

<廢棄의 流體力學講座(I)>

自然河川에서의 縱擴散

Logitudinal Dispersion in Natural Stream

尹 泰 勳
Yoon, Tae Hoon

차 례

- | | |
|------------------------------|-----------------|
| 1. 序 言 | 3-1 橫混合 |
| 2. 數學的 模型 | 3-2 鉛直混合 |
| 2-1 三次元 移送擴散式 | 4. 縱擴散 |
| 2-2 Fickian式 | 4-1 擴散時間尺度 |
| 2-3 連續移動에 의한 擴散—
Taylor理論 | 4-2 擴散係數 |
| 3. 開水路에서 亂流混合 | 4-3 水路의 不均一과 灣曲 |
| | 4-4 重疊原理의 適用 |

1. 序 言

自然河川이나 湖水的 機能中の 하나는 廢水 및 廢熱의 受容 및 處理인바 人口의 膨脹과 産業化로 인하여 廢水의 受容處理 能力이 弱화됐을 뿐 아니라 地表水의 水資源으로서 機能이 弱화 내지는 무기력하게 되었다. 특히 인구가 過密되고 産業화된 지역에는 종래에 解決方法이었던 稀釋이 限度를 넘어 박테리아나 有害한 物質의 含量이 許容限度를 초과한다. 만약 稀釋이 汚染의 解決策이 되지 못하는 경우 河川에서 自然混合에 대한 研究가 提高된다.

自然河川에서 亂流와 流速分布로 인한 自然混合은 河川生態學에서 중요한 役割을 한다. 河川에 廢棄된 汚染物雲은 亂流의 質量移動(mass transfer)에 의하여 橫 및 鉛直方向으로 퍼지고 동시에 斷面 各地點의 상이한 流速으로 인하여 縱方向으로 또 伸張된다. 이러한 미케니즘으로 自然混合이 汚染物을 移送, 擴散 및 淨化하는 率과 程度 즉 時間과 空間의 汚染의 範圍와 程度에 관한 知識을 查得하므로써 汚染의 管理와 流制에 대한 基準과 手段을 賦與하며 汚染物을 放流하는 放流構造의 設計에 根幹이 되는 情報를 提供한다.

豫期치 않는 사고로 인한 流槽船이나 油田으로 부터 漏油(oil slick) 또는 偶發의 有害한 物質이 河川에 廢棄되는바 이의 한 예로 1969年 Rhine江에 廢棄된 chemical thiodane으로 185mile의 河川區間에 걸쳐 約4000

萬 마리의 고기가 죽은 일이 일어난 바 있다. 이러한 部類의 問題가 發生할 경우 縱擴散에 관한 多年間 遂行되어온 現地, 實驗室 및 解析的 研究의 結果가 있으므로서 下流 어느 地點에서, 언제부터, 얼마동안 取水를 중단해야 하는 取水에 관한 時期, 期間, 地點 등을 豫測하는 것이 가능하게 된다.

本 講座의 目的은 河川의 混合問題 넓게는 河川生態學의 問題점에 必要한 知識에 入門을 제공하고자 함이다 三次元數學的模型으로 부터 橫, 鉛直 및 縱混合問題 그리고 數學的으로 다룰 수 있는 縱擴散模型으로 展開하여 尙금 可能한 河川混合의 豫測에 關하여 再考된다 廢棄되는 汚染物과 受容水의 密度와 溫度가 다르고 化學的反應으로 汚染物의 生成 및 減小의 경우가 허다하나 本 編에서는 汚染物과 受容水間의 諸性質이 같고 化學的反應이 없는 경우로 限定하고 그 以外的 경우는 계속되는 本 講座의 Ⅱ編에서 다루기로 한다.

2. 數學的模型

2-1 三次元移送擴散式

Diffusion과 Dispersion이 同意語로도 사용되나 결코 그 意味가 같지 않다. Diffusion은 Molecular diffusion과 Turbulent diffusion과 같이 分子運動이나 亂流質量移動(turbulent mass transfer)에 의한 퍼짐을 의미하고 Dispersion은 흐름斷面에서 流速의 變化 즉 移送(conv-
ection)에 의하여 縱方向으로 일어난 伸張으로 인한 퍼짐과 亂流質量移動에 의하여 단면의 橫 및 鉛直方向

으로 퍼짐을 總括하여 의미한다. 여기서는 이들을 區別하기 위하여 Diffusion을 擴散으로 Dispersion을 移送擴散으로 表記한다. 그러나 Longitudinal diffusion이 사용되지 않는점을 고려하여 혼돈이 없을 경우 Longitudinal dispersion의 경우 단순히 縱擴散이라 表記한다.

따라서 擴散은 운동이 없는 상태에서 일어난다. 層流에서는 운동의 有無에 관계없이 亂의 粒子運動에 의한 퍼짐을 의미한다. 운동이 없는 層流에서는

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \epsilon_m \nabla^2 c \quad (1)$$

여기서 c 는 保存量의 濃度, ϵ_m 은 分子擴散係數로 直角座標系의 모든 方向에서 같고, t 는 時間이다. 속도 u 인 層流에서는

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \cdot \nabla c = \epsilon_m \nabla^2 c \quad (2)$$

亂流에서는 瞬間的인 濃度和 流速을 時間平均値와 變動成分의 合으로 나타낸다.

$$c = \bar{c} + c' \quad (3-a)$$

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (3-b)$$

여기서 i 는 i -座標軸을 나타낸다. 레이놀즈平均過程을 적용하면 亂流領域에서 식 2는 tensor의 直角座標系에서

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{c' u'_i} + \epsilon_m \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x_i \partial x_i} \quad (4)$$

Boussinesq의 渦粘性의 類似性(analogy of eddy viscosity)으로 부터 亂流에 의한 平均移送率을 나타내는 濃度-流速共分散 $\overline{c' u'_i}$ 은 句配型으로 주어진다.

$$\overline{c' u'_i} = -\epsilon_{ij} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} \quad (5)$$

따라서 식 4는

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\epsilon_{ij} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} \right) + \epsilon_m \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x_i \partial x_i} \quad (6)$$

여기서 ϵ_{ij} 는 亂流混合tensor이다. 넓은 河川에서 흐름 方向에 縱軸을 一致시키는 直角座標系에 tensor主軸을 一致시키면 $\epsilon_{ij}=0, i \neq j$ 이 되므로 이 사실을 적용하면 식 5는

$$\overline{c' u'_i} = -\epsilon_i \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} \quad (7)$$

로 되어 ϵ_i 는 i 方向의 亂流擴散係數(turbulent diffusion coefficient 또는 turbulent mass transfer coefficient)이다. 亂流의 無作爲運動의 크기는 分子運動의 그것보다 훨씬 크므로 또는 亂流擴散이 分子擴散보다 매우 크므로 $\epsilon_i \gg \epsilon_m$ 이 되어 分子擴散을 무시하고 식 7을 식 6에 대입하고 평균치에 대한 기호(-)을 略하면 亂流開水路에서 移送擴散式(convective diffusion equation)을 얻는다. 상세한 式의 誘導는 Raudkivi⁽²¹⁾ Daily⁽⁷⁾에 의하여 주어진다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

u, v, w 를 포함한 項은 단면에서 流速의 變化(즉 移送(convection))로 인한 質量移動(convective mass transfer)에서 기인하는 擴散을 나타내고 右邊은 亂流에 의한 質量移動(turbulent mass transfer)에 기인하는 擴散을 나타낸다. 兩者를 구별할 때는 前者를 移送擴散(convective diffusion)後者를 亂流擴散(turbulent diffusion)이라 한다.

潤淵이나 水面을 통해서는 移送이나 擴散에 의한 物質의 通過가 없으므로 이를 식으로 표현하면

$$v c \frac{\partial y}{\partial n} = 0, \quad w c \frac{\partial z}{\partial n} = 0 \quad (9)$$

그리고

$$\epsilon_y \frac{\partial c}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} = 0, \quad \epsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial n} = 0 \quad (10)$$

여기서 n 은 表面의 外向垂直方向을 나타낸다.

擴散되는 物質이 非保存의 이어서 化學的 反應, 狀態의 變化, 境界를 통한 移動 등에 의한 物質의 生成이나 減소가 일어난다면 source나 sink의 項이 식 8과 境界條件에 追加되어야 한다. 만약 擴散物質이 radionuclides와 같이 減衰한다면 解 $c(x, y, z, t)$ 는 $e^{-\alpha t - t'}$ 와 같은 減衰因子를 단순히 곱함으로써 가능하다. 만약 浮流土砂같이 周圍의 물과는 다른 性質을 갖는 物質의 경우 식 8의 形은 변하지 않으나 流速成分 u, v, w 와 擴散係數 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 는 物質을 移送하는 물의 그것과는 다르다.

非保存의인 物質의 例로는 溶解된 酸素, BOD, 熱 등을 들 수 있다.

擴散現象을 복잡하게 하는 因子가 附加되지 않는다고 하더라도 식 8을 解析의으로 또는 數值解法으로 푸는 것은 극히 어려운 문제이다. 아주 理想化하고 簡單화한 경우에 대한 解가 근대 대두된 바 있다(5, 13, 28) 따라서 自然河川에 적용하기 위해서는 解가 가능하도록 식 8을 簡單化하는 것이 필요하다. 다음에 이러한 簡單化接近方法을 소개하고자 한다.

2-2 Fickian式

擴散에 관한 Fickian式을 熱傳導에 類似한 Fick法則

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial c}{\partial t} \right) \quad (11)$$

에서 誘來된다⁽¹⁷⁾. 擴散係數 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 를 상수로 가정하여 k_x, k_y, k_z 로 대치한다. 또한 縱方向局部流速 u 는 一定한 값으로 가정되는 斷面平均流速 $\bar{u} = \frac{1}{A} \int u dA$ 로 대치된다. 斷面內에서 u 의 變化에 의한 영향을 k_x 에 흡

수시킴과 v 와 w 에 의한 二次流에 관한 영향은 k_y, k_z 에 흡수되는 것으로 또한 가정된다. 이러한 假定下에서 식 8은

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial c}{\partial x} = k_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (12)$$

移送項 $\bar{u} \frac{\partial c}{\partial x}$ 는 x -方向에서 \bar{u} 의 속도로 이동하는 體系에서 混合이 일어남을 의미한다. 식12는 熱傳導式의 特殊型으로 相異한 期初 및 境界條件에 대한 解가 Crank⁽⁶⁾와 Carslaw⁽⁴⁾에 의하여 주어진다. 瞬間的인 點流源(point source)에 대한 식12의 解는

$$c(x, y, z, t) = \frac{W}{w} f_x(x; t) f_y(y; t) f_z(z; t) \quad (13)$$

$$f_x(x; t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi k_x t}} e^{-\frac{(x-\bar{u}t)^2}{4k_x t}} \quad (14-a)$$

$$f_y(y; t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi k_y t}} e^{-\frac{y^2}{4k_y t}} \quad (14-b)$$

$$f_z(z; t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi k_z t}} e^{-\frac{z^2}{4k_z t}} \quad (14-c)$$

W 는 保存的質量的 重量, w 는 물의 單位重量이다. 函數 f_x, f_y, f_z 는 平均值와 分散이 각각 $\bar{x} = \bar{u}t, y=0, z=0$ 및 $\sigma_x^2 = 2k_x t, \sigma_y^2 = 2k_y t, \sigma_z^2 = 2k_z t$ 인 Gaussian 分布의 確率密度函數이다. 식13과 같은 瞬間的點流源에 관한 解는 重疊原理에 의하여 時間과 空間用으로 分布된 流源에 擴張시킬 수 있다는 點에서 매우 유용하며 이는 4-4節에서 논의된다.

擴散物質이 水路를 따라 흐르면 斷面全體에 걸쳐 均一하게 混合되어 $f_y(y; t) \rightarrow \frac{1}{d}, f_z(z; t) \rightarrow \frac{1}{B}$ 이 되며 d 와 B 는 水路의 水深과 河巾이다. 特히 중요한 경우는 全斷面に 걸쳐 均一하게 分布되는 瞬間用인 面流源(plane source)에 의한 一次元縱擴散으로 $\frac{\partial f_y}{\partial y}$ 와 $\frac{\partial f_z}{\partial z}$ 는 零이 되어 식12는

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial c}{\partial x} = k_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (15)$$

으로 되어 自然河川의 一次元縱移送擴散을 기술하는데 가장 頻번히 사용되는 重要한 식으로 縱移送擴散式(longitudinal dispersion equation)이라 한다. 식15의 解는 식14-a로 부터

$$c(x; t) = \frac{W}{Aw\sqrt{2\pi k_x t}} e^{-\frac{(x-\bar{u}t)^2}{4k_x t}} \quad (16)$$

A 는 水路의 단면적이다. 식15는 고정된 時間에서 位置의 함수로 濃度- c 를 준다. 連續條件에 따라

$$W = wA \int_{-\infty}^{\infty} c(x; t) dx \quad (17)$$

을 고려하면 고정된 時間 t 에 대한 分布는 다음과 같이 주어지며

$$\frac{c(x; t)}{\int_{-\infty}^{\infty} c(x; t) dx} = f(x; t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi k_x t}} e^{-\frac{(x-\bar{u}t)^2}{4k_x t}} \quad (18)$$

전술한 바와 같이 正規確率密度函數로서 平均值, 分散, 最大濃度는 다음과 같다.

$$\text{平均值 } \bar{x} = \bar{u}t \quad (19)$$

$$\text{分散 } \sigma_x^2 = 2k_x t \quad (20)$$

$$\text{最大濃度 } f_{max}(x; t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi k_x t}} \quad (21)$$

濃度分布의 重要한 性質은 식 19, 20, 21에 의하여 주어지며 그림 1에 스캐치된 바와 같다.

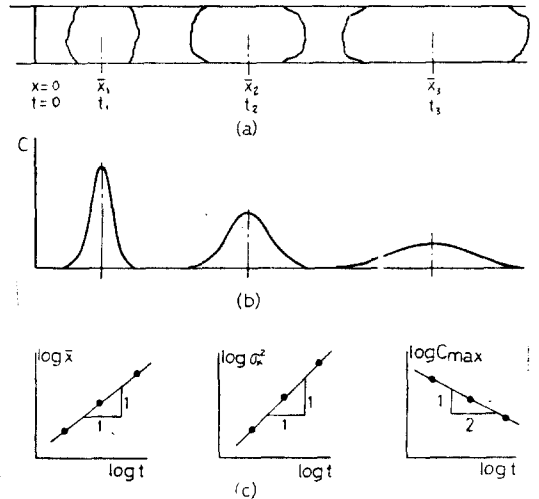


그림 1. 固定된 時間에 位置의 函數로 주어지는 濃度分布와 Fickian過程으로서의 縱移送擴散

重量 W 의 汚染물이 $t=0, x=0$ 에서 注入되면 平均流速 \bar{u} 로 下流로 移送되며 tracer雲의 重心이며 동시에 平均值인 x_1 은 $\bar{u}t_1$ 이 된다. tracer雲이 下流로 移送되는 동안 tracer는 混合되는 동시에 稀釋되어 濃度分布의 分散은 식20에 準하여 時間에 따라 一次元으로 增加하고 分布의 中央值로 일어나는 尖頭濃度는 時間의 自乘根에 따라 減衰한다. 時間 t_1, t_2, \dots 에서 $\bar{x}, \sigma_x^2, f_{max}$ 을 實驗에서 결정하여 全對數에 時間에 대하여 플랏트하면 그림 1에 보인 바와 같다.

그러나 實際問題에서 位置의 함수로 濃度分布를 瞬間用으로 測定하는 것은 매우 어려우므로 몇개의 地點 x_1, x_2, \dots 을 선정하여 濃度의 分布를 그림 2에 보인 바와 같이 時間의 函數로 결정하는 것이 상례이다. 즉

$$c(t; x_1) = \frac{W}{2wA\sqrt{2\pi k_x t}} e^{-\frac{(x_1-\bar{u}t)^2}{4k_x t}} \quad (22)$$

連續條件

$$W = A\bar{u}w \int_0^\infty c(t; x_1) dt \quad (23)$$

을 고려하면 식22는

$$\frac{c(t; x_1)}{\int_0^\infty c(t; x_1) dt} = f_i(t; x_1) = \frac{\bar{u}}{2\sqrt{\pi k_x t}} e^{-\frac{(x_1 - \bar{u}t)^2}{4k_x t}} \quad (24)$$

$f_i(t; x_1)$ 은 確率密度函數로 平均值와 分散은 다음과 같다.

$$\bar{t} = \frac{x_1}{\bar{u}} + \frac{2k_x}{\bar{u}^2} \quad (25)$$

$$\sigma_t^2 = \frac{2k_{x1}}{\bar{u}^3} + 8\left(\frac{k_x}{\bar{u}^2}\right)^2 \quad (26)$$

$f_i(t; x_1)$ 는 正分規布의 確率密度函數와는 달리 上流로 非對稱된 分布를 해서(그림2) 尖頭濃度는 T 와 一致하지 않고 $f_i(t; x)_{max}$ 는 $x^{-1/2}$ 에 따라 감소한다.

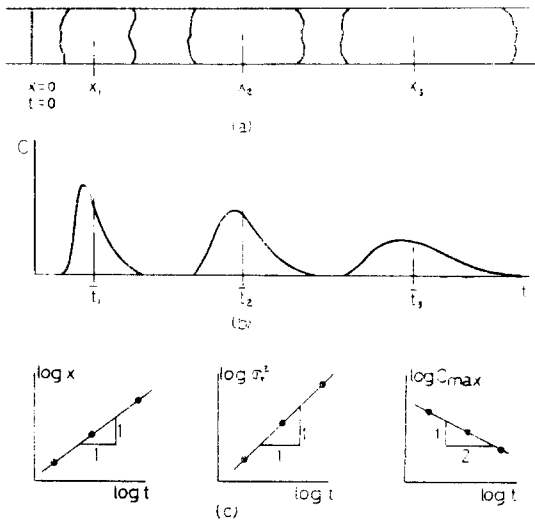


그림 2. 固定된 位置에서 時間의 함수로 주어지는 濃度分布와 Fickian過程으로서의 縱移送擴散

2-3 連續移動에 의한 擴散

混合을 흐름 및 亂流特性에 최초로 관련시킨 것은 連續移動에 의한 擴散(diffusion by continuous movements)의 Taylor理論⁽²¹⁾으로 이는 亂流擴散과 Lagrangian亂流特性間의 關係를 설명한다. Eulerian亂流特性이 고정된 位置에서 측정된 瞬間用인 流速의 統計的인 歷史에 근거를 둔데 反하여 Lagrangian亂流特性은 移動座標系에서 流體粒子運動의 統計的인 歷史에 근거를 둔다.

Lagrangian亂流特性으로 설명되는 Taylor의 連續移動에 의한 擴散理論은 空間的으로 同質等方性인 亂流領域에서 $x=0, t=0$ 에서 운동을 시작한 流體粒子群의 變位の 平均自乘은 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_x^2(t) = 2\bar{u}^2 \int_0^t (t-\tau) R_u'(\tau) d\tau \quad (27)$$

여기서 $\sigma_x^2(t)$ 은 粒子群의 擴散의 測定度가 되며 시간 t 에서 粒子群의 分布의 分散이다. \bar{u} '는 平均流速에 대한 粒子의 瞬間速度, u'^2 는 Lagrangian亂流強度, R_u' 는 시간 t 에서 流速 $u(t)$ 와 시간 $(t+\tau)$ 에서의 流速 $u(t+\tau)$ 간의 Lagrangian相關係數이다. 즉

$$R_u'(\tau) = \frac{u'(t)u'(t-\tau)}{u'^2} \quad (28)$$

$R_u'(\tau)$ 는 결정하기가 어렵고 일반적으로 未知이다. 그러나 $t \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ 인 경우 유용한 결과를 제공한다 (1) 매우 짧은 擴散時間에 대해서는 $R_u' \approx 1$ 이 되어 식27은

$$\sigma_x^2(t) = 2\bar{u}^2 t^2 \quad (29)$$

(2) 매우 긴 擴散時間에 대해서 식27은

$$\sigma_x^2(t) = 2\bar{u}^2 \left[t \int_0^t R_u'(\tau) d\tau - \int_0^t \tau R_u'(\tau) d\tau \right] \quad (30)$$

$$\int_0^\infty R_u'(\tau) d\tau = T_L \quad (31)$$

T_L 은 상수로써 Lagrangian 積分時間尺度(Lagrangian integral time scale)로서 $u(t)$ 와 $u(t+\tau)$ 의 相關을 시간적으로 나타내는 時間巾의 尺度이다.

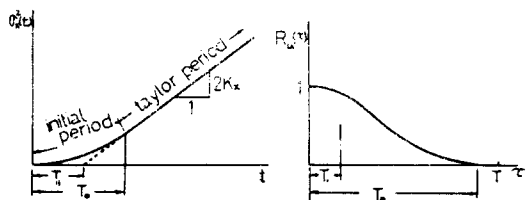


그림 3. $\sigma_x^2(t)$ 의 舉動과 Lagrangian相關度

그림 3과 식31을 고려하면 식30은

$$\sigma_x^2(t) = 2\bar{u}^2 T_L (t - T_1) \quad (32)$$

오랜 시간후 즉 $t = T \gg T_1$ 에는 식32를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_x^2(t) \approx 2\bar{u}^2 T_L t \quad (33)$$

식33은 오랜 시간후에 순간적으로 방출된 粒子群의 濃度分布 즉 粒子變位の 分散은 Fickian식과 같이 시간에 따라 一次的으로 증가함을 시사한다. 식20을 고

려하면 $u'^2 T_L$ 은 擴散係數가 된다.

$$k_x = \overline{u'^2} T_L \quad (34)$$

따라서 이 경우 흐름의 擴散力은 流速의 分散과 積分時間尺度에 따라 좌우된다. Taylor理論과 Fickian理論의 중요한 차이점은 前者에 의하여 豫測되는 初期混合期間에서는 擴散係數가 식35와 그림 3에서 고인바와 같이 시간과 $R_L'(\tau)$ 에 따라 좌우되는 반면 後者の 理

$$k_x = \frac{1}{2} \frac{d\sigma^2(t)}{dt} = \overline{u'^2} \int_0^t R_L'(\tau) d\tau \quad (35)$$

論에서는 擴散係數가 모든 豫測期間을 통하여 一定한 點이다.

Taylor理論은 同質의 亂流領域으로 부터 유도됐으므로 亂流剪斷흐름에 적용될 수 있도록 Batchela와 Townsend⁽²⁾는 특히 局限된 境界를 갖는 水路의 流體粒子는 그 운동이 定常이어서 오랜 시간후에 粒子의 平均變位는 무한한 變位の 疊으로 주어져 Central limit theorem에 의하면 Gaussian함수가 되어 식15의 解가 된다고 밝힌바 있다. 또한 Taylor理論의 적용은 Taylor에 의한 管水路의 擴散⁽²⁵⁾ Elder에 의한 무한히 넓은 開水路의 擴散⁽²⁶⁾에 의하여 擴張되었다. Taylor-Elder研究의 延長에서 Fischer⁽¹⁰⁾는 移送에 의하여 全的으로 支配되는 初期期間後에 混合과 移送미케니즘의 平衡이 형성되어 縱擴散은 식15로 설명되는 一次元 Fickian過程에 따라 進行된다고 주장했다.

3. 開水路에서의 亂流混合

3-1. 橫方向 混合

橫方向의 混合 및 混合係數의 豫測에 관한 理論은 아직 확립되지 않았으나 實驗은 비교적 많이 수행된바 그들은 주로 흐름의 表面에 浮流小粒子를 띄우거나 또는 tracer를 注入한 實驗으로 이들 實驗結果에 의한 橫混合係數(transverse mixing coefficient) k_x 는

$$k_x = \alpha d u_* \quad (36)$$

로 표시되며 Elder는 그의 1 cm水深 水路實驗에서

$$k_x = 0.23 d u_* \quad (37)$$

을 얻었다. 여기서 d 는 水深, u_* 는 剪斷速度로 $\sqrt{\tau_0/\rho} = \sqrt{gR_s}$ 로 정의된다. 比例常數 α 또는 無次元橫混合係數는 水面實驗의 경우 평균 0.2 tracer실험의 경우 평균 0.15로 이는 Okoye⁽²⁹⁾의 실험결과로 주어진 水深에 따라 k_x 의 대체적인 變化(그림4)에서도 알 수 있다. 또한 Okoye에 의하면 k_x 는 水路의 巾과 水深의 比 b/d 의 증가에 따라 增加傾向을 보인다(그림5).

灣曲水路에서는 二次流에 의한 循環으로 橫方向混合은 增大된다. 前述한 바와 같이 直線水路에서 α 의 값이 0.1~0.24의 범위에 있는 반면 灣曲水路에서 행한

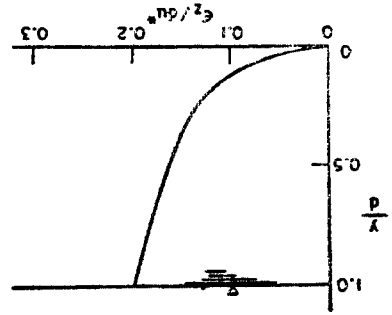


그림 4. 橫混合係數의 대체적인 鉛直分布

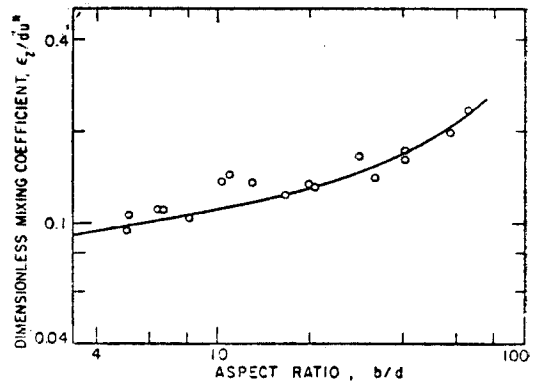


그림 5. 橫混合係數와 $\frac{\text{河川}}{\text{水深}}$ 의 관계

實驗結果는 α 값이 0.62~1.2의 범위에 있으며 이는 灣曲에 의한 二次流가 橫方向混合을 증가시키는 것으로 단정된다. 정도의 차이는 있어도 모든 自然河川은 灣曲을 가지며 이러한 自然河川의 경우 Missouri江⁽³⁰⁾에서 0.6, Mackenzie⁽¹⁴⁾江에서 約2의 α 값이 발표되었다.

흐름이 단면에 걸쳐 거의 均一하면 tracer가 河岸에 도달하기 以前에는 後述되는 모멘트方法에 의하여 k_x 가 구해진다.

3-2 鉛直混合

二次流가 중요한 因子가 아닌 河川에서 鉛直混合의 豫測은 橫混合의 豫測에서 보다 용이하다. 이는 水深이 일반적으로 河巾보다 훨씬 적으므로 全河巾에 걸쳐 완전한 混合이 이루어지는데 요하는 變數보다 全水深

에 걸쳐 완전한 혼합에 달하는데 요하는 變數가 적기 때문이다. 또한 混合域의 크기가 비교적 작기 때문에 완전한 混合의 達成이 신속하고 길이와 巾에 걸쳐 흐름조건이 거의 균일하고 또한 鉛直方向에서 流速分布와 亂流混合係數(mass transfer coefficient)가 橫方向에서보다 쉽게 얻어지기 때문이다.

鉛直混合係數 k_y 는 質量과 運動量의 亂流移動(turbulent transfer)가 同等(Reynolds' analogy)하고 剪斷應力 $\tau_{xy} = -\rho \overline{u'v'}$ 가 一次의으로 分布해서 水面에서 零이고 河床에서 $\tau_0 = wds_e$ 인 가정하에서 결정된다. 즉

$$\epsilon_y \approx \frac{\overline{u'v'}}{\frac{du}{dy}} = \frac{\tau_0}{\rho} \left(1 - \frac{y}{d}\right) = \left(1 - \frac{y}{d}\right) u_*^2 \quad (38)$$

여기서 ρ 는 물의 密度 $\overline{u'v'}$ 는 縱 및 鉛直方向의 亂流流速變動의 共分散, w 는 물의 單位 重量, s_e 는 에너지 傾斜이다. u_* 는 剪斷流速으로 開水路에서 對數流速 分布는

$$\frac{du}{dy} = \frac{u_*}{ky} \quad (39)$$

Karman 상수 $k=0.4$ 와 식39를 식38에 대입하고 水深에 걸쳐 平均을 취하면

$$k_y = \frac{1}{d} \int_0^d \epsilon_y dy \approx 0.07 du_* \quad (40)$$

식40은 實驗室水路에서 Al-Saffar⁽¹⁾, Jobson and Sayre⁽¹²⁾에 의하여 증명되었다.

만약 混合域에서 縱方向 및 橫方向의 흐름이 等流이고 縱方向亂流 質量移動과 二次流의 鉛直成分을 무시하고 식 8의 正常상태의 식을 混合域의 巾 b 에 대하여 積分하면

$$u \frac{\partial}{\partial x} \int_0^b c dx = \frac{\partial}{\partial y} \left[\epsilon_y \frac{\partial}{\partial y} \int_0^b c dx \right] \quad (41)$$

이 경우 境界條件은 $y=0$ 과 $y=d$ 에서

$$\epsilon_y \frac{\partial c}{\partial y} = 0 \quad (42)$$

鉛直流速이 對數分布를 갖고 ϵ_y 가 식38로 주어질때 水面에 위치한 連續流源의 경우에 대한 식41의 數值積分結果⁽¹²⁾가 實驗結果와 같이 그림 6에 보인바와 같다. 그림에서 折線은 Fickian식의 結果로 식41에서 u 가 平均流速 \bar{u} 로 常數이고 ϵ_y 가 常數 k_y 에 같은 경우에 해당한다. 두 理論值의 비교는 Fickian식을 적용하므로써 초래되는 誤差가 어느정도인가 하는 정보를 제공한다. 그림 6에 주어지 結果로부터 濃도가 거의 균일한 鉛直分布에 달하다는 요하는 混合域의 길이는 대략 다음과 같다.

$$x = 0.5 \frac{\bar{u} d^2}{\epsilon_y} \quad (42)$$

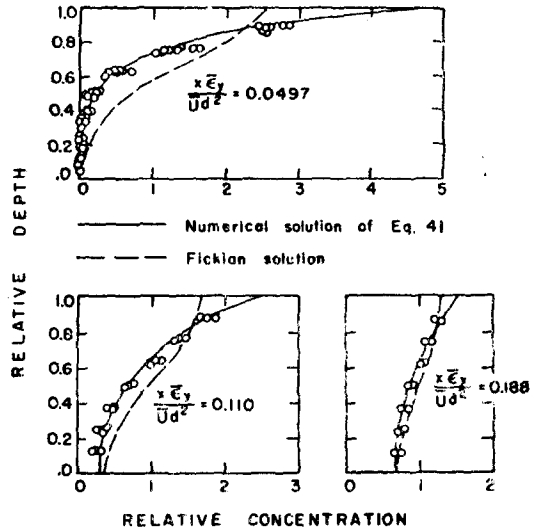


그림 6. 鉛直濃度分布의 豫測值과 觀測值와의 比較

4. 縱擴散

縱擴散(longitudinal dispersion)은 亂流擴散(turbulent diffusion)과 橫斷面에서 縱方向流速의 變化로 인한 移送擴散(convective transport)의 양자에 의하여 일어나는바 開水路에 tracer를 注入하면 注入後 아주 작은 無次元時間後에 tracer의 움직임은 流速分布에 의하여 全的으로 支配되는데 이 流速分布는 水面에서 中心까지는 거의 均一하고 河床부근에서는 매우 큰 速度分布를 갖는다. 따라서 均一한 流速으로 움직이기 시작하는 tracer雲은 올챙이 모양으로 上流側에 꼬리를 갖는다. 이러한 初期에는 移送擴散이 支配의이고 시간이 많이 경과하면 兩者間에 平衡이 이루어져 縱方向擴散은 식 15의 一次元 Fickian식에 準하여 進行한다. 初期와 Fickian 또는 Taylor理論이 적용되는 기간을 각각 移送期間(initial period 또는 convective period) 및 擴散期間(diffusive period) 또는 Taylor period)라 한다.

Taylor理論은 Taylor期間에 속하는 것으로 實驗에 의한 二次元流에서 Taylor理論이 立證된바 Taylor⁽²⁵⁾는 直徑9.5mm인 管水路에서

$$k_x = 10.1 au_* \quad (43)$$

로 Elder⁽⁸⁾는 1.0cm 水深의 開水路에서 $k_x = 6.3 du_*$ 를 얻어서 그의 理論值 $0.59 du_*$ 와 거의 일치하는 값을 얻

$$k_x = \frac{0.404}{\kappa^3} du_* = 5.9 du_* \quad (44)$$

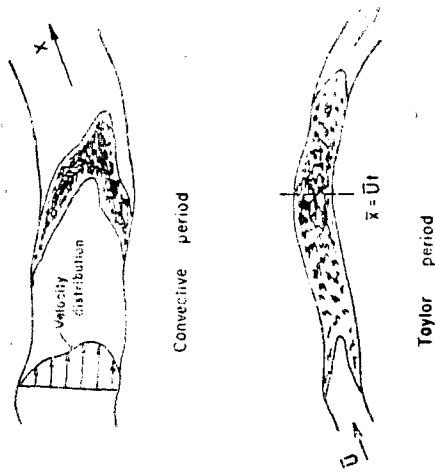


그림 7. 縱擴散過程의 圖示

있다. Fischer⁽¹⁰⁾는 그의 실험에서 10.4~15.7 du_* 의 범위에서 평균 13 du_* 를 발표했고 Sayre와 Chang⁽²³⁾은 $k_x = 5.3du_*$ 를 발표한다. 그러나 三次元 흐름에서 관측한 값은 Elder값 5.9의 1000배의 큰 값까지 달하므로 실제 自然河川에 적용은 부적당함이 명백해진다. 이러한 약점을 보완하여 自然河川에 적용할 수 있도록 Fischer는 다음과 같은 假設下에서 Taylor-Elder理論을 확장하여 縱擴散係數의 豫測手段으로 식46을 제공했고 현금 k_x 의 豫測에서 가장 좋은 방법으로 評價되고 있다.

Fische假說: 1. 縱擴散은 斷面에서 일어나는 亂流混合과 2. 橫斷面에서 縱方向流速의 變化에 의하여 支配的으로 일어난다.

$$q'(z) = \int_0^{d(z)} u'(y,z) dy \quad (45)$$

$$k_x = -\frac{1}{A} \int_0^b q'(z) dz \int_0^z \frac{1}{\epsilon_z d(z)} dz \int_0^z q'(z) dz \quad (46)$$

여기서 b 는 河巾, q' 는 z 에서 水深에 걸쳐 積分한 流速이고 ϵ_z 는 橫方向亂流擴散係數로서 Elder의 結果식37이 사용된다.

식46은 河巾이 크고 즉 $\frac{\text{河巾}}{\text{水深}}$ 이 대략 6보다 큰 水

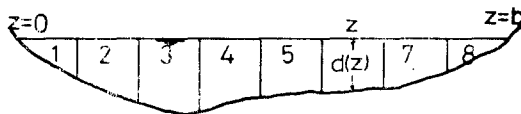


그림 8. 代表的 河川斷面圖

路의 橫斷面에서 橫方向의 水深에 따라 流速의 變化가 비교적 현저한 水路에 잘 맞는다. 식46을 적용하는데 필요한 사항은 水路의 現狀 즉 河巾 b , 橫方向의 位置 z 의 함수로 주어지는 水深 $d(z)$, 橫斷面에서 縱方向流速分布 u' , 剪斷速度 u_* 이다. 또한 Fischer는 k_x 를 水路의 媒介變數로부터 얻고자 그 關係를 다음과 같이 제안하였다.

$$k_x = k_x^u \frac{l^2 \bar{u}^2}{k_z} = 0.3 \frac{l^2 \bar{u}^2}{R u_*} \quad (47)$$

여기서 l 은 最大流速이 일어나는 水面에서 가장 遠離河岸까지의 거리(그러나 平均河川이 많이 사용된다) k_z 는 水深과 流速의 分布 및 k_x 에 따라 결정되는 상수이고 河川에서 0.06~0.15의 값이 제안되었다. R 은 動水半徑이다.

식46은 擴散過程이 移送期間을 통과하여 Taylor期間에 流入했을 때에 적용된다. Fischer에 의하면 實驗과 現地觀測으로부터 Taylor期間이 시작되는 시간은 다음과 같다.

$$t \approx 0.4 \frac{l^2}{k_z} \quad (48)$$

또는 流源으로부터 下流流 向하여 거리로 나타내면

$$L = 0.4 \frac{l^2 \bar{u}^2}{k_z} \quad (49-a)$$

또는

$$L \approx 1.8 \frac{l^2 \bar{u}}{R u_*} \quad (49-b)$$

한편 McQuivey⁽¹⁵⁾에 의한 移送擴散模型이 적용가능한 거리는 다음과 같다.

$$L \approx 0.3 \frac{l^2 \bar{u}}{R u_*} \quad (50)$$

全期間의 濃度를 豫測하고자 Sayre⁽²²⁾는 Aris모멘트식⁽²⁾을 數值解法으로 풀어서 初期에 관한 정보도 제공한바 있다(그림9).

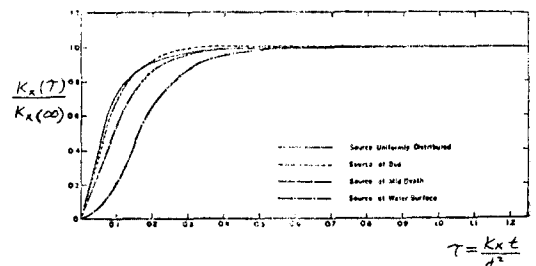


그림 9. 相異한 流源에 대한 縱擴散係數

4-1 擴散의 時間尺度

自然河川에서 移送期間과 擴散期間의 모든 擴散過程을 豫測하기 위해서는 식 8을 푸는 것이 필요하나 식 8을 푸는 것은 어려울 뿐만 아니라 實際문제해결에서는 一次元擴散式이 유효하다. 따라서 一次元擴散式이 적용될 수 있는 擴散期間이 시작되는 시간을 아는 것이 필요하다. 이러한 시간의 尺度는 두가지 방법으로 誘導된다. 1) 완전한 斷面混合에 要하는 시간과 2) 식 31로 정의된 Lagrangian積分時間尺度를 계산함에 의하여, 正常상태의 橫斷面 濃度分布 또는 완전한 橫斷面 混合에 要하는 時間尺度로 Fischer는 Eulerian時間尺度로 다음과 같이 제안했다.

$$T_E = \frac{l^2}{\bar{\epsilon}} \quad (51)$$

여기서 l 과 $\bar{\epsilon}$ 은 대표적인 길이와 混合係數이다.

a) $\frac{\partial}{\partial z}$ 에 관한 項이 零인 二次元流의 경우

특히 Elder에 의한 對數流速分布를 갖는 흐름의 경우 特性길이는 水深 d 가 되고 鉛直混合係數의 平均値는

$$\epsilon_y = \frac{\kappa}{6} du_* \quad (52)$$

여기서 κ 는 Karman상수이다. 식 51과 52로부터 T_E 는

$$T_E = \frac{6}{\kappa} \frac{d}{u_*} \quad (53)$$

對數分布로 주어지는 流速分布의 平均値와

$$\overline{u^2} = \left(\frac{u_*}{\kappa}\right)^2 \quad (54)$$

Elder에 의한 結果

$$k_x = \frac{0.404}{\kappa^3} du_* \quad (55)$$

을 식 34에 대입하면 Lagrangian時間尺度는

$$T_L = \frac{0.404}{\kappa} \frac{d}{u_*} \quad (56)$$

b) 自然河川의 경우 特性길이는 Fischer에 의하면 식 47과 같고 混合係數는 식 37로 주어지는 橫混合係數로 이들을 식 51에 대입하면

$$T_E = \frac{l^2}{0.23Ru_*} \quad (57)$$

Sayre에 의한 結果는 그림 9로부터 無次元時間 $\tau = 0.5$ 보다 크게 되면 二次모멘트가 일정한 率으로 증가하는 사실 즉 k_x 의 값이 일정한 Taylor期間에 對입함을 나타냈다.

Sayre에 의하 無次元時間은

$$\tau = \frac{k_x}{d^2} - t \quad (58)$$

로 $\tau = 0.5$ 에서, 그리고 Fischer에 의하면

$$\tau = t/T_L \quad (59)$$

로 $\tau > 6$ 에서 Taylor期間이 시작되는 것으로 밝혔다.

Fischer의 時間尺度의 結果는

$0 < t/T_L < 3$ 移送期間, Taylor理論(식 15)適用不

$3 < t/T_L < 6$ 遷移期間

$6 < t/T_L$ Taylor期間, 一次元擴散理論(식 15)適用可

4-2 擴散係數

縱擴散係數를 구하는 방법은 식 46(Raudkivi⁽²¹⁾)에 다음과 같다.

a. 모멘트방법(Method of moment)

$$k_x = -\frac{\bar{u}^2}{2} \frac{d\sigma_t^2}{dx} \quad (59-a)$$

$$= -\frac{\bar{u}^2}{2} \frac{d\sigma_t^2}{dt} \quad (59-b)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^2}{dt} \quad (59-c)$$

식 59-a에 의하여 觀測値로부터 k_x 를 구하기 위하여 時間-濃度曲線으로부터 數值解法에 의하여 平均時間 \bar{t} 를 구하고 다음에 分散 σ_t^2 을 계산한후.

$$\bar{t} = \frac{\int_0^\infty t \bar{c} dt}{\int_0^\infty \bar{c} dt} \quad (60)$$

$$\sigma_t^2 = \frac{\int_0^\infty t^2 \bar{c} dt}{\int_0^\infty \bar{c} dt} - \bar{t}^2 \quad (61)$$

이들을 x 의 함수로 \bar{t} 와 σ_t^2 을 플랏트한다.

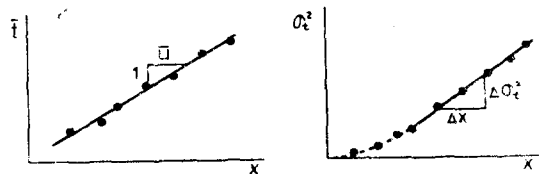


그림 10. 모멘트方法

또는 上下流의 두 地點 1, 2에서 分散을 구하고 地點 1, 2를 tracer雲이 통과한 平均時間 t_1, t_2 를 구하여 다음 식으로 계산한다.

$$k_x = \frac{1}{2} \bar{u}^2 \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{t_2 - t_1} \quad (62)$$

b. 正規確率密度函數의 性質에 근거를 둔 方法 이 방법에서는 時間濃度曲線이 正規確率函數로 대략 나타낼 수 있다고 가정한다. 그러나 대부분의 경우 正規分布를 나타내지 않으며 이는 특히 移送期間部分과 後述되는 꼬리의 영향으로 正規分布에서 非對稱이 심하다. 이러한 이유로 본 방법은 k_x 를 量用으로 구하는 것보다 σ_t^2 의 概略値를 구하는데 사용된다.

$$\sigma_t^2 \approx \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\int_0^\infty c dt}{C_{max}} \right]^2 \quad (63)$$

$$\sigma_{i,2} \approx \left[\frac{T_{0.5}}{2.36} \right]^2 \quad (64)$$

$$\sigma_{i,2} \approx \left[\frac{T_{0.05}}{4.90} \right]^2 \quad (65)$$

여기서 $T_{0.5}$, $T_{0.05}$ 는 각각 $c=0.5c_{max}$, $c=0.05c_{max}$ 일 때 曲線의 巾이다.

c. 擴散의 移送方法(Diffusive transport method) 平均流速으로 움직이는 移動座標系에서 즉 $\xi=x-\bar{u}t$ 에서 移送에 의하여 斷面을 통과하는 純縱方向通過率(net longitudinal flux)는 ξ 에서 平均濃度の 縱句配에 같다고 가정하면 식 7이 적용되므로

$$\overline{u'c'} = -k_x \frac{\partial c}{\partial \xi} \quad (66)$$

식 66을 변형하면

$$k_x = -\frac{1}{A} \frac{\partial c}{\partial \xi} \int_A u'c' dA \approx \frac{1}{A} \frac{\partial c}{\partial \xi} \sum_{i=1}^n u'_i c'_i A_i \quad (67)$$

여기서 $u'_i = u_i - \bar{u}$, $c'_i = c_i - \bar{c}$, $\frac{\partial c}{\partial \xi} \approx \frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial c}{\partial t}$ 로 단면을 7~10개 정도로 分割하여 각 小水路에서 이들 量을 觀測에 의하여 決定한다(그림 8 참조). 理論的으로 是 相當하나 觀測이 어렵고 식 67로 주어지는 k_x 는 한 개의 단면에 대한 값이고 단면에 따라 k_x 값이 변하므로 數개의 단면에서 決定하여 平均을 취한다.

d. 追跡方法

이 방법은 x_1, x_2 (x_2 가 下流地點) 두 地點에서 時間濃度 曲線이 필요하다. x_1 에서 濃度 曲線을 式 24로 주어지는 應答函數와 같이 廻旋積分하여 x_2 까지 追跡한다.

k_x 값 결정은 試行錯誤 方法으로 여러 k_x 값에 대하여 추적한 곡線이 x_2 에서 觀測한 曲線에 가장 近似한 曲線을 주는 값으로 결정된다. 최초의 k_x 값은 다른 方法으로 決定되고 프로그램에서는 追跡, 相異한 k_x 에 대한 계산, goodness of fit 檢査를 하나의 프로그램에 넣는 것이 필요하다. 이 方法이 k_x 값 결정에 가장 좋은 方法으로 자세한 것은 4-4節에서 記述된다.

4-3 水路의 不均一과 灣曲

지금까지의 分析은 주로 實驗水路와 비교적 均一河川에 관한 것으로 河中과 水深에 변화가 크고 河岸의 不均一과 河床의 砂丘를 갖는 自然河川에는 부적합하다. 實際 自然河川에서 觀測된 時間濃度 曲線은 긴 꼬리를 갖는바 이는 河岸의 不均一과 河床의 逆砂丘(antidune)가 死帶(dead zone)로서 注入된 tracer를 포 착하여 tracer雲의 主體가 통과한 후에 逆放流로 인하여 형성되는 것으로 해석되어 왔으며 또한 解析的으로 立證된바 있다(26, 18, 20, 31). 水路를 主流와 死帶로 區分하면 數學的인 死帶模型은

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial t} = k_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \alpha \frac{\partial c^*}{\partial t} \quad (68)$$

$$\frac{dc^*}{dt} V_d = a a k_1 (c - c^*) \quad (69)$$

여기서 c^* 는 死帶의 平均濃度, $V_d, a a$ 는 死帶의 體積과 表面積, k_1 는 死帶와 本流間의 交換率係數, α 는 本流에 대한 死帶의 體積比이다. 비교적 이상적인 初期 및 境界條件에 대하여 Laplace^(13,26) Fourier⁽¹⁸⁾, Z⁽²⁷⁾變換에 의하여 취급된 바 있으나 逆變換이 불가능하여 特性만을 제공하였을뿐이고 數值解法에 의하여 풀린바 있다⁽³¹⁾, 自然河川에서 縱擴散豫測은 Taylor模

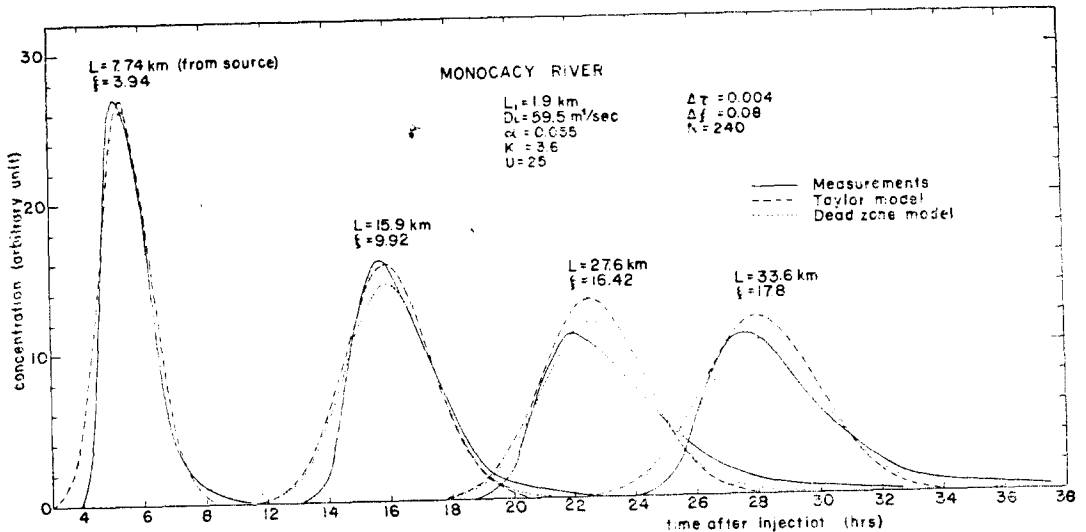


그림 11. Taylor模型과 死帶模型에 의한 豫測值와 觀測值와 比較

型보다는 死帶模型에 의하여 보다 정확하게 할 수 있으며(그림 11) 死帶의 出現으로 인한 縱擴散係數 k_{Dx} 는 다음과 같은 형으로 表現可能하다.

$$\frac{k_{Dx}}{k_x} = 1 + \alpha k_1 e^{-\alpha_2 k_1} \quad (70)$$

여기서 α_2 는 상수이다. 摩擦係數 f 를 表面摩擦 f' 와 型摩擦 f'' 로 表現할 때 死帶率 α 는 다음과 같이 주어진다(20).

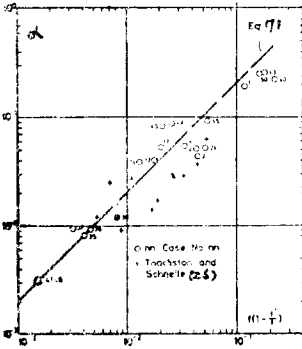


그림 12. 死帶率 α 와 摩擦因子와의 관계, pedersen⁽²⁰⁾

$$\alpha = 2(f - f') = 2f(1 - f'/f) \quad (71)$$

El-Hadi⁽⁹⁾와 Miller⁽¹⁶⁾는 粗度가 증가하면 k_x 는 증가하는 것으로 밝혔고 粗度の 間隔 즉 密度 $h/x = 0.11$ 일 때 $\frac{k_x}{du_*}$ 가 최대가 됨을 밝혔다. x 와 h 는 粗度の 間隔과 높이이다.

漸次的인 灣曲을 갖는 河川에서는 灣曲이 二次的인 循環을 誘發하여 橫混合을 增加시키고 流速分布가 또한 灣曲의 영향을 받아 擴散係數는 증가하는 것으로 나타났다⁽¹¹⁾.

4-4 重疊原理의 適用

河川의 混合過程에 관한 거의 모든 文獻에서 理想化된 流源 즉 瞬間的인 點流源 또는 連續的인 點流源에서 歸結되는 濃度分布에 관하여 學論되는데 이는 理想化된 流源이 實驗이나 解析的으로 취급이 용이할뿐만 아니라 重疊原理에 의하여 더욱 복잡한 즉 空間的으로 時間的으로 分布가 알려진 流源으로부터 歸結되는 濃度分布를 豫測하는데 사용되기 때문이다. 重疊에 대한 數學的 根據은 廻旋積分으로 入力分布를 理想化한 流源應答函數와 廻旋하므로써 出力分布를 나타내는 것이다.

일반적으로 三次元空間과 時間에서 分布된 경우

$$c_0(x, y, z, t) = \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^d \int_0^d f_R(x-x', y-y', z-z', t-t') c_1(x', y', z', t') dy' dx' dz' dt' \quad (72)$$

여기서 c_0 는 出力分布 f_R 는 時間 t' 空間 x', y', z' 에

위치한 瞬間點流源에 대한 식 8의 標準化된 解(解로 주어지는 곡선下의 面積으로 解의 縱矩을 나눈) c_1 는 入力流源分布이다. 실제 응용에서는 주로 一次元이 사용되며 適用例로 다음과 같은 경우를 들어본다.

상당량의 放射性物質이 取扱不注意로 河川에 廢棄됐다고 할 때 下流에 위치한 都市의 위험도를 평가하기 위하여 廢棄地點으로부터 x' 인 地點에서 時間 t 의 함수로 放射性物質의 濃度를 測定한다. 한편 縱擴散係數 k_x 와 平均流速 \bar{u} 는 以前에 測定했다고 할 경우 x' 地點으로부터 下流로 멀리 떨어진 x 地點 즉 都市가 위치한 지점에서 時間의 함수로 濃度를 豫測하는 것이 要될된다. 이에 대한 代數적인 解는 다음 廻旋積分으로 주어진다.

$$c_0(t, x) = \int_0^t f_R(t-t', x-x') c_1(t', x') dt' \quad (73)$$

여기서 $c_1(t', x')$ 는 x' 地點에서 觀측된 時間濃度曲線, $f_R(t-t', x-x')$ 는 식 18에서 t 를 $t-t'$ 로 x 를 $x-x'$ 로 代치한 應答函數,

$$f_R(t-t', x-x') = \frac{\bar{u}}{2\sqrt{\pi k_x(t-t')}} e^{-\frac{((x-x') - \bar{u}(t-t'))^2}{4k_x(t-t')}} \quad (74)$$

c_0 는 x 에서 豫測되는 時間濃度曲線이다. 時間 $t-t'$ 는 放射性物質이 x' 에서 x 까지 移動하는데 必要된 時間이다. 식 74는 數值的으로 積分되며 보통 다음 식으로 계산된다.

$$c(t, x) = \sum_{i=1}^n f_R(t-t_i, x-x') c_1(t_i, x') \Delta t \quad (75)$$

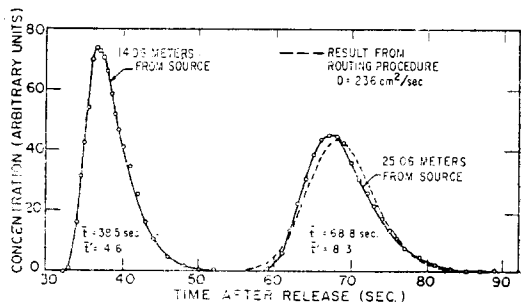


그림 13. 追跡에 의한 豫測值와 測定值와의 比較, Fischer⁽¹⁰⁾

參 考 文 獻

1. Al-Saffer, A.M., Eddy diffusion and mass transfer in open channel flow, Ph.D. Dissertation, University of California, Berkeley, 1964.
2. Aris, R., On the dispersion of a solute in a fluid

- flowing through a tube, Royal soc. (London)proc. ser. A. vol. 235, 1956. pp.67-77,
3. Batchelor, G.K., and Townsend, A.A., Turbulent diffusion, In *Surveys in Mechanics*, Cambridge University, 1956. pp.352-399
 4. Carslaw, H.S., and Jaeger, J.C., *Conduction of heat in Solids*, Oxford University press, London, 2nd Ed., 1959.
 5. Cleary, R.W., and Adrian, D.D., New analytical solutions for dye diffusion equations, *Jour. Eng. Mech. Div., ASCE*, vol.99, no. EE3, June, 1973, pp.213-227.
 6. Crank, J., *The Mathematics of diffusion*, Oxford University Press, London, 1975.
 7. Daily, J.W. and D.R.F. Harleman, *Fluid dynamics*, Addison-Wesley, Reading, Mass, 1966, Chap.16.
 8. Elder, J.W., The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, *Jour. Fluid Mechanics*, v.5, pt.4, 1959, pp.544-560.
 9. El-Hadi, D.A. and K.S. Davar, Longitudinal dispersion for flow over rough beds, *Jour. Hydraulics Div., ASCE*, vol. 102, no. HY4, 1976, pp.483-498.
 10. Fischer, H.B., Longitudinal dispersion in laboratory and natural streams, *Calif. Inst. of Technology, Keck Lab, Rept. No. KH-R-12*, 1966.
 11. Fukuoka, S., Longitudinal dispersion in sinuous channels, *Jour. Hydraulics Div., ASCE*, vol. 99, no. HY1, 1973, pp.195-217.
 12. Jobson, H.E. and W.W. Sayre, Vertical transfer in open channel flow, *Jour. Hydraulics Div., ASCE*, vol.96, no. HY3, 1970, pp.703-724.
 13. Lapidus, L. and N.R. Amundson, Mathematics of adsorption in beds, VI. The effect of longitudinal diffusion in ion exchange and chromatographic column, *Jour. Phys. Chem.*, v.56, 1952, pp.984-988.
 14. Mackay, J.R., The lateral mixing of the Liard and Mackenzie River downstream from their confluence, *Canadian Jour. Earth Sci.*, vol.7, no. 1, 1970, pp.111-124.
 15. McQuivey, R.S. and T.N. Keefer, Convective model of longitudinal dispersion, *Jour. Hydraulics Div., ASCE*, vol. 102, no. HY10, 1976, pp.1409-1424.
 16. Miller, A.C. and E.V. Richardson, Diffusion and dispersion in open channel flow, *Jour. Hydraulics Div., ASCE*, vol. 100, no. HY1, 1974, pp.159-171.
 17. Nordin, C.A. and V.G. Sabol, Empirical data on longitudinal dispersion in rivers, *USGS, Water-Resources Investigations 20-74*, 1974.
 18. Okubo, A., Effect of shoreline irregularities on stream-wise dispersion in estuaries and other embayments, *Netherlands Jour. Sea Res.*, 6(1-2), 1973, pp.213-224.
 19. Okoye, J.K., Characteristics of transverse mixing in open channel flows, *Calif. Inst. of Tech., Keck Lab., Rept. No. KH-R-23*, 1970.
 20. Pedersen, F.B., Prediction of longitudinal dispersion in natural Stream, *Inst. Hydrodyn. and Hydraulic Eng., Tech. Univ. Denmark, Prog. Rept.*, 41, 1976, pp.13-22.
 21. Raudkivi, A.J. and R.A. Callender, *Advanced Fluid Mechanics*, Edward Arnold, 1975. Chap 6.
 22. Sayre, W.W., Dispersion of mass in open channel flow, *colo. state Univ., Hydraulics Paper no.3* 1968.
 23. Sayre W.W. and F.M. Chang, A laboratory investigation of open channel dispersion processes for dissolved suspended, and floating dispersants, *USGS, prof. paper. 433-E*, 1968.
 24. Taylor, G.I., Diffusion by continuous movements, *proc. London Math. Soc.*, Ser. 2, v.20, 1921, pp.196-211.
 25. Taylor, G.I., The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe, *Royal soc. (London) proc., ser. A*, V. 223, 1954, pp.446-468.
 26. Thackston, E.L. and K.B. schnelle, Predicting effects of dead zones on stream mixing, *Jour. Sanit. Eng. Div., ASCE*, no. SA2, 1970, pp.319-331.
 27. Yamazaki, H., A mathematical treatment of nonequilibrium chromatography, *J. Chromoto*, 27, 1967, pp. 14-19.
 28. Yeh, G., Three-dimensional pollutant modeling in shear flow, *Jour. Hydraulics Div., ASCE*, vol. 102, no. HY3, 1976, pp.351-365.
 29. Yotsukura, n. and M.B. Fiering, *Numerical*

Solution to a dispersion equation, Jour. Hydraulics Div., ASCE, vol.90, no. HY5, 1964, pp. 83-104.

30. Yotsukura, N., H.B. Fischer and W.W. Sayre, Measurement of mixing characteristics of the Missouri River between Sioux city, Iowa, and Plattsmouth, Neb., USGS, water supply paper

1899-G, 1970.

31. Yoon, T.H., Dead zones on longitudinal dispersion in natural streams, International Conference on Water Resources Eng., Bangkok, Thailand, Jan. 1978.

科學技術者倫理要綱

現代的 國家發展에 미치는 科學技術者의 役割의 重要性에 비추어 우리들 科學技術者는 우리들의 行動의 指針이 될 倫理要綱을 아래와 같이 制定하고, 힘써 이를 지킴으로써 祖國의 近代化에 이바지할 것을 깊이 銘心한다.

1. 우리들 科學技術者는 모든 일을 最大限으로 誠實하고 公正하게 處理하여야 한다.
2. 우리들 科學技術者는 恒常 專門家로서의 權威를 維持하도록 努力하며, 自己가 所屬하는 職場 또는 團體의 名譽를 昂揚하여야 한다.
3. 우리들 科學技術者는 法律과 公共福利에 反하는 어떠한 職分에도 從事하여서는 안되며, 의아스러운 企業體에 自己의 名稱을 빌려주는 것을 拒絕하여야 한다.
4. 우리들 科學技術者는 依賴人이나 雇傭主로부터 取得 또는 그로 因해 얻어진 科學資料나 情報에 對하여서는 秘密을 지켜야 한다. 또한 他人의 資料情報을 引用할 때는 그 出處를 밝혀야 한다.
5. 우리들 科學技術者는 誇張 및 無根한 發言과 非權威的 또 眩惑의 宣傳을 삼가야 하며, 또 이를 制止하여야 한다. 특히 他人의 利害에 關係되는 評價·報告 및 證言에는 慎重을 期하여야 한다.
6. 우리들 科學技術者는 어떠한 研究가 그 依賴者에게 利益이 되지 않음을 아는 경우에는 이를 미리 알리지 아니하고는 어떠한 報酬를 위한 研究도 擔當하지 않는다.
7. 우리들 科學技術者는 祖國의 科學技術의 發展을 위하여 最大限으로 奉仕精神을 發揮하여야 하며, 또한 이를 위한 應分의 物質的 協助를 아껴서는 안된다.