀 질 수도 있으나 간단히 主된 理由를 몇가지 指摘하면 다음과 같다.

(i) 總費用$TC(n,s)$가 變數들에 對해서 徹底한 볼록함수를 이루고 있고 式(5)로 부터 條件 (6)을 滿足하는 變數(n,s)가 存在함을 알 수 있다. 다시말하면, 條件(8)을 滿足하는 有限한 값을 가지는 整數 n^*나 s^*가 存在한다.

(ii) 단계를 거침에 따라 $TC(n,s)$는 單調減小한다. 그리고 Δ_k를 단계 k에서 $TC(n,s)$가 減小한 量이다 定義한다면, 단계가 無限히 反復이 되고 $\sum_k \Delta_k=c$ (c는 임의의 常數)가 되는 境遇는 發生하지 않는다.

왜냐하면 매단계에서 n과 s는 整數値를 갖도록 制限이 되어 $TC(n,s)$의 減小量도 式(5)의 形態에 依해 어느 水準以上이기 때문이다.

(b) 단계k에서 $s_k(s_{k-1})\le Y(n_k)\le s_k(s_{k+1})$의 關係를 滿足하는 s_k는 求하기가 그다지 어렵지 않으나 다음과 같은 表를 利用하면 일목요연하게 구해진다.

〈表 1〉

s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11……
$Y(\cdot)$의 下限	0	2	6	12	20	30	42	56	72	90	110……
$Y(\cdot)$의 上限	2	6	12	20	30	42	56	72	90	110	132……

$Y(\cdot)$가 주어졌을때 $s(s-1)\le Y(\cdot)\le s(s+1)$를 만족하는 정수치 s를 구하는 表.

$n_{k+1}(n_{k+1}-1)\le X(s_k)\le n_{k+1}(n_{k+1}+1)$을 滿足하는 정수$n_{k+1}$의 값도 表-1로서 쉽게 구할 수 있다.

(c) 條件(8)을 滿足하는 最適整數解(n^*, s^*)는 다음과 같은 直觀的인 方法을 通해서도 求할 수 있다. 即, 關係(6)을 滿足하는 連續變數(n,s)를 求하고 이에 隣接한 모든 整數値(n,s)에 對해 $T(n,s)$의 값을 比較하는 方法이다. 그러나 이 方法은 우리의 알고리즘보다 일반적으로 非能率的이고 또한 $T(n,s)$가 變數들에 對해 微分不可能인 境遇에는 適用될 수 없는 根本的인 缺陷이 있다.

3. 例 題

$T=1$〔年〕 $K_c=30$〔\$〕, $K_l=5$〔\$〕, $C_c=0.5$〔\$/個〕, $C_l=0.1$〔\$/個〕, $D=18,000$〔個/年〕, $h_c=0.5$〔\$/年, 個〕, $h_l=0.75$〔\$/年, 個〕인 境遇의 最適注文回數n^*와 最適輸送回數s^*는 다음과 같이 求할 수 있다.

단계 1:

$n_1=1$

$$Y(n_1)=Y(1)=\frac{(18,000)\times(0.25)}{2\times1\times5}=450$$

表-1에 依해 $s_1=22$

$$X(s_1)=X(22)=\frac{22\times(18,000)\times(0.5)+(18,000)\times0.25}{2\times(30+22\times5)\times22}=32.87 \quad \therefore n_2=6$$

단계 2:

$Y(n_2)=Y(6)=12.5 \qquad \therefore s_2=4$

$X(s_2)=X(4)=101.25 \qquad \therefore n_3=10$

단계 3:

$Y(n_3)=Y(10)=4.5 \qquad \therefore s_3=2$

$X(s_3)=X(2)=140.63 \qquad \therefore n_4=12$

단계 4:

$Y(n_4)=Y(12)=3.13 \qquad \therefore s_4=2$

$\therefore s_4=s_3=2$이므로 $s^*=2$이고 $n^*=12$이다.

即, 中央倉庫에서의 計劃期間一年間 最適注文回數는

12이고 中央倉庫에서의 單一週期 $t^*(=\frac{T}{n^*}=$(1〔個月〕 동안 地方倉庫에로의 輸送回數$s^*=2$이다. 따라서 中央倉庫에서 供給地로부터의 一回注文量Q^*는 $\frac{18,000}{12}=$ 1,500〔個〕이고 地方倉庫에로의 一回輸送量은 1,500/2 =750〔個〕이다.

Ⅳ. 結 論

一般的으로 物的流通에 있어서 가장 比重이 큰 費用要素로서 輸送費와 在庫管理費를 꼽을 수 있다. 많은 境遇에서 輸送費를 줄이면 在庫管理費가 늘고 反對로 在庫管理費를 줄이면 輸送費가 늘어나게 된다. 그러므로 輸送費와 在庫管理費를 個別的으로 줄이는 方案은 輸送費와 在庫管理費를 함께 묶은 總在庫管理費를 줄이는 方案이라고 볼 수는 없다.

本論文은 가장 단순한 在庫—輸送體系, 即, 供給地近處에 位置한 單一中央倉庫, 그리고 需要地에 位置한 單一地方倉庫에서, 一定計劃期間동안 發生하는 總費用을 最小化하는 最適在倉 輸送政策을 여러 理想的인 假定에서나마 求해 본데 그 意義가 있다 하겠다.

本研究에서 單一品目에 對해서만 取扱했지만 多品目인 境遇에도 같은 分析方法을 適用하여 最適政策을 求할 수 있다〔5〕. 또한 인플레이션下에서 最適政策이 어떠한 形態를 이루고 있는가도 같은 接近方法을 通해서 究明해 낼 수 있다〔5〕. 그러나 本論文에서는 需要가 不確實한 境遇나 中央倉庫와 地方倉庫가 多數인 一般的인 境遇에 對해서도 適用될 수 있는 모델을 提示치 못한점이 미흡하다 볼 수 있다. 앞으로 이에 對한 많은 研究가 있을 것으로 期待된다.

REFERENCES

1. Aggarwal, S.C., "Auditing Inventory and Transportation Policies," *Industrial Engineering*, Nov. 1974.
2. Carr, C.R. and Howe, C.W., "Optimal Service Policies and Finite Time Horizons," *Management Science*, Vol. 9, No. 1, 1962.
3. Goyal, S.K., "Determination of Economic Packaging Frequency for Items Jointly Replenished," *Management Science*, Vol. 20, No. 2, Oct. 1973.
4. Heskett, J.L., "Sweeping Changes in Distribution," *Harvard Business Review*, Mar-Apr. 1973.
5. Yoo, C.B., "Optimal Inventory-Transportation Policy with One Central and One Local Waehouse System," Master's Thesis, Korea Advanced Institute of Science, 1977.