

塊狀鐵心電動機의 設計 및 試作에 관한 研究

論 文
27~4~3

Study on the Design and Manufacture of Solid Iron Motors

李 允 鍾* 白 壽 鉉**
(Yun Jong Lee, Soo Hyun Baek)

Abstract

This paper is prepared, based upon its foundation of the design, first studying the rotor impedance of single and double layer cylindrical induction motor with solid iron rotor, and then inducing torque equation, from it.

Classified were some design factors for this design from the result for above and there carried out the evidence of these design and theory after making experimental motors with solid iron rotors and examining torque characteristics.

I. 序 論

塊狀鐵心電動機는 回轉子를 塊狀鐵心 構造로 하고 固定子는 一般 誘導機나 同期機의 그것과 같은 構造로 한 것이며 塊狀鐵心에 흐르는 渦電流로 起動이 되므로 誘導電動機에서는 回轉子卷線 同期電動機에서는 起動 卷線없이도 運轉할 수 있다.

그러나 設計面에서 볼 때 塊狀鐵心의 非線形 特性, 回轉子 渦電流의 解析등 一般의으로 理論解析이 複雜하여 이 電動機의 設計는 積鐵心 回轉機의 設計와 달 리할 點이 많다.

塊狀鐵心電動機의 理論을 解析한 文獻은 最近에도 여러篇^{(1)~(5)}이 있으나 本 論文에서는 塊狀鐵心 回轉子를 가진 單層 圓筒型과 塊狀鐵心에 環狀銅을 입힌 2層 圓筒型 回轉子 誘導電動機에 대하여 各 領域을 多電層 領域으로 보아 Vector Potential을 구하고 이 값에 의 해 回轉子 임피던스와 固定子 表面에서 回轉子 側을 본 임피던스를 얻어 뒀으며 아울러 回轉子 토오크式을 誘導하여 設計의 根據를 마련하였다.

위의 誘導電動機에 대한 理論은 界磁卷線이 없는 凸 極型 同期電動機(틸럭턴스 電動機)의 起動特性 解析에

도 近似的으로 適用할 수 있다.

또한 本 論文에서는 위에서 얻은 結果로 부터 몇가 지 設計에 관계되는 資料를 整理하였으며 이들 電動機를 試作하여 運轉特性을 實測하고 理論結果의 妥當性을 立證하였다.

II. 設計 理論式의 誘導

II-1. 解析 model과 假定

塊狀 回轉子를 갖는 誘導電動機의 回轉力의 理論 解析을 위하여 그림 1과 같이 電動機를 平面으로 펼친 model을 擇하였고 一次 勵磁卷線의 電流密度는 current sheet로 取扱하였다.

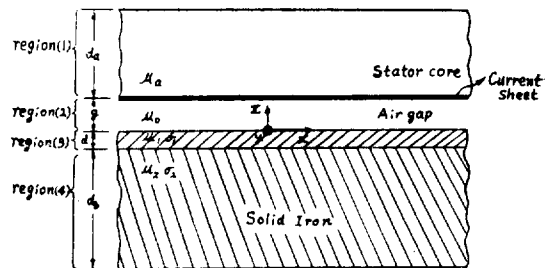


그림 1. 塊狀回轉子 電動機의 解析모델
Fig 1. Idealized model for analysis of motor with solid iron rotor

* 正會員; 漢陽大工大 教授·工博(當學會副會長)

**正會員; 東國大工大 專任講師

그림 1에서 領域(1)은 固定子 鐵心 部分이고, 領域(2)는 空隙, 領域(3)은 環狀 非磁性 導體를 입힌 部分이며, 領域(4)는 塊鐵로 이루어진 部分으로 塊狀 回轉子는 領域(3)과 領域(4)가 包含된다.

理論 解析을 좀 더 간단히 하고자 다음과 같은 假定을 두기로 한다.

(i) 一次 起磁力은 正弦波이며 一定速度로 回轉磁界를 形成한다.

(ii) 空隙 部分의 磁束分布는 均一하며 漏洩磁束은 없다고 본다.

(iii) 固定子 鐵心의 透磁率은 無限大이며 導電率은 零이다.

II-2. 各 領域의 基本 方程式

以上과 같은 假定下에 理論 解析에 適用할 Maxwell의 電磁界 式과 解는 다음과 같다.

(a) Maxwell의 電磁界 式

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times H = i \quad (2)$$

$$\nabla \cdot B = 0, \quad \nabla \cdot D = 0 \quad (3)$$

光速度에 比하여 작은 速度로 움직이는 回轉子 速度 v_2 에 對한 關係式은

$$i = \sigma(E + v \times B) \quad (4)$$

$$B = \mu H \quad (5)$$

Vector potential을 구하기 위해

$$B = \nabla \times A \quad (6)$$

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t} \quad (7)$$

式(2)를 $\nabla \cdot A = 0$ 가 만족되게끔 Vector potential A 에 대하여 풀면

$$\nabla^2 A = -\mu i \quad (8)$$

이 되고 式(8)을 式(4)에 代入하면 다음과 같은 基本 方程式이 얻어진다.

$$\nabla^2 A = \sigma \mu \left\{ -\frac{\partial A}{\partial t} - v_2 \times (\nabla \times A) \right\} \quad (9)$$

(b) 各 領域의 基本方程式

解析 model에서 一次 勵磁卷線에 分布되는 電流密度 \hat{j}_1 은

$$\hat{j}_1 = \hat{j}_1 e^{j\frac{\pi}{\tau}(v_1 t - x)} \quad (10)$$

으로 y 方向에 單 存在하는 것으로 假定하였으므로 2次 導體에 誘導되는 電流 i 도 y 成分 만을 考慮한 2次元 問題로 다를 수가 있다.

따라서 Vector potential A 는 y 成分 만을 取扱하여 各 領域에 對한 方程式은 다음과 같이 쓸 수 있다.

1) 領域(1)과 領域(2)

兩 領域에서는 導電率이 零이 되므로 다음과 같은 Laplace方程式이 成立된다.

$$\frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} = 0 \quad (11)$$

(2) 領域(3)과 領域(4)

領域(3)과 (4)의 導電率은 各各 σ_1, σ_2 이고 透磁率은 μ_1, μ_2 이므로 式(9)로 부터 다음과 같은 微分方程式이 된다.

$$\text{領域(3): } \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} = \sigma_1 \mu_1 \left(\frac{\partial A_y}{\partial t} + v_2 \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \quad (12)$$

$$\text{領域(4): } \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} = \sigma_2 \mu_2 \left(\frac{\partial A_y}{\partial t} + v_2 \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \quad (13)$$

(c) 各 領域의 解와 境界條件

1) 各 領域의 Vector Potential

領域(1), (2), (3), (4)의 Vector potential $A_{y1}, A_{y2}, A_{y3}, A_{y4}$ 는

$$A_{y1} = \{C_1 e^{\frac{\pi}{\tau} z} + D_1 e^{-\frac{\pi}{\tau} z}\} e^{j\frac{\pi}{\tau}(v_1 t - x)}$$

$$A_{y2} = \{C_2 e^{\frac{\pi}{\tau} z} + D_2 e^{-\frac{\pi}{\tau} z}\} e^{j\frac{\pi}{\tau}(v_1 t - x)}$$

$$A_{y3} = \{C_3 e^{\frac{\pi}{\tau} z} + D_3 e^{-\frac{\pi}{\tau} z}\} e^{j\frac{\pi}{\tau}(v_1 t - x)}$$

$$A_{y4} = \{C_4 e^{\frac{\pi}{\tau} z} + D_4 e^{-\frac{\pi}{\tau} z}\} e^{j\frac{\pi}{\tau}(v_1 t - x)}$$

이때 式(16)과 (17)에서 λ_1 과 λ_2 는

$$\lambda_1 = (1 + j\sigma_1 \mu_1 v_1 \tau / \pi)^{\frac{1}{2}} = \alpha_1 + j\beta_1 \quad (18)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{1 + (\sigma_1 \mu_1 v_1 \tau / \pi)^2} + 1)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

$$\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{1 + (\sigma_1 \mu_1 v_1 \tau / \pi)^2} - 1)^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

$$\lambda_2 = (1 + j\sigma_2 \mu_2 v_1 \tau / \pi)^{\frac{1}{2}} = \frac{\tau}{\pi} \left\{ \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2 + j\sigma_2 \mu_2 v_1 \pi / \tau \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

여기서 式(21)에 실제 物理定數를 代入하면 $\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2$

$\ll \sigma_2 \mu_2 v_1 \tau / \pi$ 가 成立되므로 式(21)은

$$\lambda_2 = \alpha_2 (1 + j) \quad (22)$$

$$\alpha_2 = \frac{\tau}{\pi} (\sigma_2 \mu_2 v_1 \pi / \tau)^{\frac{1}{2}} \quad (23)$$

이 된다.

2) 境界條件

各 領域의 Vector Potential을 구하기 위한 境界條件 等式은 다음과 같다.

a) 領域(1)과 領域(2)의 境界: $Z = g$ 일 때

$$A_{y2} = A_{y1} \quad (24)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{y2}}{\partial z} = \hat{j}_1 \quad (25)$$

b) 領域(2)와 領域(3)의 境界: $Z = 0$ 일 때

$$A_{y3} = A_{y2} \quad (26)$$

$$\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_{y3}}{\partial z} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{y2}}{\partial z} \quad (27)$$

c) 領域(3)과 領域(4)의 境界 : $Z = -d$ 일때

$$A_{y4} = A_{y3} \tag{28}$$

$$\frac{1}{\mu_2} \frac{\partial A_{y4}}{\partial z} = \frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_{y3}}{\partial z} \tag{29}$$

d) 領域(1)과 外界 : $Z = da$ 일때

領域(1)이 되는 固定子 鐵心の 透磁率 μ_0 는 無限大로 보고 鐵心 두께 da 도 적당히 크다고 하면(假定에 의하여) 磁束은 全部 鐵心을 通過하며 外部로 流出하는 磁束은 없다고 할 수 있다.

$$A_{y1} = 0 \tag{30}$$

e) 領域(4)와 軸 : $Z = -db$ 일때

軸方向으로 2次鐵心の 直徑이 空隙이나 非磁性 導體層에 比하여 상당히 크다고 하면($db \gg g$, $d_b \gg d$ 혹은 $db \rightarrow \infty$)

$$A_{y4} = 0 \tag{31}$$

II-3 電動機의 波動 임피이던스

(a) 各 境界面에서의 電界分布

1) 一次 導體 表面에서의 電界

一次導體의 y 方向 單位 길이當 誘起되는 起電力 E_{y1} (V/m)는 $E_{y1} = -\frac{\partial A_{y2}}{\partial t} \Big|_{z=0}$ 이 되며 一次表面電流 j_1 을 維持시키게 된다.

電動機에서는 j_1 을 加하여 電界를 形成해 주게 되므로 이때 加해지는 電界를 E_{y1}' 이라고 하면

$$\begin{aligned} E_{y1}' &= -E_{y1} = \frac{\partial A_{y2}}{\partial t} \Big|_{z=0} \\ &= j\mu_0 v_1 j_1 \frac{\frac{\lambda_1}{\mu_1} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right)}{\cosh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{\lambda_1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) + \sinh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) + \sinh \frac{\pi}{\tau} g \cdot \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) \cosh \frac{\pi}{\tau} g} \\ &\quad + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \end{aligned} \tag{32}$$

2) 回轉子 表面의 電界

$$\begin{aligned} E_{y2}' &= \frac{\partial A_{y3}}{\partial t} \Big|_{z=0} \\ &= j\mu_0 v_1 j_1 \frac{\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right)}{\cosh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{\lambda_1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) + \sinh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) \cosh \frac{\pi}{\tau} g} \\ &\quad + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \end{aligned} \tag{33}$$

3) 非磁性 導體層과 塊鐵層과의 境界

$$\begin{aligned} E_{y3}' &= \frac{\partial A_{y3}}{\partial t} \Big|_{z=-d} \\ &= j\mu_0 v_1 j_1 \frac{\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cosh 2 \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh 2 \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right)}{\cosh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{\lambda_1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) + \sinh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) \cosh \frac{\pi}{\tau} g} \\ &\quad + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \end{aligned} \tag{34}$$

(b) 2層 圓筒型 回轉子의 임피이던스

固定子 表面에서 回轉子 側을 본 임피이던스 $Z_m(r_m + jx_m)$ 을 구하기 위해 우선 固定子 表面에서 傳達되는 電力 P_{S3} 는

$$P_{S3} = \frac{1}{2} \int_0^{\lambda} \int_0^{\tau} E_{y1}' \cdot j_1^* dx dy \tag{35}$$

이 되므로 式(10)과 式(32)를 代入, 1相當 加해지는 電力 P_{S1} 을 구한다.

$$\begin{aligned} P_{S1} &= \frac{P_{S3}}{3} \\ &= 24(N_1 \cdot K_{w1})^2 \cdot I_1^2 \cdot f \mu_0 \lambda P \left\{ j \frac{\frac{\lambda_1}{\mu_1} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) \sinh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) \cosh \frac{\pi}{\tau} g}{\cosh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{\lambda_1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) + \sinh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) \cosh \frac{\pi}{\tau} g} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right\} \end{aligned} \tag{36}$$

固定子 表面에서 2次側을 본 임피이던스 Z_m 은

$$\begin{aligned} Z_m &= r_m + jx_m = \frac{P_{S1}}{I_1^2} \\ &= 24(N_1 \cdot K_{w1})^2 f \mu_0 \lambda P \left\{ j \frac{\frac{\lambda_1}{\mu_1} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) \sinh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) \cosh \frac{\pi}{\tau} g}{\cosh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{\lambda_1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) + \sinh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right) \cosh \frac{\pi}{\tau} g} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d \right\} \end{aligned} \tag{37}$$

2次導體의 임피이던스 $Z_2(r_2 + jx_2)$ 를 구하는 데도 위와 같은 方法에 의해 式(10)과 式(33)에 의하여 解를

구하면 다음과 같다.

$$Z_2 = r_2 + jx_2$$

$$= 24(N_1 \cdot K_{w1})^2 f \mu_0 \lambda P \left\{ j \frac{\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d + \frac{\lambda_2 \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d}{\cosh \frac{\pi}{\tau} g \cdot \frac{\lambda_1}{\mu_1} \left\{ \frac{\lambda_1 \sinh \frac{\pi}{\tau}}{\mu_1} \right\} \right)}{\lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d} + \sinh \frac{\pi}{\tau} g \cdot \frac{1}{\mu_0} \left\{ \frac{\lambda_1 \cosh \frac{\pi}{\tau}}{\mu_1} \right\} \right. \\ \left. \frac{\lambda_2 \sinh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d}{\lambda_1 d + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \cosh \frac{\pi}{\tau} \lambda_1 d} \right\} \quad (38)$$

(c) 塊狀鐵로만 構成된 回轉子의 임피이던스

塊狀 鐵로만 構成된 回轉子의 임피이던스를 구하는 예는 前述한 2層構造로 이루어진 回轉子에서 取扱한 第1層 즉 非磁性 導體層의 두께 d 를 없애는 것으로 看做하면 편리하게 그 값을 얻을 수 있다.

固定子 表面에서 回轉子 側을 본 임피이던스 Z_m' 과 回轉子 임피이던스 Z_2' 은 式(37)과 (38)에서 d 代身에 零을 代入하므로써 구하면 된다.

$$Z_m' = r_m' + jx_m'$$

$$= 24(N_1 \cdot K_{w1})^2 f \mu_0 \lambda P \frac{-\frac{\alpha_2}{\mu_{r2}} \sinh \frac{\pi}{\tau} g + j \left(\cosh \frac{\pi}{\tau} g \right)}{\left(\sinh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{\alpha_2}{\mu_{r2}} \cosh \frac{\pi}{\tau} g \right) + j \frac{\alpha_2}{\mu_{r2}} \sinh \frac{\pi}{\tau} g} \quad (39)$$

$$= 24(N_1 \cdot K_{w1})^2 f \mu_0 \lambda P (k_{rm} + jk_{xm}) \quad (40)$$

$$Z_2' = r_2' + jx_2'$$

$$= 24(N_1 \cdot K_{w1})^2 f \mu_0 \lambda P \frac{j}{\left(\sinh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{\alpha_2}{\mu_{r2}} \cosh \frac{\pi}{\tau} g \right) + j \frac{\alpha_2}{\mu_{r2}} \cosh \frac{\pi}{\tau} g} \quad (41)$$

$$= 24(N_1 \cdot K_{w1})^2 f \mu_0 \lambda P (k_{r2} + jk_{x2}) \quad (42)$$

II-4 電動機의 토오크 算定式

(1) 2層 構造를 갖는 回轉子

토오크는 領域 $-d \leq z \leq 0$, $-\infty \leq z \leq -d$ 範圍內의 電流 y 成分과 磁束의 z 成分에 의하여 發生되는데 電流를 i_{ry} , 磁束密度를 B_z '라고 하면 單位 容積當 x 軸 方向 發生力의 時間的인 平均値는 다음과 같다.

$$f_x = -R_e \frac{1}{2} i_{ry} B_z' \quad (43)$$

假定에 의하여 電流에 x 成分에 의한 磁束의 영향은 考慮하지 않으므로 $E_y' = -\frac{\tau}{\pi} s \omega_0 B_z'$ 라 놓을 수 있고 $i_{ry}' = \sigma E_y'$ 이므로 f_x 는

$$f_x = \frac{\sigma \cdot \pi}{2s \omega_0 \tau} E_y' E^* y' \quad (44)$$

따라서 回轉子 各 領域에서의 單位 容積當 發生力의 平均値는 다음과 같다.

(i) $-d \leq z \leq 0$ 領域

$$f_{x1} = \frac{\sigma_1 \cdot \pi}{2s \omega_0 \tau} E_{y3}' E^* y_3' \quad (45)$$

(ii) $-\infty \leq z \leq -d$

$$f_{x2} = \frac{\sigma_2 \pi}{2s \omega_0 \tau} E_{y4}' E^* y_4' \quad (46)$$

f_{x1} 과 f_{x2} 는 回轉子 單位 容積當 發生力이 되므로 回轉子 表面의 x 軸 方向 單位길이이當 發生力 F_{x1} 과 F_{x2} 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_{x1} = 2 \int_0^d \int_0^{\tau} f_{x1} \cdot dy \cdot dz \quad (47)$$

$$F_{x2} = 2 \int_0^d \int_0^{\tau} f_{x2} \cdot dy \cdot dz \quad (48)$$

式(45)와 (46)에서 E_{y3}' 과 E_{y4}' 를 代入하여 F_{x1} 및 F_{x2} 를 구하면 다음과 같다.

$$F_{x1} = 36 \frac{\sigma_1 \lambda \mu_0^2 \mu_{r1}^2}{\omega_0} \left(\frac{N_1 \cdot K_{w1}}{\tau} \right)^2 \cdot v_1^2 \cdot s \frac{\eta}{\gamma_3^2 + \gamma_{10}^2} \cdot \frac{V_1^2}{(r_1 + r_m)^2 + (x_1 + x_m)^2} \quad (49)$$

$$F_{x2} = 36 \cdot \frac{\sigma_2 \lambda \mu_0^2 \cdot \mu_{r2}^2}{\omega_0} \left(\frac{N_1 \cdot K_{w1}}{\tau} \right)^2 \cdot v_1^2 \cdot s \frac{\alpha_1^2 + \beta_1^2}{\alpha_2} \cdot \frac{\varepsilon^{-2\frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d}}{\gamma_9^2 + \gamma_{10}^2} \frac{V_1^2}{(r_1 + r_m)^2 + (x_1 + x_m)^2} \quad (50)$$

이때

$$\left\{ \begin{aligned} \eta &= \frac{\tau}{2\pi \alpha_1} \left[(1 - \varepsilon^{-2\frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d}) \left\{ \left(\frac{\alpha_2}{\mu_{r2}} + \alpha_1 \right) + \left(\frac{\alpha_2}{\mu_{r2}} + \beta_1 \right) \right\} - (1 - \varepsilon^{-2\frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d}) \left\{ \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{\mu_{r2}} \right)^2 + \left(\beta_1 - \frac{\alpha_2}{\mu_{r2}} \right)^2 \right\} \right] - 2d(\alpha_1^2 + \beta_1^2) \\ \gamma_9 &= \gamma_3 \cosh \frac{\pi}{\tau} g + \gamma_7 \sinh \frac{\pi}{\tau} g \\ \gamma_{10} &= \gamma_6 \cosh \frac{\pi}{\tau} g + \gamma_8 \sin \frac{\pi}{\tau} g \\ \gamma_1 &= \alpha_2 \cos \frac{\pi}{\tau} \beta_1 d - \mu_{r2} \beta_1 \sin \frac{\pi}{\tau} \beta_1 d \\ \gamma_2 &= \mu_{r2} \cdot \alpha_1 \cos \frac{\pi}{\tau} \beta_1 d - \alpha_2 \sin \frac{\pi}{\tau} \beta_1 d \\ \gamma_3 &= \alpha_2 \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} \beta_1 d + \mu_{r2} \cdot \alpha_1 \sin \frac{\pi}{\tau} \beta_1 d \\ \gamma_4 &= \mu_{r2} \beta_1 \cos \frac{\pi}{\tau} \beta_1 d + \alpha_2 \sin \frac{\pi}{\tau} \beta_1 d \\ \gamma_5 &= \alpha_1 (\gamma_1 \cosh \frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d + \gamma_2 \sinh \frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d) - \beta_1 (\gamma_3 \cosh \frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d + \gamma_4 \sinh \frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d) \\ \gamma_6 &= \beta_1 (\gamma_1 \cosh \frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d + \gamma_2 \sinh \frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d) + \alpha_1 (\gamma_3 \cosh \end{aligned} \right.$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d + \gamma_4 \sinh \frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d \\ \gamma_7 = \gamma_2 \cosh \frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d + \gamma_1 \sinh \frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d \\ \gamma_8 = \gamma_4 \cosh \frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d + \gamma_3 \sinh \frac{\pi}{\tau} \alpha_1 d \end{cases}$$

그러므로 回轉子 半徑을 $D/2$ 라고 하면 極數를 P 라고 할 때 發生토크 T 는

$$\begin{aligned} T &= P\tau \cdot \frac{D}{2} (F_{x1} + F_{x2}) \\ &= 18 \frac{\lambda \mu_0^2 P \tau D}{\omega_0} \left(\frac{N_1 \cdot K_{w1}}{\tau} \right)^2 v_1^2 \cdot s \frac{1}{\gamma_9^2 + \gamma_{10}^2} \\ &\quad \frac{V_1^2}{(r_1 + r_m)^2 + (x_1 + x_m)^2} \left(\mu_{r1}^2 \cdot \eta + \mu_{r2}^2 \frac{\alpha_1^2 + \beta_1^2}{\alpha_2} \right. \\ &\quad \left. \varepsilon^{-\frac{2\pi}{\tau} d} \right) \end{aligned} \quad (51)$$

이 된다.

여기서 릴럭턴스 電動機의 起動特性을 把握하고자 할 경우 回轉子の 凹凸領域을 第1層 領域으로 보아 Freeman⁽⁶⁾式에 의해 等價導電率과 等價透磁率을 고려해 式(51)에 代入하여 얻어낼 수가 있다.

(2) 塊狀 鐵로만 구성된 回轉子

塊狀 鐵로만 구성된 回轉子일 경우는 單層 構造이기 때문에 토크 算出過程이 매우 간편하며 2層 構造의 第1層領域을 없는 것으로 보면 쉽게 토크를 구할 수 있다.

x 軸 方向의 單位길이당 發生力 F_x' 은

$$\begin{aligned} F_x' &= 36 \frac{\sigma_2 \lambda \mu_0^2}{\omega_0 \alpha_2} \left(\frac{N_1 \cdot K_{w1}}{\tau} \right)^2 v_1^2 \cdot s \frac{1}{|\Delta|^2} \\ &\quad \frac{V_1^2}{(r_1 + r_m)^2 + (x_2 + x_m)^2} \end{aligned} \quad (52)$$

여기서, $\Delta = (\sinh \frac{\pi}{\tau} g + \frac{\alpha_2}{\mu_{r2}} \cosh \frac{\pi}{\tau} g) + j \frac{\alpha_2}{\mu_{r2}} \cosh \frac{\pi}{\tau} g$ 이다.

그러므로 이 回轉子の 半徑을 $D/2$ 라고 하면 發生토크 T' 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} T' &= 18 \frac{\sigma_2 \lambda \mu_0^2}{\omega_0 \alpha_2} P \tau \cdot D \left(\frac{N_1 \cdot K_{w1}}{\tau} \right)^2 v_1^2 \cdot s \\ &\quad \frac{1}{|\Delta|^2} \cdot \frac{V_1^2}{(r_1 + r_m)^2 + (x_1 + x_m)^2} \end{aligned} \quad (53)$$

한편 塊狀 鐵로만 구성된 回轉子の 임피던스를 구한 式인 式(42)를 式(53)에 代入하여 整理하면 좀 더 간단한 形態로 토크 T' 를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} T' &= \frac{s \sigma_2 \tau D}{8 \omega_0 \alpha_2} \frac{V_1^2}{(N_1 \cdot K_{w1})^2 \cdot \lambda P} \cdot \\ &\quad \frac{r_2^2 + x_2^2}{(r_1 + r_m)^2 + (x_1 + x_m)^2} \end{aligned} \quad (54)$$

積鐵心 回轉子 誘導電動機의 경우 2次導體에 發生하는 같다.

토크와 實測値는 一般的으로 거의 一致하지만 塊狀 鐵心回轉子 電動機의 토크 實測値는 2次導體에 發生하는 토크 理論値와는 큰 差異가 있으며 이것은 起動時에 더욱 심하다.

따라서 塊狀 鐵心 回轉子에 籠形導體를 挿入한 電動機의 토크 算定은 鐵心部의 토크를 式(54)에 의해 구하고 回轉子 導體의 토크는 一般 誘導電動機의 算定法으로 구하여 合하는 方法으로 計算 設計하는 方法도 簡易法으로 採擇될 수 있다.

Ⅲ. 設計 理論式의 檢討 및 考察

設計 理論式의 計算과 實驗을 위하여 製作한 試作機의 重要仕樣은 다음과 같다.

單層 塊狀誘導電動機(試作機(A)) 單位(mm)

	固定子	回轉子
外界~內徑	φ129~80	φ79.4~22
鐵心長	50	50
鐵心, 材質	H ₂₃	鑄鋼(μ _{r2} =1000)
極數	4	
1極1相當卷回數	54	
卷線係數	0.9542	
空隙長		0.3

2層 塊狀誘導電動機(試作機(B)) 單位(mm)

	固定子	回轉子
外徑~內徑	φ129~80	φ79.4~22
鐵心長	50	50
材質	H ₂₃	第1層 銅 두께 1mm σ ₁ =0.58×10 ⁹ (Ω/m) 第2層 鑄鋼 φ79.4 σ ₂ =0.7×10 ⁷ (Ω/m) μ _{r2} =1000
極數	4	
1極1相當卷回數	54	
卷線係數	0.9542	
空隙長		0.3

위의 試作機(A), (B)의 諸 치수 및 定數는 表 1과

表 1. 理論計算을 위한 諸定數

Table 1. Constants of test machine for calculation

P	4	μ_{r1}	1.0
K_{w1}	0.9542	μ_{r2}	1,000
N_1	54	σ_1	$0.58 \times 10^8 [\text{G/m}]$
τ	$6.28 \times 10^{-2} [\text{m}]$	σ_2	$0.7 \times 10^7 [\text{G/m}]$
f	60[Hz]	g	$0.3 \times 10^{-3} [\text{m}]$
V_1	115[V]	d	$1.0 \times 10^{-3} [\text{m}]$
λ	$5.0 \times 10^{-2} [\text{m}]$	r_1	$5.007 [\Omega] (75^\circ\text{C})$
D	$79.4 \times 10^{-3} [\text{m}]$	x_1	$2.328 [\Omega]$
μ_0	$4\pi \times 10^{-7} [\text{H/m}]$		

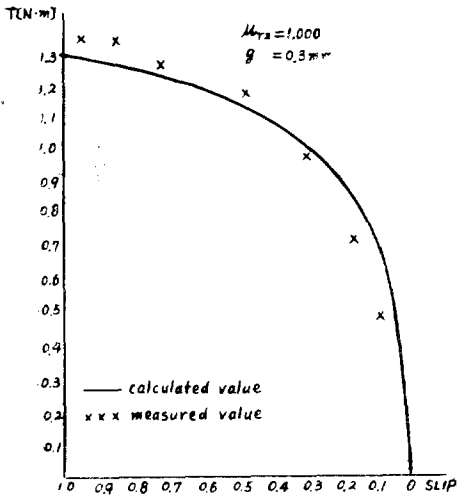


그림 2. 單層 圓筒型 回轉子 電動機의 速度-토크 曲線

Fig 2. Speed-torque curve of induction motor with single layer cylindrical rotor

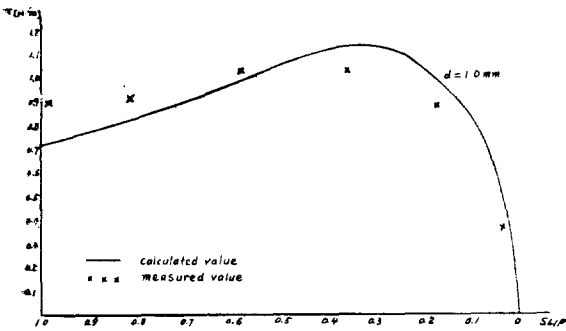


그림 3. 2層 圓筒型 回轉子 電動機의 速度-토크 曲線

Fig 3. Speed-torque curve of induction motor with double layer cylindrical rotor

式(51)과 (54)에 表1의 物理定數를 代入하여 計算한 結果와 實測值와를 比較한 曲線은 그림 2,3과 같다.

實測值와의 誤差는 塊狀鐵心의 鐵損으로 말미암아 低速度 運轉範圍에서 지나친 溫度上昇에 主된 原因이 있다고 判斷된다.

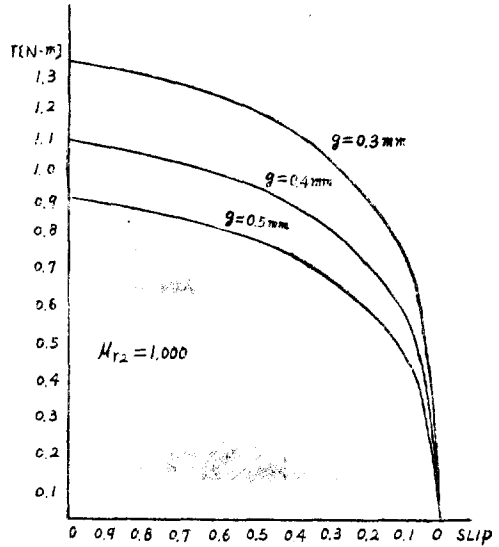


그림 4. 空隙長에 따른 速度-토크 曲線(單層型回轉子)

Fig 4. Speed-torque curve by the variation of air gap length (single layer cylindrical rotor)

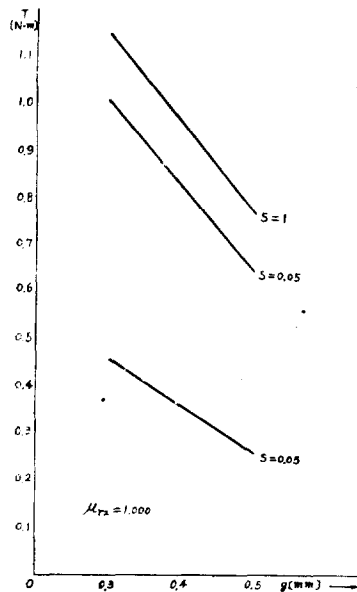


그림 5. 速度에 따른 空隙長-토크 曲線(單層型回轉子)

Fig 5. Air gap length-torque by the variation of slip (single layer cylindrical rotor)

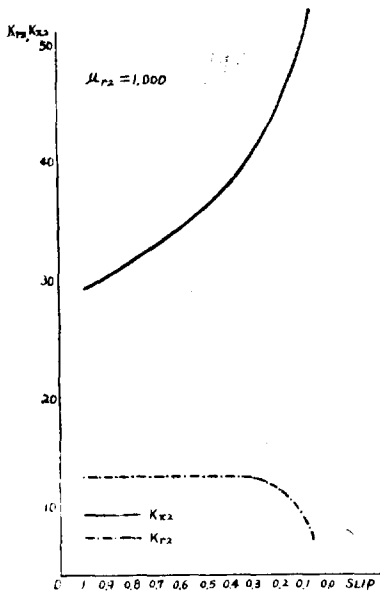


그림 6. 速度에 따른 회전자 저항과 리액턴스 계수(單層 회전자)

Fig 6. The coefficient of rotor resistance and reactance by variational speed (single layer cylindrical rotor)

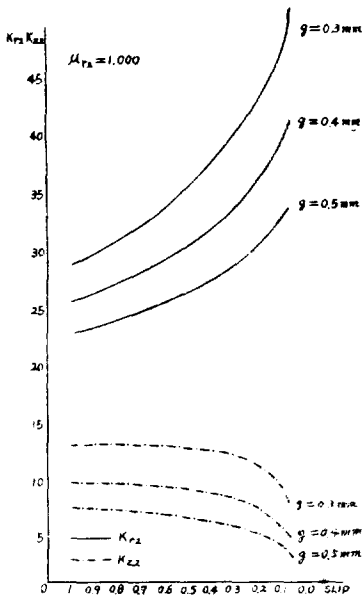


그림 7. 空際長變化에 따른 速度와 抵抗 및 리액턴스의 계수 곡선(單層 회전자)

Fig 7. The coefficient of resistance and reactance by variational air gap length (single layer cylindrical rotor)

그림 4와 5는 試作機(A)에서 空際長을 0.4mm, 0.5mm로 變化시켰을 때의 토오크 計算值를 試作機(空際長 0.3mm)의 토오크와 比較한 그림이다.

空際長이 커지면 低速에서 토오크의 減少가 高速에서 보다 심해짐을 觀察할 수 있다.

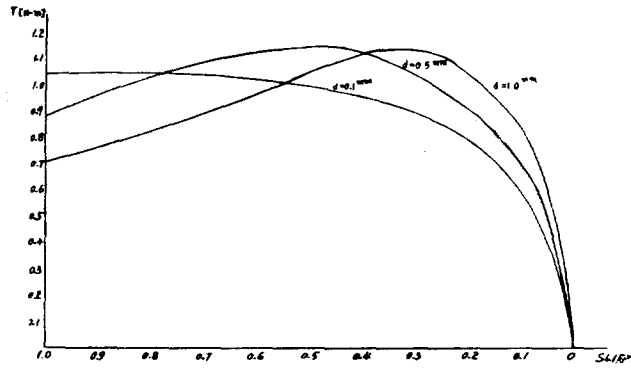


그림 8. 銅두께 變化에 따른 速度-토오크 曲線(2層 회전자)

Fig 8. Speed-torque curves by variational thickness of copper ring (double-layer cylindrical rotor)

그림 6은 회전자 設計에 重要視되는 회전자 抵抗과 리액턴스의 슬립에 대한 變化特性을 나타낸다.

그림 7은 空際長 變化에 대한 회전자 抵抗과 리액턴스의 變化曲線이다.

그림 8은 試作機(B)의 第1層인 銅의 두께 d를 變化시켰을 때의 토오크-슬립 曲線이다.

銅의 두께가 클수록 一般 籠形誘導 電動機의 特性에 가까워지므로 要求하는 特性에 따라 適切히 第1層인 導電體(銅, 알루미늄)의 두께를 選定하여야 할 것이다.

IV. 結 論

塊狀 鐵心電動機는 이 電動機의 特徵을 살려 最近 많이 採用하고 있다. 本論文은 電子計算機를 사용하여 徹底한 解析으로 보다 信賴性이 높은 電動機를 設計 製作할 目的으로 塊狀 회전을 가진 單層, 2層 誘導電動機의 設計理論式을 誘導하였다.

그리고 試作機의 토오크를 計算하고 實測值와 대체로 一致함을 立證하였으며 諸 設計 計算式을 檢討하였다.

本 研究에서는 塊狀 鐵心の 透磁率을 一定하게 다루어 취급하였으나 實際 塊狀 회전의 材質인 鑄鋼이나 可鍛鑄鐵 또는 合金鋼의 경우는 磁氣飽和에 의한 影響을 심히 받으므로 회전자 鐵心の 磁氣的인 非線形性을

考慮하고 아울러 塊狀鐵心の 溫度上昇에 대한 對策을 수립한다면 이 種類의 電動機를 實用化하는데 보다 바람직한 結果를 얻을 수 있을 것으로 期待되는 바이다.

끝으로 本 研究는 1977年度 産學協同財團에서 支給한 研究費로 이루어진 結果임을 밝힌다.

參考文獻

1. G.F.T. Widger and etal, "Starting Performance of Synchronous Motors with Solid Salient Poles," Proc. IEE, Vol.115, No.10, pp.1471~1484, OCT. 1968.
2. B.J. Chalmers and I. Wooley, "General Theory of Solid-rotor Induction Machines," Proc. IEE, Vol. 119, No.9, pp.1301~1308, SEP. 1972
3. I. Wooley and B.J.Chalmers, "End Effects in Unlaminated-rotor Induction Machines," Proc. IEE, Vol.120, No.6, pp.641~646, 1973
4. I. Wooley and B.J. Chalmers, "Internal Design of Unlaminated-rotor Induction Machines," Proc. IEE, Vol.121, No.3, pp.197~201, 1974
5. D. O'Kelly, "Theory and Performance of Solid-rotor Induction and Hysteresis Machines," Proc. IEE, Vol.123, No.5, pp.421~428, 1976
6. E.M. Freeman, "Travelling Waves in Induction Machines Input Impedance and Equivalent Circu-

its," Proc. IEE, Vol.115, No.12, Dec. 1968

記 號

- σ_1 : 第 1 層(銅)의 導電率[Ω/m]
- σ_2 : 塊狀鐵의 導電率[Ω/m]
- μ_0 : 空氣의 透磁率
- μ_{r1} : 銅의 比透磁率
- μ_{r2} : 塊狀鐵의 比透磁率
- d : 銅의 두께[m]
- d_a : 固定子の 半徑方向 길이[m]
- d_b : 回轉子の 半徑方向 길이[m]
- v_1 : 固定子の 起磁力 速度[m/s]
- v_2 : 回轉子の 速度[m/s]
- s : 슬립
- $A_{y,i}$: i 領域 y 方向의 Vector Potential
- N_1 : 1極 1相當 勵磁卷線回數
- K_{w1} : 固定子の 卷線係數
- P : 極數 1
- τ : 極間隔[m]
- f : 印加電源周波數($\omega=2\pi f$)
- λ : 固定子の 鐵心長[m]
- D : 回轉子の 直徑[m]
- r_1 : 固定子の 1相當 抵抗[Ω]
- x_1 : 固定子の 1相當 漏洩 reactance[Ω]
- V_1 : 固定子 1相의 印加電壓[V]