

## &lt; 論 文 &gt;

## 軟鋼과 스프링鋼을 接合한 層狀複合 鋼材의 疲勞破壞挙動에 對한 研究

金永鎭\* · 申昌均\*\* · 廉永夏\*\*\*

(1978年9月30日 接受)

### Fatigue Fracture Behavior of Laminated Steel with Mild Steel and Spring Steel

Young - Jin Kim, Chang - Kyun Shin and Young - Ha Yum

#### Abstract

This study has been concentrated on the relations between the crack growth rate and the stress intensity factor, the fatigue limit and finally on the condition of the crack propagation along the laminated cross section of the laminated steel under the repeated plane bending through tests. The following results are obtained.

1. The fatigue limit of the laminated steel is higher than the single steel
2. The relations between the fatigue crack growth rate,  $dL/dN$  and

Stress intensity factor are;

$$dL/dN = 2.14 \times 10^{-11} K^{2.95} \quad \text{for SUP 9}$$

$$dL/dN = 1.70 \times 10^{-11} K^{2.95} \quad \text{for SMS}$$

$$dL/dN = 9.77 \times 10^{-11} K^{2.95} \quad \text{for SPMS}$$

$$dL/dN = 3.57 \times 10^{-8} K^{1.53} \quad \text{for SPMM}$$

$$dL/dN = 5.50 \times 10^{-8} K^{1.53} \quad \text{for MLD}$$

3. The crack propagation of the laminated steel also tends to be completed through 3 steps;

The first step proceeds swiftly, in a second slowly for a long time and last very rapidly for a short moments.

#### I. 序 論

最近 工業의 發達에 따라 機械類 및 構造物 材料로서 經濟的이고 強度가 강한 層狀複合材가 開發되어 各 分野에서 이미 많이 사용되고 있으며 이들 材料에 대한 需要는 繼續 늘어나고 있는 실정이다. 그러나 單一材 및 纖維, 고

무, 플라스틱系로 된 複合材料等에 대해서는 많은 研究가 이루어져 왔으나<sup>1,2)</sup> 鐵鋼系로 된 層狀複合材에 대한 研究는 극히 적다.

그 理由는 層狀複合材에서는 疲勞破壞舉動, 應力擴大係數 및 接合方法에 따른 境界層의 解析이 어렵고 複雜하기 때문이라 생각된다.

無限平板層狀複合材에 대해서 Erdogan<sup>3)</sup> 은 크랙이 彈性係數가  $E_1$ 인 材料에서 진행하여 彈性係數가  $E_2$ 인 材料와의 接合境界에 직각으로 접근할 때  $E_1 > E_2$ 면 應力擴大係數,  $K$ 는 급

\* 正會員, 서울대학교 大学院

\*\* 正會員, 서울대학교 大学院

\*\*\* 正會員, 서울대학교 工科大学

증하고  $E_1 > E_2$  이면 급減함을 提示하였고, Isida<sup>4)</sup>는 Erdogan과는 달리 均質材에서의 크랙解析方法을 그대로 層狀複合材에 導入하여 Laurant expansion, Conformal mapping 을 써서 K의 변화를 구한 결과, 定性的으로는 Erdogan의 것과 거의 일치되고 있다.

最近의 實驗結果에 의하면 lamination은 크랙成長을 抑制시키는데 효과가 있으며 또한 材料의 破壞靱性を 향상시킨다는 것이 알려졌다.

그 몇 개의 예를 들면 崔<sup>5)</sup>는 疲勞試驗에서 靱性が 강한 材料에서 脆性が 강한 材料로 크랙이 진행하면 K는 급減하고 反對의 경우에는 급增한다고 보고하고 있으며, Embury<sup>6)</sup> 등은 軟鋼으로 된 層狀複合材에 Charpy 衝擊試驗을 실시한 결과 lamination은 크랙成長을 억제한다는 결론을 얻었다. 또한 Almond<sup>7)</sup> 등은 內壓을 받는 層狀圓筒에 Slit을 넣어 실험한 결과 層狀構造物이 破壞를 抑制하는데 效果的임을 보고하였으며 Ohlson<sup>8)</sup>은 破壞靱성에 영향을 주는 層의 두께와 接合強度에 대한 조사를 하여 降伏強度와 破壞靱성을 함께 올릴 수 있는 가능성을 提示하였다.

따라서 層狀複合材는 單一材에서 보다 새로

운 材料特性을 얻을 수 있으리라 생각된다.

本 研究은 이러한 趨勢에 따라 材料開發의 一環으로 試圖된 것으로 實驗的으로 Annealing한 層狀複合材와 單一材의 疲勞크랙傳播, 疲勞크랙傳播速度와 應力擴大係數와의 相互關係, 疲勞壽命 및 破斷面의 觀察을 통하여 2가지 材料의 性質을 比較 檢討하였다.

## II. 實驗 裝置

### 2-1 試片


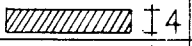

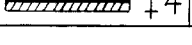
本 研究에 사용된 材料는 스프링鋼과 軟鋼을 接合시킨 2接材(SPM), 스프링鋼과 스프링鋼 사이에 軟鋼을 接合시킨 3接材(SMS), 그리고 軟鋼(MLD), 스프링鋼(SUP 9)의 4가지를 사용하였다.

試片의 化學成分과 機械的 性質은 Table 1 및 Table 2와 같다.

Table 1. Chemical Compositon

Material	Compositon					
	C	Si	Mn	P	S	Cr
Mild steel	0.21	0.32	0.45	0.021	0.007	-
SUP 9	0.56	0.29	0.90	0.025	0.024	0.72

Table 2. Mechanical properties

Material	Cross Section	Tensile strength (kg/mm <sup>2</sup> )	yield strength (kg/mm <sup>2</sup> )	Elongation (%)	Rockwell Hardness (R <sub>4</sub> )
MLD (Mild Steel)	 †4	38.9	26.1	30.4	40.3
SUP 9	 †4	98.8	65.9	18.1	58.6
SPM	 †4	65.1	37.8	26.1	-
SMS	 †4	82.4	50.6	21.9	-

試片材料는 1100 °C의 高溫에서 酸化膜의 生成을 防止하기 위해 봉사, 鹽化암모늄 등의 接合劑를 사용하여 Roller에 의한 熱間壓延을 하였다.

試片은 850 °C에서 annealing한 다음 Fig 1과 같이 平滑疲勞試片(a)과 有孔疲勞試片(b)의 2가지 形態로 製作하였으며, 圓孔作業은 φ1.8 mm로 drilling한 후 φ 2 mm까지 reaming 作業을 하였다.

試片表面은 平面研削한 후 Si-C emery paper 1,000-CW까지 研磨하고 酸化크롬으로 buffing 다듬질하였다. 이때 모든 作業은 試片의 길이 방향으로 하여 크랙發生이 예측되는 幅方向에는 微細한 흠도 생기지 않게 細心한 注意를 기울였다.

### 2-2 層狀 複合材의 境界層組織

Fig 2는 軟鋼과 스프링鋼의 接合部位의 顯微

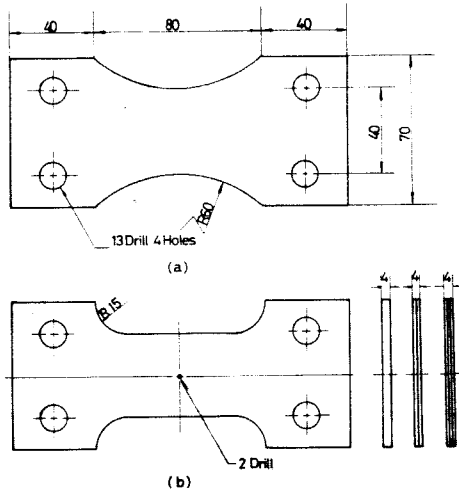


Fig 1. Shapes and dimension of fatigue specimen.

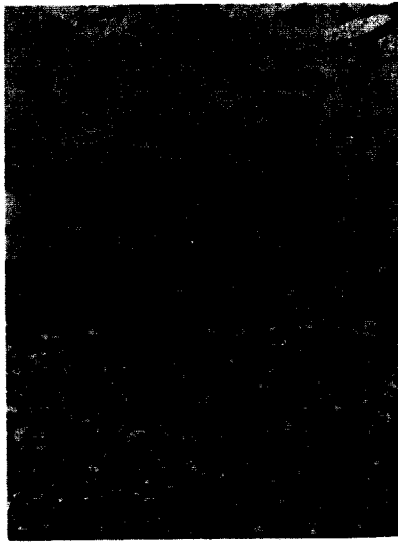


Fig 2. Optical microstructure near the interface in the laminated steel.

鏡組織을 보이고 있다. 이 사진에서 白色은 ferrite, 黑色은 pearlite 組織을 표시하고 있는데 接合部를 보면 스프링鋼側은 주로 pearlite 層, 軟鋼側은 ferrite 層으로 된 境界組織을 가지고 있다.

### 2-3 試驗機

사용된 試驗機는 Schenk Type 의 反覆平面 굽힘疲勞試驗機(容量 20 kg - m, 2700 rpm)로서 크랭크 裝置와 偏心裝置로 되어 있어 棒材

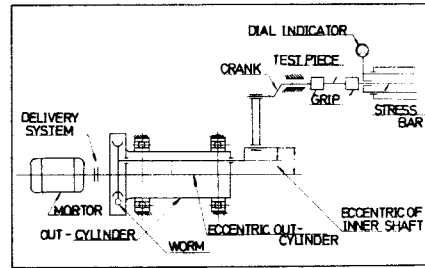


Fig 3. Mechanism of testing machine.

의 비틀림 試驗과 板材의 굽힘試驗을 할 수 있다.

Fig 3은 본 疲勞試驗機의 構造이다. 試片에 가해지는 굽힘모멘트는 試驗機의 應力特性曲線에서 굽힘모멘트에 맞는 Dial gauge 의 값을 찾아 Worm을 통하여 Worm wheel 를 廻轉시켜서 偏心機構의 偏心量을 調整, 應力棒에 附着된 Dial gauge 눈금을 맞추므로서 주어진다.

### 2-4 試驗方法

試片에 가해지는 應力은 純粹굽힘應力이라는 假定下에 다음 式을 사용하였다.

$$\sigma = \frac{M}{Z} \quad (1)$$

여기서 M은 作用應力, Z은 斷面係數 ( $Z = wh^2/b$ )이다.

疲勞크랙 길이는 運轉中 測定이 곤란하므로 運轉中 任意適當한 廻轉數, N에서 試片을 機械로부터 分離하여 micro comparator를 附着시킨 光學顯微鏡으로 크랙發生初에는  $\frac{1}{400}$  mm 그 以後는  $\frac{1}{100}$  mm의 精密度로 크랙 길이를 測定한 다음 다시 試片을 機械에 附着하고 운전을 계속하였다.

이와 같은 過程을 반복해서 試片이 破斷될때 까지 任意廻轉數, N에 대한 크랙增加 길이를 測定하였다.

## III. 實驗結果 및 考察

### 3-1 疲勞크랙傳播曲線

疲勞크랙 길이, L을 縱軸, 反覆廻數, N을 橫軸으로 한 疲勞크랙傳播曲線(L - N Curve)을 作用應力別로 Fig 4 (a, b, c, d) 및 Table

3에 표시하였다. 여기서 크랙 길이, L은 hole 주변에서 발생된 試片表面上的 크랙 길이이고 주어진 應力  $\sigma$ 는 試片表面에 작용하는 兩振應力이며 단위는  $\text{kg}/\text{mm}^2$  이다. 크랙 길이는 試

片에 作用하는 應力方向에 垂直인 方向으로 測定하였다.

Fig 4(a. b. c. d)를 통해 試驗結果를 考察해 보면

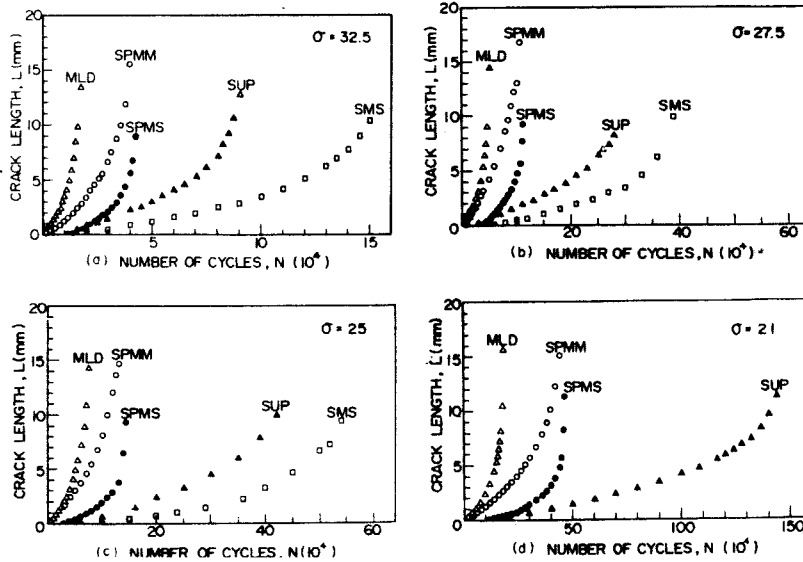


Fig 4. Crack length versus cycle curve.

i) 同一材料에서는 作用應力이 增加할 수록 크랙發生이 빠르며 破斷까지의 反復廻數는 적어진다.

ii) 試片의 크랙傳播는 全壽命의 約  $\frac{1}{2}$ 이 2 mm(幅의 0.1倍)程度内에서 消費되고 이후 漸漸 빨리 增加하여 10 mm(幅의 0.5倍)程度가 넘으면 急激히 傳播하여 破壞에 이르렀다.

iii) 2接材(SPM)의 크랙傳播過程을 觀察하

면 스프링鋼側(SPMS)은 軟鋼側(SPMM)에서 크랙이 발생한 다음 初期에는 單一材 스프링鋼(SUP9)보다도 크랙傳播가 느리다가 軟鋼側이 앞서 傳播하면서 漸漸히 빨라져서 軟鋼側이 먼저 破斷되는 瞬間부터 急激히 增加하여 最終破斷이 되었다.

iv) Table 3에서 作用應力에 따른 材料別 壽命을 比較해 보면  $\sigma = 32.5 \text{ kg}/\text{mm}^2$ ,  $\sigma = 27.5$

Table 3. Number of cycles to Fracture (Nf)

Material		Stress ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ )			
		$\sigma = 32.5$	$\sigma = 27.5$	$\sigma = 25$	$\sigma = 21$
S	M S	155,300	400,600	562,400	
S	U P 9	92,000	302,600	439,800	1,490,000
M	L D	16,900	50,400	79,400	180,500
S P M	S P M S	43,700	115,100	146,600	469,000
	S P M M	40,300	105,200	130,200	452,000
(SPMS-SUP9)/SUP9		-52.5 %	-62.1 %	-66.7 %	-60.5 %
(SMS-SUP9)/SUP9		68.9 %	32.4 %	27.9 %	$\infty$
{SPMS-(SUP9+MLD)/2}/SPMS		19.7 %	34.8 %	43.5 %	

kg/mm<sup>2</sup>,  $\sigma = 25 \text{ kg/mm}^2$ 에서 SPM材의 壽命은 作用應力값이 疲勞限度(21kg/mm<sup>2</sup>)에 가까워질수록 SUP 9材에 비하여 各各 52.5%, 62.1%, 66.7%로 점점더 減小되고 있으며, 反對로 SMS材는 各各 68.9%, 32.4%, 27.9%로 漸次 遞 增加하는 傾向이 있다. 또한 SPM材는 SUP 9材와 MLD材의 平均値보다도 各各 19.7%, 34.8%, 43.5%가 減小되고 있다.

위 實驗結果에서 SMS材 形態로 接合된 層狀複合材는 單一材보다 우수한 材料의 特性을

보였으며 應力이 커질 수록 疲勞壽命의 增加率은 더 커졌다.

### 3-2 疲勞크랙傳播速度

크랙이 試片幅 方向으로 成長함에 따른 크랙傳播速度를 比較하기 위하여 Fig 5의 曲線에서 크랙 길이, L에 대한 dL/dN을 求하여, 縱軸에는 dL/dN을 對數座標로, 橫軸에는 크랙 길이, L을 直角座標로 하면 Fig5(a. b. c. d)로 나타난다.

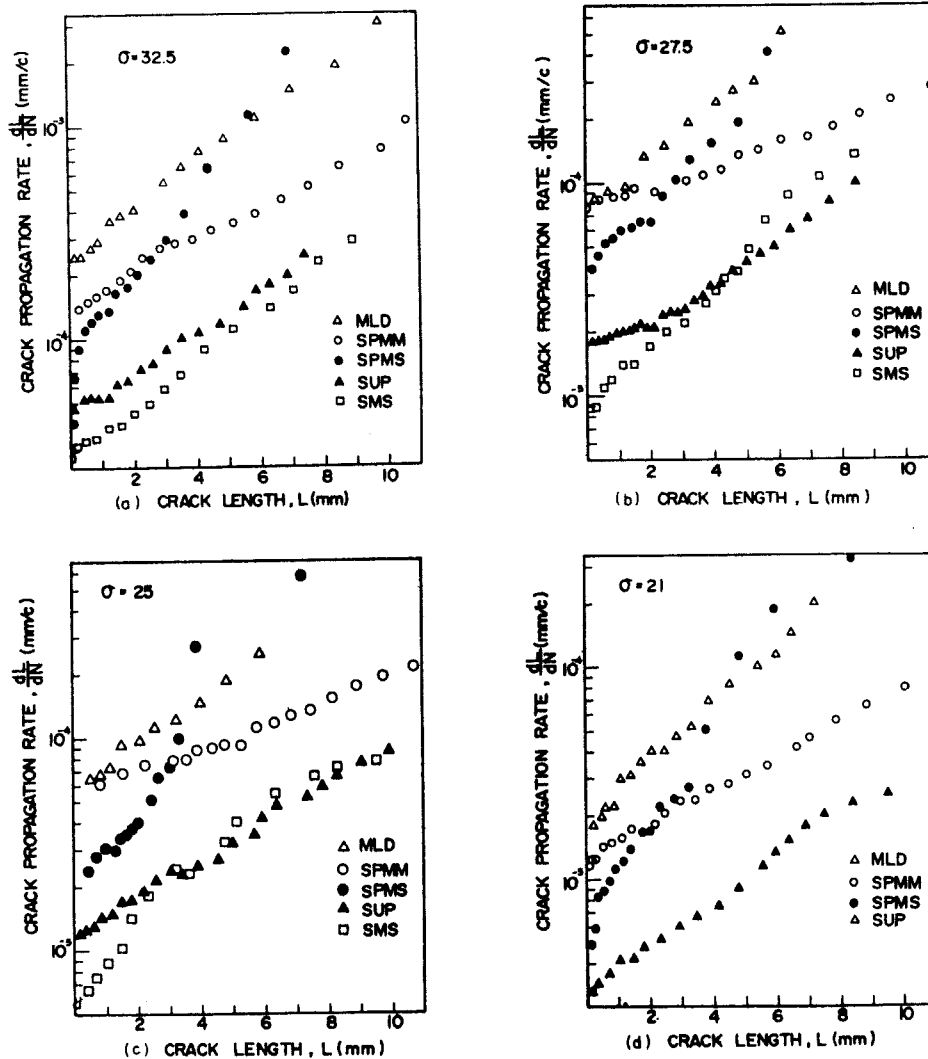


Fig 5. Crack propagation rate versus crack length curve.

i) Fig 5를 통해서 크랙傳播狀態를 考察하면 크랙傳播速度의 增加率은 대략 2~3段階로 傳播됨을 알 수 있다.

여기서 第1段階는 1mm 이내서 크랙 傳播速度의 增加率은 크게 나타나고 第2段階는 比較的 긴 區間을 安靜되고 작게 나타나며 試片幅의 半 以上을 進행한 다음에는 急激히 破壞가 되었다.

ii) SPM材의 境遇傳播速度,  $dL/dN$ 은 크랙 발생 초에는 스프링鋼側이 軟鋼側보다 작으나 크랙 길이 3mm (幅의 1/3)程度부터는 오히려 스프링鋼側이 軟鋼側보다  $dL/dN$ 의 增加趨勢가 더 커지고 있다.

이는 軟鋼側이 먼저 破斷에 이르고 나면 스프링鋼側에 작용하는 應力이 增加하기 때문이다.

iii) SMS材의  $dL/dN$ 은 크랙發生初에는 SUP 9材보다 훨씬 작으나 크랙 길이 3mm (幅 1/3)程度 이후부터는 비슷한 增加現象을 보였다.

3-3 疲勞試驗

疲勞試驗 結果를 S-N 曲線으로 Fig 6에 圖示하였다.

疲勞限度의 값은 SMS材 33.5 kg/mm<sup>2</sup>, SUP 9材 28 kg/mm<sup>2</sup>, SPM材 21 kg/mm<sup>2</sup>, MLD材 17 kg/mm<sup>2</sup>로서 SMS材는 같은 두께의 스프링鋼보다 20% 정도가 증대되고 SPM材는 約 20% 減小하였다. 이 사실에서 層狀複合材는 疲勞壽命增大에 좋은 영향을 끼친다는 것을 알 수 있다.

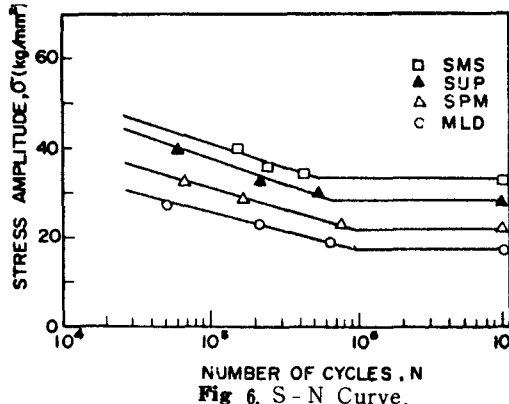


Fig 6. S - N Curve.

3-4 疲勞크랙傳播速度,  $dL/dN$ 과 應力擴大係數,  $K$ 와의 關係

反覆平面굽힘應力을 받는 Fig 1(b)形狀의 試片에 대한  $K$ 解析은 아직 이루어져 있지 않으므로 本 試驗에서는 R. Roberts와 T. Rich의  $K$ 에 대한 近似式<sup>9,10</sup>에 Fedderson의 有限幅修正函數<sup>11</sup>와 塑性域 補正<sup>5</sup>을 添加한 式(2)를 사용하였다.

$$K = \sigma \sqrt{\pi L} \sqrt{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2} \cdot \sqrt{\sec \left[ \frac{\pi a}{W} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2 \right\} \right]} F(L/R) \quad (2)$$

( $\sigma_y$  = 降伏應力,  $a = R + L$ ,  $W$  = 試片幅,

$F(L/R)$  = R. Roberts의 平面굽힘係數)

윗式(2)를 이용하여 計算한 값,  $K$ 值를 橫軸에,  $dL/dN$ 을 縱軸에 兩對數函數로서 Fig 7(a, b, c, d)에 표시하였다.

Fig 7에서 크랙의 安定成長範圍라고 생각되는 부분은 거의 直線關係로 나타나 있어 式(3)의 形態로 表現이 가능하다.

$$dL/dN = CK^m \quad (3)$$

여기서  $C$ 는 材料 常數,  $m$ 은 指數로서 常數이며,  $C$ 와  $m$ 의 값을 구하면 式(4)가 된다.

$$\begin{aligned} \text{SUP 9 ; } dL/dN &= 2.14 \times 10^{-11} K^{2.95} \\ \text{SMS ; } dL/dN &= 1.70 \times 10^{-11} K^{2.95} \\ \text{SPMS ; } dL/dN &= 9.77 \times 10^{-11} K^{2.95} \\ \text{SPMM ; } dL/dN &= 3.57 \times 10^{-8} K^{1.53} \\ \text{MLD ; } dL/dN &= 5.50 \times 10^{-8} K^{1.53} \end{aligned} \quad (4)$$

윗式(4)에서 SPMS는 2接材의 스프링鋼側 SPMM은 2接材의 軟鋼側이다.

式(4)와 Fig 7에서 疲勞크랙傳播狀態를 考察하면

i) 應力擴大係數,  $K$ 의 指數인  $m$ 의 값은 安定成長區域에서 SMS材와 SPMS側은 2.95로 SUP9材와 같고 SPMM側은 MLD와 같다.

Paris<sup>2)</sup>는 材料에 관계없이 모두  $m$ 의 값은 4가 된다고 報告하였으나 Kitagawa<sup>(2)</sup>는 實驗結果를 綜合하여 鋼材인 경우 0.5~8의 範圍에 있다고 報告하였다.

이들 값과 比較해 볼 때  $m$ 값이 작은 것은 塑性域의 補正에 基因한다.

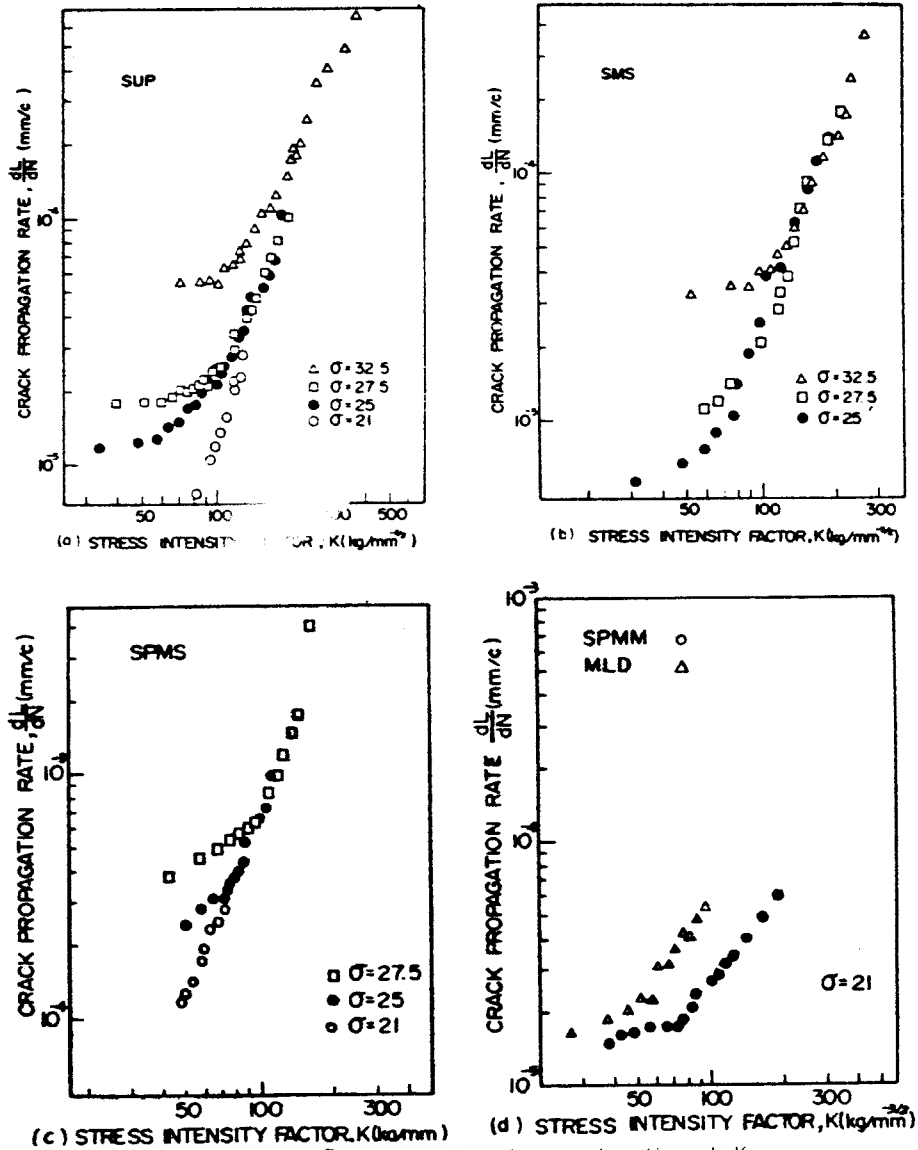


Fig 7. Crack growth rate as a function of K.

ii) SMS材와 SUP 9材의  $m$ 값이 같다는 것은 일단 크랙이 發生하여 크랙의 安定成長區域에 들어가면 비슷한 疲勞크랙傳播傾向을 보인다는 것을 意味하며 SMS材의 疲勞壽命이 SUP 9材보다 큰 이유는 크랙발생이 늦고 初期의 크랙傳播速度가 느리기 때문이다.

iii) SPM材의 境遇  $m$ 값은 SUP 9側이 2.95軟鋼側(MLD)은 1.53으로 單一材 SUP 9材와 MLD材의 값과 같게 나타났다. 이는 크랙 發生初에는 干涉效果에 의해 SPMM은 더 늦게,

SPMS는 더 빠르게 진행하지만 일단 크랙이 安定成長區域에 들어오면 結局 같은 率로 K값은 增加한다는 것을 보여 주고 있다.

iv) 材料常數  $C$ 와  $K$ 의 指數,  $m$ 의 關係를 보면 Kitagawa가 提示한 式(5)가 있다.<sup>(12)</sup>

$$C = AB^m \quad (5)$$

여기서  $A$ 는 材料常數로서 約 1/20,000,  $B$ 는 材料에 관계없이 約 1/55이다. 本實驗에서 얻은  $C$ 와  $m$ 값을 Kitagawa<sup>(12)</sup>가 式(5)를 찾기 위해 使用하였던 線圖에 표시하면 Fig 8과 같

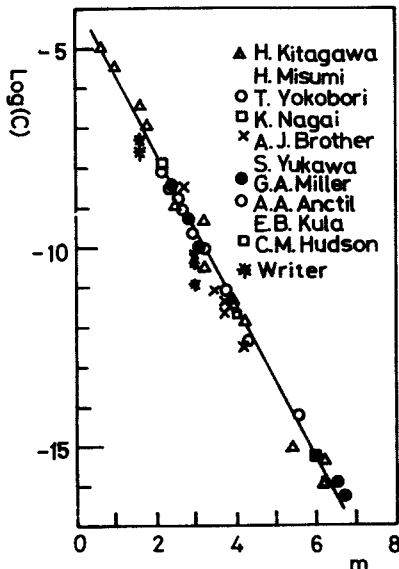


Fig 8. m-Log C Curves for steel.

다.

이 그림에서 鋼種類의 材料常數,  $C$ 의 對數値는  $K$ 의 指數,  $m$ 에 大略 反比例하며 層狀複合鋼材인 SMS材, SPM材도 單一材와 같이 같은 線圖에 있음을 確認할 수 있다.

#### 4-5 疲勞크랙傳播挙動과 破断面

試片이 굽힘應力,  $\sigma$ 를 받으면 길이 方向에 直角된 hole의 兩端附近에는 約  $2.62\sigma$ 의 應力集中이 생겨 이곳에서 Slip band가 生成, 疲勞크랙이 시작된다.

軟鋼(MLD)과 스프링鋼(SUP 9)의 크랙傳播를 比較하면 軟鋼은 Slip band와 微小 크랙이 ferrite 부분에 넓게 成長하였다.

低應力일 때는 軟鋼은 크랙發生 및 傳播가 單純하나 高應力일 수록 塑性域이 넓어지고 微小 크랙이 수 없이 發生하여 複雜한 形狀을 나타냈다.

反面에 스프링鋼은 Slip band와 微小크랙의 發生이 적으며 特殊元素로된 非金屬介在物과 合金元素를 크랙이 우선적으로 지나서 高應力일 수록 單純하고 빨리 傳播함을 觀察할 수 있다.

Fig 9는 試片의 破断面 寫眞이다.

이에 의하면 單一材에서는 破断面의 中心部에서 最終破斷線이 觀察되었다.

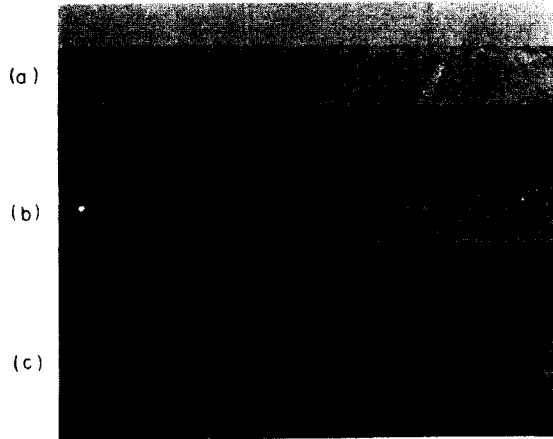


Fig 9. Fatigue fracture surface.

SPM材는 軟鋼側에서 破斷이 시작되어 스프링鋼側 表面으로 最終破斷線이 移動되었다. 이는 Fig 5의  $dL/dN-L$  曲線에서 처럼 SPM材는 크랙傳播速度의 차이가 지기 때문이다. SMS材는 單一材처럼 断面의 中心部, 即 軟鋼部分에서 最終破斷線이 觀察되었다.

## IV. 結 論

軟鋼과 스프링鋼으로 된 層狀複合材의 疲勞破壞挙動을 單一材와 比較研究하여 다음 結果를 얻었다.

1) SMS材의 疲勞壽命은 SUP 9材보다 20% 程度 커졌다. 그 이유는 크랙發生이 늦고 크랙發生初의 크랙傳播速度가 느린데 起因한다고 생각된다.

2)  $\log \frac{dL}{dN}-L$  線圖에서 크랙길이에 대한 크랙傳播速度의 增加率은 大략 2~3 段階로 進行되며 第1段階는 1mm(試片幅의 1/10)이내에서 크게 나타나며 第2段階는 比較的 긴 區間을 安靜되고 작게 나타나며 試片幅의 半 이상을 크랙이 進行한 다음에는 急激히 破壞가 되었다.

3) 層狀複合鋼材의  $dL/dN$ 도 單一材에서와 같이 應力擴大係數,  $K$ 의 指數乘에 比較하며 實驗結果에서 얻은 各 試片의 크랙增加率은 아래 式으로 표시된다.



- SUP 9 材 ;  $dL/dN = 2.14 \times 10^{-11} K^{2.95}$   
 SMS 材 ;  $dL/dN = 1.70 \times 10^{-11} K^{2.95}$   
 SPMS 材 ;  $dL/dN = 9.77 \times 10^{-11} K^{2.95}$   
 SPMM 材 ;  $dL/dN = 3.57 \times 10^{-8} K^{1.53}$   
 MLD 材 ;  $dL/dN = 5.50 \times 10^{-8} K^{1.53}$

4) 疲勞크랙破斷面을 觀察하면 SPM 材는 軟鋼側에서 破斷이 시작되어 스프링鋼側 表面쪽으로 最終破斷線이 移動되었으며, SMS 材는 單一材처럼 即 軟鋼部分에서 最終破斷線이 나타났다.

### 追 記

本 研究에 사용된 試片材料를 提供하여 준 大圓鋼業(株)와 本 論文에 많은 도움을 주신 成大의 崔鎔滉 教授에게 感謝를 드린다.

### 參 考 文 獻

1. G. R. Irwin, "Analysis of Stresses and Strains Near the End of Crack Traversing a Plate", J. of Applied Mechanics, Vol. 24, Trans. ASME, Vol. 79, pp. 361-364. 1957.
2. P. C. Paris, "The Fracture Mechanics Approach to Fatigue", Fatigue-An Interdisciplinary Approach, Syracuse Univ. Press, pp. 107-132. 1964.
3. F. Erdogan and T. S. Cook, "Stress in Bonded Materials with a Crack Perpendicular to the Interface", Int. J. Engineering Science, Vol. 2, pp. 745-766. 1973.
4. G. C. Sih (editor), "Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems", Mechanics of Fracture, Vol. 1, p. 115. 1973, Noordhoff.
5. 崔鎔滉 "Crack-Tip S. I. F. Near the Interface in Bonded Dissimilar Materials (1)", 科學技術研究 pp. 43-54. 1975.
6. J. D. Embury, N. J. Petch, A. E. Wraith, and E. S. Wright, "The Fracture of Mild Steel Laminates", Trans. of the Metallurgical Society of AIME, Vol. 239, pp. 114-118. 1967.
7. E. A. Almond, N. J. Petch, A. E. Wraith, and E. S. Wright, "The Fracture of Pressurized Laminated Cylinders", J. of Iron and Steel Institute, pp. 1319-1323. 1969.
8. N. G. Ohlson, "The Fracture Toughness of Laminated Steels", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 6, pp. 459-472. 1974.
9. David Broek, "Elementary Engineering Fracture Mechanics", Vol. 6, 1974, Noordhoff.
10. R. Roberts and Rich, "Stress Intensity Factor for Plate Bending", J. of Applied Mechanics, Trans. ASME, pp. 777-779, 1967.
11. C. E. Feederson, "Discussion", ASTM STP410, pp. 77-79, 1967.
12. Hideo, Kidagawa, "疲勞크랙에 破壞力學適用", 日本 機學誌, Vol. 75. pp.1068-1080, 1972.