

放送衛星의 Antenna Beam幅角 計算의 한 方法

姜 基 年

韓國放送公社 技術局長

1. 序 論

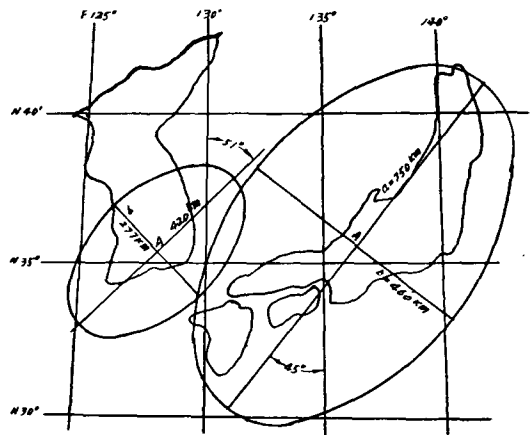
멀지않아 實用段階에 있는 人工衛星으로부터 11~12 GHz帶의 TV放送을 直接 우리 家庭에서 視聽할 수 있는 放送衛星에 對한 여러가지 技術問題가 ITU(International Telecommunication Union) 또 ABU (Asian Broadcasting Union) 에서 활발히 論議되고 있으며 얼마전 ITU로부터 韓國이 必要로 하는 衛星에 依한 放送 區域, channel數, 衛星의 位置 및 送信안테나의 Beam幅等의 資料 要請이 있어 이러한 計算方法을 檢討하게 된 것이다.

地球 赤道面 上空에 地球 中心으로부터 42,170 km 距離에 있는 所謂 靜止 放送衛星(Broadcasting Satellite)로부터 發射되는 TV電波가 地面上에서 우리가 必要로 하는 어떤 橢圓形 Service Area를 커버하기 爲한 衛星의 送信 안테나 Beam幅(Half-power Beam-width)과 衛星의 位置와 의 關係를 計算하는 方法을 球面 三角法과 解析 幾何의 基本公式을 利用하여 풀이한 것입니다.

韓國의 境遇 第1圖와 같이 北쪽을 休戰線을 境界로 하고 東쪽을 鬱陵島, 南쪽은 濟州島를 包含하는 橢圓形 서비스에어리어(Service Area)

를 設定하였을 때, 이 區域을 커버하기 爲한 放送衛星의 送信안테나의 Beam幅은 衛星의 位置가 赤道面上 몇 度의 徑度線에 있는가에 따라 相異함은 勿論이다.

이러한 數値를 精密하게 計算하는 方法이 있을 것이나 여기서는 地球를 完全 球形으로 보고 또 地面上 Service Area인 橢圓을 그 中心에서 地球에의 接平面上的 橢圓으로 看做하여 純幾何學的으로 計算方法을 풀이한 것입니다.



第 1 圖

A : N35.80° E : 128.10° 韓國
日本, center of ellipse A : N35.5° E136.8°
a = 750km
b = 460km (470km)
∠A = 45° (41°)

2. 計算方法

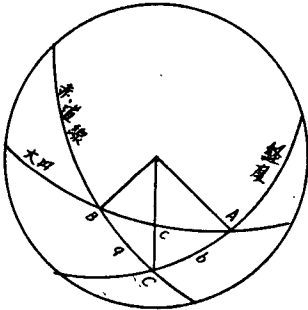
1. 計算에 必要한 基本數學公式

(a) 第2圖의 球面三角形 ABC에서 角C가 直角일 때

$$\tan A = \frac{\tan a}{\sin b}, \quad \cos c = \cos a \cdot \cos b.$$

의 關係가 있다.

여기 a, b, c 는 大圓(greater circle)의 弧(arc, Radian으로 表示)이고 A, B, C 는 各弧가 서로 이루는 角을 表示한다.



第2圖

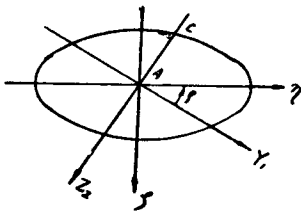
다음은 第3圖에서 直交軸 Z_2-Y_1 軸에 關한 橢圓 C의 方程式을

$$AZ_2^2 + 2HZ_2Y_1 + BY_1^2 + C = 0$$

라 하면 이 直交軸을 角度 ρ 만큼 廻轉하여 橢圓 C의 長軸 및 短軸을 直交軸($\zeta-\eta$ 軸)으로하는 座標變換을 하여 橢圓의 方程式을 標準形인

$$A'\zeta^2 + B'\eta^2 + C' = 0$$

의 形으로 高칠려면



第3圖

위의 A', B' 는 二次方程式

$$x^2 - (A+B)x + AB - H^2 = 0$$

의 二根, ρ 는 $\cot 2\rho = \frac{A-B}{2H}$ 의 關係式으로 그 값을 求할 수 있고 $C' = C$ 가 된다.

$H > 0$ 일 때 二根 中에서 큰 것이 A' , 작은 것이 B' ,

$H < 0$ 일 때는 그 反對이다.

(b) Ant. Beam의 Orientation of major axis ρ' 의 計算

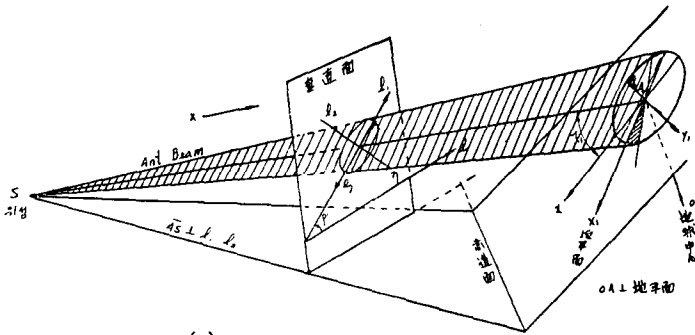
Ant. Beam과 垂直인 斷面(Z_2-Y_1 面)에서의 橢圓形 Beam의 長軸의 方向과 赤道面과 平行하는 線이 이루는 角을 所謂 Ant. Beam의 Orientation of major beam axis라 하여 橢圓錐形 Ant. Beam의 方向을 決定하는 것으로서 第4圖(a)에서 l 과 l_1 (또는 l_2)과의 角 ρ' 를, 第4圖(b)에서는 Z_2-Y_1 面上에서 Z_2 軸(또는 Y_1 軸)과 H_1Q 가 이루는 角을 求하면 ζ 軸(또는 η 軸)과 이루는 角을 求할 수 있다.

參考 : ITU에서 보내온 放送衛星에 關한 設問 中 Orientation of major axis를 다음과 같이 定義하고 있다.

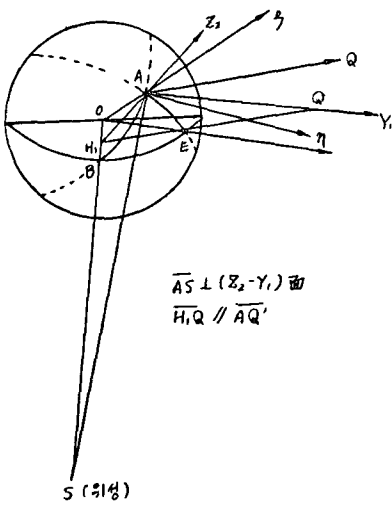
"In a plane normal to the beam axis, the direction of the major axis of the ellipse is specified as the angle measured anticlockwise from a parallel to the equatorial plane to the major axis of the ellipse, to the nearest degree.

3. 計算하는 順序

(a) 먼저 地平面上에서 必要로 하는 橢圓形 coverage를 設定하고 그 中心 A 를 原點으로, 長軸(길이 $2a$)을 x 軸, 短軸(길이 $2b$)을 y 軸으로 하는 直交座標의 橢圓의 方程式은 다음과 같다



(a)



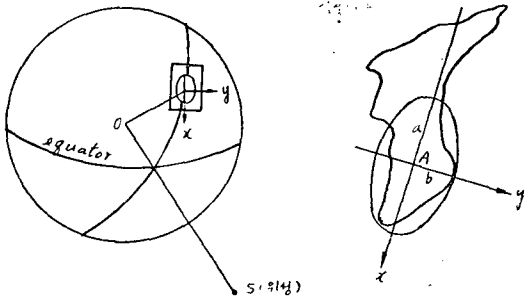
$\overline{AS} \perp (Z_2 - Y_1) \text{面}$
 $H, Q \parallel \overline{AQ'}$

S (위성)

(b)

第4圖

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots\dots\dots (1)$$



第5圖

(b) 第6圖에서 衛星의 位置 (S)에서 Ant. Beam方向이 地平面上 橢圓의 中心 A點을 向했을 때 直線 \overline{AS} 의 地平面上에의 正射影을 \overline{AD}_1 이라 하면 \overline{AD}_1 을 X_1 軸으로 하는 地平面上의 直交軸 $X_1 - Y_1$ 에 關한 方程式으로 (1)式을 座標 變換한다.

이때

$$\begin{aligned} x &= X_1 \cos \beta_1 - Y_1 \sin \beta_1 \\ &= X_1 \sin \beta_1 + Y_1 \cos \beta_1 \end{aligned} \dots\dots\dots (2)$$

의 關係가 있으며 (1)式은

$$A_1 X_1^2 + 2H_1 X_1 Y_1 + B_1 Y_1^2 + C_1 = 0 \dots\dots\dots (3)$$

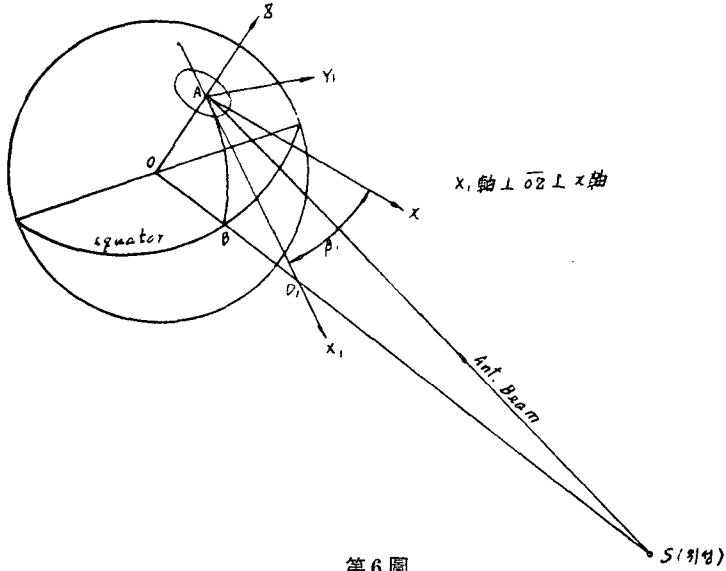
의 形이 된다.

(c) 第7圖에서 $X_1 - Y_1$ 軸과 直交하는 Z 軸을 $X_1 - Z$ 面에서 Ant. Beam方向과 垂直이 되게 廻轉(廻轉角 τ_1 은 Ant. Beam AS와 地平面이 이루는 角)하여 Z_2 軸이라 했을 때 $X_1 - Y_1$ 面上의 橢圓의 $Z_2 - Y_1$ 面上에서의 正射影은 (3)式의 X_1 代身 $X_1 = \frac{Z_2}{\sin Z_1}$ 를 代入하면 된다. 卽 (3)式은

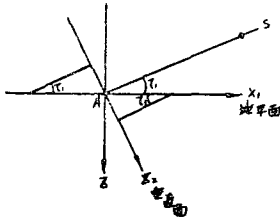
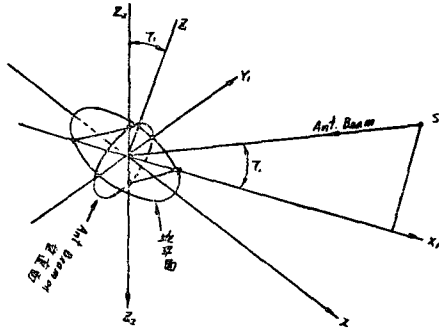
$$AZ_2^2 + 2HZ_2 Y_1 + BY_1^2 + C = 0 \dots\dots\dots (4)$$

形이 되며 Ant. Beam軸과 垂直인 $Z_2 - Y_1$ 에서의 橢圓의 方程式이 된다.

(d) [2]-1-(a)項에서와 같은 方法으로 垂直面上 Z_2, Y_1 에 關한 橢圓의 方程式 (4)式을 橢圓의 長軸 및 短軸을 直交軸으로 하는 ξ, η 에 關한 方程式으로 座標 變換을 하면 (4)式은 다음과 같



第 6 圖



第 7 圖

은 形이 된다.

$$\frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} = 1$$

여기 a', b' 의 값은 Ant. Beam 幅角을 求하는 根據가 된다.

3. 計算 誤差의 檢討

(a) 위와 같은 計算方法에 있어서 地表面上의 橢圓을 그 中心 A에서 地球에의 接平面上的의 橢圓으로 看做하여 計算하였으므로 그 誤差가 얼마나 なる가를 살펴보기로 한다.

第 8 圖에서 地平面上 距離 1000km(弧 $B'A'C'$)라 할때 接平面에서 이에 該當하는 \overline{BC} 의 距離는 다음 計算例에 依하면 1002km가 되고 $\overline{B'C'}$ 는 999km가 되므로 實地地圖上 두 地點의 距離를 定하는데는 1~2km의 誤差가 있을 것이며 더구나 Ant. Beam 角度로 따지면 큰 問題가 되지 않는다.

[計算例]

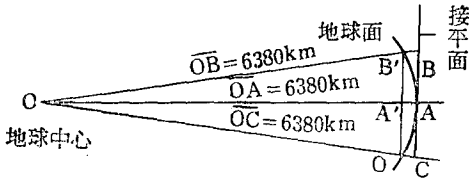
$$\angle BOA = \angle COA = 4.49^\circ = 500/6380 \text{ Rad.}$$

$$\overline{AB} = 6380 \tan 4.49^\circ = 501 \text{ km}$$

$$\overline{A'B'} = 6380 \sin 4.49^\circ = 499.5 \text{ km}$$

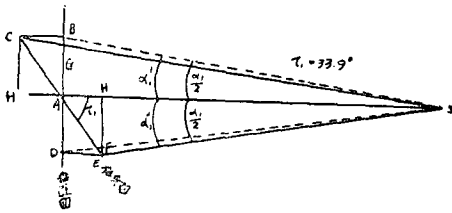
$$2\overline{AB} = 1002 \text{ km, } 2\overline{A'B'} = 999 \text{ km}$$

(b) 誤差의 또 하나의 原因은 第 7 圖에서 說



acc $B'C' = 1000\text{km}$
 $B'C = 999\text{km}$
 $EC = 1002\text{km}$

第8圖



第9圖

명한 바와 같이 Ant. Beam과 角度 τ_1 만큼 傾斜
 진 地平面上的 橢圓을 Ant. Beam과 垂直인 平
 面 Z_2-Y_1 面上的 正射影한 橢圓에 依하여 Ant.
 Beam 幅角을 計算하였기 때문에 第9圖에서 明
 白한 바와같이 實地 必要로 하는 Ant. Beam 幅
 角 $\alpha_1' + \alpha_1''$ 와 計算에 依한 角度 α_1 과의 誤差가
 어느 程度인가를 檢討키로 한다.

韓國의 境遇 Fig 1과 같은 橢圓形 放送區域일
 때 計算에 依하면 衛星의 位置가 $92.26^\circ E$ 일 때
 地平面上的 長軸과 X_1 軸(=x軸)이 一致하고 Ant
 Beam의 短軸의 幅角 $\alpha_1 = 0.7004904^\circ$ 인데 比해
 Fig 9에서 實地 必要로 하는 幅角 $\alpha_1' + \alpha_1''$ 는 다
 음 計算例에 依하여 0.7005486° 이므로 그 差는
 0.0000582° 가 된다. 小數點 以下 2자리까지면
 實用值으로써 足하므로 그 誤差는 無視할 수 있다
 (計算例)

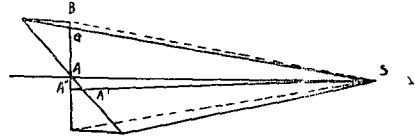
$$\alpha_1' = \tan \frac{\overline{AG}}{\overline{AS}} = 0.3470845^\circ$$

$$\alpha_1'' = \tan \frac{\overline{HF}}{\overline{HS}} = 0.3534641^\circ$$

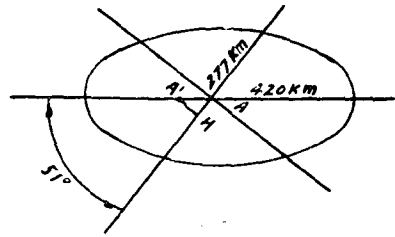
$$\therefore \alpha_1' + \alpha_1'' = 0.7005486^\circ$$

但 $\overline{AS} = 38279\text{km}$, $\overline{AS} = 234\text{km}$, $\overline{AG} = 231.9\text{km}$
 $\overline{HE} = 234\text{km}$ $\overline{HS} = 38279 - 348.6\text{km}$

(c) 前項 第9圖에서 알수 있듯이 Ant. Beam
 軸은 地面上 橢圓의 中心 A로부터 그 아래쪽 A
 로 移動하여야 地平面上的 橢圓을 커버하게 됨
 을 짐작할 수 있다. 第9圖 및 第10圖에서 Ant
 Beam軸을 地平面上 橢圓의 中心 A로부터 A'點
 으로 垂直面上에서는 A''點으로 移動하여야 한다
 따라서 地平面上的 橢圓의 中心位值를 假令 $35.$
 $80^\circ N$, $128.10^\circ E$ 라 할 때 Ant. Beam의 中心 A
 의 徑度와 緯度를 計算하면 다음과 같다.



(a)



第10圖 (b)

$$\overline{AA''} \cong \overline{BG} = \overline{AB} - \overline{AG} = (234 - 231.9) = 2.1\text{km}$$

$$\overline{AA'} = \overline{AA''} / \sin \tau_1 = 2.1 / \sin 33.9^\circ = 3.765\text{km}$$

徑度 또는 緯度上 1° 差의 地面上의 距離는 11
 1.35km이므로

緯度의 移動은

$$\frac{\overline{AA}}{111.35} = \frac{-3.795 \times \cos 51^\circ}{111.35} = -0.026^\circ$$

徑度의 移動은

$$\frac{\overline{A'H}}{111.35} = \frac{-3.765 \cdot \sin 51^\circ}{111.35} = -0.0213^\circ$$

따라서 地平面上 Ant. Beam의 中心 A'는

$$35.80^\circ - 0.0213^\circ \approx 35.78^\circ N$$

$$128.10^\circ - 0.026^\circ \approx 128.07^\circ E$$

4. 實地 計算

1. 計算例 (1)

(a) 放送 區域(Service Area)을 第1圖과 같이 慶南 伽耶山 近方 東徑 128.10° , 北緯 35.80° 를 中心(A)으로 하고 長軸의 長이를 $2a=420 \times 2\text{km}$, 短軸의 長이를 $2b=277 \times 2\text{km}$, 長軸과 徑度線이 이루는 角 A를 51° 衛星의 位置를 赤道面上 東徑 103° 上空이라 定하고 計算한다.

(b) 第11圖에서 球面三角形 ADC에서 $\angle C$ 는 直角이므로

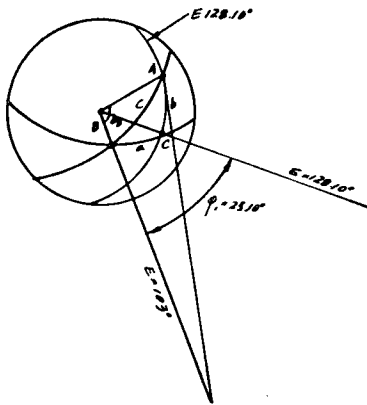
$$a^{Rad} = \tan^{-1}[\tan A \sin d] = \tan^{-1}0.722365 =$$

$$35.84^\circ \dots \varphi_2$$

$$128.10^\circ - 35.84^\circ = 92.26^\circ$$

$$\text{但 } \angle A = 51^\circ, d^{Rad} = 35.80^\circ$$

$$\angle AOD = \delta_0 = c^{Rad} = \cos^{-1}[\cos a \cdot \cos d]$$



第11圖

$$= \cos^{-1}0.6575 = 48.89^\circ \dots$$

$$\text{但 } a^{Rad} = 35.84^\circ$$

(c) 緯星이 東徑 103° 에 있을 때 第12圖에서 Ant. Beam axis와 地平面이 이루는 角 τ , 衛星 S와 地平面의 中心 A와의 距離 AS等을 計算하면 다음과 같다.

球面角形 ABC에서

$$\angle C = 90^\circ, \varphi_1 = 128.10^\circ - 103.00^\circ = 25.10^\circ$$

$$C^{Rad} = \cos^{-1}[\cos a \cdot \cos b] = \cos^{-1}0.73447 = 42.73^\circ$$

$$\text{但 } a = 25.10^\circ, b = 35.8^\circ$$

또 第13圖에서

$$\theta_B = (180^\circ - \delta_B) / 2 = 68.64^\circ, \overline{OH} = 6380 \cdot \cos \delta_B = 4686.5\text{km}$$

$$\overline{AH} = 6380 \cdot \sin \delta_B = 432.91\text{km}$$

$$\overline{AS} = \sqrt{AH^2 + (OS - OH)^2} = 37732.7\text{km}$$

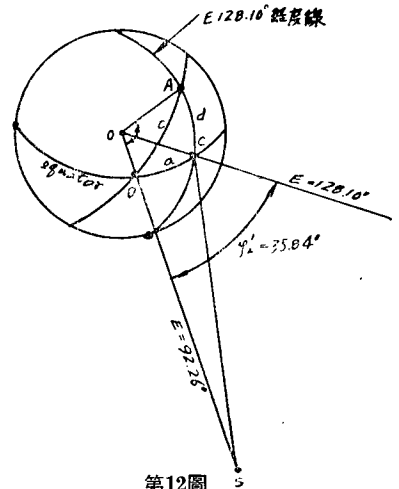
$$\varphi_B = \sin^{-1}\left[\frac{6380 \cdot \sin 42.73^\circ}{AS}\right] = \sin^{-1}0.11473$$

$$= 6.59^\circ$$

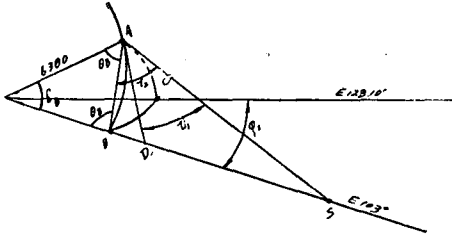
$$\tau_2 = \theta_B - \varphi_B = 62.05^\circ$$

$$\tau_1 = \tau_2 - 90^\circ + \theta_B = 40.69^\circ$$

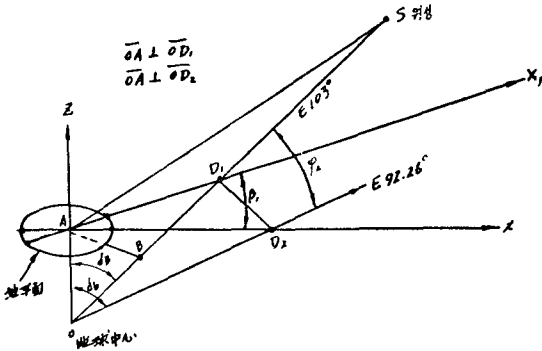
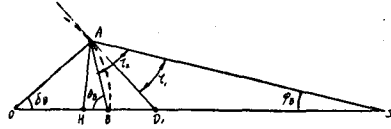
(d) 座標軸 x-y軸을 X_1-Y_1 軸으로 廻轉하기 爲하여 그廻轉角 β_1 을 計算하면 第14圖에서



第12圖



第13圖



第14圖

$$\overline{AD}_1 = 6380 \tan \delta_B = 5893.5 \text{ km}$$

$$\overline{AD}_2 = 6380 \tan \delta_D = 7311 \text{ km}$$

$$\varphi_2 = \angle D_1 O D_2 = 103^\circ - 92.26^\circ = 10.74^\circ$$

$$\overline{D_1 D_2} = \sqrt{\overline{OD}_1^2 + \overline{OD}_2^2 - 2 \overline{OD}_1 \overline{OD}_2 \cos \varphi_2} = 1997.1 \text{ km}$$

$$\overline{OD}_1 = 6380 / \cos \delta_B = 8685.5 \text{ km}, \quad \overline{OD}_2 = 6380 /$$

$$\cos \delta_D = 9703.3 \text{ km}$$

$$\therefore \beta_1 = \cos^{-1} \left[\frac{\overline{AD}_1^2 + \overline{AD}_2^2 - \overline{D_1 D_2}^2}{2 \overline{AD}_1 \overline{AD}_2} \right] = \cos^{-1}$$

$$0.9770 = 12.30^\circ$$

(e) 地平面上 橢圓의 原方程式은

$$\frac{x^2}{420^2} + \frac{y^2}{277^2} = 1 \dots \dots \dots (1)$$

이므로 이것을 $X_1 - Y_1$ 軸으로 變換하려면

$$x = X_1 \cos \beta_1 - Y_1 \sin \beta_1 = 0.9770 X_1 - 0.2130 Y_1$$

$$y = X_1 \sin \beta_1 + Y_1 \cos \beta_1 = 0.2130 X_1 + 0.9770 Y_1$$

$$\dots \dots \dots (2)$$

$$X_1 = \frac{Z_2}{\sin Z_1} = 1.5338 Z_2 \dots \dots \dots (3)$$

위 (1), (2) 式을 (1) 式에 代入하면 (1) 式은 다음과 같이 된다.

$$191123 Z_2^2 + 2 \times 31814 Z_2 Y_1 + 17186 Y_1^2 = 1.3535 \times 10^{10} \dots \dots \dots (4)$$

따라서 $A = 191123, B = 171860, H = 31814$

$C = -1.3535 \times 10^{10}$ 이라 하면

$$x^2 - (A+B)x + AB - H^2 = 0$$

두 根은 214732와 148252 이고

$H > 0$ 이므로 (4) 式은 ζ, η 에 關하여 다음과 같이 된다.

$$214732 \zeta^2 + 148252 \eta^2 = 1.3535 \times 10^{10}$$

$$\text{即 } \frac{\zeta^2}{251^2} + \frac{\eta^2}{302^2} = 1$$

따라서 Ant. Beam의 長軸의 長이는 η 軸에서 $302 \times 2 \text{ km}$, 短軸의 長이는 ζ 軸에서 $251 \times 2 \text{ km}$ 가

며, Ant. Beam의 長軸方向의 幅角 α_1 은

$$\alpha_1 = 2 \cdot \tan^{-1} \frac{302}{4S} = 2 \tan^{-1} \frac{302}{37732.7} = 0.92^\circ$$

短軸 方向의 幅角 α_2 는

$$\alpha_2 = 2 \cdot \tan^{-1} \frac{251}{AS} = 0.76^\circ$$

$Z_2 - Y_1$ 軸을 廻轉하여 $\zeta - \eta$ 軸으로 變換할때 廻轉角 ρ 는

$$\rho = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{A-B}{2H} = \frac{1}{2} \cot^{-1} 0.30274 = 36.58^\circ$$

(f) 다음은 Ant. Beam의 Orientation of major axis ρ' 를 求한다.

Fig 15 및 Fig 16의 球面 \equiv 角形 ACE에서

$$\angle C = 90^\circ, e'^{Rad} = 35.80^\circ \quad \angle A = 90^\circ - 51^\circ = 39^\circ$$

$$\therefore a'^{Rad} = \tan^{-1} [\tan A \cdot \sin e'] = \tan^{-1} 0.4737 = 25.35^\circ$$

$$c'^{Rad} = \cos^{-1} [\cos a' \cdot \cos e'] = \cos^{-1} 0.7326 = 42.86^\circ \dots \delta_E$$

球面 \equiv 角形 ABE에서는

$$\angle A = 90^\circ, e^{Rad} = 42.73^\circ = \delta_B$$

$$\therefore a^{Rad} = \cos^{-1} [\cos b \cdot \cos e] = \cos^{-1} 0.5384 = 57.42^\circ$$

第16圖에서 \overline{AS} 와 垂直인 $Z_2 - Y_1$ 面과 赤道面과의 交線 \overline{HQ} 와 平行한 線을 $\overline{AQ'}$ 라 할때 $\overline{AQ'}$ 와 $\overline{AY_1}$ 과의 角 ϕ 를 求하면 第17圖에 依하여 Ant Beam의 Orientation of major axis를 求할 수 있다.

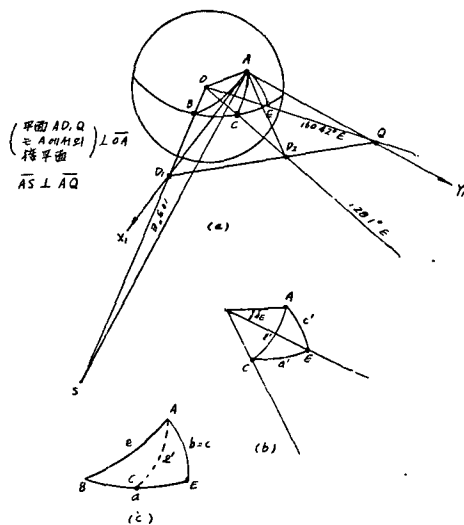
$$\delta_B = 42.73^\circ, \overline{AQ} = 6380 \cdot \tan \delta_B = 5920 \text{ km}$$

$$\overline{AD_1} = 6380 \cdot \tan \delta_B = 5893.5 \text{ km} \quad \tau_1 = 40.69^\circ$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{6380}{\overline{AD_1}} = 47.27^\circ,$$

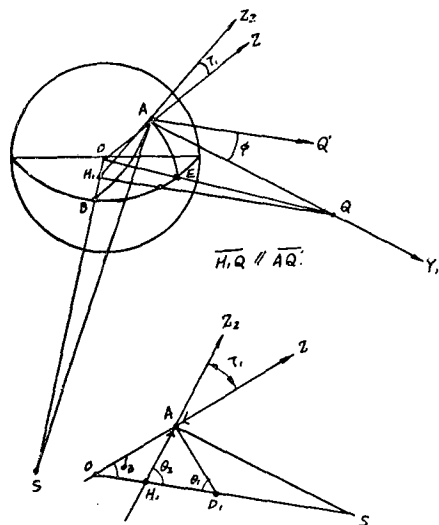
$$\overline{AH_1} = \frac{\overline{AD_1}}{\sin(\tau_1 + \delta_B)} \cdot \sin \theta_1 = 4358 \text{ km}$$

$$\rho'' = \tan^{-1} \frac{\overline{AQ}}{\overline{AH_1}} = 53.64^\circ$$

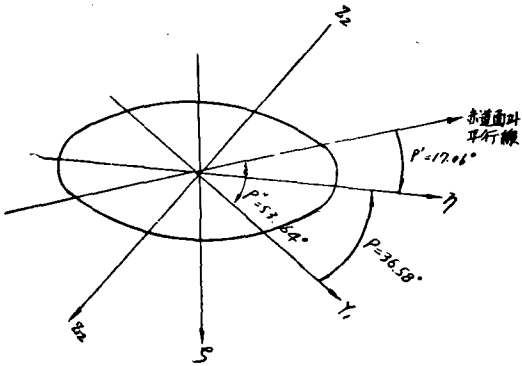


(平面 AD, Q) \perp OA
是 A에서의
接平面
AS \perp AQ

第15圖



第16圖



第17圖

따라서 第17圖에서는 Ant. Beam의 major axis는 η 軸이므로 Orientation of major axis ρ' 는 다음과 같다.

$$\rho' = \rho - \rho'' = 36.58^\circ - 53.64^\circ = -17.06^\circ$$

但 ρ 는 [4]-1-(e)에서의 $Z_2 - Y_1$ 軸을 $\zeta - \eta$ 軸으로 廻轉하는 角度.

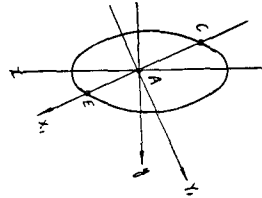
(g) 地平面上 橢圓의 中心 A와 Ant. Beam의 中心 A'가 相異함은 既述한 바와 같이 相異하므로 이 計算의 境遇 A'點의 徑度和 緯度を 求해 보자.

第18圖에서 地面上 橢圓이 X_1 軸과 만나는 點을 C, E라 했을때 (1), (2)式에서 $Y_1=0$ 이므로

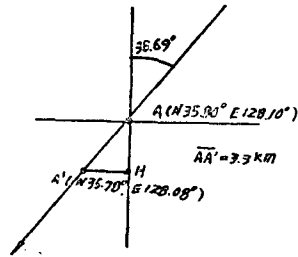
$$\frac{0.9770X_1^2}{420^2} + \frac{0.2130Y_1^2}{277^2} = 1$$

$$\therefore X_1 = 408\text{km} = \overline{AC} = \overline{AE}$$

點 C, A, E는 第10圖(a), 第10圖(b) 및 第9圖에서의 C, A, E에 該當하는 點으로 [3]-1-(c)項과 같은 方法으로 Ant. Beam의 中心 位置 A'를 求할 수 있다. 卽 第9圖, 第10圖에서 \overline{AB} , \overline{BG} , $\overline{AA'}$ 및 $\overline{AA'}$ 등은 (4)式에서 $Y_1=0$, $\overline{BG}/\overline{AG} =$



第18圖



第19圖

$\overline{CB}/\overline{AS}$ 및 $\overline{CB} = \overline{AC} \cos \tau_1$ 의 關係를 利用하여 다음과 같이 된다.

$$\overline{AB} = 266\text{km} \quad \overline{AA'} \cong \overline{BG} = 2.16\text{km} \quad \overline{AA'} = 3.3\text{km}, \quad \angle A = 38.69^\circ$$

$$\overline{AH} = 2.58\text{km}, \quad \overline{A'H} = 2.06\text{km}$$

따라서

徑度の 變動은

$$\frac{\overline{A'H}}{111.35} = 0.019^\circ \cong 0.02^\circ$$

緯度の 變動은

$$-\frac{\overline{AH}}{111.35} = 0.023^\circ \cong 0.02^\circ$$

結局 地面上 橢圓의 中心 A가 $35.80^\circ N, 128.10^\circ E$ 일 때

Ant. Beam의 中心 A'는 $35.78^\circ N, 128.08^\circ$

計算例 2 :

1977年 2月의 ITU世界無線通信主管廳會議에

서 韓國의 放送衛星에 關한 放送衛星에 對하여
는 다음과 같이 決議된 바 있다.

衛星의 位置 : 東徑 110°

送信안테나의 Beam軸中心 : 東徑 127.56°, 北緯 36.07° (錦山)

同안테나의 Beam幅 : 長軸 1.24°, 短軸 1.02°

同안테나 Beam의 長軸의 Orientation 16.8°

地圖上 Coverage는 第20圖과 같다.

이 Data는 Computer에 依하여 計算된 것이
다. 지금 이 地圖上에서 橢圓形 Coverage의 長
軸이 徑도와 이루는 角度 $\angle A$ 와 長軸의 길이 2
 a , 短軸의 길이 2 b 를 어림하여 재어보면 다음과
같다. $\angle A \approx 37^\circ$, $a = 500\text{km}$, $b = 390\text{km}$ 이 3가
지 要素로 앞에서 記述한 안테나 Beam 幅角과
안테나 Beam의 major axis의 Orientation 등을
計算하여 보자.

[1] Ant. Beam width

球面 $\triangle ADC$ 에서

$$a = \tan^{-1}[\tan 37^\circ \sin 36.07^\circ] = 23.92^\circ \dots \dots \varphi_2$$

$$127.56^\circ - 23.92^\circ = 103.64^\circ$$

$$c = \cos^{-1}[\cos 23.92^\circ \cdot \cos 36.07^\circ]$$

$$= \cos^{-1}[0.91411 \times 0.8083] = 42.36^\circ \dots \dots \delta_B$$

球面 3 角形 ABC 에서

$$c = \cos^{-1}[\cos a \cdot \cos b]$$

$$= \cos^{-1}[\cos(127.56^\circ - 110^\circ) \cos 36.07^\circ]$$

$$= \cos^{-1}[0.953 \times 0.8083] = 39.59^\circ \dots \dots \delta_B$$

$$\theta_B = (180^\circ - \zeta_B) / 2 = 70.21^\circ$$

$$\overline{OH} = 6380 \cdot \cos \delta_B = 4916.6\text{km}$$

$$\overline{AH} = 6380 \cdot \sin \delta_B = 4065.9\text{km}$$

$$\overline{AS} = \sqrt{\overline{AH}^2 + (\overline{OS} - \overline{OH})^2}$$

$$= \sqrt{16531543 + 1387815811} = 37474.6\text{km}$$

$$\varphi_B = \sin^{-1}\left[\frac{6380 \cdot \sin \delta_B}{\overline{AS}}\right]$$

$$= \sin^{-1}\left[\frac{6380 \cdot \sin 39.59^\circ}{37474.6}\right] = 6.23^\circ$$

$$\tau_2 = \theta_B - \varphi_B = 70.21^\circ - 6.23^\circ = 63.98^\circ$$

$$\tau_1 = \tau_2 - 90^\circ + \theta_B = 44.19^\circ$$

$$\overline{AD}_1 = 6380 \cdot \tan \delta_B = 5276\text{km}$$

$$\overline{AD}_2 = 6380 \cdot \tan \delta_D = 5817.6\text{km}$$

$$\varphi_2 = 110^\circ - (127.56^\circ - 23.92^\circ) = 6.36^\circ$$

$$\overline{D_1 D_2} = \sqrt{\overline{OD_1}^2 + \overline{OD_2}^2 - 2\overline{OD_1} \cdot \overline{OD_2} \cos \varphi_2}$$

$$= \sqrt{1005884.7} = 1003\text{km}$$

但 $\overline{OD}_1 = 6380 / \cos \delta_B = 8279\text{km}$

$$\overline{OD}_2 = 6380 / \cos \delta_D = 8634\text{km}$$

$$\beta_1 = \cos^{-1}\left[\frac{\overline{AD}_1^2 + \overline{AD}_2^2 - \overline{D_1 D_2}^2}{2\overline{AD}_1 \cdot \overline{AD}_2}\right] = 8.74^\circ$$

$$\frac{x^2}{500} + \frac{y^2}{390} = 1$$

$$x = X_1 \cos 8.74^\circ - Y_1 \sin 8.74^\circ = 0.9884 X_1$$

$$- 0.1520 Y_1$$

$$y = X_1 \sin 8.74^\circ + Y_1 \cos 8.74^\circ = 0.1520 X_1$$

$$+ 0.9884 Y_1$$

$$X_1 = \frac{Z_2}{\sin 44.19^\circ} = 1.4346 Z_2$$

$$\frac{(0.9884 X_1 - 0.1520 Y_1)^2}{500^2} +$$

$$\frac{(0.1520 X_1 + 0.9884 Y_1)^2}{390^2} = 1$$

$$390^2 (0.977 X_1^2 - 2 \times 0.1520 X_1 Y_1 + 0.0231 Y_1^2)$$

$$+ 500^2 (0.0231 X_1^2 + 2 \times 0.1520 X_1 Y_1$$

$$+ 0.9770 Y_1^2) = 3.8025 \times 10^{10}$$

$$154377 X_1^2 + 2 \times 14655 X_1 Y_1 + 247764 Y_1^2$$

$$= 3.8025 \times 10^{10}$$

$$317720 Z_2^2 + 2 \times 21024 X_1 Y_1 + 247764 Y_1^2$$

$$= 3.8025 \times 10^{10}$$

$$A = 317720, B = 247764, H = 21024$$

$$C = -3.8025 \times 10^{10}$$

$$x^2 - (A+B)x + AB - H^2 = 0$$

$$x - 565484x + 7.8277569 \times 10^{10} = 0$$

$$x = 323552 \text{ or } 241932$$

$$\therefore 323552^2 + 241932^2 = 3.8025 \times 10^{10}$$

$$\frac{\xi^2}{343^2} + \frac{\eta^2}{396^2} = 1$$

$$X_1 = 2 \tan^{-1} \frac{396}{AS} = 2 \tan^{-1} \frac{396}{37474.6} = 1.21^\circ$$

$$X_2 = 2 \tan^{-1} \frac{343}{37474.6} = 1.05^\circ$$

$$\rho = \frac{1}{2} \cot^{-1} \frac{A-B}{2H} = \frac{1}{2} \cot^{-1} \frac{69956}{42048} = 15.5^\circ$$

[2] Orientation of major axis ρ'

球面 $\triangle ACE$ 에서 $\angle C = 90^\circ$

$$\begin{aligned} a' &= \tan^{-1}[\tan A \cdot \sin e'] \\ &= \tan^{-1}[\tan(90^\circ - 37^\circ) \cdot \sin 36.07^\circ] \\ &= \tan^{-1} 0.7813 = 38.00^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C' &= \cos^{-1}[\cos a' \cdot \cos e'] \\ &= \cos^{-1}[\cos 38.00^\circ \cdot \cos 36.07^\circ] = 50.44^\circ \\ &\dots\dots\dots \delta_B \end{aligned}$$

球面 $\triangle ABE$ 에서 $\angle A = 90^\circ$

$$\begin{aligned} a &= \cos^{-1}[\cos b \cdot \cos e] \\ &= \cos^{-1}[\cos 50.44^\circ \cdot \cos 39.59^\circ] \\ &= \cos^{-1}[0.6369 \times 0.7706] = 60.61^\circ \end{aligned}$$

$$\delta_B = 39.59^\circ$$

$$\overline{AQ} = 6380 \cdot \tan \delta_B = 7723 \text{ km}$$

$$\overline{AD}_1 = 6380 \cdot \tan \delta_B = 5276 \text{ km}$$

$$\tau_1 = 44.19^\circ$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{6380}{AD_1} = 50.41^\circ$$

$$\overline{AH}_1 = \frac{\overline{AD}_1}{\sin(\tau_1 + \delta_B)} \times \sin \theta_1$$

$$= 5307 \times 0.7706 = 4089.7 \text{ km}$$

$$\rho'' = \tan^{-1} \frac{\overline{AQ}}{\overline{AH}} = \tan^{-1} \frac{7723}{4089.7} = 62.10^\circ$$

$$\rho' = \rho'' - 90 + \rho$$

$$= 62.10^\circ - 90^\circ + 15.5^\circ = -12.4^\circ$$

clockwise 方向으로는

$$-12.4^\circ + 180^\circ = 167.6^\circ$$

앞에 나온 computer에 의한 計算과 比較하면

$$X_1 = 1.24^\circ \dots\dots\dots 1.21^\circ$$

$$X_2 = 1.02^\circ \dots\dots\dots 1.05^\circ$$

$$\rho' = 168^\circ \dots\dots\dots 167.6^\circ$$

僅少한 差가 생기는 것은 地圖上 橢圓 coverage에서 距離와 角度의 推定에서 오는 誤差로 보면 좋을 것 같다.

[5] 結論

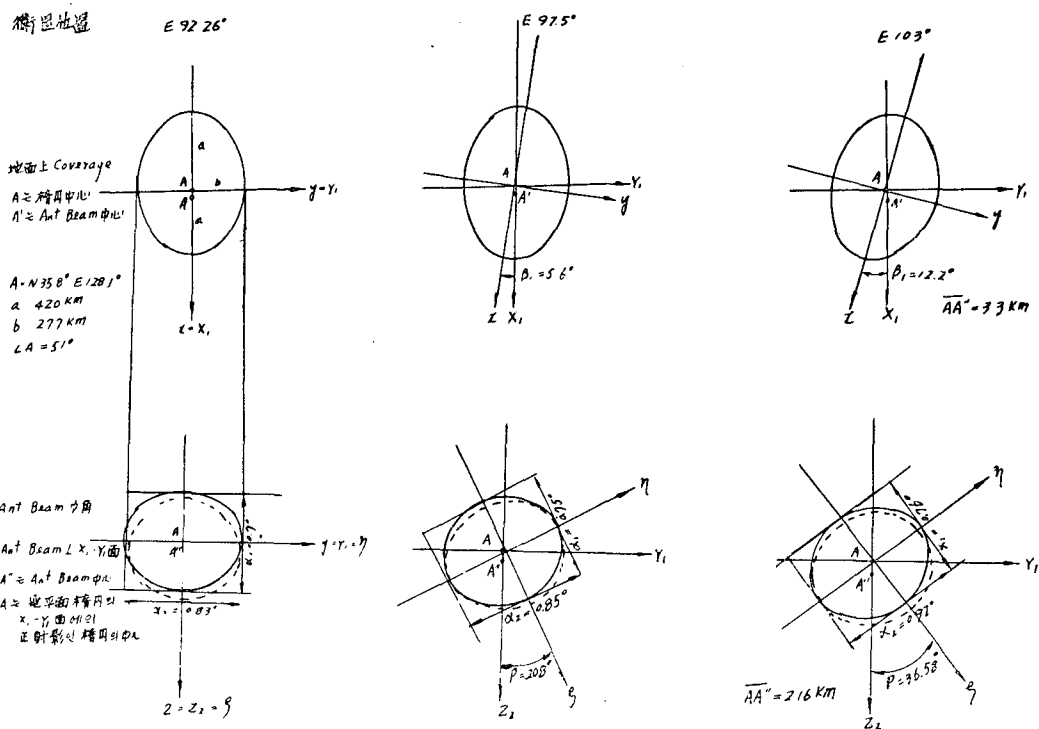
韓國의 境遇 地面上 放送 區域을 第1圖 또는 第20圖과 같이 設定하고 衛星의 位置를 $92.26^\circ E$, $95^\circ E$, $97.5^\circ E$, $103^\circ E$ 및 $110^\circ E$ 로 했을때의 Ant Beam 幅角을 計算하면 表 1 및 第20圖과 같이 된다. 그 어느 것이 적당한가는 다른 側面에서 檢討되어야 한다.

表 1 放送衛星의 Ant. Beam 幅角計算

衛星의 位置	103° E	97.5° E	95° E	92.26° E	110° E
橢圓의 長軸 (km)	420	"	"	"	224.5
(") 短軸 (")	277	"	"	"	166.7
中心의 位置 N	35.80°	"	"	"	36.21°
" E	128.10	"	"	"	127.96
長軸의 傾斜	51°	"	"	"	14.17°
$\frac{\delta_B}{AS}$ (km)	42.73°	45.7°	47.2°	48.89°	39.86°
τ_2	62.05°	60.2°	59.4°	58.35°	63.81°
τ_1	40.69°	37.3°	35.8°	33.9°	43.88°
$\frac{AD_1}{AD_2}$	5893.5	6538	6889.8	7313.5	5327
a'	251	249	245	234	
b'	302	283	278	277	
α_1	0.92	0.85	0.835	0.83	0.54
α_2	0.76	0.75	0.74	0.7	0.45
ρ	36.58°				
ρ'	17.06°				86.28°

即 春分과 秋分 때에 發生하는 衛星의 日蝕發生時刻도 考慮하여야 하며 東徑 110°에는 日本이 放送衛星을 올릴 豫定인 것으로 推測이 되므로 같은 衛星을 使用하는 方法도 있을 것이고, 또 赤道上의 國家에서는 自己 나라 上空에 衛星을 올리는데 어떤 權限을 主張하기도 한다. 또 東徑 100° 近方에는 東南亞 여러나라의 衛星位

放送衛星의 Antenna Beam幅角計算 의한 方法



置도 될 수 있으므로 軌道上 衛星의 密度現象도 考慮되어야 할 것이다.

參 考 文 獻

1. 遠藤泉藝著：放送衛星의 基礎知識 p124
2. NHK : The provisional report of the Computer Calculation made on the basis of the data submitted at the 13th ABU Engineering Committee. Rev, 10, Nov, 1976.
3. IFRB : Circular letter No. 358 World administration Radio Conference Broadcasting Satellite service in the 12GHz Band.