

# 轉 載

## 室內空氣分布의 數值解法에 對하여

野村豪·貝塚正光

空氣調和·衛生工學會誌 Vol. 48 No.10

1974年 10月號 p.27~33

金 柱 均\* 譯

온도분포, 농도분포를 加味한 非壓縮性 流體의 기초방정식을 토출·흡입이 있는 二次元 閉空間에 적용하고, 時間空間에 差分近似로써 얻은 數值解에 對하여 서술했다. 이와같은 方法에 대해서는 未解決의 요소가 많이 있으나, 여기서는 토출중속·온도차·格子數를 변화시킬 때의 解가 變化하는 모양을 計算例에 따라서 報告한다.

### 1. 序 言

空氣調和設備의 目的은 실내공기분포(온도·습도·기류·공기청결도등의 時間的 空間的分布)을 目標의 狀態로 하는 것이고, 공기조화 설비의 보급에 따라 공기분포에 대한 질적(質的)향상을 요청하게 되었다.<sup>1)~4)</sup>

따라서, 공기조화설비의 設計에는 공기분포를 正確히 예측할 必要가 있다. 室內空氣分布를 예측하고, 공기조화설비에 利用하려는 方法에는 크게 세가지 유형이 있다.

첫째는 模形實驗에 따른 方法이다. 그 方法은 現在에 가장 有力한 方法이고 과거의 연구성과도 많이 있다.<sup>5)</sup>

둘째는 空調室內의 공기분포에 더욱 강한 영향을 가진 分類에 주시하고, 그 거동을 해석 또는 實測하는데 따라 空氣分布의 設計指針을 주는 方法이다.<sup>6)</sup> 이 方法에는 閉空間이라 하여 室全體의 空氣分布를 論할 수는 없으나, 實用성이 높고, 통상의 공기분포 設計는 이 方法에 따른 경우가 많다.

셋째로는 室 전체에 있어서 流體力學의 기초방

정식을 적용하고 數值 계산에 따라 공기분포를 예측하는 것이다. 이 方法을 시행한 것은 몇 個가 있고,<sup>7)~10)</sup> 그 가능성이 검토되어 있으나, 亂流의 취급을 비롯해서, 남아 있는 問題가 많고 實用的인 方法으로 確立되려면 보다 더 여러가지의 蓄積과 解決이 시도되지 않으면 안된다.

筆者들은 셋째 方法에 대하여 몇 가지 보고를 하였으나,<sup>11)~14)</sup> 여기서는 數值解의 定性的인 측면에 있어서 數值實驗을 했다. 即, 以下에 表示한 바와 같이, 토출·흡입이 있는 二次元閉空間에 對하여, 토출구 속도(Re數), 온도차(Gr數), 格子點수의 변화에 따른 解의 모양의 變化를 실험적으로 檢討한 것인데, 그 結果를 報告한다.

### 2. 基礎方程式

非壓縮性 二次元流에 대한 連續의 式, Navier-Stokes의 運動方程式, Energy方程式, 物質擴散方程式을 基礎方程式으로 한다. 온도차는 比較的 작을 때이고, 密度變化를 浮力에 따라서만 고려하는 Boussinesq의 근사<sup>11)</sup>를 使用한다. 또 vorticity를 導入하고 壓力項을 소거한 vorticity 輸送方程式을 使用한다. 흔히 連續의 式을 만족하는 유동함수(stream function)을 導入한다.<sup>12)</sup>

\*正會員, 高麗大學校 機械工學科

以上の 式들을 基準量  $L_0, U_0, \Delta\theta_0, C_0$ 의 無次元化를 다음과 같이, 方程式의 계산을 기조로 한다.

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \dots\dots\dots(1)$$

$$\Omega = -\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}\right) \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial T} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2}\right) - \frac{Gr}{Re^2} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial T} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{RePr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right) \dots\dots\dots(4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial T} + U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} = \frac{1}{ReSc} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2}\right) + Q \dots\dots\dots(5)$$

단,  $X = \frac{x}{L_0}, Y = \frac{y}{L_0}, U = \frac{u}{U_0}, V = \frac{v}{U_0},$   
 $\Psi = \frac{\psi}{\psi_0}, \Omega = \frac{\omega}{\Omega_0}, \theta = \frac{\theta - \theta_0}{\Delta\theta_0}, C = \frac{C}{C_0},$   
 $Q = \frac{q}{Q_0}$

記號

$L_0$ ; 토출구幅 cm

$U_0$ ; 토출구風速 cm/s

$\Delta\theta_0 = \frac{\text{고온벽온도} - \text{토출공기온도}}{2}$  deg

$C_0$ ; 기준농도  $\text{cm}^3/\text{cm}^3$

$T_0 = \frac{L_0}{U_0}$  s

$\psi_0 = U_0 L_0$   $\text{cm}^2/\text{s}$

$\Omega_0 = \frac{U_0}{L_0}$  1/s

$Q_0 = \frac{C_0}{T_0}$   $\text{cm}^3/\text{cm}^3\text{s}$

$Re = \frac{U_0 L_0}{\nu}$ ; Reynolds數

$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta\theta_0 L_0^3}{\nu^2}$ ; Grashof數

$Pr = \frac{\nu}{a}$ ; Prandtl數

$Sc = \frac{\nu}{D}$ ; Schmidt數

$x, y$ ; 수평右向, 연직下向의 거리 cm

$v, u$ ;  $x, y$ 方向의 풍속 cm/s

$t$ ; 時間 s

$\theta$ ; 온도  $^{\circ}\text{C}$

$c$ ; 농도  $\text{cm}^3/\text{cm}^3$

$q$ ; 발생량  $\text{cm}^3/\text{cm}^3$

$g$ ; 중력가속도  $\text{cm}/\text{s}^2$

$\Psi$ ; 유동함수(流動函數)

$\omega$ ; vorticity 1/s

$\theta_0$ ; 基準狀態의 空氣溫度  $^{\circ}\text{C}$

$\nu$ ; 基準狀態空氣의 動粘性係數  $\text{cm}^2/\text{s}$

$a$ ; 基準狀態空氣의 온도확산계수  $\text{cm}^2/\text{s}$

$D$ ; 基準狀態空氣의 분자확산계수  $\text{cm}^2/\text{s}$

$\beta$ ; 基準狀態空氣의 체적팽창률  $1/^{\circ}\text{C}$

### 3. 差分近似式

Navier-Stokes運動方程式의 數值解를 얻기爲한 差分近似에는 여러가지 方法이 제안되어 있다.<sup>7)~10), 13), 14)</sup> 그러나, 어느 것에 있어서도 Re數가 큰 범위의 解를 얻기 위하여는 差分間격을 無制限으로 적게 하지 않으면 離散化오차의 증대가 計算의 不安定性을 생기게 한다고 할 수 있다.<sup>13), 14)</sup> 여기서는 以下에 나타난 것과 같이 風上差分(up-wind differential)<sup>13)</sup>을 사용한다. 風上差分은 安定性은 높으나, Re數가 커지면 離散

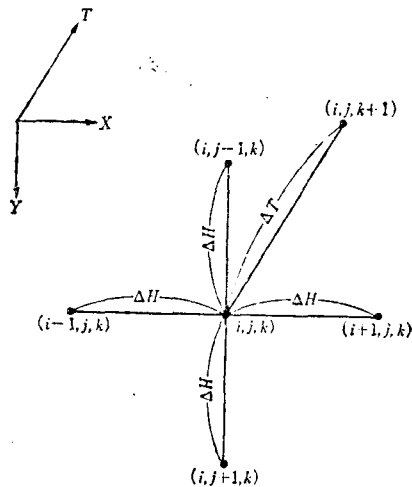


그림 1. 差分格子

化오차도 크게 된다고 한다.<sup>14)</sup>

即, 式 (1)~(5)를 다음과 같이 差分近似한다 (그림 1. 참조).

$$U_{ij}^k = \frac{\Psi_{ij+1}^k - \Psi_{ij-1}^k}{2\Delta H}, \quad V_{ij}^k = -\frac{\Psi_{i+1j}^k - \Psi_{i-1j}^k}{2\Delta H} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\Omega_{ij}^k = -\frac{\Psi_{i+1j}^k + \Psi_{ij+1}^k + \Psi_{i-1j}^k + \Psi_{ij-1}^k - 4\Psi_{ij}^k}{\Delta H^2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\begin{aligned} \Omega_{ij}^{k+1} = & \Omega_{ij}^k + \Delta T \left\{ -U_{ij}^k \left( \frac{\partial \Omega}{\partial X} \right) - V_{ij}^k \left( \frac{\partial \Omega}{\partial Y} \right) \right. \\ & + \frac{1}{Re} \cdot \frac{\Omega_{i+1j}^k + \Omega_{ij+1}^k + \Omega_{i-1j}^k + \Omega_{ij-1}^k - 4\Omega_{ij}^k}{\Delta H^2} \\ & \left. - \frac{Gr}{Re^2} \cdot \frac{\theta_{i+1j}^k - \theta_{i-1j}^k}{2\Delta H} \right\} \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_{ij}^{k+1} = & \theta_{ij}^k + \Delta T \left\{ -U_{ij}^k \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) - V_{ij}^k \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{Re \cdot Pr} \cdot \frac{\theta_{i+1j}^k + \theta_{ij+1}^k + \theta_{i-1j}^k + \theta_{ij-1}^k - 4\theta_{ij}^k}{\Delta H^2} \right\} \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{ij}^{k+1} = & C_{ij}^k + \Delta T \left\{ -U_{ij}^k \left( \frac{\partial C}{\partial X} \right) - V_{ij}^k \left( \frac{\partial C}{\partial Y} \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{Re \cdot Sc} \cdot \frac{C_{i+1j}^k + C_{ij+1}^k + C_{i-1j}^k + C_{ij-1}^k - 4C_{ij}^k}{\Delta H^2} \right\} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

다만,

$$\left( \frac{\partial \Omega}{\partial X} \right) = \begin{cases} \frac{\Omega_{ij}^k - \Omega_{i-1j}^k}{\Delta H} & (U_{ij}^k \geq 0) \\ \frac{\Omega_{i+1j}^k - \Omega_{ij}^k}{\Delta H} & (U_{ij}^k < 0) \end{cases} \quad \dots\dots (11)$$

$$\left( \frac{\partial \Omega}{\partial Y} \right) = \begin{cases} \frac{\Omega_{ij}^k - \Omega_{ij-1}^k}{\Delta H} & (V_{ij}^k \geq 0) \\ \frac{\Omega_{ii+1}^k - \Omega_{ij}^k}{\Delta H} & (V_{ij}^k < 0) \end{cases}$$

$\left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right), \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right), \left( \frac{\partial C}{\partial X} \right), \left( \frac{\partial C}{\partial Y} \right)$ 에 따라서도 같은 모양의 風上差分을 사용한다.

여기서,

$$\Delta H = \frac{\Delta h}{L_0} (\Delta h; x, y에 대한 차분간격 cm)$$

$$\Delta T = \frac{\Delta t}{T_0} (\Delta t; t에 대한 차분간격 s)$$

$$U_{ij}^k = U(i\Delta H, j\Delta H, k\Delta T) = U(X, Y, T)$$

$V, \Psi, \Omega, \theta, C$ 에 대해서도 같은 모양으로 略記한다.

#### 4. 計算의 對象

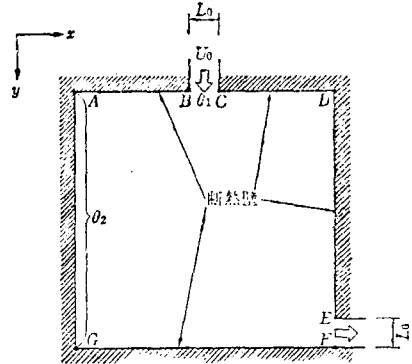


그림 2. 계산의 대상

그림 2에 표시한 바와 같이 토출·흡입이 있는 二次元閉空間을 數值計算의 대상으로 한다. 토출구 BC부터 풍속  $U_0$ , 온도  $\theta_1$ , 농도 0의 空氣가 流入된다. 벽면 AG의 표면온도를  $\theta_2$ 로 하고, 다른 표면은 斷熱벽이라 한다. 농도에 있어서는 계산을 행하기 때문에 格子點부터 같은 발생이 있다고 한다. ( $Q_i^k = 0.01$ ) 따라서, 농도분포는 局所的인 환기의 정도를 표현한다고 할 수 있다. 토출구풍속과 토출공기온도와 벽면의 온도차를 Re數와 Gr數로 표시하고 表-1에 나타난 조합에 따라서 계산했다.

표 1. 계산의 종류와 조건

Gr	Re			
	10	10 <sup>3</sup>	10 <sup>5</sup>	10 <sup>7</sup>
10	⑦ (10 <sup>-1</sup> )	④ (10 <sup>-5</sup> )	② (10 <sup>-9</sup> )	① (10 <sup>-13</sup> )
10 <sup>5</sup>	⑪ (10 <sup>3</sup> )	⑧ (10 <sup>-1</sup> )	⑤ (10 <sup>-5</sup> )	③ (10 <sup>-9</sup> )
10 <sup>9</sup>	⑭ (10 <sup>7</sup> )	⑫ (10 <sup>3</sup> )	⑨ (10 <sup>-1</sup> )	⑥ (10 <sup>-5</sup> )
10 <sup>13</sup>	⑰ (10 <sup>11</sup> )	⑮ (10 <sup>7</sup> )	⑬ (10 <sup>3</sup> )	⑩ (10 <sup>-1</sup> )

註 以上の 계산격자수 10×10

番號	條件			
	Re	Gr	Ar	格子數
⑦	10 <sup>5</sup>	-10 <sup>9</sup>	-10 <sup>-1</sup>	10×10
⑮	10 <sup>5</sup>	10 <sup>9</sup>	10 <sup>-1</sup>	19×19
⑰	10 <sup>5</sup>	10 <sup>9</sup>	10 <sup>-1</sup>	28×28

註 1) ○內의 數字는 계산번호

2) ( )內의 數字는 Ar數

- 3)  $Ar = \frac{Gr}{Re^2}$ : Archimedes數
- 4)  $Pr = 0.7$
- 5)  $Sc = 1.0$

5. 境界條件

境界條件의 差分近似에 對하여서 여러가지 方法이 제안되어 있으나, 7)~10), 13), 14) 여기서는 비교적 단순하게 以下에 나타낸 바와 같은 方法을 사용했다. 유동函數에 있어서는 토출구 BC 및 흡입구 EF부터  $U_0L_0$ 과 같은 풍량의 유입유출이 있도록

$$\left. \begin{array}{l} \text{벽溫 CDE上에 } \Psi = 0 \\ \text{벽溫 BAGF上에 } \Psi = 1 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

로 定한다.

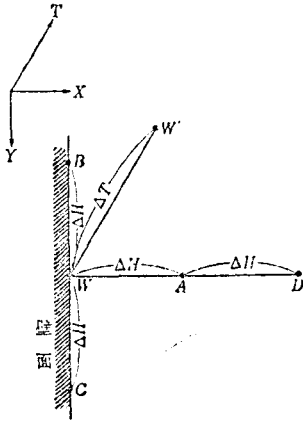


그림 3. 벽면상의 差分格子

vorticity에 對하여는 그림 3에 나타낸 바와 같이 벽면上에는

$$\Omega_w = -\frac{2(\Psi_A - \Psi_w)}{\Delta H^2} \dots\dots\dots (13)$$

로 近似한다.

溫度에 있어서는

- 토출구 BC上에  $\theta = -1$
- 벽면 AG上에  $\theta = 1$
- 단열벽 上에  $\theta_w = \theta_A$

다만, 計算例 17)에는  $\theta_{BC} = 1$ ,  $\theta_{AG} = -1$ 이고 暖房할 때라고 생각한다.

농도에 있어서는, 内部의 全體子點으로부터 똑같이 발생 하는 것으로 하고,

$$\left. \begin{array}{l} Q_{ij}^k = 0.01 \\ \text{토출구 BC上에 } C = 0 \\ \text{벽면상에 } C_w' = C_w + \frac{\Delta T}{\Delta H^2} \cdot \frac{1}{Re \cdot Sc} \end{array} \right\} (15)$$

$$(C_B + C_G + C_P - C_W - 2C_A)$$

라고 한다.

初期條件으로는,  $T = 0$ 일 때

$$\Omega_{ij} = 0, \theta_{ij} = 0, C_{ij} = 0 \quad (16)$$

이다.

6. 計算의 順序

계산순서는 다음과 같다.

- 1)  $\Psi, \theta$ 의 境界치와  $\Omega, \theta, C$ 의 初期值를 준다.
- 2) 式 (7)에 對하여, 逐次加速緩和法을 使用하므로 內點의  $\Psi_{ij}^0$ 를 計算한다.
- 3) 式 (6)으로부터  $U_{ij}^0, V_{ij}^0$ 를 산출한다.
- 4) 式 (13)으로부터 境界의  $\Omega^0$ 를 산출한다.
- 5) 時間을  $\Delta T$ 만큼 進行시킨다.
- 6) 式 (10), (15)로 부터  $C_{ij}'$ 를 산출한다.
- 7) 式 (9), (14)로 부터  $\Omega_{ij}^1$ 를 산출한다.
- 8) 式 (8), (13)로 부터  $\Omega_{ij}^1$ 를 산출한다.
- 9) 順序 (2)~(8)을 되풀이 하여 順序적으로  $\Omega_{ij}^k, \theta_{ij}^k, C_{ij}^k$ 를 計算한다.

7. 計算의 結果

계산은 모든 安定狀態에서 실행되었고 定常狀態에 達하였다고 본다. 그림 4.는 ①~⑭까지의 結果들 中에 유동함수에 있어서의 일람표를 나타낸다.

그림 5.는 ⑨, 그림 6.은 ⑰, 그림 7.은 ⑱, 그림 8.은 ⑲의 結果를 나타낸다.

그림 ⑤~⑧의 graph에 나타낸 약호(略號)는 다음과 같다.

$N$ ; 逐次緩和法の 반복회수

$V_P$ ; 그림에서 P點의  $V^k$

$$\Delta \Psi = \sum_{ij}^N |(\Psi_{ij}^k)^{N+1} - (\Psi_{ij}^k)^N|$$

$$\Delta \Omega = \sum_{ij} | \Omega_{ij}^{k+1} - \Omega_{ij}^k |$$

$\Delta \Omega_B$ 는 境界值

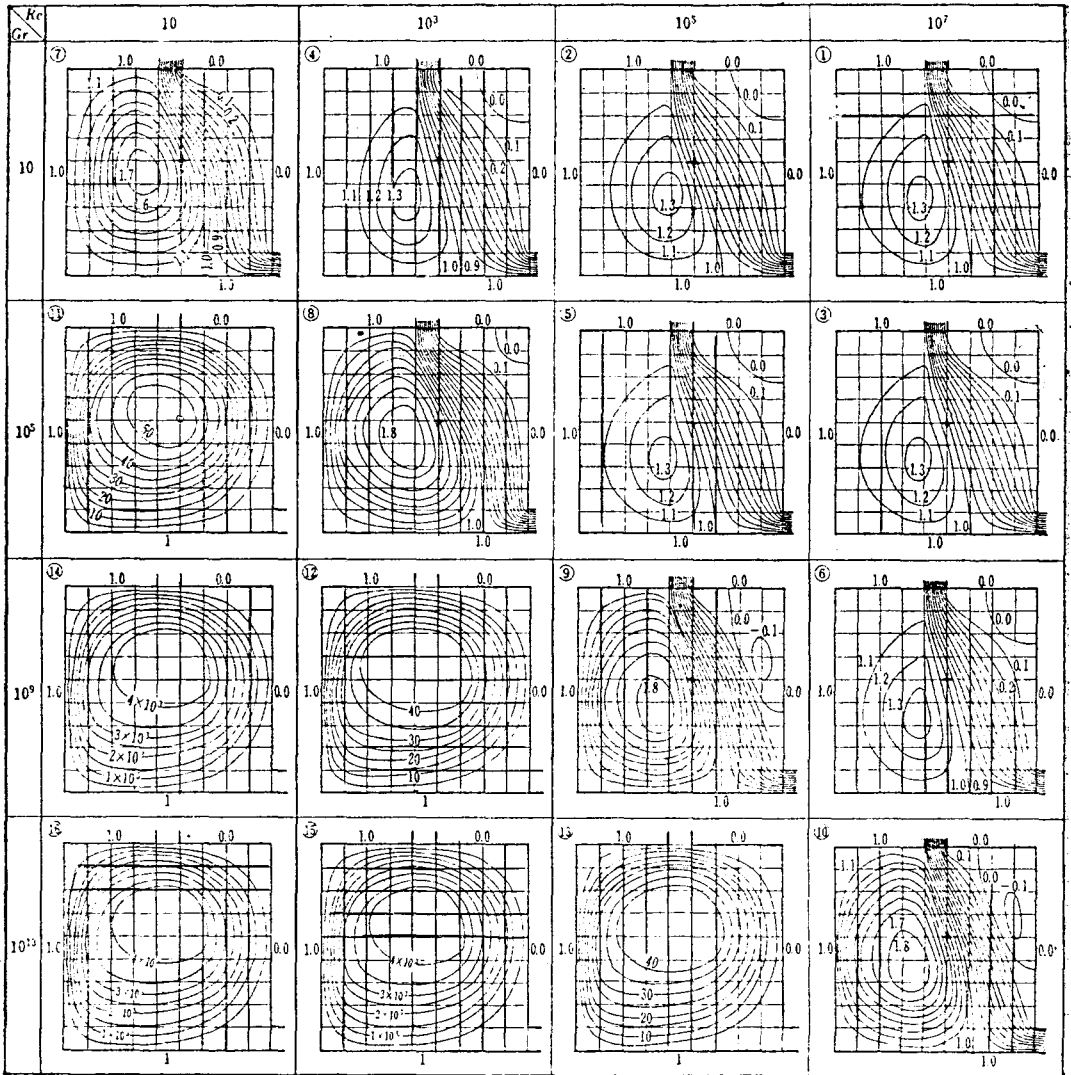


그림 4. 數와 數의 변화에 따른 流函數

$$\Delta\theta = \sum_{ij} |\theta_{ij}^{k+1} - \theta_{ij}^k|$$

$$\Delta C = \sum_{ij} |C_{ij}^{k+1} - C_{ij}^k|$$

8. 結 論

以上の 계산결과로부터 다음과 같은 것을 얻을 수 있다.

1) 計算은 安定하게 實行되고 모든 解는 定常 解에 가까워진다고 볼 수 있다.

2) Ar數가 같아지면 解의 모양은 대략 일치한다. (그림 4·의 左上으로부터 右下의 方向)

3) Ar數가  $10^{-5}$  以下(그림 4·의 ①~⑥) 이면 自然對流의 영향이 보이지 않고 解의 모양은 조금도 변하지 않는다.

4) Ar數가  $10^3$  以上(그림 4·의 ⑪~⑬) 이면 托출噴流의 影响이 보이지 않고 解의 모양은 조금도 변하지 않는다.

5) (3), (4)의 특징은 公差차분의 離散化 오차 增大의 影响이 크다고 생각한다.

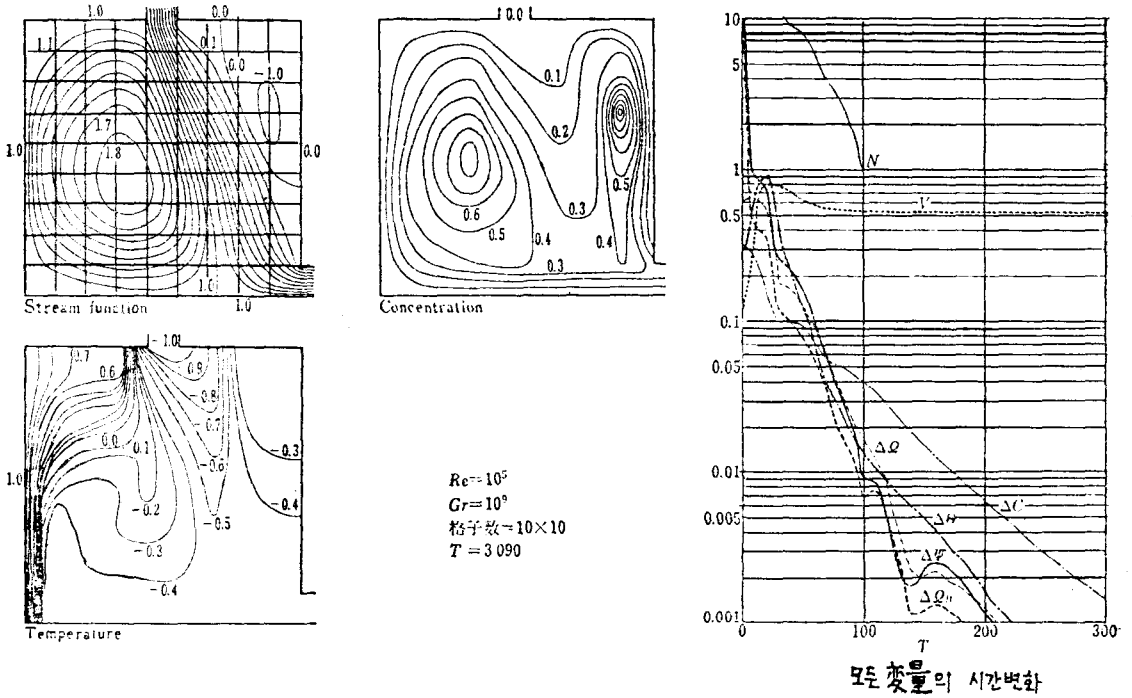


그림 5. ⑤의 계산결과

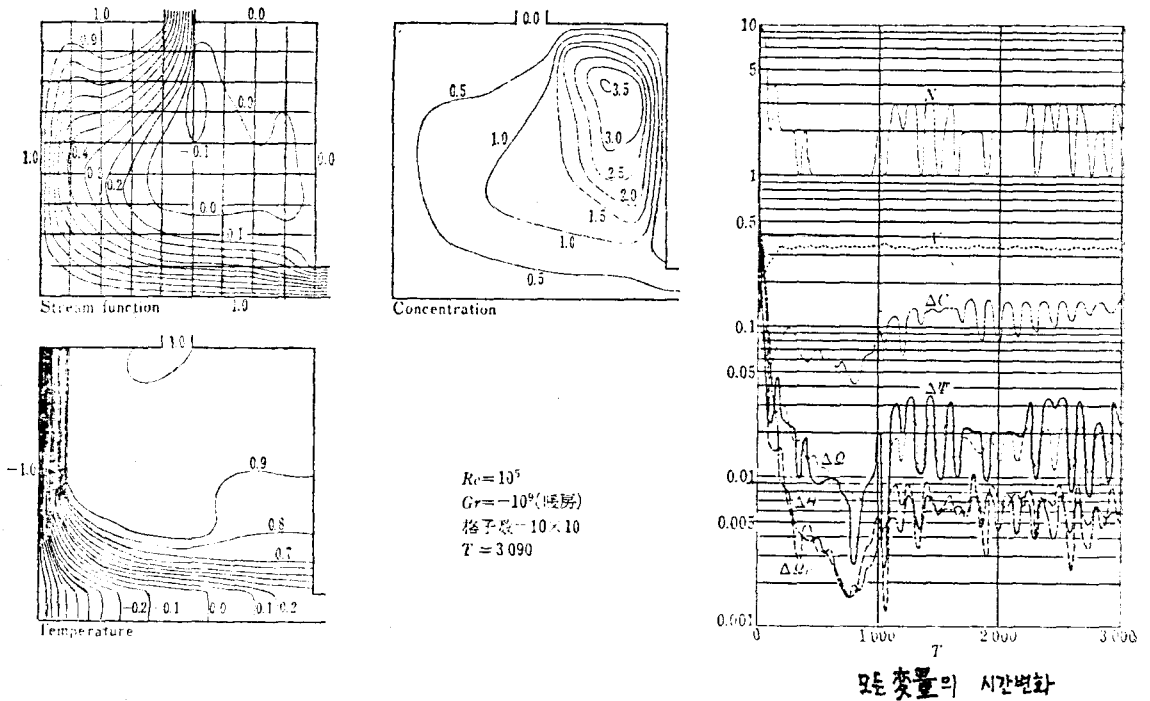
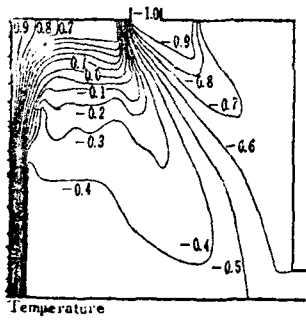
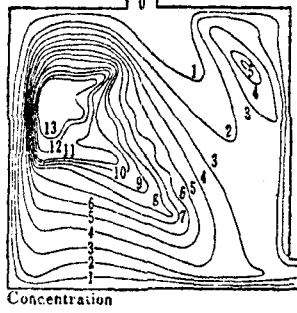
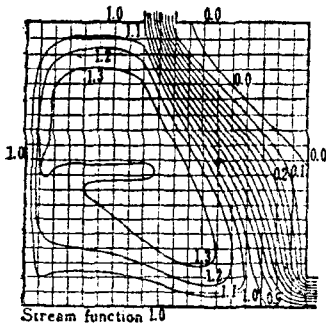


그림 6. ⑦의 계산결과



$Re=10^5$   
 $Gr=10^9$   
 格子数=19×19  
 $T=798$

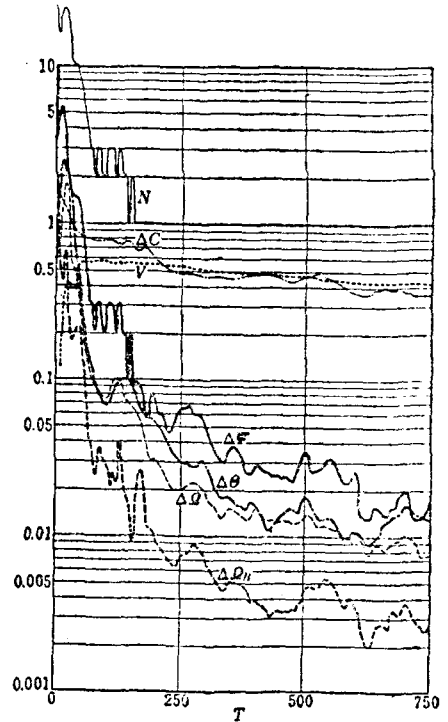
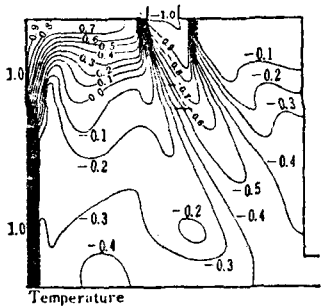
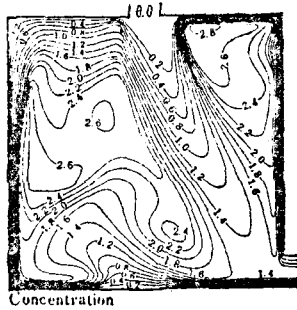
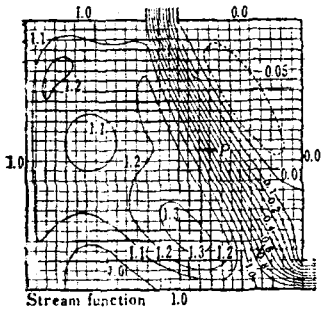


그림 7. ⑮의 계산결과



$Re=10^5$   
 $Gr=10^9$   
 格子数=28×28  
 $T=97$

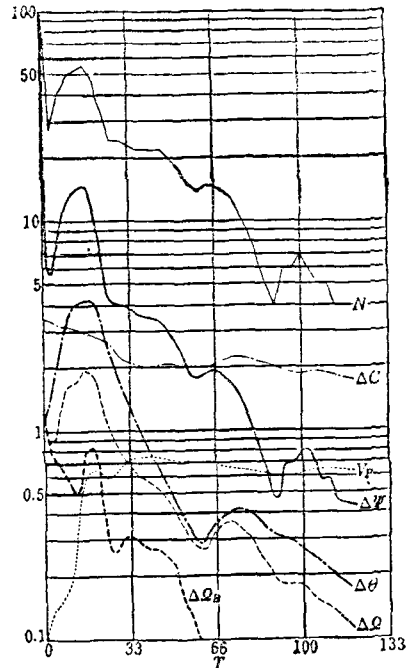


그림 8. ⑯의 계산결과

6) 格子點數의 變化에 있어서 모양이 다르고, 이 程度의 格子點數에는 不충분하다고 볼수 있다. (그림 5, 7, 8)

## 9. 結 言

여기에 서술한 方法은 하나의 數值모델에 따른 數值實驗에 있고, 計算例에서와 같이, Re數, Gr數가 큰 경우에 對하여는 必히 現象을 記述했다고는 볼 수 없다. 差分 scheme의 精度, 三次元의 취급, 亂流의 취급, 現象의 조합 등, 여러 가지 重要한 問題가 남아 있고, 今後의 課題인 것이다.

## 參 考 文 獻

- 1) 野村豪·貝塚正光: 空氣流分布의 數值解法에 對하여, 日本建築學會關東支部 第42回(46年度) 學術研究發表會
- 2) 野村豪·貝塚正光: 氣流分布의 數值解法에 對하여 (その2), 日本建築學會大會學術講演梗概集, 昭和47年
- 3) 野村豪·貝塚正光: 氣流分布의 數值解法에 對하여 (その3), 日本建築學會關東支部 第43回(47年度) 學術研究發表會
- 4) 野村豪·貝塚正光: 氣流分布의 數值解法에 對하여 (その4), 日本建築學會大會學術講演梗概集, 昭和48年
- 5) 勝田高司·土屋喬雄: 室內空氣分布의 模型實驗法, 日本建築學會大會學術講演梗概集, 昭和42年 など
- 6) 平山嵩·野村豪: 室內空氣分布에 關する 研究, 日本建築學會論文報告集 第57號, 昭和32年 など
- 7) 寺井俊夫: 室內熱對流에 對하여, 日本建築學會論文報告集 第59號, 昭和33年, 第63號, 昭和34年
- 8) 勝田高司·土屋喬雄: 室內氣流分布의 數值解法에 對하여, 日本建築學會關東支部 第39回(43年) 學術研究發表會
- 9) J.E. Fromm: A Numerical Method for Computing the Non Linear, Time Dependent, Buoyant Circulation of Air in Rooms, IBM Research, 1970, July など
- 10) 吉川暲·山口克人: 室內氣流의 數值解析, 空氣調和·衛生工學, 48-1(昭 49-1)
- 11) S. Chandrasekher; Hydrodynamics and Hydro Magnetic Stability, Oxford Clarendon Press, 1961.
- 12) H. Schlichting: Boundary Layer Theory, Mc Graw Hill Book Company Inc.
- 13) G.E. Forsythe, W.R. Wasow: Finite-Difference Methods for Partial Differential Equations, John Wiley & Sons, Inc. New York
- 14) F.H. Harlow, J.E. Welch, Phys Fluids 8, 1965 など