

<資料>

河川의 弯曲流에 關한 理論的 考察

(Fundamental Theory of flow of water in bends of open channel)

崔 漢 圭
(Choi, Han Kuy)

1. 머릿말

流域의 都市化와 經濟的 발전으로 重要河川에 있어서 과거에는 土砂 排出이 많은 河川만이 연구되었다가 이제에는 특히 粒徑이 작은 河床材料를 가지는 河川에서는 弯曲部의 低水法線이란 高水法線의 形상이 弯曲部와 거기에 접하는 下流의 河道와 河川構造物에 큰 영향을 주며 粒徑이 비교적 작은 河川의 弯曲部에서도 高水流量을 가능한 한 대량으로 흐르도록 하는데 필요한 低水法線形과 低水路의 配置計劃은 오늘날에는 큰 관심사가 되어 있다. 이들 문제는 河川 弯曲部에 있어서의 護岸의 고질적인被害 高水堤防의 安全性 등 문제와 함께 河道安定 計劃에 있어서⁹⁾ 중요하다고 생각된다. 自然河川 弯曲部의 흐름은 遠心力의 영향에 의한 橫斷水面傾斜이며⁹⁾ 內外岸의 水位差와 연직선상의 流速分布에 의한 遠心力의 차이로 부터 생기는 2次流이다¹⁰⁾ 弯曲部內의 흐름은主流成分 2次流成分 및 경계의 영향을 받는 흐름이 서로 혼합될 때 더우기 上下流直線部의 흐름과 서로 간섭하기 때문에 매우 복잡하다. 흐름의 1次元 해석법이 최근 눈부신 발전에 비하여 弯曲流의 해석은 3次元性이기 때문에 测定技術도 어렵고 理論的 전개가 어려웠다. 오늘날 Rozovskii¹¹⁾와 Ben-Chie Yen 村本¹²⁾岸¹³⁾ 등의 연구와 實驗手法의 개량에 의하여 弯曲部의 흐름도 설명할 수 있게 되었다. 여기서는 河川을 대상으로 하기 때문에 취급하는 흐름은 모두 開水路의 常流로 한다.

2. 弯曲流의 理論

弯曲部 흐름의 基礎方程式은 Navierstokes의 方程式을 圓柱座標에 변환시킨 것이다. 물론 그대로는 정확한 해석을 구하기 어렵기 때문에 주로 해석의 목적과 정도에 따라서 미소항의 무시가 정동으로 간략하게 만

든다. 예를 들면 粘性項을 무시하기도 하고 自由渦 流速分布를 가정하기도 한다. Rozovskii는 水深 h 와 曲率半徑 r 의 比 h/r 가 작은 즉 水幅路이 넓은 開水路 弯曲部의 定常流의 運動方程式을 취급했다¹⁴⁾. [그림-1]의 座標軸과 流速成分을 이용하면 基礎方程式은 다음과 같다.

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -g I_r + \frac{\partial}{\partial z} (V\tau \frac{\partial u}{\partial z}) \quad \dots(1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = g I_\theta + \frac{\partial}{\partial z} (V\tau \frac{\partial v}{\partial z}) \quad \dots(2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots(3)$$

$$I_r = \frac{\partial h}{\partial r} \quad \dots(4)$$

$$I_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad \dots(5)$$

I_r 은 橫斷水面의 傾斜

I_θ 는 縱斷水面의 傾斜

$V\tau$ 는 渦動粘性係數

g 는 중력加速度

[그림-1]

u, v, w 는 r, θ, z 축의 流速成分 특히 v 는主流成分이고 u 와 w 는 2次流成分이다. 과거의 해석에서는 2次流의 完全發達域 즉 θ 에 관한 편미분의 항을 0 (等流상태)으로 취급하는 일이 많았다. 이것은 방정식의 항을 1개 소거할 수 있어서 좋지만 이 領域의 흐름을 파악하는 것이 弯曲流의 特性을 설명하는데 있어서⁴⁾ 중요한 요점이 되기 때문에 무시할 수가 없다고 생각한다.

3. 2次流의 發生發達과 領域區分

弯曲部의 흐름에 [그림-1]과 같은 圓柱座標軸을 취하면 渦度成分(回轉角速度)은 다음과 같이 나타낸다.

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \eta &= \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r} \\ \zeta &= \frac{1}{r} \frac{\partial(vr)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

여기에서 u, v, w 는 각각 r, θ, z 방향의 流速成分이고 ξ, η, ζ 은 각각 r, θ, z 축 둘레의 涡度成分이다. 그런데 흐름이 非回轉運動이면 위의 ξ, η, ζ 은 각각 0이나 일반적으로 流速分布가 존재하기 때문에 0이 안되고 률속에 있는 어떤 점의 水粒子는 임의의 축의 둘레를 回轉運動하고 있다. 그런데 Helmholtz⁸⁾에 의하면 理想流體에 관한 Euler의 方程식에 회전을 나타내고 2개의 가정 즉 ①速度 Potential을 가지는 ②非壓縮性流體의 가정을 이용하여 定常流에 있어서 vector 형식을 쓰면

$$(V \cdot V) \Omega - (\Omega \cdot V) V = 0, \quad r_0 + V = \Omega \quad (7)$$

여기서 V 는 流速成分(u, v, w)의 vector의 표시이고 Ω 는 涡度成分(ξ, η, ζ)의 Vector의 표시이다. (7)式의 해석은 Euler의 運動方程式을 만족시키고 있으며 2次流의 發生域은 直線部에서 弯曲部로 들어가는 부근일 것이므로 이 領域에서는 流速과 涡度의 成分가 直線部과 부터의 미소변화이고 다음과 같다.

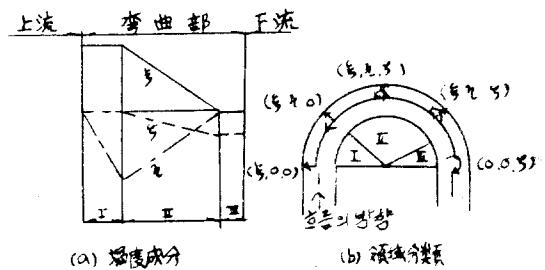
$$\left. \begin{aligned} \mu &= \mu_1 \quad v = v(r) + v_1 \quad w = w_1 \\ \xi &= \xi_1 \quad \eta = \eta_1 \quad \zeta = \zeta_1 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(7)式에 (8)式을 대입하고 2차이상의 미소항을 무시하면 弯曲部流入點 부근에서 생기는 自由渦의 관계는 (r 방향의 比Energy가 일정)

$$vr = c \quad c = \text{const} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial \theta} = -2\xi_1 \quad (10)$$

(10)式에서는 ξ_1 을 弯曲部의 直線部의 涡度成分 ξ 에서 치환하고 있으며 이식은 ξ 가 0이 아닐 때에는 2次流成分의 涡度 η_1 은 θ 에 비례하여 증가하는 것을 나타낸다. 즉 直線部의 涡度成分 ξ 가 회전을 받아서 2次流成分 η_1 으로 변형하는 것이다. 더욱 흐름의 모양으로 부터 구체적으로 설명하면 弯曲部에 들어가서 水粒子에 遠心力가 작용하기 시작하며 v 는 저층으로부터 표층의 쪽이 크고 遠心力의 크기는 속도의 제곱에 비례하기 때문에 흐름의 최작단면 내에서 η 가 나타나는 것이다. (10)式에 의하면 이 η 은 θ 와 함께 증가하는 성질을 가지고 있으며 180°弯曲部의 實驗水路에 있어서 연직방향 流速成分 w 를 무시하고 水路중앙부근 단면의 涡度分布를 살펴하여 그것을 모형적으로 나타낸 것이 [그림-2]이다. 이 그림으로 부터 $\theta=60^\circ$ 부근까지 η 成分이 증가하는 (6)式의 경향이 나타나는



[그림-2]

사실을 알수있고 ξ, ζ 成分의 변화도 알수있으며 2次流에 관한 弯曲流의 遷移的인 흐름에 3개의 領域區分을 나타내면

領域 I : 發生域

領域 II : 發達域

領域 III : 完全發達域

또한 [그림-2]의 각 領域에서의 흐름의 운동상태는 發生域은 上流 直線部의 흐름의 성질을 유지하면서 ($\xi = \xi_1 = \text{const}$) 단면 전체의 回轉角速度가 점차 증가한다. 즉, 흐름의 상층부는 外岸向으로 하층부는 內岸向으로 움직이고 전체로서 θ 축 둘레의 회전운동과 같은 流況이다. 그런데 상류 直線部의 流速에 대수유속 분포를 가정하면 $\xi_1 = -\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{V_*}{kz} \quad (11)$

여기서 V_* 는 마찰속도

$$k=0.4$$

z 는 河床에서의 높이

이때主流成分은 같은 모양의 流速에서 부터 內岸의 流速이 점차 증가하는 自由渦의 流速分布의 領域이다. 發達域에서는 直線部의 흐름의 성질을 차차 잃어버리면서 (ξ 가 감소) 發生域에서 차란 θ 축 둘레의 涡度成分도 줄어든다. 그리고 새로이 θ 축 둘레의 涡度成分 ζ 가 나타난다. 즉主流의 흐름은 최대유속이 內岸에서 外岸측으로 이동해 가며 完全發達域은 z 축 둘레의 涡度成分 즉 r 방향의 流速의 변화만이 뚜렷한 領域이다.

4. 弯曲流의 性質

가. 流速分布

渦度成分으로 본 2次流의 發生 및 發達 과정으로 부터 弯曲部에 있어서 流速의 变화과정을 추정할수있다.主流流速의 橫斷分布를 사용하고 있는 간편식⁹⁾에 따라서 $v = kr^n \quad (12)$

[그림-2]에 나타나는 2次流의 發生域에서는 $\zeta = 0$ 이

기 때문에 (6)式에 의하여 $v \cdot r = \text{const}$ 따라서 (12)式에서 $n = -1$ 이 되며 같은 방법으로 完全發達域에서는 $\zeta = \text{const}$ 이므로 $n = 1$ 로 된다. 전자를 自由渦, 후자를 強制渦라 부르며 이미 (9)式에서 自由渦의 流速分布를 사용하고 있으며 더욱기 發達域에서는 양자의 중간 형태가 나타나는 것이 예상된다.

나. 水面形

橫斷水面의 傾斜는 (1)式에 의하여 다음과 같다.

$$gIr = \frac{v^2}{r} \quad \dots \dots \dots (13)$$

이것에 의하여 Ir 은 z 와 관계가 없으며 따라서 (13)式은 다음의 두 가지 경우에만 성립된다. 즉 $r = \infty$ 의 直線流($Ir = 0$) 및 연직선상에서의 流速分布가 같은 모양일 때이다. 그런데 실제의 흐름에서는 연직상의 어떤 점에서 최대 水底에서 최소이기 때문에 (13)式은 어떤 流速의 크기에 대해서만 성립된다. 그러므로 일반적으로 平均流速으로 나타내므로 補正係數 α 를 사용하여 Ir 은 다음과 같다⁵⁾. $Ir = \frac{\partial h}{\partial r} = \alpha \frac{v^2}{gr}$(14)

$$\alpha = \int_A \left(\frac{v}{V} \right)^3 \frac{dA}{A}, \quad V = \frac{1}{A} \int_v^h v dz \quad \dots \dots \dots (15)$$

여기서 A 는 단위폭의 면적

V 는 연직선상의 平均流速

α 는 Energy 補正係數

主流 流速成分 V 의 橫斷分布를 알기만 하면 (14)에 의하여 橫斷水面의 傾斜도 구할 수 있고 또 그 경우 r 에 대하여 적분하면 橫斷水面形의 方程식도 구할 수 있다. 이것을 종합하면 다음과 같다. 流速分布가 自由渦인 경우에는 $\alpha \approx 1$ 로서

$$V = k_1 r^{-1}, \quad Ir_1 = \frac{k_1^2}{gr^3} \quad \dots \dots \dots (16)$$

$$h_i = h_i + \frac{k_1^2}{2g} \left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_o^2} \right) \quad \dots \dots \dots$$

$$\Delta h_i = \frac{k_1^2}{2g} \left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_o^2} \right) \quad \dots \dots \dots$$

여기서 r_i, r_o 는 内, 外岸의 曲率半徑

h_i 는 内岸에서의 水深

Δh_i 는 内, 外岸에서의 水深差

이상과 같이 強制渦인 경우에는

$$\left. \begin{aligned} V &= k_2 r, \quad Ir_2 = -\frac{k_2^2 \cdot r}{g} \\ h_2 &= h_i + \frac{k_2^2}{2g} (r_o^2 - r_i^2) \\ \Delta h_2 &= \frac{k_2^2}{2g} (r_o^2 - r_i^2) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (17)$$

Ippen 과 Drinker는 彎曲部의 比Energy 를

$$\frac{1}{B} \int_{r_i}^{r_o} \left(\frac{V^2}{2g} + h \right) dr = \frac{V_m^2}{2g} + h_m \quad \dots \dots \dots (18)$$

로 가정하였으며⁵⁾ 여기에 V_m, h_m 은 각자 橫斷面內의 平均流速(主流成分) 및 平均水深이다. 그러면 앞에서 말한 定數係數 k_1, k_2 를 결정할 수 있다. 그 결과

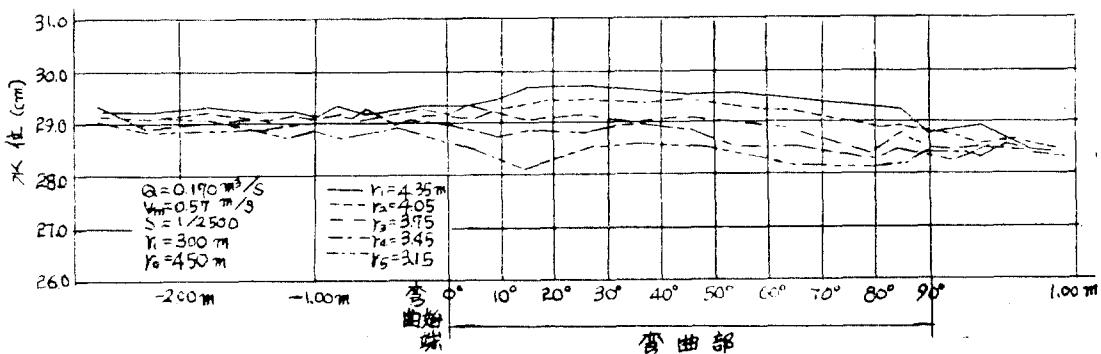
$$\left. \begin{aligned} k_1^2 &= V_m^2 \left(r_c^2 - \frac{B^2}{4} \right) \\ k_2^2 &= V_m^2 \left(\frac{1}{r_c^2 - \frac{B^2}{12}} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (19)$$

여기서 r_c 는 水路中心線의 曲率半徑

B 는 수로폭

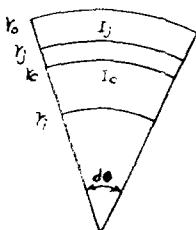
이와같은 방법으로서 계산을 해보면 (r_c/B) 가 3보다 큰 경우에는 自由渦 強制渦의 각자의 가정에 의한 차는 보이지 않게되고 實驗水路의 水面形에 비교적 잘 맞는 결과가 얻어진다. 그런데 自然河川에서는 内岸측은 土砂가 모여져서 얕고 外岸측은 깊게 파여져 있는 경우가 많으므로⁶⁾ 위와 같은 계산을 그대로 自然河川에 적용할때는 주의가 필요하다. [그림-3]은 $r_c = 3.75m, B = 1.5m$ 의 90°彎曲水路의 $Q = 0.170m^3/s, h_m = 0.20m, V_m = 0.57m/s$ 및 $s = 0.0004, r = \text{const}$ 일 때 측정한 縱斷水面形이다.

彎曲部內의 縱斷水面形은 [그림-3]으로 부터 直線部에서 彎曲部에 들어가면 外岸측에서는 水位가 상승



[그림-3] 彎曲部의 水面縱斷形狀

하고 内岸측에서는 水位가 하강하여 그 변화는 매우 크다. 그리고 15° 뒤면 부근에서 外岸측은 상승이 끝나고 内岸측에서는 하강이 끝나서 橫斷水面 傾斜는 평형 상태로 되며 弯曲부에서 直線부로 나올 때는 전혀 반대의 경향으로水面이 변화하고 直線부에 들어가면 곧 橫斷水面 傾斜가 0의 흐름으로 보이는 것 같다. 이것이 2개의 弯曲부에 접속한 複弯曲水路에서는 위에서 말한 현상이 번갈아 생기고 접속점 부근에서 内岸과 外岸의 水位가 역전하는 일이 편찮된다. $r_4=3.45m$ $r_5=3.15m$ 를 받는 水位縱斷形은 $\theta=15^\circ$ 부근에서 재차 水位상승이 있는데 이것은 흐름의 separation 때문이다. 또한 θ 의 $0\sim15^\circ$ 및 $80\sim90^\circ$ 의 범위를 제외하면 弯曲부內의 縱斷水面 傾斜는 거의 일정하다고 생각되여진다. 이것은 $r_c/B=3.75/1.5=2.5$ 의 水路에 있어서 自由渦 및 強制渦의 각각의 가정에 의한 橫斷水面形 계산



[그림-4]

다. 次流 成分

과거에는 주로 基礎式으로써 달한 (1)~(3)式을 간단화하여 2次流成分 μ 를 구하였다. 그 대부분은 $\frac{\partial}{\partial \theta}$ 의 항이 무시되는 完全發達域에 한정되어 있으며 그외에는 약간 發生域 및 發生域의 한계에 있어서의 2次流成分을 渦度의 면에서 취급하고 있는 예가 있다. 더욱이 이와 같은 해석은 水路 중앙부에 국한되어 있으며 측벽의 효과를 강하게 받는 領域은 제외되어 있다. 그러므로 弯曲部 水路 중앙부근의 亂流상태의 2次流分布에 있어서의 해석은 다음과 같다.

(1)式에서 좌변의 3개의 항을 무시하면

$$-\frac{v^2}{r} + gIr = \frac{\partial}{\partial z} (V\tau \frac{\partial u}{\partial z}) \quad (21)$$

$z=h\eta$ ($0 \leq \eta \leq 1$)라고 하면

$$-\frac{v^2}{r} + gIr = \frac{1}{h^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} (V\tau \frac{\partial u}{\partial \eta}) \quad (22)$$

한번 적분하면

$$V\tau \cdot \frac{\partial u}{\partial \eta} = h^2 \int (gIr - \frac{v^2}{r}) d\eta$$

I_r 로서 (14)式을 사용하면

$$\alpha = 1 + V^2/k^2c^2$$
 으로 가정하여

$$V\tau \cdot \frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{h^2}{r} \int (\alpha V^2 - v^2) d\eta \quad (23)$$

v_r 및 v 로서 直線流의 對數流速分布축으로 부터 얻어지는 관계는

$$\left. \begin{aligned} v_r &= khV \frac{\sqrt{g}}{c} \eta(1-\eta) \\ v &= V \left[1 + \frac{\sqrt{g}}{kc} (1 + 1_r \eta) \right] \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

경계조건으로서 $\eta=1$ (水面)에 있어서

$$v_r \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad \int_0^1 u dz = 0 \quad (25)$$

여기에 $k=0.5$, c 는 cezy의 계수, V 는 r 의 위축에 있어서의 平均流速

이상의 조건 밑에서 (23)式을 적분하면

$$\mu = \frac{V}{k^2} \cdot \frac{h}{r} \left[\int \frac{2I_r \eta}{\eta-1} d\eta - \frac{\sqrt{g}}{kc} \int \frac{I_r^2 \eta}{\eta-1} d\eta \right] \quad (26)$$

라. 弯曲流의 流況

弯曲流에서 separation의 현상은 실험실에서는 자주 볼 수 있는 것이다. 曲率半徑이 큰 弯曲부에서는 弯曲 内外岸의 2개소에서 separation이 나타난다³⁾. 그런데 separation은 측벽부근의 流速이 느린 장소의 壓力傾斜에 저항할 수 없게 되여져서 $(\partial v / \partial r)r=r_i$ 또는 $r=r_0=0$ 이 되고 결국主流에서 생기게 된다. 弯曲外岸의 separation은 流量이 커지면 없어지는 것이 보통이므로 문제가 안되지만 内岸측의 separation은 아주 없어지지 않기 때문에 곤란하다. 이 발생은 [그림-3]에 보여지는 바와 같이 内岸부근의 급격한 水位상승領域에서 나타나는 것 같다. 그리고 이의 領域의 흐름에 가속도를 줄파 동시에主流를 外岸측에 얹기로 밀어준다.

이 内岸측의 separation은 실험실에서는 잘 보이지만 自然河川에서는 모형실험을 통해서 약간 보이는 것 같다.

즉 separation은 弯曲부의 法線 형상에 관련이 깊고 河道掘鑿計劃에 관해서의 法線計劃에는 중요한 역할을 나타낸다.

弯曲流의 유체의 각 水深 위치에 있어서 流向에 판하여 설명하면 다음과 같다. 弯曲流의 나선 운동(spiral motion)의 특성의 하나는 각 水深 위치에서의 流向이 底面부근에서는 内岸向 平均流速 부근에서는 접선방향 및 水表面 근처에서는 外岸向으로 되어 있다. 구체적으로 어떠한 流向을 가지는가를 생각해 보면 (24)와

(25)式으로 부터 水深 $\eta=\frac{z}{h}$ 에 있어서의 流向은

$$\frac{u}{v} = \frac{1}{k^2} \frac{h}{r} \left[\int \frac{2I_r \eta}{\eta-1} d\eta - \frac{\sqrt{g}}{kc} \int \frac{I_r^2 \eta}{\eta-1} d\eta \right] \left[1 + \frac{\sqrt{g}}{kc} (1 + 1_r \eta) \right] \quad (27)$$

水面에 있어서 流向을 접선방향에 대하는 각도로 나타내면

