〈硏究論文〉

Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 3, No. 1 June 1977

System operator가 多段階在庫動的 system에 미치는 影響에 關한 硏究

(Effect of System Operator on Dynamic Multi-Stage Inventory Problems)

金 滿 植*

Abstract

Most of the current literature on inventory theory has been devoted to the study of single stage models. A class of inventory problems which is of great interest is the multi-stage inventory system which involves a series and hierarchical sequence of stations.

This study analyzes some aspect of the series type and multi-stage inventory system, using the fixed cycle ordering which has a modificatory control function in the system equations. The objective of this study is to clarify the dynamic behavior of the system.

The author has derived the theoretical formulas of variation of ordering quantity and stock fluctuation of each stage due to power spectral density function. Influence of parameters such as, (1) intensity of autocorrelation of demand sequence (λ), (2) forecasting exponential smoothing factors of each stage (α_1, α_2, α_3) and (3) production control factor of the 3rd stage (γ), as operators of the system on the variation of ordering quantity and stock fluctuation of the system. is also clarified.

As a result of this study, the relations between the variation of ordering quantity, stock fluctuation and the parameters of the system, have been found.

The principles and the theorical analysis presented here will be applicable to more complex type of discrete control systems in constructing the specific condition of the system to minimize inventory variances.

1. 序

多段階在庫點의 物流 system에 있어서 各在庫點의 operator가 system出力에 미치는 靜的硏究도 必要하나,[1,2,3] 이와 同時에 이들 出力의 時間的 變動狀況의 把握도 重要하다. system의 應答性의 立場에서 볼때 system入出力間의 同期化가 理想的이기는 하나 實際의 物流 system의 多段階在庫機能에 있어서는 各在庫點의 管理活動의 遲延, 各 stage의 管理情報의 遲延等으로 이들이 外亂要因이 되어 system의 追從即應性을 妨害하는 結果가 된다.[4]

本硏究에서는 直列多段階在庫 system에서 線型制御等의 servo理論立場에서 小賣在庫點—中間在庫點—工場中央在庫點의 直列 3段階 system을 構成하여 各 stage에서 定期發注方式을 採用한 system方程式을 導入하여 發注量, 在庫量의 過渡解를 求하여 各 stage에서 設定한 lead time 및 平滑化係數가 system의 動的擧動에 미치는 影響을 解明함을 目的으로 한다.

* 漢陽大學校 工科大學 工業經營學科

2. 理論背景

動的 system의 數學모델은 1雙의 狀態方程式과 出力方程式으로 表現된다. 本論文에서 取扱되는 모델과 같이 線型離散制御系의 狀態方程式 및 出力方程式은 一般的으로 n個의 狀態變數와 r個의 入力이 作用하며 또 m個의 出力이 要求되는 system이며, 이때의 聯立差分方程式은 다음의 vector matrix로

서 表示된다.(5)

$$\left.\begin{aligned} x_{k+1}&=px_k+qu_k \\ y_k&=cx_k+du_k \end{aligned}\right\}$$

여기서 x_k는 k期의 n元狀態 vector, u_k는 r에의 入力 vector, p,q는 各各 $n\times n$, $n\times r$,의 system parameter의 matrix이며 y_k는 m에의 system 出力 vector, c,d는 $m\times n$, $m\times r$의 system parameter의 matrix이다. 즉

$$x_k=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{bmatrix}\quad u_k=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\\vdots\\u_r\end{bmatrix}\quad p=\begin{bmatrix}p_{11}&p_{12}\cdots p_{1n}\\\vdots&\\p_{n1}&p_{n2}\cdots p_{nn}\end{bmatrix}$$

$$q=\begin{bmatrix}q_{11}&q_{12}\cdots\cdots q_{1r}\\\vdots&\\q_{n1}&q_{n2}\cdots\cdots q_{nr}\end{bmatrix}\quad y_k=\begin{bmatrix}y_1\\y_2\\\vdots\\y_m\end{bmatrix}$$

$$c=\begin{bmatrix}c_{11}&c_{12}\cdots\cdots c_{1n}\\\vdots&\\c_{m1}&c_{m2}\cdots c_{mn}\end{bmatrix}\quad d=\begin{bmatrix}d_{11}&d_{12}\cdots\cdots d_{1r}\\\vdots&\\d_{m1}&d_{m2}\cdots d_{mr}\end{bmatrix}$$

지금 便宜上 入力 vector u의 1成分 u와 vector y의 1成分만 考察하면 다음式과 같이 된다.

$$x_{k+1}=px_k+qu_k,\quad y_k=cx_k+du_k$$

$$q=\begin{bmatrix}q_1\\q_2\\\vdots\\q_r\end{bmatrix}\qquad c=[c_1\cdots c_n]$$

離散系制御의 pulse傳達函數는 變換하여 狀態 vector를 消去하면

$$\frac{y_k}{u_k}=G(z)=c(Iz-p)^{-1}q+d$$

여기서 I는 單位 matrix이다. 上式의 右邊第1項은 다음과 같이 z의 多項式의 比로서 表示할 수 있다.

$$G(z)=c(Iz-p)^{-1}q$$
$$=\frac{h_1z^{n-1}+\cdots+h_{n-1}z+h_n}{z^n+g_1z^{n-1}+\cdots+g_{n-1}z+g_n}$$

分母의 多項式은 逆 matrix의 行列式 $|Iz-p|$에서 起因되는 것이며 n次元에 對하여는 n次가 된다. 즉 最高次項 z^n가 반드시 存在하며, 分子의 項은 $(n-1)$次項을 넘지 못한다. $d\neq 0$의 경우는 n次가 되는 경우도 있으나 그以上의 次數는 되지 않는다. 따라서 一般形은

$$G(z)=\frac{y_k}{u_k}=\frac{h_1z^{-1}+h_2z^{-2}+\cdots+h_nz^{-n}}{1+g_1z^{-1}+g_2z^{-2}+\cdots+g_nz^{-n}}$$

이며 여기서

$z^{-1}y_k=y_{k-1}$, $z^{-1}u_k=u_{k-1}\cdots$ 임으로

$$y_k+g_1y_{k-1}+g_2y_{k-2}+\cdots+y_ny_{k-n}$$
$$=h_1u_{k-1}+h_2u_{k-2}+\cdots+h_nu_{k-n}$$
$$y_n=(h_1u_{k-1}+h_2u_{k-2}+\cdots+h_nu_{k-2})$$
$$-(g_1y_{k-1}+g_2y_{k-2}+\cdots+g_ny_{k-n})$$
$$=\sum_{i=1}^{n}h_iv_{k-i}-\sum_{i=1}^{n}g_iy_{k-i}$$

上式은 現在의 時點 k에서의 出力은 過去의 入出力만에 依存한다는 것을 意味한다. $d\neq 0$의 경우에도 y_k에 含合되는 것은 u_k까지의 sample 値이며 將來에는 依存하지 않는다. 여기서 h_i, g_i는 system의 parameter matrix c,p,q에서 決定할 수 있다.

3. 多段階在庫 system의 構成

直列多段階在庫모델을 小賣在庫點, 中間在庫點, 工場中央在庫點을 連結하는 連結段階로 하여 各在庫點을 stage 1, stage 2, stage 3라고 하며, stage 1,2는 在庫, 發注, 需要量豫測機能 stage 3은 生產計劃量을 決定하는 機能도 가지고 있으며, 下位在庫點은 上位在庫點의 sub-system이다. system의 範圍를 決定하기 爲하여 販賣에 對備하기 爲한 基準在庫量을 各 stage에 保有하고 있다고 한다. Fig. 1에서 [ ]內는 decision making을 表示하며, p_v는 發注 또는 生產 control operator, p_f는 需要豫測 operator, p_λ는 stage I에서의 需要 pattorn operator를 表示한다. 이들 表示의 數式모델(system 方程式)은 다음과 같이 表示된다.

$$V_{1(n)}=[p_{f1}]\,D_{1(n)}-[p_{v1}][I_{1(n-1)}-I_1^*]$$
$$I_{1(n)}=I_{1(n-1)}+V_{1(n)}-D_{1(n)}$$
$$V_{2(n)}=[p_{f2}]D_{2(n)}-[p_{v2}][I_{2(n-1)}-I_2^*]$$
$$I_{2(n)}=I_{2(n-1)}+V_{2(n)}-D_{2(n)}$$
$$V_{3(n)}=[p_{f3}]D_{3(n)}-[p_{v3}][\{I_{3(n-1)}-I_3^*\}$$
$$+V_{3(n-1)}-\{p_{f3}\}D_{3(n)}]$$
$$I_{3(n)}=I_{3(n-1)}+V_{3(n)}-D_{3(n)}$$

上式의 decision making operator p_{fi}, p_{vi} 및 p_λ로서는 모델의 特性을 數學的으로 規定하면 system 方程式의 model가 決定된다.

4. 시스템方程式

以上의 system을 具體化하여 發注 model 方式을 包含한 model 特性이 多段階在庫 system의 動的學動에 미치는 影響을 考察하기 위하여 system 方程式을 다음과 같이 規定한다.

[stage 1]

$$V_{1(n)}=\sum_{l=0}^{L_1}\hat{D}_{1(n+l),n}-\sum_{l=1}^{L_1}V_{1(n-l)}-I_{1(n-1)}$$
$$=(L_1+1)\hat{D}_{1(n)}-\sum_{l=1}^{L_1}V_{1(n-l)}-I_{1(n-1)}$$
$$I_{1(n)}=I_{1(n-1)}+V_{1(n-L_1)}-D_{1(n)}$$
$$\hat{D}_{1(n)}=\alpha_1D_{1(n)}+(1-\alpha_1)\hat{D}_{1(n-1)}$$
$$\hat{D}_{1(n+1),n}=\hat{D}_{1(n+2),n}=\cdots=\hat{D}_{1(n)}$$

[stage 2]

$$V_{2(n)}=\sum_{l=0}^{L_2}\hat{D}_{2(n+l)n}-\sum_{l=1}^{L_2}V_{2(n-l)}-I_{2(n-1)}$$
$$=(L_2+1)\hat{D}_{2(n)}-\sum_{l=1}^{L_2}V_{2(n-l)}-I_{2(n-1)}$$

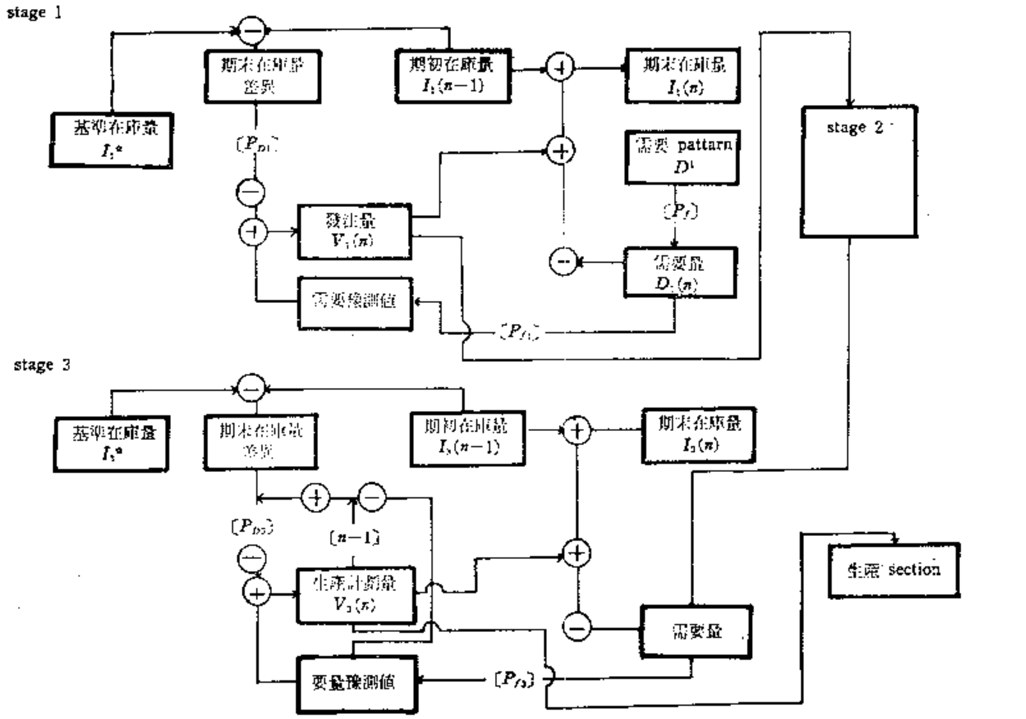

Fig. 1 Construction of the Multi-stage Inventory System.

$$I_{2(n)}=I_{2(n-1)}+V_{2(n-L_2)}-D_{2(n)}$$
$$\hat{D}_{2(n)}=\alpha_2 D_{2(n)}+(1-\alpha_2)\hat{D}_{2(n-1)}$$
$$\hat{D}_{2(n+1),n}=\hat{D}_{2(n+2),n}=\cdots=\hat{D}_{2(n)}$$

〔stage 3〕

$$P_{3(n)}=\hat{D}_{3(n+L_3)}-\gamma[I_{3(n-1)}+\sum_{l=1}^{L_3}V_{3(n-l)}-\sum_{l=0}^{L_3-1}\hat{D}_{3(n+l)}]$$
$$I_{3(n)}=I_{3(n-1)}+P_{3(n-L_3)}-D_{3(n)}$$
$$\hat{D}_{3(n)}=\alpha_3 D_{3(n)}+(1-\alpha_3)\hat{D}_{3(n-1)}$$
$$\hat{D}_{3(n+1),n}=\hat{D}_{3(n+2),n}=\cdots=\hat{D}_{3(n)}$$

以上의 定期發注方式의 system 方程式에서

① 需要發生은 stage 1 에서 $\rho_{(k)}=\lambda^k$ 로서 表示되는 自己相關係數를 가지는 定常時系列이라고 한다.

② 豫測方式은 1次指數平滑法을 使用하며, 特히 將來의 需要豫測値로서 傾向의 外挿를 導入하지 않기 위하여 各 stage 에서 n 期에서 作成한 各期의 豫測値를 平滑化한 期待値를 使用한다.

③ 發注方式은 Vassian[6]의 發注 model 에 豫測方式을 導入한 方法을 stage 1, 2 에서 採用하였으며, stage 3 에서는 生産制御 parameter γ 를 導入하여 Emalghraby[7] 型에 近似시켜, 本 system 의 稼動 operator 의 parameter 로서 各 stage 의 lead time L_1, L_2, L_3, 相關係數λ, 平滑化係數 α_1, α_2, α_3 를 使用하였다. 위의 system 方程式에서 $V_{i(n)}$는 stage i 의 第 n 期의 發注量(stage 3 에서는 V 대신 生産計劃量의 機能을 表示하므로 P 로 表記함), $I_{i(n)}$는 stage 의 第 n 期의 在庫量, $D_{i(n)}, \hat{D}_{i(n)}, \hat{D}_{i(n)}$는 各各 stage i 의 第 n 期의 需要量, 需要期待値, 需要豫測値를 表示한다.

以上의 差分方程式으로 表示된 system 方程式의 n 領域을 z 變換하여 自己相關性需要系를 入力시킨 出力方程式은 다음 諸式과 같이 表示된다. 一般的으로 system 의 過渡應答을 考察하기 위하여서는 單位 Impulse 入力, step 入力 또는 周期函數入力을 作用시키나, 여기서는 step 入力을 包含시킬 수 있은 自己相關性入力을 作用시켰다.

(1) **發注量의 出力方程式**

$$V_1(z)=\frac{\alpha_1(L_1+1)z^2+(\beta_1-\alpha_1L_1)z-\beta_1}{z(z-\beta_1)(z-\lambda)}$$
$$V_2(z)=\frac{[\alpha_2(L_2+1)z^2+(\beta_1-\alpha_1L_1)z-\beta_1]}{z(z-\beta_1)}\cdot\frac{[\alpha_1(L_1+1)z^2+(\beta_1-\alpha_1L_1)z-\beta_1]}{(z-\beta_2)(z-\lambda)}$$
$$V_3(z)=\frac{[(1-z)\{\beta_3\gamma-(\gamma-\alpha_3)z\}+\gamma z^{L_3}(\beta_3-z)}{\{(H\gamma)z-1\}(\beta_3-z)}\cdot\frac{[\alpha_2(L_2+1)z^2+(\beta_2-\alpha_2L_2)z-\beta_2]}{z^2(z-\beta_1)}\cdot\frac{[\alpha_1(L_1+1)z^2+(\beta_1-\alpha_1L_1)z-\beta_1]}{(z-\beta_2)}\cdot\frac{z}{z-\lambda}$$

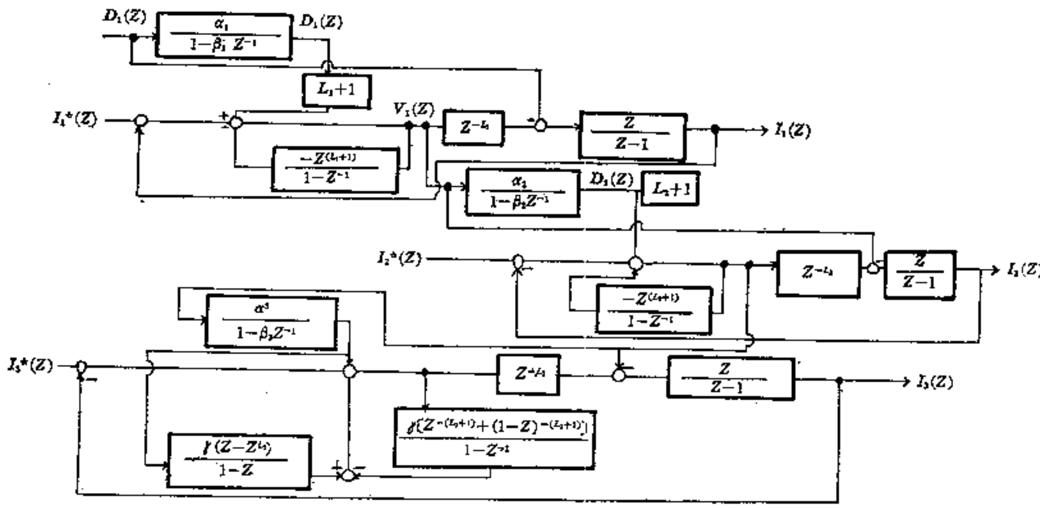

Fig. 2 Block diagram of the System.

(2) 在庫量의 出力方程式

$$I_1(z)=\frac{-z_{L_1+1}+\beta_1 z^{L_1}+\alpha_1(L_1+1)z^2t}{z^{L_1}(z-1)}$$

$$\frac{(\beta_1-\alpha_1 L_1)z-\beta_1}{(z-\beta_1)}\cdot\frac{z}{(z-\lambda)}$$

$$I_2(z)=\frac{[-z^{L_2+1}+\beta_2 z^{L_2}+\alpha_2(L_2+1)z^2+}{z^{L}(z-1)}$$

$$\frac{(\beta_2-\alpha_2 L_2)z-\beta_2}{(z-\beta_2)}$$

$$\cdot\frac{[\alpha_1(L_1+1)z^2+(\beta_1-\alpha_1 L_1)z-\beta_1]}{(z-\beta_1)(z-\lambda)}$$

$$I_3(z)=\frac{[\beta_3\gamma-(\gamma-\alpha_3)z+(1+\gamma)(\beta_3-z)z^{L_3}]}{z^{L_3-1}\{(1+\gamma)z-1\}(z-\beta_3)}$$

$$\cdot\frac{[\alpha_2(L_2+1)z^2+(\beta_2-\alpha_2 L_2)z-\beta_2]}{z(z-\beta_2)}$$

$$\cdot\frac{[\alpha_1(L_1+1)z^2+(\beta_1-\alpha_1 L_1)z-\beta_1]}{(z-\beta_1)(z-\lambda)}$$

$$\beta_i=1-\alpha_i$$

Fig. 2 는 上記關係式의 block diagram 이다. 그림에서 stage 1 의 需要 D_1 은 L_1 期까지의 總需要期待値로 變換되어 (L_1-1)期까지의 總發注殘과 前期化된 在庫量으로부터 當期發注量 $V_1(z)$가 求해진다. 이 發注量을 時間遲延 operator 로 부터, 또 前期在庫量과 當期需要量에서 當期在庫量을 求할 수 있다. 前期의 發注量이 stage 2 의 需要量으로서 作用하며, 같은 프로세스를 取하여 stage 2 의 發注量과 在庫量이 求해진다. stage 2 의 發注量은 $(n-1)$期까지의 發注殘과 前期化된 在庫量, (L_3-1)期까지의 需要를 γ 로서 制御한 量과 $(n-L_3)$期의 需要期待期로 부터 stage 3 의 發注量이 求해지며, $(n-L_3)$期 發注의 入庫量과 前期의 在庫量, 當期의 需要量으로 부타 在庫量이 求해진다.

5. system 의 過渡解

2 節에서 記述한 바와 같이 現時點 κ 에 있어서의 出力 vector 는 前期까지의 入力, 出力의 vector 에 關係할 뿐만 아니라 system 의 parameter matrix 에 關係하고 있는 것을 알 수 있다. 여기서 直列多段階의 階次性(hierarchy)을 構成하고 있는 system 에 있어서는 어느 stage 의 入力으로서는 前段階 stage 의 出力이 相當되며 本 model 의 發注量, 在庫量은 該當 stage 의 parameter 뿐 만 아니라, 前 stage 의 入出力 및 parameter 의 作用을 받게 되는 것이다.

5.1 system 의 安定性

이 system 의 變動에 對한 安定性은 各 傳達函數의 極이 全部 z 平面의 單位圓의 內部에 存內할때 이루워 진다. 즉 本 system 에서 $0<\beta_i<1$, $0\leq\gamma\leq1$ 이 滿

足되며, 이들 system은 安定狀態에 있다.

5.2 system의 過渡性

4節에서 z變換한 結果를 時系列領域의 變換을 하기 위하여 逆z變換을 하여 各期의 出力値를 求한一部를 다음에 表示한다.

i) 發注量의 過渡解

[stage 1]

$V_{1(0)}=\alpha_1(L_1+1)$

$V_{2(1)}=V_{1(0)}(\beta_1+\lambda)+\beta_1-\alpha_1L_1$

$V_{1(2)}=V_{1(1)}(\beta_1+\lambda)-V_{1(0)}\beta_1\lambda-\beta_1$

$\vdots$

$V_{1(n)}=V_{1(n-1)}(\beta_1+\lambda)-V_{1(n-2)}\beta_1\lambda$

[stage 2]

$V_{2(0)}=\alpha_1\alpha_2(L_1+1)\ (L_2+1)$

$V_{2(1)}=V_{2(0)}(\beta_1+\beta_2+\gamma)+\alpha_1(L_1+1)(\beta_2-\alpha_2L_2)+\alpha_2(L_2+1)(\beta_1-\alpha_1L_1)$

$V_{2(2)}=V_{2(1)}\ (\beta_1+\beta_2+\gamma)-V_{2(0)}\ [\beta_1\beta_2+(\beta_1+\beta_2)\lambda]+[(\beta_1-\alpha_1L_1)\ (\beta_2-\alpha_2L_2)-\alpha_1(L_1+1)\beta_2-\beta_1\alpha_2(L_2+1)]$

$V_{2(3)}=V_{2(2)}(\beta_1+\beta_2+\lambda)-V_{2(1)}[\beta_1\beta_2+(\beta_1+\beta_2)\lambda+V_{2(0)}\beta_1\beta_2\lambda]-[\beta_2(\beta_1-\alpha_1L_1)+\beta_1(\beta_2-\alpha_2L_2)]$

$V_{2(4)}=V_{2(3)}(\beta_1+\beta_2+\lambda)-V_{2(2)}[\beta_1\beta_2+(\beta_1+\beta_2)\lambda]+V_{2(1)}\beta_1\beta_2\lambda+\beta_1\beta_2$

$\vdots$

$V_{2(n)}=V_{2(n-1)}(\beta_1+\beta_2+\lambda)-V_{2(n-2)}[\beta_1\beta_2+(\beta_1+\beta_2)\lambda]+V_{2(n-3)}\beta_1\beta_2\lambda$

[stage 3] $L_3=2$

$V_{3(0)}=\dfrac{1}{1+\gamma}+1$

$V_{3(1)}=\dfrac{1}{1+\gamma}[V_{3(0)}\cdot B-I]$

$V_{3(2)}=\dfrac{1}{1+\gamma}[V_{3(1)}\cdot B-V_{3(0)}C-J]$

$V_{3(3)}=\dfrac{1}{1+\gamma}[V_{3(2)}\cdot B-V_{3(1)}C+V_{3(0)}D-K]$

$V_{3(4)}=\dfrac{1}{1+\gamma}[V_{3(3)}\cdot B-V_{3(2)}C+V_{3(1)}D-V_{3(0)}E-L]$

$V_{3(5)}=\dfrac{1}{1+\gamma}[V_{3(4)}\cdot B-V_{3(3)}C+V_{3(2)}D-V_{3(1)}E+V_{3(0)}F-M]$

$V_{3(6)}=\dfrac{1}{1+\gamma}[V_{3(5)}B-V_{3(4)}C+V_{3(3)}D-V_{3(2)}E+V_{3(1)}F-N]$

$\vdots$

$V_{3(n)}=\dfrac{1}{1+\gamma}[V_{3(n-1)}B-V_{3(n-2)}C+V_{3(n-3)}D-V_{3(n-4)}E+V_{3(n-5)}F$

여기서

$H=(\gamma-\alpha_3)\alpha_1\cdot\alpha_2(L_1+1)(L_2+1)-\gamma[\alpha_1(L_1+1)\cdot(\beta_2-\alpha_2L_2)+\alpha_2(L_2+1)(\beta_1-\alpha_1L_1)]+\gamma\beta_3\alpha_1\alpha_2\cdot(L_1+1)(L_2+1)$

$I=(\gamma-\alpha_3)[\alpha_1(L_1+1)(\beta_2-\alpha_2L_2)+\alpha_2(L_2+1)(\beta_1-\alpha_1L_1)]-[(\gamma-\alpha_3)+\beta_3\gamma]\alpha_1\alpha_2(L_2+1)(L_2+1)+1)+\gamma[\alpha_1(L_1+1)\beta_2-(\beta_1-\alpha_1L_1)(\beta_2-\alpha_2L_2)+\alpha_2(L_2+1)\beta_1]+\gamma\beta_3[\alpha_1(L_1+1)\cdot(\beta_2-\alpha_2L_2)+\alpha_2(L_2+1)\ (\beta_1-K_1L_1)]$

$J=\beta_3\gamma\alpha_1\alpha_2(L_1+1)\ (L_2+1)-[(\gamma-\alpha_3)+\beta_3\gamma][\alpha_1(L_1+1)\cdot(\beta_3-\alpha_2L_2)+\alpha_2(L_2+1)\ (\beta_1-\alpha_1L_1)]-(\gamma-\alpha_3)\ [\alpha_1(L_1+1)\beta_2-(\beta_1-\alpha_1L_1)(\beta_2-\alpha_2L_2)+\alpha_2(L_2+1)\beta_1]+\gamma[(\beta_1-\alpha_1L_1)\beta_2+(\beta_2-\alpha_2L_2)\beta_1]-\gamma\beta_3[\alpha_1(L_1+1)\beta_2-(\beta_1-\alpha_1L_1)\cdot(\beta_2-\alpha_2L_2)+\alpha_2(L_2+1)\beta_1]$

$K=[(\gamma-\alpha_3)+\beta_2\gamma]\ [\alpha_1(L_1+1)\beta_2-(\beta_1-\alpha_1L_1)(\beta_2-\alpha_2L_2)+\alpha_2(L_2+1)\beta_1]+\beta_3\gamma[\alpha_1(L_1+1)(\beta_2+\alpha_2L_2)+\alpha_2(L_2+1)\ (\beta_1-\alpha_1L_1)]-\gamma\beta_1\beta_2-\gamma\beta_3[(\beta_1-\alpha_1L_1)\beta_2+(\beta_1-\alpha_2L_2)\beta_1]-(\gamma-\alpha_3)[(\beta_1-\alpha_1L_1)\beta_2+(\beta_2-\alpha_2L_2)\beta_1]$

$L=[(\gamma-\alpha_3)+\beta_3\gamma]\ [(\beta_1-\alpha_1L_1)\beta_2+(\beta_2-\alpha_2L_2)\beta_1]-\beta_3\gamma[\alpha_1(L_1+1)\beta_2-(\beta_1-\alpha_1L_1)(\beta_2-\alpha_2L_2)+\alpha_2(L_2+1)\beta_1]+(\gamma-\alpha_3)\beta_1\beta_2+\gamma\beta_1\beta_2\beta_3$

$M=\beta_3\gamma[(\beta_1-\alpha_1L_1)\beta_2+(\beta_3-\alpha_2L_2)\beta_1]+[(\gamma-\alpha)_3+\beta_3\gamma]\ \beta_1\beta_2$

$N=\beta_1\beta_2\beta_3\gamma$

$A=1+\gamma$

$B=(1+\gamma)\beta_3+(\beta_1+\beta_2+\lambda)(1+\gamma)+1$

$C=\beta_3+(\beta_1+\beta_2+\lambda)[(1+\gamma)\beta_3+1]+[\beta_1\beta_2+(\beta_1\beta_2)\lambda]\ (\gamma+1)$

$D=(\beta_1+\beta_2+\lambda)\beta_3+[\beta_1\beta_2+(\beta_1+\beta_2)\lambda][(1+\gamma)\beta_3+1]+\beta_1\beta_2\lambda(1+\lambda)$

$E=[\beta_1\beta_2\beta_3+(\beta_1+\beta_2)\lambda\beta_3]+\beta_1\beta_2\lambda[(1+\gamma)\cdot\beta_3+1]$

$F=\beta_1\beta_2\beta_3\lambda$

ii) 在庫量의 過渡解

[stage 1] $L_1=1$

$I_{1(0)}=0$

$I_{1(1)}=I_{1(0)}\ (\beta_1+\lambda+1)+\alpha_1(L_1+1)-1$

$I_{1(2)}=I_{1(1)}(\beta_1+\lambda+1)-I_{1(0)}\ [(\lambda+1)\beta_1+\lambda]+\beta_1+(\beta_1-L_1)$

$I_{1(3)}=I_{1(2)}\ (\beta_1+\lambda+1)-I_{1(1)}\ [(\lambda+1)\beta_1+\lambda]+I_{1(0)}\lambda\beta_1-\beta_1$

$I_{1(4)}=I_{1(3)}(\beta_1+\lambda+1)-I_{1(2)}[(\lambda+1)\beta_1+\lambda]+I_{1(1)}\lambda\beta_1$

$\vdots$

$I_{1(n)}=I_{1(n-1)}\ (\beta_1+\lambda+1)-I_{1(n-2)}$

$[(\lambda+1)\beta_1+\lambda]+I_{1(n-3)}\lambda\beta_1$

[stage 2] $L_1=1,\ L_2=3$

$I_{2(0)}=I_{2(1)}=0$

$I_{2(2)}=L$

$I_{2(3)}=I_{2(2)}A+M$

$I_{2(2)}=I_{2(3)}A-I_{2(4)}B+N$

$I_{2(5)}=I_{2(4)}A-I_{2(3)}B+I_{2(2)}C+O$

$I_{2(6)}=I_{2(5)}A-I_{2(4)}B+I_{2(3)}C-I_{2(2)}D+P$

$I_{2(7)}=I_{2(6)}A-I_{2(5)}B+I_{2(4)}C-I_{2(3)}D$
$\quad +I_{2(2)}E+Q$

$I_{2(8)}I_{2(7)}A-I_{2(6)}B+I_{2(5)}C-I_{2(4)}D$
$\quad +I_{2(3)}E+R$

$I_{2(n)}=I_{2(n-1)}A-I_{2(n-2)}B+I_{2(n-3)}C$
$\quad -I_{2(n-4)}D+I_{2(n-5)}E$

여기서

$L=1-2\alpha_1$

$M=-(\beta_1+\beta_2)+[2\alpha_1\beta_2-(\beta_1-\alpha_1)]$

$N=\beta_1\beta_2-4\alpha_2+[\beta_2-(\beta_1-\alpha_1)+\beta_1]+8\alpha_1\alpha_2$

$O=[4\beta_1\alpha_2-(\beta_2-3\alpha_2)]-\beta_1\beta_2+[2\alpha_1$
$\quad (\beta_2-3\alpha_2)+4\alpha_2(\beta_1-\alpha_1)]$

$P=[\beta_1(\beta_2-3\alpha_2)+\beta_2]+[(\beta_1-\alpha_1)(\beta_2-3\alpha_2)$
$\quad -2\alpha_1\beta_2-4\alpha_2\beta_1]$

$Q=-\beta_1\beta_2-[\beta_1(\beta_2-3\alpha_2)+\beta_2(\beta_1-\alpha_1)]$

$R=\beta_1\beta_2$

$A=\beta_1+\beta_2+\lambda+2$

$B=(1+\beta_1+\lambda)(\beta_2+1)+[A(1+\beta_1)+\beta_1]+\beta_2$

$C=\beta_2(1+\beta_1+\lambda)+[\lambda(1+\beta_1)+\beta_1]\ (\beta_2+1)$
$\quad +\lambda\beta_1$

$D=\beta_2[\lambda(1+\beta_1)+\beta_1]+\lambda\beta_1\ (\beta_2+1)$

$E=\lambda\beta_1\beta_2$

b. 數値計算 및 檢討

stage 1, stage 2, stage 3의 各在庫點으로 構成된 直列在庫 system에서 需要系의 相關强度λ, 各在庫點에서 採擇한 豫測平滑化係數 α_1, α_2, α_3, 生産制御係數 γ 및 各在庫點에서의 lead time L_1, L_2, L_3에 依한 이 system의 發注量과 在庫量의 時系列動的特性은 윗 system의 過渡解에서 求할 수 있다. 지금 위의 各 parameter의 값을 設定하여 計算한 結果를 Fig. 3부터 Fig. 15에 圖示하였다. 本 數値計算에서는 $\lambda\leqq1$, $\gamma\leqq1$의 領域에 對해서 取扱하였다.

(1) stage 1의 發注量($\lambda=0.4$)은 α_1을 0.3, 0.5, 0.7로 增加함에 따라서 最大値는 正負領域에서 모두 增加하나 初期및 後期適應性은 빨라진다. 이 現象은 lead time이 增加함에 따라서 顯著해 지나 system安定性 및 適應性이 鈍化되는 것은 豫想한 대로이다.

(2) stage 2의 發注量($\lambda=0.4$, $\alpha_1=0.3$)은 α_2의 增加에 따라서 이 값이 正負領域에서 增加하나 初期 및 後期適應性은 좋아진다. stage 1에서 α_1의 값이 增加함에 따라서 stage 2에서는 이 傾向이 더욱 顯著하게 나타나며, lead time이 커짐에 따라서 cycling이 나타나 安定性및 適應性은 惡化된다.

(3) stage 2의 $\lambda=1$ (stepimpulse)에 對한 發注量은 α_2의 增加에 따라서 (2)와 같은 傾向이 나타나며 α_i, L_i의 條件을 除外하면 Forester의 I.D. simulation[8]과 같은 傾向을 나타낸다.

(4) stage 3의 發注量($\lambda=0.4$, $\alpha_1=0.3$, $\alpha_2=0.5$ $L_1=1$, $L_2=1$, $L_3=2$)는 stage 3에서의 生産制御係數 γ가 增加함에 따라서 初期適應性은 좋으나 cycling의 增大가 甚하여 後期適應性은 오히려 鈍化된다.

(5) stage 1의 在庫量($\lambda=0.4$)은 α_1이 增加함에 따라서 最大値는 增加하나 初期 및 後期適應性은 顯著하게 빨라진다. lead time의 增加에 따라서 이의 傾向은 더욱 甚해진다.

(6) stage 2의 在庫量($\lambda=1$)에 있어서 α_2가 增加함에 따라서 適應性은 良好해지며, stage 1에서 α_1의 增加에 따라 이러한 傾向은 增加된다.

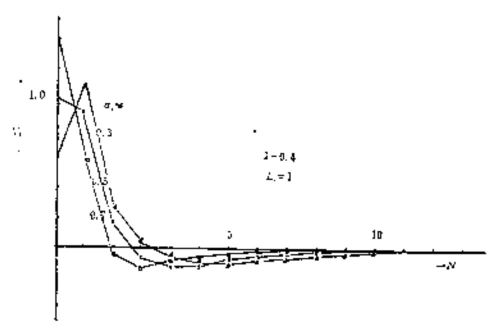

Fig. 3 The relationship between The sequential transient response of V_1 and α_1 (1)

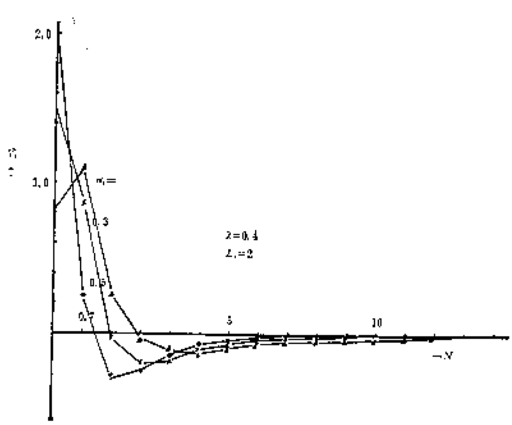

Fig. 4 The relationship between The sequential transient response of V_1 and α_1 (2)

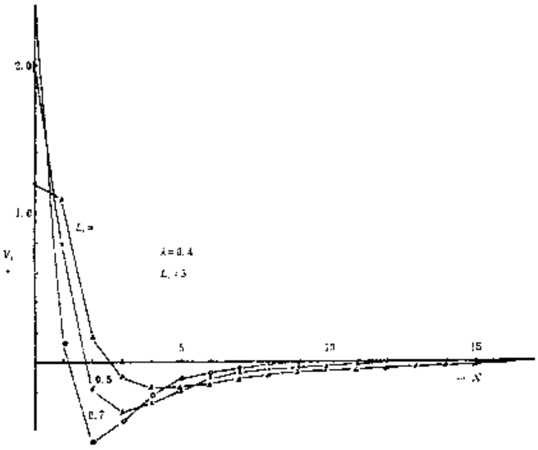

Fig. 5 The relationship between The sequential transient response of V_1 and α_1 (3)

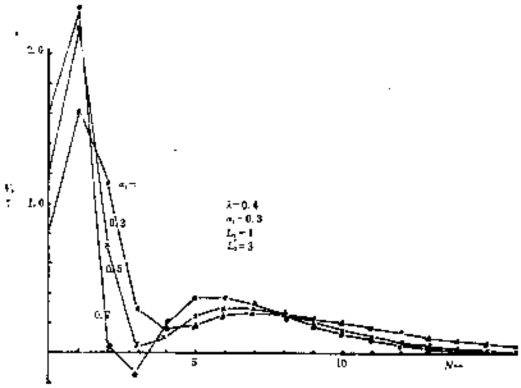

Fig. 8 The relationship between the sequential transient response of V_2 and α_2 (3)

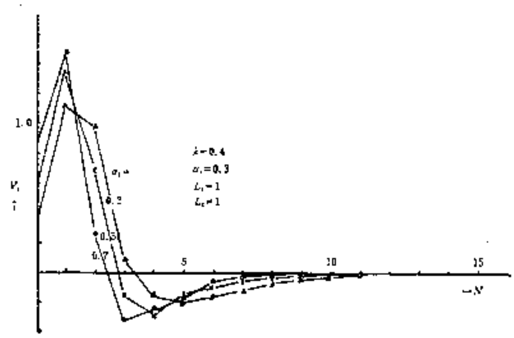

Fig. 6 The relationship between the sequential transient response of V_2 and α_2 (1)

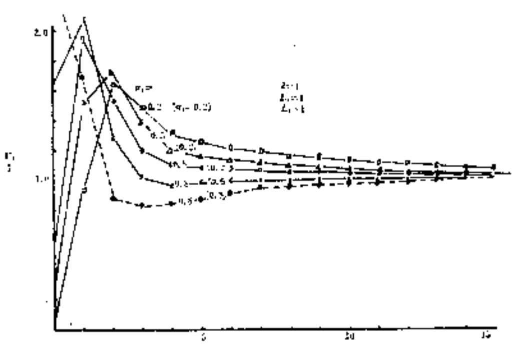

Fig. 9 The relationship between the sequential transient response of V_2 and α_1, α_2

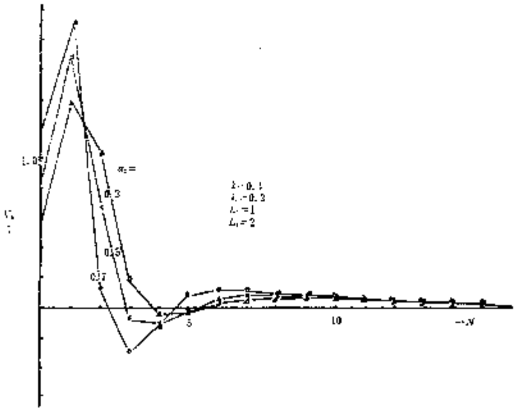

Fig. 7 The relationship between the sequential transient response of V_2 and α_2 (2)

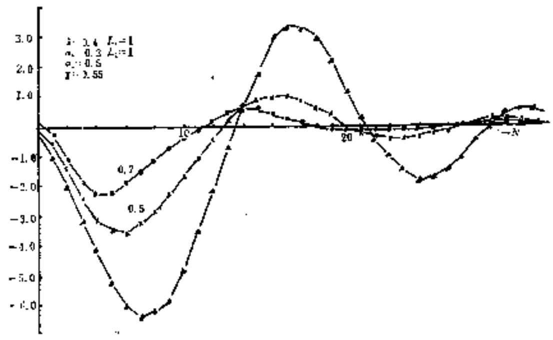

Fig. 10 The relationship between the sequential transient response of V_3 and α_3 (1)

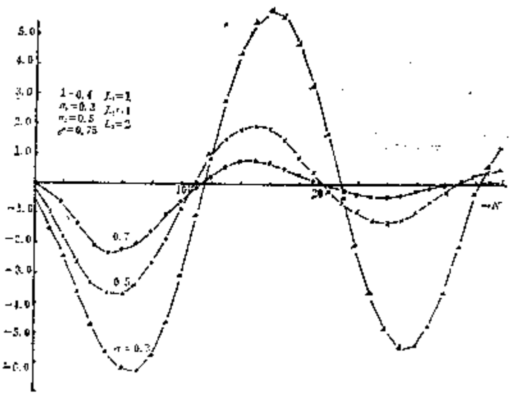

Fig. 11 the relationship between the sequential transient response of V_3 and α_3 (2)

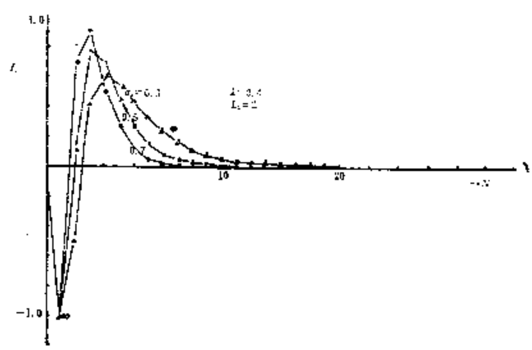

Fig. 12 The relationship betweed the sequential transient response of I_1 and α_1 (1)

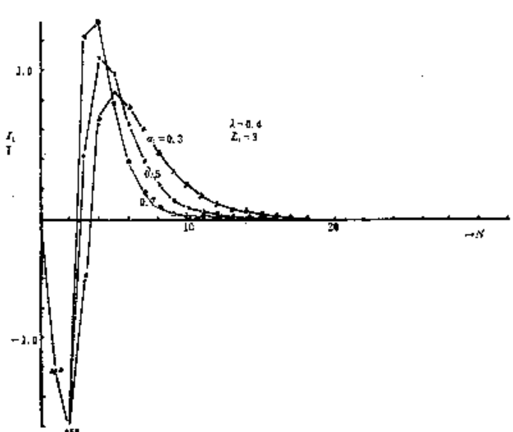

Fig. 13 The relationship between the sequential transient response of I_1 and α_1 (2)

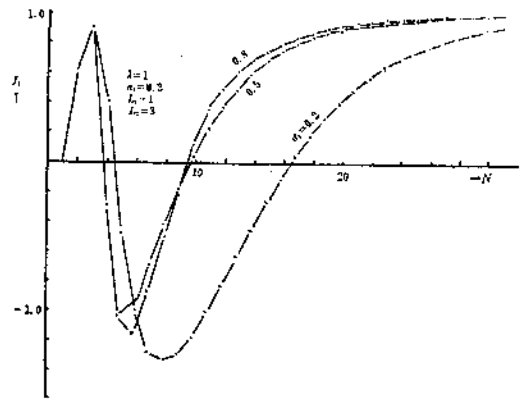

Fig. 14 The relationship between the sequential transient response of I_2 and α_2 (1)

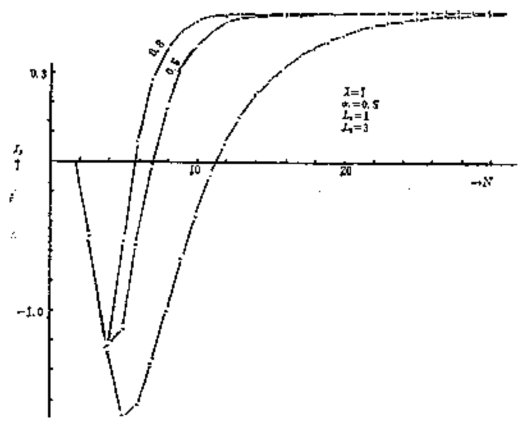

Fig. 15 The relationship between the sequential transient response of I_2 and α_2 (2)

7. 結　論

以上의 解析 및 數値計算은 小賣在庫點, 中間在庫點, 生産 section에 直結되어 있는 工場中央在庫點으로 形成되어 있는 直列多段階在庫 system에서 feedback loop를 흐르는 情報의 遲延과 出力으로서의 發注量, 在庫量의 增幅動的特性이 system의 各 parameter에 依하여 어떠한 影響을 받는가를 究明하기 위한 것이다. 物流 system의 system 構造와 policy 決定을 하기 위한 基礎資料를 얻는 것을 目的으로 하며, system 方程式의 model 化의 段階에서, 또 解析上의 制約에서 여러가지 問題를 包含하고는 있으나, 이 解析의 結果에서 多段階在庫 system의 動的擧動에 미치는 諸要素의 關係가 明白히 되여, system의 改善 또는 設計에 큰 示唆를 주고 있다. 紙面關係로 制御理論의 立場에서 overshot의 最大値

後期應答性을 判別키 위한 整定時間, 또는 最終定常値에 對한 超過振幅等에 關한 檢討는 省略하였다.

本研究는 本大學 産業科學研究所 研究基金으로 이루어 졌으며, 깊이 感謝의 뜻을 表한다.

〈參 考 文 獻〉

(1) 金滿植, 春日井 博 "多段階在庫システムの解析" 日本工業經營學會誌 No.55 (1973.6)

(2) 金滿植, 春日井 博 "並列多段階在庫システムの靜特性の研究" 日本工業經營學會誌 No.56 (1973.9)

(3) 金滿植, 春日井, 增井忠孝 "多段階在庫モデルの一考察" 日本經營工學會誌 Vol. 26, No.3 (1975.12)

(4) 金滿植 "物流 system の研究 第5報 研究用シミュレータールに關して" 日本工業經營學會 547 秋季 研究發表豫稿集 (1973.11)

(5) 高橋安人 "ダイナミックシステム論" 科學技術社 (1970)

(6) Vassian, H.J. "Application of Discrete Variable Theory to Inventory Control" Opers. Res. Vol.3, No.3 (1955)

(7) Emalghraby, S.A "The Design or Production System"

(8) Forester, J.W "Industrial Dynamics" The MIT press & John Willey & Sons (1961)