

컴퓨터 시뮬레이션에 의한 利用客의 流通에 관한 研究

論 文
27~1~1

Computer Simulation of Passenger Flow

車 均 鉉*
(Kyun Hyon Tcha)

Abstract

In this paper the best way of servicing to the waiting guests at the Express Bus Terminal, is to determined by the computer simulation.

The mathematical model for the waiting guests is formulated with the statistics data by researching the waiting lines of the guests at the guests at the specified Express Bus Terminal.

The waiting phenomena is simulated using Monte Carlo method to decide the proper number of window and the time for servicing.

Finally it present the way of the improvement of service with the good results of simulation.

1. 緒 論

시뮬레이션(Simulation)은 工學的 設計問類의 해결을 위하여 오래 前부터 使用되어 온 手法의 하나이다.

모형 선택이나 모형비행기를 制作하여 뛰워 분다든 저 크기를 縮小시킨 모형기체들을 가지고 공장 배치문제를 분석하는 것 등이 그 좋은 例이다. 그러나 現代의 시뮬레이션은 여기서 한걸음 나아가 數學的이고 統計學的인 背景을 갖추고 있으며 더욱이 電子計算機(Computer)를 使用하는 技法으로서 特性을 갖는다.

이것이 現代的 技法으로서 開發되기 시작한 것은 1940年代末이며 당시 “Los Alamos Scientific Laboratory”의 物理學者들이 中性子 擴散問類에 대한 研究방법을 찾지 못하고 있을때 “John Von Neumann”과 “Stanislaw ulam”씨 등이 몬테칼로法(Monte Carlo Method)을 개발하여 推薦함으로써 좋은 成果를 거둔 바 있다.

시뮬레이션이란 不確定的 狀況下의 실제문제를 分析하기 위하여 使用되는 計量的 모의실험적 試行的 技法이며 사실과 假定들을 根據로 하고 적절한 수학적 모형이 利用되는데 이때의 수학적 모형이라고 하는 것은 Computer로 계산하여 多數回 試行을 해나가기에 적합한 형식을 뜻한다.

시뮬레이션은 보통 그 手法別로 시스템시뮬레이션(System Simulation), 게이밍(Gaming 또는 Operational Gaming) 및 몬테칼로法의 세 가지로 分類된다. 시스템시뮬레이션은 시스템의 동작 내지는 운영을 실제의 환경의 재현을 통하여 檢討하는 것으로서 시스템全體를 對象으로 하는 것이며 亂數(Random Number)에 의한 標本抽出(Sampling or Survey)이 아니고 실제의 母集團(Population) 自體를 직접 다루는 方法으로 주로 OR(Operation Research) 경영연구의 手法으로서의 시뮬레이션이다. 게이밍은 경쟁하는 상대가 있어 그의 정책에 의해서 조직이 놓여진 환경이 변하는 경우 2개 以上の 會社에 의해 모델上에서 그들의 政策을 實施하여 이것에 의해서 보다 효율적인 政策을 알아내려는 方法으로 訓練용으로 使用되는 것이며 비지니스 게이밍(Business Gaming)이 전형적인 例이다. 몬테칼로法은 亂數를 使用하여 통계적인 方法으로 해를 얻어내는 것이 몬테칼로法의 特徵이다.

本 論文은 高速버스 터미널(Express Bus Terminal)의 서어비스 窓口에서 발생하는 客의 待期行列에서 서어비스의 개선을 위한 해를 求하기 위해 컴퓨터를 利用하여 시뮬레이션을 하는 方法과 그 結果를 실제조사한 재료와 比較檢討함으로써 理論的 모델의 해와 실제의 問類가 一致함을 보이코자 한다.

제 2 절에서는 客의 유통에 대한 통계조사 方法과 待

* 正會員: 崇田大學校 工科大學教授(工博)
接受日字: 1977年 10月 6日

期行列의 수학적 모델의 요건을 제시하고 본 논문에서 사용한用語를 定義하였고 제 3 절에서는 실제조사한資料에 의하여 客의 流通 모델을 만들고 서어비스 分布를 作成한 후 待期行列 모델을 시뮬레이션 하기 위하여 몬테칼로法을 利用하는 방법을 論하였으며 제 4 절에서는 東大間 高速버스 터미널에서 調査한 資料를 가지고 客의 分布와 流通을 컴퓨터에 의해 시뮬레이션 하고 실제 조사한 데이터(Data)와 비교 檢討하였다. 끝으로 본 시뮬레이션의 適用範圍와 結論을 제 5 절에 提示하였다.

2. 問題設定 및 定義

컴퓨터 시뮬레이션(Computer Simulation)에 의한 客의 流通 過程을 研究分析하기 위해서는 우선 客의 待期行列 모델(Model)을 必要로 한다. 待期行列의 理論의 研究는 1908年 荷蘭(Netherland)의 電話會社 技師인 에리앙(A.K. Eriang)이 電話의 回線에 對해서 行한 研究가 最初이며 1945年 까지는 電話의 通話回線에 限定되었다가 제 2차 대전의 前後부터 理論의 으로 급속한 進보를 보게되어 그 應用範圍도 넓어져 오늘에 이르렀다. 客의 待期行列 모델을 構成하기 위해서 資料의 調査對象을 東大門 速達버스 터미널로 선정했다. 東大門 高速버스 터미널은 비교적 客의 1日 流通量이 많을 뿐만 아니라 有形無形의 名種 待期 現象中 실제로 行列을 지어서 기다리기 때문에 現象이 뚜렷하므로 客의 흐름을 正確하게 計算할 수 있어서 資料의 正確性을 期할 수 있었다. 그래서 많은 서어비스 窗口中에서도 비교적 客의 利用度가 높은 光州, 釜山, 大邱의 세 창구를 선정했다. 客의 흐름의 統計調査를 精確히 하기 위해서 한 窗口에 대해 平日, 週末, 休日 등으로 나누어 調査했으며 또한 測定時間의 $\frac{1}{10}$ 초 까지의 精確性을 기하기 위해 秒時計(Stop watch)를 휴대한 人員을 各 窗口마다 2名씩 配置하여 다음과 같은 資料를 調査했다.

- ① 客의 到着時間 間隔의 分布
- ② 客의 到着單位數의 分布
- ③ 서어비스 時間의 分布

그리고 本 論文에서 使用한 用語는 다음과 같다.

- (i) 客의 待期行列; 高速버스 터미널의 서어비스 窗口에서 客이 원하는 行선지의 票를 사기 위하여 列을 지어 기다리는 現象
- (ii) 客의 到着時間 間隔; 한 客이 서어비스 窗口에서 서어비스를 받기 위하여 到着한 후 다음 客이 到着할 때까지의 時間 間隔

(iii) 客의 到着單位數; 서어비스를 받기 위하여, 一定한 單位時間 동안에 서어비스 窗口에 도착하는 客의 수

(iv) 서어비스 時間; 서어비스 窗口에 到着한 客이 票를 사기 위하여 돈을 支拂하고 票를 받기까지 소요되는 時間

3. 客의 流通모델

(A) 客의 流通分布

客의 流通分布는 到着時間 間隔의 分布로 나눌 수 있다.

① 到着時間 間隔의 分布

客의 흐름 類型을 고찰할 때 제일 먼저 생각해야 할 問題는 客이 들어오는 흐름을 어떻게 잡는가 하는 것이다. 客의 到着時間 間隔 τ 로 密度

$$p(x) = \partial e^{-ax} \quad (0 \leq x < \infty) \quad (1)$$

을 가지고 區間(0, ∞)에 分布하는 確率度數와 같은 客의 흐름이 가장 간단한 흐름이며 이를 포아손 흐름(Poisson flow)이라고 한다. 또한 式(1)에 의해서 나타나는 客의 分布를 指數分希(The Exponential Distribution)라고 한다.

客의 到着時間 間隔分布는 서어비스 창구수에 따라서 指數분포형 단일창구 모형과 指數분포형 복수창구 모형으로 分類하는데 本 論文의 作成을 위해서 調査한 統計資料에 의한 度數分布는 後者이므로 이에 대해서 說明하기로 한다.

그림 1은 $a=1$ 일때와 $a=2$ 일때의 밀도함수이다.

τ 의 數學的 期待値는 다음과 같이 計算하여 구할 수 있다.

$$Et = \int_0^{\infty} x p(x) dx = \int_0^{\infty} x a e^{-ax} dx \quad (2)$$

部分積分($u=x, dv=ae^{-ax}dx$)을 해서

$$\begin{aligned} Et &= -xe^{-ax} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-ax} dx \\ &= -\frac{e^{-ax}}{a} \Big|_0^{\infty} \end{aligned}$$

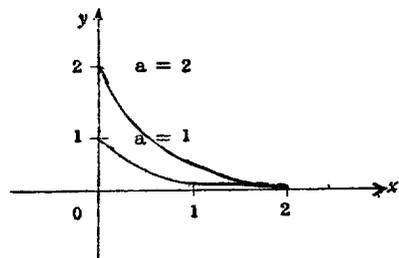


그림 1. $a=1$ $a=2$ 일때의 指數분포
Fig. 1. Exponential distribution with parameter $a=1$ and $a=2$

$$= \frac{1}{a} \tag{3}$$

이 된다. 여기서 매개변수(Parameter) a 를 客의 流通 密度라 한다.

τ 를 구하는 式은 確率密度函數 $p(x)$ 를 가지고 區間 (a, b) 에 分布하는 確率變數 ξ 의 값을 구하는 方程式

$$\int_0^{\xi} p(x) dx = r \tag{4}$$

을 이용하여 구할 수 있다.

즉 式(1)을 (4)에 代入하고 確率變數를 時間間隔 τ 로 하면

$$\int_0^{\tau} a e^{-ax} dx = r \tag{5}$$

을 얻는다. 여기서 r 은 $[0, 1]$ 의 亂數이다. 左邊을 積立하면

$$1 - e^{-a\tau} = r \tag{6}$$

을 얻는다.

그러므로 式(6)으로 부터

$$\tau = -\frac{1}{a} \ln(1-r) \tag{7}$$

이 된다. 量 $1-r$ 은 r 와 같이 分布하기 때문에 τ 을 다 음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tau = -\frac{1}{a} \ln r \tag{8}$$

실제 調査한 到着時間 間隔의 分布는 表 1(a)(b)(c)

와 같이 되며 그에 따른 度數分布曲線은 그림 2와 같다. 表를 作成하기 위하여 1인의 客이 도착하는데 요 하는 시간을 5초로 하는 階級(Class)으로 구분 했으며 각 階級の 中央의 값을 階級標(Class Mark)로, 각 階급에 속하는 通客단위의 수효를 度數(Frequency)로 表示하였다.

또한 각 階급의 도수를 集團(度數의 統計, 으로 나 는 몫을 %(Percent)로 表示하여 相對度數(Relative Frequency)로 나타내고 각 階級에 있어서 그 以前에 있는 모든 階급의 度數의 合計를 累積度數(Cumulative Frequency)로 나타냈다.

相對累積度數(Relative Cumulative Frequency)는 각 階級の 累積度數를 度數의 總計로 나눈 몫을 %로 表示하였다.

本 論文에서는 客의 到着時間 間隔分布를 使用하여 問題를 풀었다.

② 客의 到着單位數의 分布

到着時間 間隔 τ 내지에 x 의 客이 도착하는 確率は

$$g(x) = e^{-a\tau} \frac{(a\tau)^x}{x!}, \quad x=1, 2, \tag{9}$$

이 된다. 式(1)과 (9)에서 $a=1$ 이면 客의 도착 시간간 격이 평균 1의 指數分布를 따른다는 것은 時間間隔 τ 내에 도착하는 客의 數 x 는 평균 τ 의 포아송 분포 따

表 1. 客의 到着時間 間隔의 分布

(a) 광주행

Table 1 Distribution of people's arrival time

행선지	계 급 (Class)	계 급 標 (Class mark)	도 수 (frequency)	상대도수(%) relative frequency	(계급치 + 도수)	누적도수 Cumulative frequency	상대누적도수
光州行 (209명)	(sec) 0.0~5.0	(sec) 2.5	(명) 43	20.57	107.5	(명) 43	% 20.57
	5.1~10.0	7.5	40	19.12	300.0	83	39.71
	10.1~15.0	12.5	28	13.40	350.0	111	53.11
	15.1~20.0	17.5	31	14.83	542.5	142	67.94
	20.1~25.0	22.5	19	9.09	427.5	161	77.03
	25.1~30.0	27.5	13	6.22	357.5	174	83.25
	30.1~35.0	32.5	5	2.40	162.5	179	85.65
	35.1~40.0	37.5	8	3.83	300.0	187	89.47
	40.1~45.0	42.5	7	3.35	297.5	194	92.82
	45.1~50.0	47.5	3	1.44	142.5	197	94.26
	50.1~55.0	52.5	3	1.44	157.5	200	95.69
	55.1~60.0	57.5	2	0.96	115.0	202	96.65
60.1~65.0	62.5	4	1.91	250.0	206	98.56	
65.1~70.0	67.5	2	0.96	135.0	208	99.52	
70.1~75.0	72.5	1	0.48	72.5	209	100.00	
計			209	100.00	3732.51		

(b) 부산행

행선지	계 급 (Class)	계 급 치 (Class mark)	도 수 frequency	상대도수(%) relative frequency	(계급치 ÷ 도수)	누적도수 Cumulative frequency	상대누적도수
	(sec)	(sec)	(명)			(명)	(%)
釜 山 行 (102명)	0.0~ 5.0	2.5	15	14.71	37.5	15	14.71
	5.1~10.0	7.5	9	8.82	67.5	24	23.53
	10.1~15.0	12.5	5	4.90	62.5	29	28.43
	15.1~20.0	17.5	6	5.88	105.0	35	34.31
	20.1~25.5	22.5	12	11.76	270.0	47	46.08
	25.1~30.0	27.5	7	6.86	192.5	54	52.94
	30.1~35.0	32.5	10	9.80	325.0	64	62.75
	35.1~40.0	37.5	4	3.92	150.0	68	66.67
	40.1~45.0	42.5	4	3.92	170.0	72	70.59
	45.1~50.0	47.5	7	6.86	332.5	79	77.45
	50.1~55.0	52.5	2	1.96	105.0	81	79.41
	55.1~60.0	57.5	1	0.98	57.5	82	80.39
	60.1~65.0	62.5	7	6.86	437.5	89	87.25
	65.1~70.0	67.5	4	3.92	270.0	93	91.18
70.1~100.0	85.0	7	6.86	595.0	100	98.04	
100.1~217.3	158.5	2	1.96	317.0	102	100.00	
계			102	999.7	3494.5		

(c) 대구행

행선지	계 급 (Class)	계 급 치 (Class mark)	도 수 frequency	상대도수(%) relative frequency	(계급치 ÷ 도수)	누적도수 Cumulative frequency	상대누적도수
	(sec)	(sec)	(명)			(명)	(%)
大 邱 行 (151명)	0.0~ 5.0	2.5	30	19.87	75.0	30	19.87
	5.1~10.0	7.5	18	11.92	135.0	48	31.79
	10.1~15.0	12.5	19	12.58	237.5	67	44.38
	15.1~20.0	17.5	18	11.92	315.0	85	56.29
	20.1~25.0	22.5	11	7.28	247.5	96	63.58
	25.1~30.0	27.5	12	7.95	330.0	108	71.52
	30.1~35.0	32.5	11	7.28	357.5	119	78.81
	35.1~40.0	37.5	8	5.30	300.0	127	84.11
	40.1~45.0	42.5	3	1.99	127.5	130	86.09
	45.1~50.0	47.5	4	2.65	190.0	134	88.74
	50.1~55.0	52.5	3	1.99	157.5	137	90.73
	55.1~60.0	57.5	5	3.31	287.5	142	94.04
	60.1~65.0	62.5	3	1.99	187.5	145	96.03
	65.1~70.0	67.5	1	0.66	67.5	146	96.69
70.1~100.0	85.0	5	3.31	425.0	151	100.00	
계			151	100.00	3440.0		

른다는 것이다. 실제조사한 到着單位數의 分布는 설정한 단위시간에 대해 表 2와 같이 되며 度數分布는 그림 3과 같이, 表 2는 단위시간을 1분으로 하여 60회 측정된 결과이다.

(B) 서어비스 時間의 分布

서어비스 시간이 安定的일 경우에는 그 사소한 變化를 正規 分布(Normal Distribution)로 생각할 수 있으나 待期行列에서는 서어비스 시간이 짧은 시간에 끝

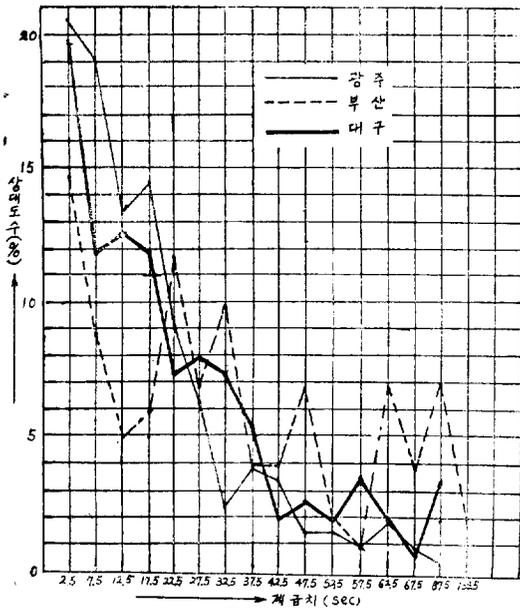


그림 2. 客의 到着時間 間隔分布曲線
Fig. 2. Distribution of people's arrival time

나는 것이 긴 시간에 끝나는 것보다 一般的으로 많으며 또한 서비스 時間의 分布를 客의 到着時間 間隔과 마찬가지로 指數分布로 設定하면 待期行列의 理論이 數理的으로 대단히 간단하게 되기 때문이다.

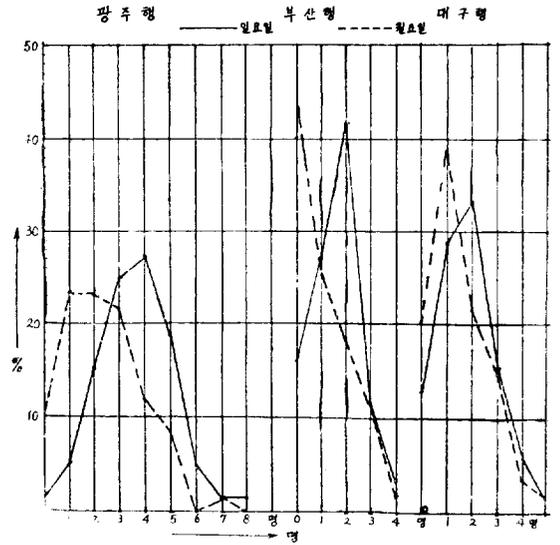


그림 3. 도착단위수의 분포곡선(1분단위)
Fig. 3. People arrivals per-1 minute intervals

本 論文에서는 客에 對한 서비스 時間의 測定資料로부터 平均 時間을 구하여 서비스 時間으로 한 것과 指數分布로 나타내어 서비스 時間이 各 客에 따라 랜덤(Random)하게 選擇된 경우의 두가지에 對하여 풀었다. 실제 調査한 서비스 時間의 度數分布를 表 3(a)(b)(c)에 나타냈으며 이에 대한 分布曲線을 그

表 2. 到着單位數의 分布(1분 單位)

Table 2. Distrifution of people arrivals per minute

행선지	요일	동일 客의 發生횟수									계 (%)	Service 받은 客의 總數
		0명	1명	2명	3명	4명	5명	6명	7명	8명		
광주행	일요일	1 1.667	3 5.0	9 15.0	15 25.0	16 26.667	11 18.333	3 5.0	1 1.667	1 1.667	60 100.001	218(명)
	월요일	6 10.0	14 23.333	14 23.333	13 21.667	7 11.667	5 8.333		1 1.667		60 100.00	141 "
부산행	일요일	10 16.667	16 26.667	25 41.667	7 11.667	2 3.333					60 1000.001	95 "
	월요일	26 43.333	15 25.0	11 18.333	7 11.667	1 1.667					60 100.00	62 "
대구행	일요일	8 13.333	17 28.333	20 33.333	10 16.667	4 6.667	1 1.667				60 100.00	108 "
	월요일	12 20.0	23 38.333	13 21.667	9 15.0	2 3.333	1 1.667				60 100.00	89 "

表 3. Service 時間의 分布

(a) 광주형

Table 3. Distribution of service time

행선지	계급 (Class)	계급치 (Class mark)	도수 frequency	상대도수(%) relative frequency	(계급치 × 도수)	누적도수 (Cumulative frequency)	상대누적 도수
光 州 行 (218名)	0.0~5.0 (sec)	2.5 (sec)	11 (各)	5.05	27.5	11	5.05%
	5.1~10.0	7.5	76	34.86	57.0	87	39.91
	10.1~15.0	12.5	69	31.65	862.5	156	71.56
	15.1~20.0	17.5	25	11.47	437.5	181	83.02
	20.1~25.0	22.5	15	6.88	337.5	196	89.91
	25.1~30.0	27.5	8	3.67	220.0	204	93.58
	30.1~35.0	32.5	3	1.38	97.5	207	94.95
	35.1~40.0	37.5	3	1.38	112.5	210	96.33
	40.1~45.0	42.5				210	96.33
	45.1~50.0	47.5	4	1.83	190.0	214	98.17
	50.1~55.0	52.5	1	0.46	52.5	215	98.62
	55.1~60.0	57.5	2	0.92	115.0	217	99.54
60.1~65.0	62.5	1	0.46	62.5	218	100.00	
計			218	100.01	2572.0		

(b) 부산형

행선지	계급 (Class)	계급치 (Class mark)	도수 frequency	상대도수(%) relative frequency	(계급치 × 도수)	누적도수 (Cumulative frequency)	상대누적 도수
釜 山 行 (95名)	0.0~5.0 (sec)	2.5 (sec)		(%)		(名)	(%)
	5.1~10.0	7.5	13	13.88	97.5	13	13.68
	10.1~15.0	12.5	21	22.11	262.5	34	35.79
	15.1~20.0	17.5	11	11.58	192.5	45	47.37
	20.1~25.0	22.5	15	15.79	337.5	60	63.16
	25.1~30.0	27.5	6	6.32	165.0	66	69.47
	30.1~35.0	32.5	6	6.32	105.0	72	75.79
	35.1~40.0	37.5	6	6.32	225.0	78	82.11
	40.1~45.0	42.5	6	6.32	225.0	84	88.42
	45.1~50.0	47.5	2	2.11	8.0	86	90.53
	50.1~55.0	52.5	1	1.05	52.5	87	91.58
	55.1~60.0	57.5	5	5.26	287.5	92	96.84
60.1~65.0	62.5	2	2.11	125.0	94	98.95	
65.1~129.2	97.2	1	1.05	87.2	95	100.00	
計			95	100.02	2387.2		

림 4에 보였다.

(C) 몬테칼로法

몬테칼로란名稱은 노이만(J.V. Neumann)에 의해서 붙여진 것으로 賭博으로 有名한 모나코(Monaco)의 首都의 이름을 따서 붙인 것이다. 여러개의 確率變數가 各各의 確率分布를 가지고 複合的으로 作用할 때 이러한 問題를 數式化하기란 대단히 어렵다. 그러나

各 事件의 發生을 標本抽出의 形式으로 얻고 실제로 그렇게 發生하였다는 假定아래 시스템의 狀態를 分析하는 것은 비교적 客易한 일이다. 이때의 標本추출은 실제의 모집단을 對象으로 하지 않고 理論的인 또는 經驗적인 確率分布를 使用하여 亂數를 가지고 試行된다. 그러므로 몬테칼로法을 一名 “모의표본 추출법 (Simulated Sampling Technique)”이라고도 부른다.

(c) 대구형

행선지	계급 (Class)	계급치 (Class mark)	도수 frequency	상대도수(%) relative frequency	(계급치 × 도수)	누적도수 (Cumulative frequency)	상대누적도수 (%)
대구형 행 (108名)	0.0~ 5.0	2.5	3	2.78	7.5	3	2.78
	5.1~10.0	7.5	31	28.70	232.5	34	31.48
	10.1~15.0	12.5	30	27.78	375.0	64	59.26
	15.1~20.0	17.5	13	12.08	227.5	77	71.30
	20.1~25.5	22.5	11	10.19	247.5	88	81.48
	25.1~30.0	27.5	5	4.63	137.5	93	86.11
	30.1~35.2	32.5	5	4.63	162.5	98	90.74
	35.1~40.0	37.5	1	0.93	37.5	99	91.67
	40.1~45.5	42.5	3	2.78	127.5	102	94.44
45.1~50.0	47.5	6	5.56	285.0	108	100.00	
計			108	100.6	1840.0		

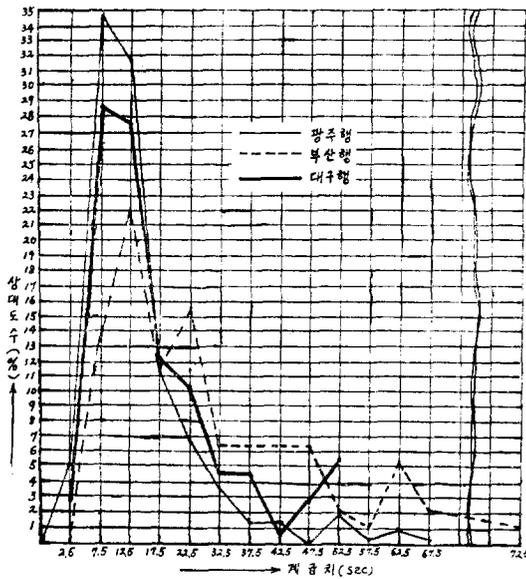


그림 4. 서어비스 시간의 분포곡선
Fig. 4. Distribution of service time

이제 몬테칼로법을 利用하여 待期行列系를 시뮬레이션하는 방법을 設明한다. 客에게 서어비스를 하는 n 개의 窓口(線)가 있고 이 系에 客이 들어온다고 할때 客이 들어오는 시간은 랜덤이다. 客이 모두 窓口 1의 선에 들어 온다고 하고 k 번째 客이 들어오는 時刻(T_k)에 이 線이 비어 있으면 客은 時間 t_k 간의 서어비스를 받는다. 그러나 만약 時刻 T_k 에 있어서 窓口 1의 線이 비어있지 아니하면 客은 當場 다음 차케인 창구 2의 線으로 넘어간다. 또한 T_k 에 있어서 n 개의 窓口 모두

가 비어있지 아니하면 이 系는 거절을 表明한다. 時間 T 에 있어서 平均 몇명의 客이 系의 서어비스를 받고 또한 拒絕되는 가를 定하는 問題를 생각하여 본다. 客 窓口가 이루는 線을 전자계산기의 記憶裝置에(Memory Device) 기억시키고 선이 비는 時刻를 기록한다.

제 i 번의 窓口가 비는 時刻를 t_i 로 나타낸다. 맨 처음 計算 時刻으로 窓口 1번에 客이 들어오는 時刻를 $T_1=0$ 로 한다. 이 時刻에 모든 t_i 는 T_1 과 對等하다고 볼 수 있기 때문에 모든 線은 비어있다.

計算의 完了時刻은

$$T_E = T_1 + T \tag{10}$$

이다. 첫번째의 客이 窓口 1의 線에 들어온다. 時間 t_1 사이에는 이 선은 비어있지 않기 때문에 t_1 을 새로운 값 (t_1) $N = T_1 + t_1$ 로 바꾸어 서어비스를 받은 客의 計數機(accumulator)에 1을 더해서 두번째의 客으로 넘긴다. k 번째의 客이 이미 計數되었다고 假定할 때 ($k+1$)번째의 客이 들어오는 時刻를 찾아내기 위하여 順次 r 의 값을 찾아 式(8)에 의하여 逐次值 $\tau = \tau_k$ 를 計算한다. 이 結果 客이 들어오는 時刻

$$T_{k+1} = T_k + \tau_k \tag{11}$$

을 計算한다. 이 時刻에 窓口 1번의 線이 비어있는지의 與否를 確認하기 위해서는 條件

$$t_1 \leq T_{k+1} \tag{12}$$

을 찾아 보아야 한다. 만약 이 조건이 滿足된다면 T_{k+1} 의 時刻에 선은 비어 있고 따라서 宜은 서어비스를 받을 수 있게 된다. 이때에 t_1 을 $T_{k+1} + t_1$ 로 바꾸어 서어비스를 받은 宜을 計算하는 계수기에 1을 더해 다음의 客으로 넘어간다. 만약 조건 式(12)를 滿足하지 못한다면 窓口 1번의 線은 T_{k+1} 의 時刻에는 暇차 있음을

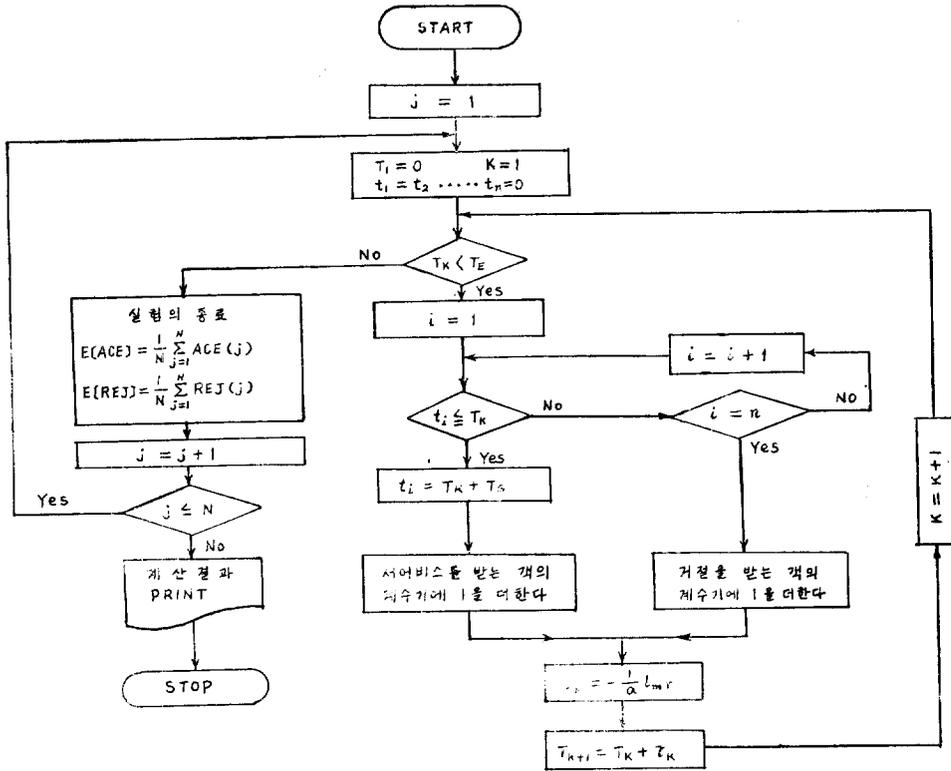


그림 5. 객의 유통 시뮬레이션을 위한 컴퓨터 유통도
Fig. 5. Flow chart for computer simulations of waiting line

나타낸다. 그래서 窓口 2번의 선이 비어 있는지의 與否를 調査해 보아야 한다.

$$t_2 \leq T_{k+1} \quad (13)$$

條件式(13)을 滿足한다면 t_2 를 $T_{k+1} + t_s$ 로 바꾸어 서비스를 받은 客을 計算하는 計算機에 1을 더해 다음의 客으로 넘어간다. 그러나 第件式(13)이 滿足되지 못하면 다른 條件

$$t_3 \leq T_{k+1} \quad (14)$$

을 조사해야 한다. 1에서 n 까지의 모두에 대해서 $t_i > T_{k+1}$ 이라고 하면 T_{k+1} 時刻에는 모든 窓口の 線은 꽉차 있음을 알 수 있다. 이때 서비스를 받지 못한 宜을 세는 計算機에 1을 더해해서 다음의 客으로 넘어가게 된다. 각 回마다 T_{k+1} 을 計算해서 실험의 終了條件

$$T_{k+1} > T_E \quad (15)$$

을 조사한다.

이 條件을 만족하면 똑같은 實驗을 N 回 反復하여 서비스를 받은 客의 數와 拒絕당한 客의 數의 平均値

를 求한다. 서비스를 받은 客의 數와 받지 못한 室의 數를 各各 ACE와 REJ이라 하면 그 平均値는

$$E[ACE] = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N ACE(j) \quad (16)$$

$$E[REJ] = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N REJ(j) \quad (17)$$

이 된다. 以上の 理論을 根據로 한 컴퓨터 流通圖(Flow chart)는 그림 5와 같다.

4. 計算 및 檢討

① 到着時間 間隔의 平均値 및 客의 흐름의 密度: 表 1(a)(b)(c)에서 階級値를 $x_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_k)$ 度數를 $f_i(f_1, f_2, f_3, \dots, f_i, \dots, f_k)$ 라고 할때 平均 E_r 를 구하는 式은

$$E_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k f_i x_i \quad (\text{단 } N = \sum_{i=1}^k f_i) \quad (18)$$

로 주어진다.

表 1(a)(b)(c)의 資料를 式(18)에 代入하여 求하면

광주행 $E_r=17,856(sec)$, 부산행 $E_r=34,260(sec)$ 대구행 $E_r=22,781(sec)$ 가 된다.

② 客의 흐름의 密度

式(3)에서 客의 흐름密度는 $a=\frac{1}{E}$ 이므로 광주행 $a=0.0560$, 부산행 $a=0.0292$, 대구행 $a=0.0439$ 가 된다.

③ 서어비스 時間의 平均値

1(인)의 客을 서어비스 하는데 요하는 平均 서어비스 時間 $M_{i,s}$ 도 式(18)을 利用하여 表 3(a)(b)(c)에서 求하면 광주행은 $M_{i,s}=11,798(sec)$, 부산행은 $M_{i,s}=25,128(sec)$, 대구행은 $M_{i,s}=17,037(sec)$ 이 된다.

調査한 資料에 의해서 나타난 宣의 待期行列에서의 서어비스 改善을 위한 解를 구하기 위한 시뮬레이션을 IBM 1130型 컴퓨터를 利用해서 實施했다. 各行先地 別로 窓口數는 셋으로 했으며 實驗의 最終時間(T_s)은 20분(1,200초)으로 그리고 반복회수(N)을 50회로 하였다. 시뮬레이션에 의한 프로그래밍(Programming) 결과를 付錄에 실었다. 광주행은 서어비스 時間(t_s)을 平均値로 取한것과 랜덤하게 取한 두가지 경우를 시뮬레이션 했으며 표 4와 같다. 그리고 表 5는 과제 조사한 資料와 시뮬레이션한 結果値를 비교한 것이다. 東大門 高速버스 터미널에서 실제 발생한 待期行列現象을 시뮬레이션한 결과 光州行은 時間當 4.92(名), 1日 12時間(오전 6시부터 오후 6시까지로 하면) 59.04(名)이 서어비스를 받지 못하고, 大邱는 時間當 1.2(名) 1日 14.4(名), 釜山, 時間當 0.3(名)으로 1日 3.6(名)이 서어비스를 받지 못함을 알수 있다.

表 4. 서어비스 時間을 平均値와 랜덤하게 取했을 때의 비교

Table 4. Number of people why received sewiee and not

區 分	$E\mu R$	$E\mu R$	Mts
ts-平均値	71.9명	1.64명	11.798(초)
ts-random	73.54명	0.00명	

表 5. 實際調査値와 시뮬레이션한 値의 比較

Table 5. Actual and simulated number of pepole

項 目	區分	實際調査資料値	시뮬레이션의 結果値	
			서어비스 받은수	서어비스받지 못한수
室의數	光 州	218(名)	215.7(名)	4.92(名)
	釜 山	62(名)	62.7(名)	0.3(名)
	大 邱	108(名)	106.68(名)	1.2(名)

5. 結 論

本 論文의 主要한 結論은 다음과 같다.

① 몬테칼로 法을 利用하여 客의 待期行列 모델에서 서어비스 改善을 위한 解를 구하기 위하여 컴퓨터를 使用해서 시뮬레이션하는 方法과 算法을 提示하였다.

② 客에 對한 서어비스 時間(t_s)를 平均値로 하는 方法과 랜덤하게 취하는 方法을 提示하였으며 平均 서어비스 時間이 釜山行이 25,128(초)로서 光州行 11,798(초)보다 2배 이상 길게 나타난다는 것은 매표원의 당해 업무에 對한 숙련도에 의해서 나타난 結果임을 알수 있었다.

③ 시뮬레이션한 結果 客에 對한 서어비스 면으로 볼때 完備한 서어비스를 위해서는 窓口の 증설이 필요하나 경제적인 面을 고려해서 結定해야 할 것이다.

④ 본 시뮬레이션은 銀行窓口の 待期行列, 콘베어(Corveyer)시스템의 工程 라인(Line)등에 適用할 수 있다.

參 考 文 獻

1. 車均鉉 “漂流信賴度を 고려한 經濟的 回路設計에 대한 몬테칼로法의 適用” 大韓電氣學會誌 第24卷 第5號 pp. 482~491 Sep 1975.
2. 律田孝夫, “モソラカロ法と シミュレーション” 培風館, 1969.
3. C.W. Churchman, R.L. Ackoff and E.L. Arnoff “Introduction to Operations Research” John Wiley & Sons Inc. 1972
4. Hansun, M.H. and Others, Sampling Suney Method and Theory” John Wiley, 1956.
5. R.L. Ackoff and M.W. Sasiem, “Fundamentals of Operation Research” John wiley & Sons, 1968
6. Martin, F.F. “Computer Modiling and Simulati-on” John Wiley & Sons, 1968

附 錄

(1) Programming

① 서어비스時間을 平均値를 취했을 때.

//FOR

*LIST ALL

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*ICCS(2501 READER, 1403 PRINTER)

DIMENSION TI(1C), LA(100), UR(100)

READ(8,10) N,NN,TS,TE,A

10 FCRMAT(215, 3F13.7)

DC 12 J=1.NN

```

UA(J)=0
12 UR(J)=0
EUA=0.
EUR=0.
J=1
IX=23769
15 TK=0.
DC17 I=I.N
17 TI(I)=0.
18 IF(TK-TE)20,125,125
20 I=1
25 IF(TI(I)-TK) 30,30,35
30 TI(I)=TK+TS
UA(J)=UA(J)+I
GC TC 50
35 IF(I.N) 40,45,40
40 I=I+1
GC TC 25
45 UR(J)=UR(J)+1.
50 CALL RANDU (IX,IY,R)
IX=IY
TAU=1/A•ALOG(R)
TK=TK+TAU
GC TC 18
125 EUA=EUA+UA(J)
EUR=EUR+UR(J)
WRITE(5,520) UA(J), UR(J), TAU,TK
J=J+1
IF(J-NN)15,15,130
130 AN=NN
EUA=EUA/AN
EUR=EUR/AN
WRITE(5,135) EUA, EUR
135 FORMAT(215, 3E13.6)
WBITE(5.136) N,NN, TS, TE, A
136 FORMAT (215, 3E, 3.6)
520 FORMAT(3X, 4E13.6)
CALL E×IT

```

② 서어비스時間을 랜덤하게 취 했을 때.

//FOR

*LIST ALL

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*ICCS(2501 READER, 1403 PRINTER)

```

DIMENSION TI(10), LA(100), LR(100)
READ(8,10) N,NN,AD,TE,A
10 FCRMAT(215,3F13.7)
CO12 J=I,NN
UA(J)=C.
12 UR(J)=C.
EUA=0.
EUR=0.
J=1
IX=23769
15 TK=0.
DC 17 I=1, N
17 TI(I)=0.
18 IF(TK-TE) 20,125,125
20 I=1
25 IF(TI(I)•TK) 30,30,35
30 CALL RANDU)IX,IY,R)
IX=IY
TS=1/AD*ALOG(R)
TI(I)=TK+TS
UA(J)=UA(J)+1.
GC TC 50
35 IF(I+N) 40,45,40
40 I=I+1
GC TC 25
45 UR(J)=UR(J)+1.
50 TAU=-1/A*ALOG(R)
TK=TK+TAU
GC TC 18
125 EUA=EUA+UA(J)
EUR=EUR+UR(J)
WRITE(5,520) UA(J),UR(J), TAU,TK
J=J+1
IF(J-NN)15,15,130
130 AN=NN
EUA=EUA/AN
EUR=EUR/AN
WRITE(5,135) EUA,EUR
135 FORMAT (2E13.6)
WRITE(5,136) N,NN,AD,TE,A
136 FORMAT(215, 3E13.6)
520 FORMAT(3X, 4E13.6)
CALL EXIT
END

```