

2進位相 符號化 連續 펄스 階段 FM 信號의 特性

(The Characteristics of Contiguous Pulse Trains of Stepped FM Signals with Binary Phase Coding)

尹 泰 煥*, 朴 松 培**
(Yoon, Tae Hwan and Park, Song Bai)

要 約

位相이 2進의으로 변하고 周波數가 階段的으로 변하는 連續펄스 列로 된 FM 信號를 레이다 信號로 使用할 때의 特性을 高찰하였다. 이 目的을 위하여 우선 이런 種類의 信號에 대한 스펙트럼 및 曖昧函數에 대한 一般의인 表示式을 求하였으며 다음에 여러가지 2進位相 코딩에 대하여 그 스펙트럼과 曖昧函數의 크기를 컴퓨터에 의하여 프롯터로 그렸다. 이 結果로 부터 位相이 交代로 변하는 경우가 다른 코딩 方式에 비하여 가장 良好한 時間分解能을 가진다는 것과 또 이 경우의 曖昧函數는 時間-速度의 全平面上에서 多數의 스파이크를 가진다는 것을 알았다.

Abstract

The characteristics of contiguous pulse trains of stepped FM signals with binary phase coding, to be used as radar signals, were investigated. For this purpose, the general expressions for the spectra and the ambiguity functions of this class of signals were first obtained; these expressions were then computed and plotted by the use of computer for various coding scheme.

The results show that alternate phase coding provides the best time resolution and the corresponding ambiguity function has a configuration of "bed of spikes" in the whole time-velocity plane.

1. 序 論

從來 레이다 信號로서 가장 많이 쓰인 것은 CW波와 펄스波였다. 前者는 運動하는 標的의 速度를 돌플러 周波數推移에 의하여 測定 하는데 쓰이고, 後者는 標的 과의 距離를 測定 하는데 쓰인다. 펄스波를 利用하는 경우 距離 分解能을 좋게 하려면 펄스 幅을 좁게 해야 하고 探知可能 距離를 크게 하려면 펄스 幅을 넓혀서 펄스 當 에너지를 크게 해야 했다. 과거에는 이 相反된 要求를 적당히 妥協 시켜서 信號를 設計 하였다. 二次 大戰 後부터 위와 같은 단순한 考형이 아니라, 速度測

定과 距離分解能을 同時에 達成 할 수 있는 信號波形에 대한 研究가 진행 되었으며, 그 代表的인 예는 리니어 FM波이다. Woodward [7]에 의하여 距離 分解能이 펄스幅에 의해서가 아니라 信號의 周波數帶幅에 의해서 定해진다는 것이 밝혀지면서 부터 探知可能距離를 最大化하기 위해서는 送信管이 許容하는 限 펄스幅을 可及의 넓게 하고 한편 送信信號를 廣帶域 變調로 코딩함으로써 距離分解能을 增加시키는 方向으로 信號 設計의 研究가 進行되고 있다. 이와 같이 幅이 넓고 코딩된 信號를 受信機에서 받아 分解能이 큰 尖銳한 펄스로 얻기 위해서는 整合필터를 사용한다.

펄스 列을 코딩하는에는 周波數, 位相, 펄스幅을 獨立의으로 變化 시킨 수 있으므로 實로 多樣한 波形을 생각할 수 있다. 本 論文에서 考察하고자 하는 波形은 位相이 0° 또는 180°이고 周波數가 階段的으로 增加 또는 減少하는 連續 펄스 列로 된 FM 信號이다. 이것을 「2進位相 符號化 連續펄스 階段 FM 信號」

**非會員, 洪陵機械研究員
(Hong Neung Machine Industry Co. LTD.)

*正會員, 韓國科學院教授
(Dept. of Electrical Science, KAIS)

接受日字: 1978年 11月 7日

(contiguous pulse train of stepped FM signal with binary phase coding)라고 부르기로 한다. 位相이 연속적이고 周波數만이 계단적으로 변하는 信號 및 周波數는 一定하고 位相이 코딩된 信號(Barker code는 그 一 種)는 이미 연구 되어 있으나[1-5]이 兩者를 組合한 경우의 特性을 알아 보는 것의 本 논문 的 目的이다. 우선 2進位相符號化 連續펄스 階段 FM 信號의 스펙트럼과 曖昧函數(ambiguity function)를 구하고, 相異한 비트 數와 相異한 位相 코딩에 따른 이것들의 값을 컴퓨터에 의하여 계산하여 프롯터에 의하여 그렸다. 또 分解能을 조사하기 위하여 曖昧函數의 絶對值의 中央스파이크 幅, 첫째 side-lobe의 피크值 및 時間分解能定數등을 計算하여 여러 가지 位相 코딩을 相互 比較하였다.

2. 準 備

讀者의 便宜를 위하여 레이더 信號 設計에 관계되는 몇 가지 用語를 설명한다.

1) 整合필터

주어진 信號에 대하여 出力에서의 (信號의 피크值) / (雜音電力)의 比를 最大로 하는 信號處理裝置를 整合필터라고 한다. 레이더 시스템에서는 펄스 型의 信號에 대한 檢出力을 最大로 하기 위하여 受信機에 整合필터를 쓴다. 時間 遲延을 무시할 때 整合필터의 傳達函數 $H(w)$ 는 入力信號의 스펙트럼 $S(w)$ 의 共軛과 같다. 즉

$$H(w) = kS^*(w), \quad k \text{는 定數} \quad (1)$$

따라서 入力信號 $s(t)$ 가 주어졌을 때 이에 대한 整合필터의 入펄스 應答은

$$h(t) = ks(t) \quad (2)$$

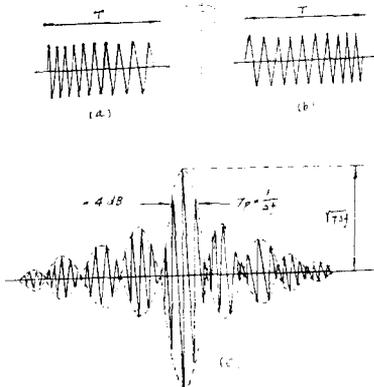


그림 1. 리니어 FM波 (a) 信號波形 (b) 整合 필터의 入펄스 應答 (c) 필터의 出力波形

예컨대, 그림 1에서 (a)와 같은 리니어 FM波에 대한 整合필터의 入펄스 應答은 (b)와 같아야 하며 그와 같은 필터를 通過 시켰을 때 出力 波形은 (c)와 같이 매우 尖銳하게 되어 檢出力과 分解能의 매우 좋아지는 것이다.

2) 曖昧函數

曖昧函數(ambiguity function)는 레이더 受信機에서 整合필터 出力信號의 複素의 envelope를 距離(時間)와, 標的의 放射線方向速度(周波數推移)와의 函數로서 表示한 것으로서 다음과 같이 定義된다.

$$X(\tau, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \phi^*(t+\tau) \exp(-j2\pi\phi t) dt \quad (3)$$

여기서 $\phi(t)$ 는 한 標距에서 되돌아 오는 信號를 複素의 形式으로 나타낸 것이며

$$\phi(t) = u(t) \exp(-j2\pi f_0 t) \quad (4)$$

f_0 = carrier

τ = 다른 標的과의 時間差

ϕ = Doppler 推移

整合필터를 사용한다는 條件下에 이 函數는 信號의 分解能, 曖昧性, 測定精度, 클러터(clutter) 除去 등에 관한 解答을 주는 매우 有用한 函數이다. 특히 ϕ 가 一定할 때 $|X(\tau, \phi)|$ 는 Doppler 推移가 ϕ 인 標的에 대한 受信機 整合필터 出力 波形의 AM envelope를 나타낸다. $\phi=0$ 일 때 式(3)은 信號의 自己相關 函數를 求에 注目하라. 曖昧函數의 重要한 性質로서

- (a) $|X(\tau, \phi)|$ 는 原點(0, 0)에 關하여 對稱이다.
- (b) $|X(\tau, \phi)|$ 는 原點에서 最大 值를 갖는다.

$$\begin{aligned} (c) \int \int_{-\infty}^{\infty} |X(\tau, \phi)|^2 d\tau d\phi &= |X(0, 0)|^2 \\ &= 2 \times (\text{信號에 에너지})^2 \end{aligned} \quad (5)$$

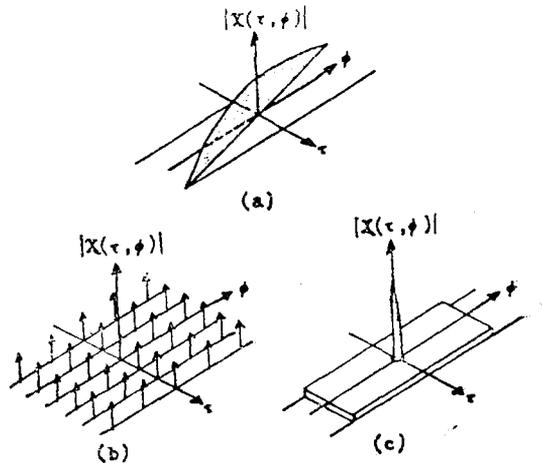


그림 2. $|x(\tau, \phi)|$ 의 세 가지 類型

다음에는 이 波形에 대한 曖昧函數를 구하여 본다.

$$\begin{aligned} \chi(\tau, \phi) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} P_n(t) P_m^*(t+\tau) c_n c_m \\ &\times \exp\left[j2\pi\left(\frac{n-1}{\delta} - \frac{N-1}{2\delta}\right) t \right] \\ &\times \exp\left[-j2\pi\left(\frac{m-1}{\delta} - \frac{N-1}{2\delta}\right) (t+\tau) \right] \\ &\times \exp[-j2\phi t] dt \end{aligned}$$

여기서 τ' 와 k 는 다음에 의하여 定義한다.

$$\begin{aligned} \tau &= k\delta + \tau', \quad 0 < \tau' < \delta \\ k &= 0, 1, 2, \dots, (N-1) \end{aligned} \quad (15)$$

式(15)를 고쳐쓰고 積分을 실행하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \chi(\tau, \phi) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} P[t - (n-1)\delta] P[t - (m-k \\ &- 1)\delta + \tau'] c_n c_m \\ &\times \exp(-j2\pi\phi t) \exp\left[j2\pi\left(\frac{n-m}{\delta}\right) t \right] \exp \\ &\left[-j2\pi\left(\frac{m-1}{\delta} - \frac{N-1}{2\delta}\right) (k\delta + \tau') \right] dt \\ &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} P[t - (n-1)\delta] P[t - (m-k \\ &- 1)\delta + \tau'] c_n c_m \exp\left[-j2\pi\left(\frac{n-m}{\delta} - \phi\right) t \right] \\ &\exp\left[-j2\pi\left(\frac{m-1}{\delta} - \frac{N-1}{2\delta}\right) (k\delta + \tau') \right] dt \\ &= \sum_{n=1}^{N-k} c_n c_{n+k} \exp\left[-j2\pi\left(\frac{n+k-1}{\delta} \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{N-1}{2\delta}\right) (k\delta + \tau') \right] \\ &\times \int_{(n-1)\delta}^{(n-1)\delta + (k+\tau')} \exp\left\{ j2\pi\left\{ \frac{n-(n+k)}{\delta} \right. \right. \\ &\left. \left. - \phi\right\} t \right] dt \\ &+ \sum_{n=1}^{N-(k+1)} c_n c_{n+k+1} \exp\left[-j2\pi\left(\frac{n+k+1-1}{\delta} \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{N-1}{2\delta}\right) (k\delta + \tau') \right] \\ &\times \int_{n\delta-\tau'} \exp\left[j2\pi\left\{ \frac{n-(n+k+1)}{\delta} - \phi\right\} t \right] dt \\ &= \sum_{n=1}^{N-k} c_n c_{n+k} \exp\left[-j2\pi\left(\frac{n+k+1}{\delta} \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{K-1}{2\delta}\right) (k\delta + \tau') \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \exp\left[-j2\pi\left(\frac{k}{\delta} + \phi\right) (n-1)\delta \right] \\ &\times \int_0^{\delta-\tau'} \exp\left[-j2\pi\left(\frac{k}{\delta} + \phi\right) t \right] dt \\ &+ \sum_{n=1}^{N-(k+1)} c_n c_{n+k+1} \exp\left[-j2\pi\frac{n+k}{\delta} \right. \\ &\left. - \frac{N-1}{2\delta}\right) (k\delta + \tau') \right] \\ &\times \exp\left[-j2\pi\left(\frac{k+1}{\delta} + \phi\right) n\delta \right] \\ &\times \int_{-\tau'}^0 \exp\left[-j2\pi\left(\frac{k+1}{\delta} + \phi\right) t \right] dt \\ &= \sum_{n=1}^{N-k} c_n c_{n+k} \exp\left[-j2\pi\left(\frac{k\delta + \tau'}{\delta^2} + \frac{k}{\delta} \right. \right. \\ &\left. \left. + \phi\right) (n-1)\delta \right] \\ &\times \exp\left[-j\pi\left\{ k - N + 2\right\} k - \frac{(N-k-1)}{\delta} \tau' \right. \\ &\left. + \phi(\delta - \tau') \right] \frac{\sin\pi\left(\frac{k}{\delta} + \phi\right) (\delta - \tau')}{\pi\left(\frac{k}{\delta} + \phi\right)} \\ &+ \sum_{n=1}^{N-(k+1)} c_n c_{n+k+1} \exp\left[-j2\pi\left(\frac{k\delta + \tau'}{\delta^2} \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{k+1}{\delta} + \phi\right) n\delta \right] \quad (16) \\ &\times \exp\left[j\pi\left\{ (N-2k-1) k + \frac{(N-k)}{\delta} \tau' \right. \right. \\ &\left. \left. + \phi\tau \right\} \right] \frac{\sin\pi\left(\frac{k+1}{\delta} + \phi\right) \tau'}{\pi\left(\frac{k+1}{\delta} + \phi\right)} \end{aligned}$$

$$0 < \tau < N\delta, \quad -\infty < \phi < \infty$$

이상은 $\tau-\phi$ 平面的의 右半部에 대한 것이나 左半部에 대한 것은 對稱性을 이용하여 다음과 같이 된다.

$$x^*(\tau, \phi) = x(-\tau, -\phi) \exp[-j2\pi\phi\tau] \quad (17)$$

4. 2進位相 符號化連續펄스階段 FM 信號의 特性

2進位相 符號化 連續펄스 階段 FM 信號의 特性을 살피기 위하여 펄스數 $N=3, 5, 7$ 의 각 경우에 대하여 位相코식은 바꾸면서 曖昧函數와 스펙트럼의 크기는 式(16) 및 (13)에 依하여 컴퓨터로 計算 하였으며 플롯터로 그렸다.

그림 4 및 5는 $N=3$ 인 경우의 自己相關函數 및 스펙트럼의 크기를 그린 것이다. $c_n=(1, 1, 1)$ 은 位相 코딩이 없는 경우 즉, 周波數만이 階段的으로 變化하는 경우이다. 두 그림에서 橫軸은 각각 δ 및 f_0 에 의하여 規準化 되었으며 縱軸의 눈금은 적당히 배긴 것

2進位相 符號化 連續 펄스 段階 FM 信號의 特性

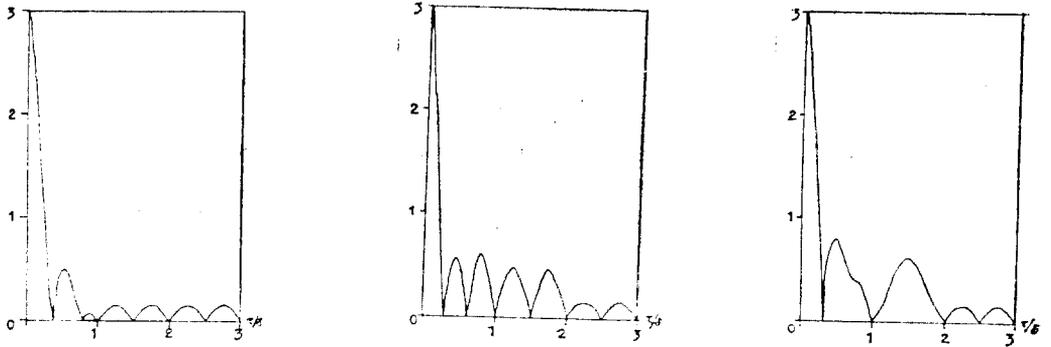


그림 4. $N=3$ 일 때의 自己相關函數 (a) $c_n=(1, 1, 1)$ (b) $c_n=(1, 1, 1)$ (c) $c_n=(1, 1, -1)$

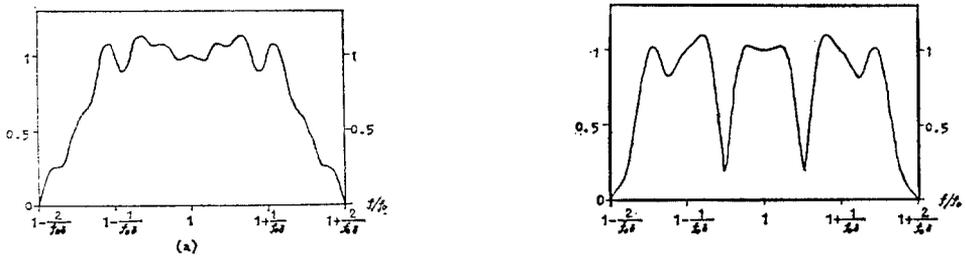


그림 5. $N=3$ 일 때의 스펙트럼 (a) $c_n=(1, 1, 1)$, (b) $c_n=(1, -1, 1)$

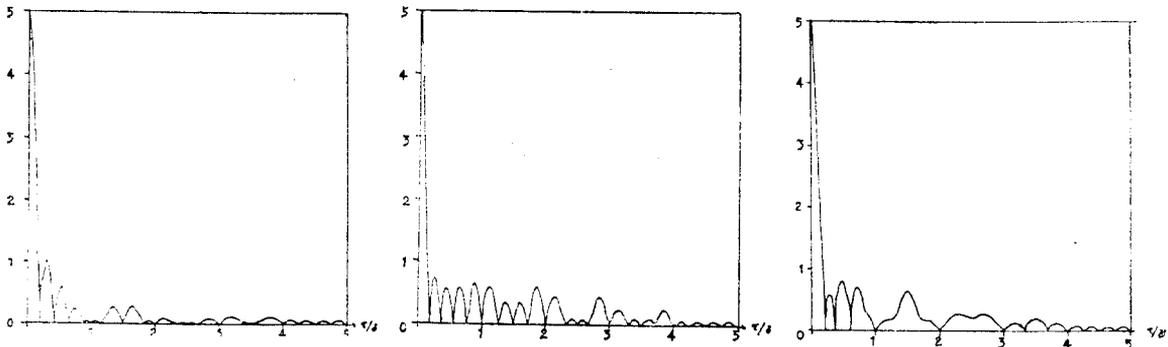


그림 6. $N=5$ 일 때의 自己相關函數 (a) $c_n=(1, 1, 1, 1, 1)$ (b) $c_n=(1, -1, 1, -1, 1)$ (c) $c_n=(1, 1, 1, 1, -1)$

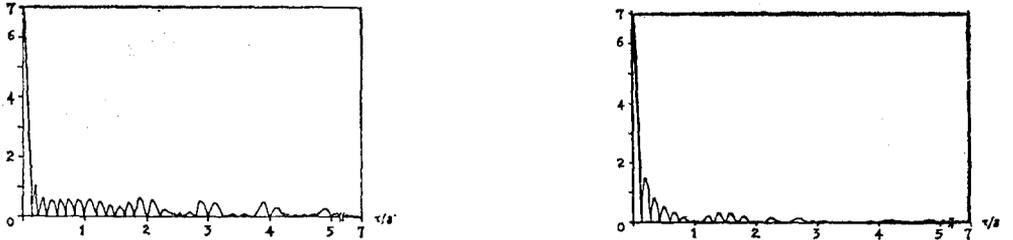


그림 8. $N=7$ 일 때의 自己相關函數 (a) $c_n=(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$ (b) $c_n=(1, -1, 1, -1, 1, -1, 1)$

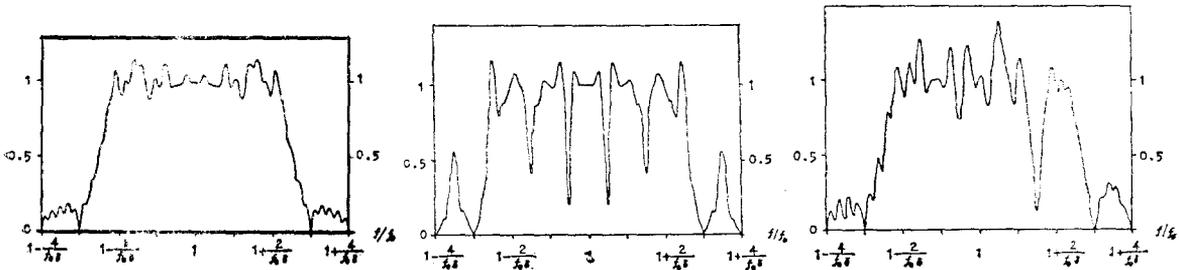


그림 7. $N=5$ 일 때의 스펙트럼 (a) $c_n=(1, 1, 1, 1, 1)$ (b) $c_n=(1, -1, 1, -1, 1)$ (c) $c_n=(1, 1, 1, 1, -1)$

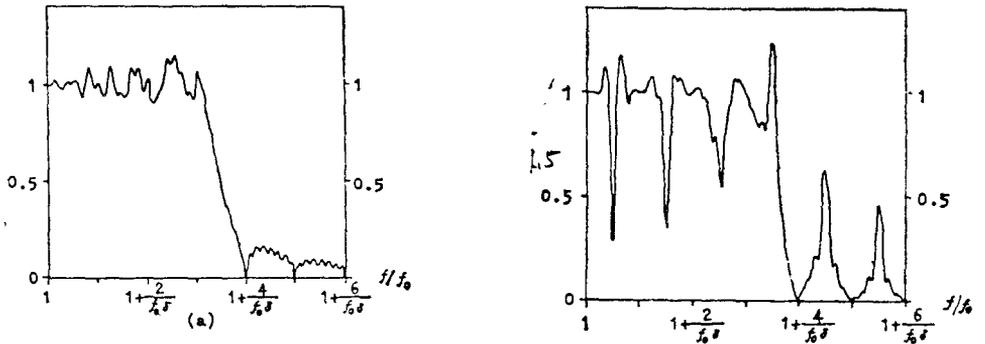


그림 9. $N=7$ 일 때의 스펙트럼 (a) $c_n=(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$ (b) $c_n=(1, -1, 1, -1, 1, -1, 1)$

이다.

그림 6 및 7 은 $N=5$ 에 대한 것이다. 그림 8 및 9 는 $N=7$ 일 때의 自己相關函數 및 스펙트럼 이다.

이상에 실은 그림들은 실제로 얻은 것의 일부에 지나지 않는다. 그들의 관찰로부터 대체로 다음과 같은 것을 말할 수 있다.

1. 位相變化가 없는 경우 즉 $c_n=(1, 1, 1, \dots)$ 인 경

우 다른 경우에 비하여 $|x(\tau, 0)|$ 가 中央 피크에서 멀어 질수록 sidelobe가 점차 줄어진다. 또 스펙트럼은 帶域의 中央이 비교적 평탄하고 양쪽 것이 매우 낮다.

2. 位相이 交代로 바뀌는 경우 즉 $(c_n=(1, -1, 1, -1, \dots))$ 인 경우 $|x(\tau, 0)|$ 는 中央 스파이크의 幅이 좁고 처음부터 많은 sidelobe들이 대체로 같은 높이를 갖는다. 또 스펙트럼은 帶域의 中央部에

2進位相 符號化 連續 펄스 段階 FM 信號의 特性

급격히 떨어진 부분들이 생기고 또 그 양쪽 갓에서도 서도스파이가 생긴다. 그리고 位相이 변하지 않는 경우와 마찬가지로 스펙트럼의 對稱性도 注目 된다.

$|X(\tau, \phi)|$ 에 관한 좀더 定量的인 비교를 하기 위하여 여러가지 符號化에 대하여 中央 스파이크의 3dB 幅 最初의 sidelobe의 피크值, 및 式(6)의 時間分解 피크值도 비교적 낮은 部類에 속한다.

표 1.

N	c_n	-3dB 幅	처음 sidelobe 피크值	時間分解定數
3	(1, 1, 1)	$9.893 \times 10^{-2} T$	-15.5dB	$1.079 \times 10^{-1} T$
	(1, 1, -1)	$8.233 \times 10^{-2} T$	-11.4dB	$1.154 \times 10^{-1} T$
	(1, -1, 1)	$6.973 \times 10^{-2} T$	-14.1dB	$9.293 \times 10^{-2} T$
5	(1, 1, 1, 1, 1)	$3.564 \times 10^{-2} T$	-13.5dB	$3.962 \times 10^{-2} T$
	(1, -1, 1, -1, 1)	$2.824 \times 10^{-2} T$	-16.5dB	$3.588 \times 10^{-2} T$
	(1, 1, 1, 1, -1)	$3.337 \times 10^{-2} T$	-15.8dB	$4.126 \times 10^{-2} T$
	(1, 1, 1, -1, 1)	$3.172 \times 10^{-2} T$	-13.6dB	$4.100 \times 10^{-2} T$
	(1, -1, 1, 1, -1)	$2.994 \times 10^{-2} T$	-14.1dB	$4.588 \times 10^{-2} T$
7	(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)	$1.819 \times 10^{-2} T$	-13.8dB	$2.031 \times 10^{-2} T$
	(1, -1, 1, -1, 1, -1, 1)	$1.527 \times 10^{-2} T$	-16.0dB	$1.888 \times 10^{-2} T$
	(1, 1, 1, 1, 1, 1, -1)	$1.781 \times 10^{-2} T$	-16.0dB	$2.094 \times 10^{-2} T$
	(1, 1, 1, 1, 1, -1, 1)	$1.746 \times 10^{-2} T$	-16.1dB	$2.118 \times 10^{-2} T$
	(1, -1, -1, -1, -1, 1, -1)	$1.709 \times 10^{-2} T$	-15.7dB	$2.220 \times 10^{-2} T$
	(1, -1, -1, -1, -1, -1, 1)	$1.654 \times 10^{-2} T$	-16.2dB	$2.131 \times 10^{-2} T$

다. 또 그림12는 中央 스파이크의 -3dB 레벨에서 자를 때의 $|x(\tau, \phi)|$ 의 斷面이다. 이 모든 것은 $(\phi\delta, \frac{\tau}{\delta}) = (1, 1), (2, 2), (3, 3)$ 에서 특히 높은 스파이크가 생김을 暗示한다. 즉 $\tau-\phi$ 平面全體를 볼 때 그림 (b)와 비슷한 패턴을 가질 것이 예상 된다. 位相變化가 全無한 경우에도 이런 패턴을 갖는 것이 알려져 있다[1]. 能定數등을 계산하여 표 I에 總括하였다. 式(7)의 周波數分解能定數는 어느 경우에도 $1/N\delta$ 와 같다. 이 表에서 처음 sidelobe 피크值은 中央 스파이크의 피크值에 대한 相對的 값이다. 또 T 는 信號의 全長이다 ($T=N\delta$). 각 N 에 대하여 c_n 의 모든 경우를 포함시키지 않았지만, 예컨대 $c_n = (1, 1, -1)$ 은 $c_n = (-1, -1, 1)$ 의 경우와 꼭 같다는 사실과 이 정도의 메이타로 부터도 다음과 같은 비교 결론을 내릴 수 있기 때문이다.

펄스數 N 가 주어졌을 때 位相을 交代로 변하는 경우 다른 位相 變化에 比하여 다음과 같은 要望되는 特性을 갖는다.

1. 中央스파이크의 -3dB 幅과 時間分解能定數가 가장 작다.
2. 中央스파이크의 피크值에 대한 처음 sidelobe의 信號로 사용할 때의 特性을 高찰하기 위하여 이와

以上에서 우리는 $\phi=0$ 인 경우 즉 돌플러 推移가 없는 경우를 高찰하였다. 다음에는 $\phi \neq 0$ 인 경우의 $|X(\tau, \phi)|$ 의 變化를 살펴 보기로 한다. 위에서 이미 位相을 交代로 變化시키는 경우의 利點이 밝혀졌으므로 이런 경우에 대해서만 高찰한다. 그림10에는 $N=5$, $\phi\delta=0.5, 1.0, 1.5$ 일 때의 $|X(\tau, \phi)|$ 를 그렸으며, 그림 11에는 주어진 $\phi\delta$ 에 대한 $|X(\tau, \phi)|$ 의 最大値를 그렸

같은 信號의 스펙트럼과 腰脉函數에 대한 一般表示式을 구하고 컴퓨터 計算에 의하여 여러 位相코딩方式을 비교한 결과 다음과 같은 사실이 밝혀졌다. 즉 位相을 交代로 $0^\circ, 180^\circ$ 로 변하는 경우 ($c_n = (1, -1, 1, -1, \dots)$)

1. 스펙트럼은 對稱的이고 帶域의 양쪽 갓에서도 스파이크가 생긴다.
 2. $\phi=0$ 인 경우 다른 코딩方式에 비하여 時間分解能이 가장 良好하다.
 3. $\tau-\phi$ 全平面에서 많은 스파이크가 생긴다.
- 이와 같은 特性은 或種의 應用에서 레이다 信號로서 有用性을 가진다.

本 論文에서 펄스數 N 가 홀수이고 周波數가 階段的으로 增加하는 경우만 高찰 하였으나, N 가 짝수인 경우 또 주파수가 減少하는 경우에도 前述한 것과 같은 特性을 가짐을 附言한다. 또 이와 같은 레이다 信號의 發生器 및 檢出하기 위한 整合필터는 表面彈性波 裝置 (SAW-Surface Acoustic Wave Device)로서 實現할 수 있다.

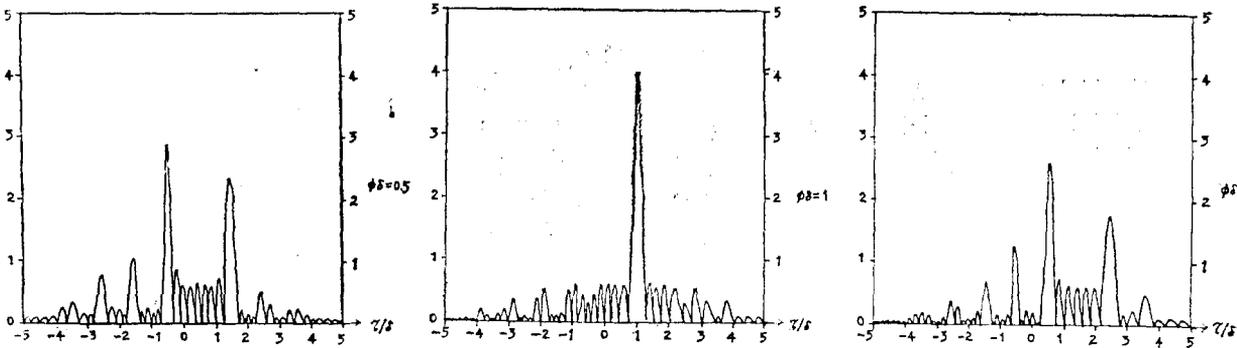


그림 10. $\phi\delta = \text{一定일 때의 } |\chi(\tau, \phi)|$

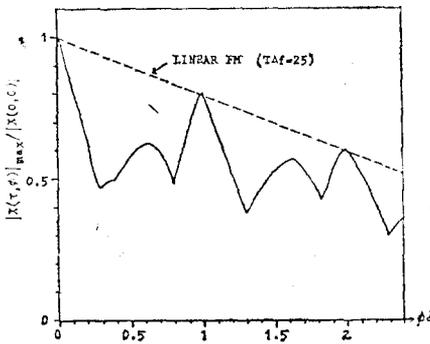


그림 11. $\phi\delta$ 에 따른 $|\chi(\tau, \phi)|$ 의 最大 値

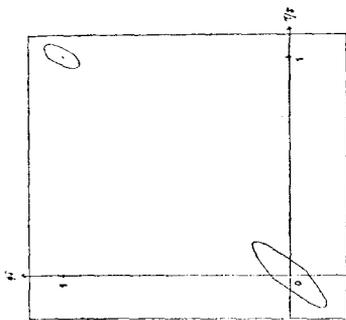


그림 12. -3dB 에서 자를 때의 斷面

5. 結 論

2進位相 符號化 連續펄스 階段 FM 信號를 레이다

參 考 文 獻

1. C.E. Cook and M. Bernfeld, Radar Signals. New York: Academic Press, Inc., 1967.
2. W.S. Burdick, Radar Signal Analysis. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, Inc., 1968.
3. M.I. Skolnik, Editor-in-Chief, Radar Handbook. New York: Mc Graw-Hill, 1970.
4. R.S. Berkowitz, Modern Radar. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1965.
5. A.W. Rihaczek, Principles of High-Resolution Radar. New York: McGraw-Hill, Inc., 1969.
6. F.E. Nathanson, Radar Design Principles. New York: McGraw-Hill, nlc., 1969.
7. P.M. Woodward, Probability and Information Theory with Applications to Radar. Pergamon Press, Oxford, 1953,