年齡構成에 기인하는 人口增加의 慣性

李　弘　俊*

1. 서　론

현 시점에서의 人口의 性別・年齡別구성은 과거의 출산, 사망에 의한 인구진행과정(demographic prccess)의 잔류효과라고 볼 수 있다.

한편 현재의 인구의 성별・연령별구성은 장래의 인구증가에 잠재적인 영향력을 미치게 된다. 예를 들면 인구의 대부분이 45세 이상으로 구성되어 있다면 출산율은 낮고 사망률은 높아서 인구증가는 더디다. 즉 인구의 연령별구성은 인구증가를 좌우하는 하나의 動的인 要因으로 볼 수 있다.

연령구성이 한 結果인 동시에 하나의 要因이기도 하다는, 이러한 이중적인 성격은 서로 얽히고 복잡한 것이다. 이 논문에서는 둘째 관점, 즉 연령구성을 하나의 동적요인으로 보고, 그것이 인구증가에 미치는 잠재력(potential) 또는 관성(momentum)에 관해서 고찰하고 최근(1970, 1975)의 한국 센서스 결과에 대해서 이를 정량적으로 계측하고자 한다.

2. 이론적 고찰

연령별출산율, 연령별사망률을 고려하여 人口의 時間的 推移, 定常狀態 등을 다루는 것이 人口解析論(population mathematics)의 주요 과제중의 하나이다.

여기서 앞으로 생각하는 인구는 女子人口에 국한하고 딸의 출생과 사망만을 다루기로 한다. 같은 解析方法은 男子人口에 대해서도, 또 出生性比를[1] 일정하다고 봄으로써 全人口에 대해서도 적용시킬 수 있다.

(1) 安定人口

지금 (여자)인구에서 일정한 출산질서(fertility schedule, 연령별 출산율)와 일정한 사망질서

---

* 가톨릭의과대학 통계학교실 교수. 이 논문의 연구는 1977년도 가톨릭중앙의료원 학술연구조성비로 이루어진 것임.

1) 한국(1970—75)에서는 출생성비 1.0654로 추정됨.

(mortality schedule, 연령별사망률)가 지속되는 경우를 생각한다. 이 때 궁극적으로 확정되는 인구증가율, 즉 純粹增加率(intrinsic rate of growth) r은 다음 방정식을 만족한다.

$$\int_{\alpha}^{\beta} e^{-ra} p(a) m(a) da = 1 \tag{1}$$

단 $p(a)$… 출생후 연령 a세까지 생잔하는 확률

$m(a)$…연령 a세인 여자의 출산율

α, β… 가임(可姙)연령의 下限과 上限.

방정식 (1)을 만족하는 근 r은 수 없이 많지만 實根은 하나 뿐이다([1], pp.100—103).

또 일정한 사망질서 $p(a)$와 일정한 출산율 $m(a)$가 지속되면 시초의 연령분포에 관계없이 $p(a)$, $m(a)$에 의해서 一意的으로 정해지는 연령분포를 궁극적으로 갖게 된다. 즉 연령이 a(세)에서 $a+da$ 사이에 있는 인구의 비율을 $c(a)da$라고 하면

$$c(a) = \frac{e^{-ra} p(a)}{\int_{0}^{\omega} e^{-ra} p(a) da} \tag{2}$$

이러한 定狀的 연령분포에 도달하면 인구의 자연증가율은 일정하며 이것이 곧 순수증가율이다. 이와 같은 구조를 갖는 인구를 安定人口(stable population)라고 한다([1], pp.170—173).

(2) 安定等價人口

시각 $t=0$ 및 t에서의 인구의 크기를 각각 P_0, P_t로 나타낸다. 한편 시각 t에서의 인구의 自然增加率 r_t와 純粹增加率 r사이에는 다음 관계가 있다. 즉

$$t \to \infty \text{ 이면 } r_t \to r \tag{3}$$

또 $$P_t = P_0 \cdot \exp\left[\int_{0}^{t} r_t dt\right] \tag{4}$$

r_t의 크기는 출산율과 사망률의 수준 뿐만 아니라 연령분포의 형태에도 의존한다. 이들 두 要因을 분리하기 위하여 r_t를 다음과 같이 나누어 쓰면

$$r_t = r + \rho_t \tag{5}$$

여기에 순수증가율 r은 출산력과 사망력이 r_t에 이바지하는 몫이고 그 나머지인 ρ_t는 연령분포의 형태가 r_t에 기여하는 부분이다[6].

식 (5)를 (4)에 대입하여

$$P_t = P_0 \cdot \exp\left[\int_{0}^{t} \rho_t dt\right] \cdot e^{rt} \tag{6}$$

Keyfitz는 安定等價人口(stable equivalent population)의 크기 Q_0를 다음과 같이 정의하였다[2].

$$Q_0=\lim_{t\to\infty}P_0\cdot\exp\left[\int_0^t\rho_t dt\right] \tag{7}$$

즉 Q_0는 인구증가의 요인으로서 연령구성(연령분포)만을 생각할 때 시초의 인구 P_0가 궁극적으로 도달하는 크기를 나타낸다. 따라서 比 Q_0/P_0는 연령구성에 기인하는 인구의 상대적 증가 또는 감소를 계측하는 것으로서 人口增加의 慣性(momentum of population growth)의 중요한 成分이다[3].

식(6)과 (7)에서

$$P_t\simeq Q_0\,e^{rt} \tag{8}$$

즉 P_t는 漸近的으로 $Q_0\,e^{rt}$와 같다.

(3) 再生產能力函數

연령 x세인 여자의 재생산능력(reproductive value), $v(x)$는 다음과 같이 정의된다.

$$v(x)=\frac{1}{p(x)}\int_x^\beta e^{-r(a-x)}p(a)\,m(a)\,da \tag{9}$$

즉 $v(x)$는 일정한 출산력 $m(a)$와 생잔율 $p(a)$가 지속될 때 연령 x세인 여자가 앞으로 분만할 수 있는 딸의 평균적인 수효(순수증가율 r로써 할인됨)를 나타낸다([1], p.53).

따라서 연령 x(세)에서 $x+dx$사이에 있는 인구수를 $n(x)dx$라고 하면 이 인구 전체의 재생산능력, 즉 全再生產能力(total reproductive value) V는 다음 적분으로 표시된다.

$$V=\int_0^\beta n(x)\,v(x)\,dx \tag{10}$$

한편 安定人口(stable age distribution)에서의 (여자) 1명당의 재생산능력, 즉 安定平均再生產能力(stable mean reproductive value)을 A라고 하면

$$A=\int_0^\beta c(x)\,v(x)\,dx \tag{11}$$

全再生產能力을 安定平均再生產能力으로 나눈 것이 安定等價人口의 크기 Q_0이므로 식(10)과 (11)에서

$$Q_0=\frac{V}{A}=\frac{\int_0^\beta n(x)\,v(x)\,dx}{\int_0^\beta c(x)\,v(x)\,dx} \tag{12}$$

식 (12)에 의하면 안정등가인구의 크기 Q_0는 연령구성 $n(x)$의 변화에 민감하다. 연령별 출산력과 사망력이 고정되었을 때, $v(x)$가 작은 연령층에서 $v(x)$가 보다 큰 연령층으로 인구가 옮겨져서 연령구성이 바뀌면 Q_0가 증가한다. 극단적인 경우로서 모든 인구의 연령이 가임연령의 상한치 β를 넘었으면 Q_0의 값은 0이다. 또 연령구성이 안정연령분포와 같을 때, 즉

$$\frac{n(x)}{P_0}=\frac{n(x)}{\int_0^{\omega} n(x)dx}=c(x)$$

일때 Q_0/P_0의 값은 1이 된다.

3. 실증적 분석

위의 이론적 고찰에서는 연령 x를 連續變數로 생각하고 x의 함수 $p(x)$, $m(x)$가 주어졌을 때 이를 토대로 하여 $v(x)$, Q_0를 解析的으로 표현하였다. 일반적으로 連續型分析(continuous analysis)은 人口現象을 이론적으로 보다 더 깊게 통찰할 수 있는 중요한 수단이다.

그런데 우리가 실제로 이용할 수 있는 統計資料는 簡易生命表와 같이 연령을 5세 간격으로 구분하고 이에 대응하는 함수값은 數表의 형식으로 주어지고 있다. 연령 x를 離散變數로서 다루는 離散型分析(discrete analysis)은 P. H. Leslie에 의해서 行列(matrix)이론이 도입되고 전자계산기의 활용과 결부됨으로써 實證分析에 위력을 발휘하게 되었다[5].

(1) 순수증가율

5세 연령간격인 10×10 推計行列(projection matrix)을 M이라고 한다.

$$M=\begin{pmatrix} B_0 & B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & B_5 & B_6 & B_7 & B_8 & B_9 \\ P_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_8 & 0 \end{pmatrix}$$

여기에 B_i는 기초(期初)에 연령이 $5i$ (세)에서 $5i+5$사이에 있는 여자가 앞으로 5년동안에 출산하여 기말(期末)까지 기르는 딸의 평균적인 수효이다. 또 P_j는 기초에 연령이 $5j$ (세)에서 $5j+5$사이에 있는 여자가 앞으로 5년동안 생잔하는 확률이다[5].

최근 한국 센서스 결과에서 얻은 5세 간격의 연령별출산율(1975)과 간이생명표(1970)에 의하여 B_i와 P_j를 계산한 결과는 표 1과 같다.

행렬 M의 固有方程式은 식 (13)과 같다.

$$\begin{aligned}|M-\lambda I|=\lambda^{10}-0.01372\lambda^{7}-0.19866\lambda^{6}-0.47549\lambda^{5}\\ -0.46712\lambda^{4}-0.25058\lambda^{3}-0.09344\lambda^{2}\\ -0.02091\lambda-0.00149=0\end{aligned} \qquad (13)$$

Table 1. Values of B_i and P_j in the Projection Matrix M for Korean Females (1970—1975).

i,j	B_i	P_j
0	0	0.98835
1	0	0.99498
2	0.01395	0.99441
3	0.20315	0.99174
4	0.49029	0.98983
5	0.48661	0.98802
6	0.26420	0.98560
7	0.09996	0.98207
8	0.02278	0.97621
9	0.00166	

Note

B_i: the number of children born per woman during a 5-year period and still alive at the end of the period for females who are between $5i$ and $5i+5$ years of age at the start of the period.

P_j: the survival ratio for the coming 5 years of women between the ages of $5j$ and $5j+5$ years at the start of the period.

방정식 (13)은 오직 한 개의 양의 固有値 λ_1을 가지며 그 값은 다른 어떤 고유치의 절대값보다도 크다. 이 성질에 유의하여 root-squaring technique[5]을 반복 사용하여 λ_1의 근사값을 구하면

$$\lambda_1 = 1.07666$$

한편 순수증가율 r과 λ_1사이에는

$$\lambda_1 = e^{5r} \quad (5\text{는 연령간격})$$

의 관계가 있다. 즉

$$r = \frac{1}{5} ln\lambda_1 \tag{14}$$

이로 부터 $r=0.01477$을 얻는다.

(2) 安定人口

固有値 λ_1에 대응하는 행렬 M의 固有列벡터를

$$\{K_1\} = \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ \vdots \\ k_{n1} \end{pmatrix}$$

으로 ($n=10$) 하면

$$M\{K_1\}=\lambda_1\{K_1\} \tag{15}$$

$\{K_1\}$이 고유벡터이면 $c\{K_1\}$도 고유벡터이다(c는 임의의 수). 첫째 성분 k_{11}을 $5L_0/\sqrt{\lambda_1}$으로 잡고($5L_0$는 생명표에서 연령 0~5세의 정지인구), 다시 c를 조절하여 각 성분의 합이 1이 되는 고유벡터를

$$\{K\}=\begin{pmatrix}k_1\\k_2\\\vdots\\k_n\end{pmatrix}$$

라고 하자. 그러면 고유벡터 $\{K\}$의 성분은 (5세 간격의) 安定人口年齡分布를 나타낸다([1] pp.49—51).

한국(1970—75) 여자인구의 안정연령분포를 5세간격으로 구하면 표 2 (네째 칸)와 같다. 그림 1은 實測人口(1970, 1975)와 安定人口의 相對累積度數分布(ogive)를 5세 간격으로 나타낸 것이다. 實測人口의 年齡構成이 安定人口의 年齡構成과 차이가 있다는 것은 그 時點에서 人口增加의 慣性이 변화하고 있다는 증거이다.

Table 2. Observed Population, Stable Age Distribution, and Reproductive Value by 5-Years Age Group; Korean Females (1970—1975).

Age x	Observed Population, $\{K_0\}/1,000$		Stable Age Distribution $\{K\}$	Reproductive Value $[H]$
	1970	1975		
0—4	2,087	2,168	0.1118	1.0910
5—9	2,183	2,159	0.1026	1.1885
10—14	2,119	2,211	0.0948	1.2861
15—19	1,515	2,094	0.0876	1.3772
20—24	1,225	1,504	0.0807	1.2716
25—29	1,108	1,245	0.0742	0.8427
30—34	1,084	1,109	0.0681	0.3810
35—39	939	1,086	0.0623	0.1237
40—44	771	933	0.0612	0.0246
45—49	656	748	0.0555	0.0017

Note; See the text for explanation of A and V.

1) Reproductive value per person in the stable age distribution $A=[H]\{K\}=0.6867$

2) Total reproductive value $V=[H]\{K_0\}$

1970; $V=12,716$ (thousands)

1975; $V=14,201$ (thousands)

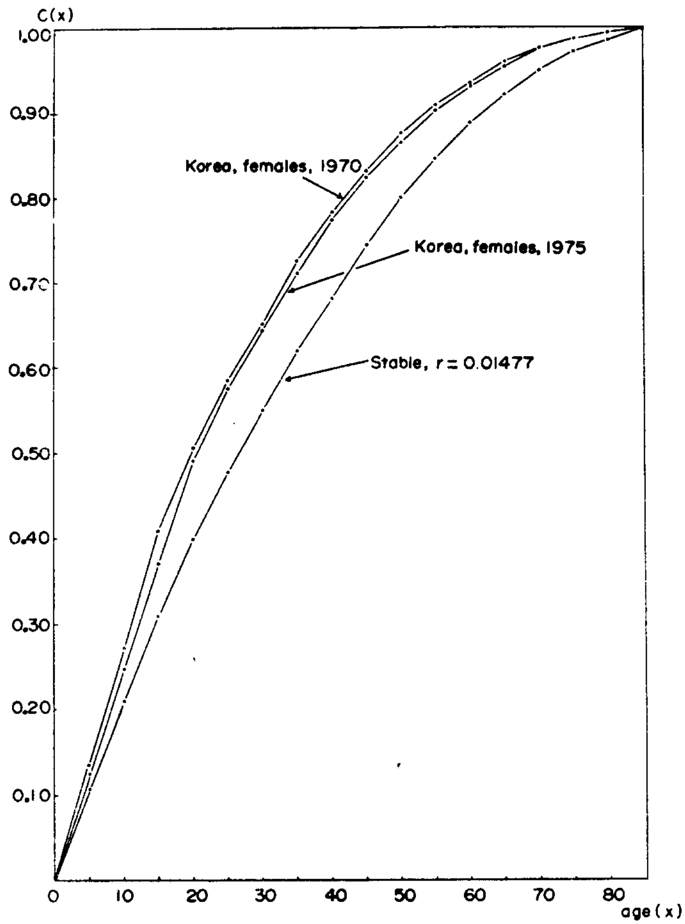

Fig 1. Ogives of the Age Distribution of Korean Females (1970, 1975), Compared with the Stable Population (r=0.01477)

(3) 再生産能力

한편 고유치 λ_1에 대응하는 행렬 $\boldsymbol{M}$의 固有行벡터를

$$[\boldsymbol{H}_1]=(h_{11}, h_{12}, \cdots, h_{1n})$$

으로(n=10) 하면

$$[\boldsymbol{H}_1]\boldsymbol{M}=\lambda_1[\boldsymbol{H}_1] \tag{16}$$

$[\boldsymbol{H}_1]$이 고유벡터이면 $c[\boldsymbol{H}_1]$도 고유벡터이다(c는 임의의 수). 생명표에서의 基數(radix)를 l_0, 0~5세의 정지인구를 $5L_0$로 할 때 첫째 성분 $h_{11}=l_0\sqrt{\lambda_1}/5L_0$로 잡은 고유벡터를

$[\boldsymbol{H}] = (h_1, h_2, \cdots, h_n)$

으로 한다. 이 때 성분 h_k는 연령이 $5k-5$에서 $5k$사이에 있는 여자의 재생산능력을 나타낸다([1], pp.52~53).

한국(1970—75)여자 인구의 연령별 재생산능력을 5세간격으로 구하면 표 2 (다섯째 칸)와 같고 이것을 圖示한 것이 그림 2이다.

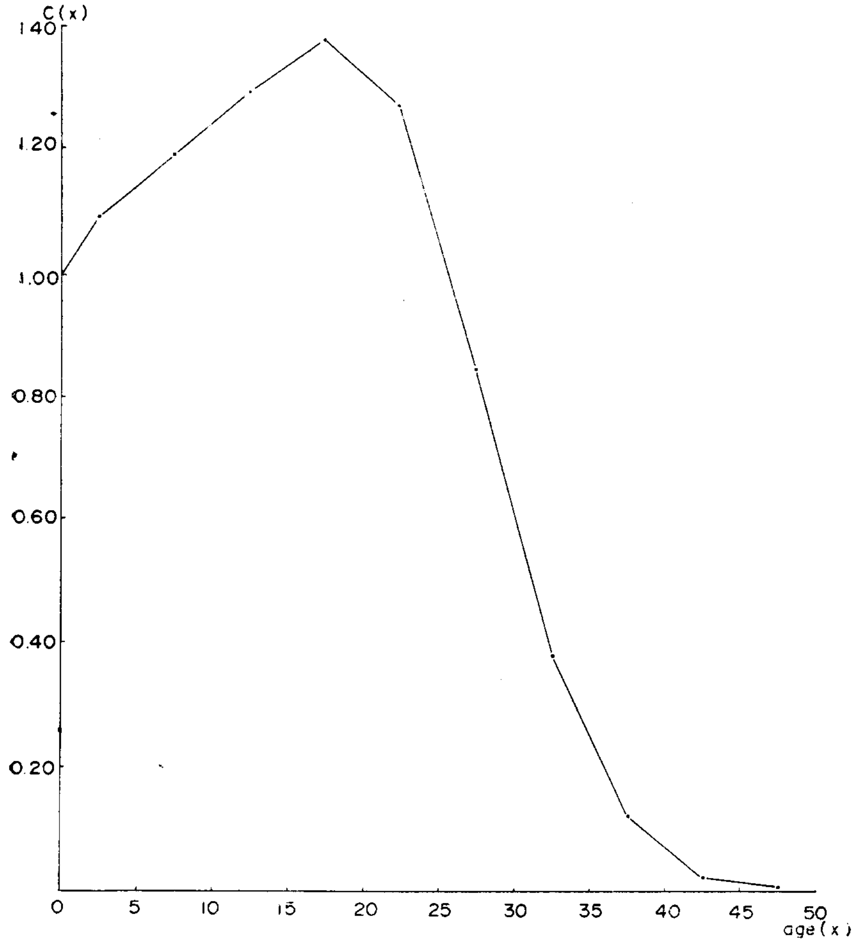

Fig 2. Reproductive Function for Korean Females (1970—1975)

(4) 安定等價人口의 크기

어떤 시점에서 5세간격의 연령별 인구수를 나타내는 列벡터(표 2의둘째, 셋째칸)를 $\{K_0\}$라고 하면 全人口가 갖는 재생산능력, 즉 全再生産能力(total reproductive value) V는 벡터

$[\boldsymbol{H}]$와 $\{\boldsymbol{K}_0\}$의 內積으로 표시된다(표 2의 脚註(2)).

즉 $V=[\boldsymbol{H}]\{\boldsymbol{K}_0\}$ (17)

한편 安定人口에서의 平均再生産能力 A는 벡터 $[\boldsymbol{H}]$와 벡터 $\{\boldsymbol{K}\}$의 內積으로 표시된다(표 2의 脚註(1)).

즉 $A=[\boldsymbol{H}]\{\boldsymbol{K}\}$ (18)

식 (17)과 (18)에 의해서 V와 A를 구하면 安定等價人口의 크기 $Q_0=V/A$를 구할 수 있다. 표 3은 한국(1970, 1975)여자의 실측 인구 P_0와 安定等價人口 Q_0를 비교한 것이다.

Table 3. Comparison of the Size of the Observed Population with the Size of the Stable Equivalent Population: Korean Females (1970—1975).

Year	Total Population Size (thousands).		Q_0-P_0 (thousands)	Q_0/P_0
	Observed Population P_0	Stable Equivalent Q_0		
1970	15, 656	18, 518	2, 862	1. 183
1975	17, 515	20, 680	3, 165	1. 181

예를 들어 1975년도에 관해서 말하면 현재의 출산력과 사망률이 지속될 때 年齡構成에 기인하여 궁극적으로는 약 316만명(여자)이 늘게 되는데 이것은 18.1%의 증가이다. 이러한 人口慣性은 實測人口의 年齡別構成과 安定人口의 年齡別構成을 비교함으로써 쉽게 이해할 수 있다. 실측인구의 연령계급별 구성비율(표 2에서 계산)을 안정인구의 구성비율과 비교한 바 24세 이하의(再生産能力이 큰) 모든 연령층에서는 실측인구의 구성비율이 높고, 25세 이상의(再生産能力이 작은) 모든 연령층에서는 실측인구의 구성비율이 낮다. 예를 들면 再生産能力이 最大인 연령층 15∼19세의 구성비율은 安定人口에서는 8.76%, 실측인구(1975)에서는 11.96%이다. 한편 Q_0/P_0의 값에 1970년도와 1975년도 사이에 큰 차가 없으리라는 것은 그림 1에서 두 실측인구의 상대누적도수분포(ogive)가 비슷하다는 점에서 짐작할 수 있다.

參 考 文 獻

[1] Keyfitz, Nathan, *Introduction to the Mathematics of Population*, Reading, Mass.: Addison-Wesley Publishing Company, 1968.

[2] Keyfitz, Nathan, "Age Distribution and the Stable Equivalent," *Demography*, Vol. 6(1969), pp. 261—269.

[3] Keyfitz, Nathan, "On the Momentum of Population Growth," *Demography*,

Vol. 8(1971), pp. 71–80.

(4) Leslie, P. H., "On the Use of Matrices in Certain Population Mathematics," *Biometrika*, Vol. 33(1945). pp. 183–212.

(5) Espenshade, Thomas J. and Chan, C. Y. "Compensating Changes in Fertility and Mortality," *Demography*, Vol. 13, No. 3(1976). pp. 357–368.

(6) Espenshade, Thomas J. and Campbell, Gregory, "The Stable Equivalent Population, Age Composition, and Fisher's Reproductive Value Function," *Demography*, Vol. 14, No. 1(1977), pp. 77–86.

〈ABSTRACT〉

Population Momentum from the Contribution of Age Composition

Hong Joon Rhee*

The present age-sex composition of the population is greatly influenced by the fertility and mortality of the past and may be said to be in part a residue of past demographic processes. On the other hand, the age-sex composition of the population at a given instant has a substantial influence on the capacity or potential for population growth in future years.

This twofold relationship, wherein demographic composition is simultaneously an effect and a cause, is quite intricate. In this paper, the author concentrate on the second point of view and study age composition as an active factor of the population growth.

The purpose of this study is (a) to summarize the total prospective contribution of age composition to the growth of the present population, if fertility and mortality rates are held constant at their current levels, by the continuous analysis, and(b) to gauge it for Korean females (1970—75) by the discrete analysis.

* Professor of Biostatistics, Catholic Medical College, Seoul. This research was supported by the Catholic Medical Center Research Fund in 1977.