

# 電子計算機에 의한 最適回路設計 方式 研究 (Computer Aided Optimal Circuit Design)

金 惠 鎮\* · 金 善 英\*\*

(Kim, Duck Jin and Kim, Sun Young)

## 要 約

最適回路設計에서 step크기 決定과 關聯된 誤差函數의 Hessian Matrix가 直接的으로 명백히 決定될 수 있도록 一般式을 誘導해서 Hessian Matrix를 包含한 最適化 過程에 使用 可能하도록 하였다. 例로서 設計한 結果가 Fletcher-Powell에 의한 結果보다 最小을 찾는 過程이 훨씬 加速化되었다.

또한 複素平面上에서 pole-zero 位置를 調整하여 크기와 位相을 同時에 考慮한 最適回路設計를 할수 있도록 하였다.

## Abstract

A general equation by which the Hessian matrix of an error function can be determined directly, has been derived. It was verified to be useful in optimization processes that include the Hessian matrix. A few design examples had shown that this method had accelerated the processes of finding the minimums.

The advantage of this technique is the possibility of optimizing functions that composed of both the phases and magnitudes.

## 1. 序 論

最適化 過程의 成功은 各 反復過程에서 取해진 step의 크기를 決定하는 正確性에 크게 달려있고, 또한 이 step의 크기가 正確하면 正確할수록 最小點에 빨리 收檢한다. <sup>1,4,9,10,11,12</sup> 그러므로 대부분의 時間消耗은 이 step의 크기를 決定하는데 있다.

Parameter空間에서 最小點을 찾아내기 위해 Hessian Matrix(二次偏導函數)를 利用한다면 이 Matrix는 局部的인 二次函數에 基盤을 두고 있기 때문에 增加되는 step의 크기는 명백히 決定될 수 있고 最小을 찾는 過程이 훨씬 加速化되므로 信賴性이 있고 効率的이다. <sup>4,10,11</sup>

그러나 各 回路素子에 대한 微分은 여러개의 函數計算을 必要로 하므로 Hessian Matrix를 使用하는 方法

이 거의 考慮되지 않았고 直接的인 計算을 피했다. <sup>2,3,9,10</sup>

最近에 많은 사람들이 回路의 一次以上の 感度函數를 adjoint network와 關聯이 있는 Tellegen's theorem을 利用해서 計算될 수 있다는 것을 發表했다. <sup>6,7,8,9</sup>

이것은 誤差函數의 Gradient Vector(一次偏導函數)뿐만 아니라 Hessian Matrix가 正確히 效果的으로 計算될 수 있다는 것을 暗示했다.

그래서 本 論文에서는 frequency-domain의 回路設計에서 誤差函數의 Gradient Vector와 Hessian Matrix의 一般式을 誘導해서, 이 式의 使用結果를 Fletcher-Powell에 의한 方法과 <sup>1,2,9,10,11,13</sup> 그 效率性을 比較하였다.

그리고 應答特性은 pole-zero位置에 크게 좌우되므로 傳達 immittance函數를 實現하기 위해서는 複素平面上에서 pole-zero位置로부터 크기와 位相이 幾何學的으로 解釋되어 저야만 한다. <sup>14,15</sup> 그러므로 複素平面上에서 크기와 位相의 顯하는 特性이 同時에 얻어질때 까지 pole-zero位置를 調整하여 最適화하도록 하였다.

\*正會員 高麗大學校 理工大學 電子工學科

\*\*準會員 高麗大學校 理工大學 電子工學科

Dept. of Electronics Engineering, Korea Univ.

接受日字 : 1977年 8月 23日

誤差函數를 最適化 시키는 가장 좋은 方法은 線形과 二次의 收斂하는 方法을 組合시킨 것이고, <sup>1,9,10,11</sup>變數에 의한 scaling의 影響을 減少시키는 有用한 技術은 step의 크기를 絕對的인 것보다는 相對的인 것으로 만들어 變數로 인한 誤差의 影響을 強調하지 않는 것이다. <sup>12</sup>

그러므로 誤差函數의 特性에 맞도록 假定된 初期值가 最適值로부터 멀리 떨어져 있을 때 線形으로 빨리 收斂하는 Steepest descent方法으로 始作해서 最適值에 가까워졌을 때 二次의 收斂하는 Newton方法으로 最適化 하였다. <sup>1,9,10,11,12</sup> 또한 scaling의 影響을 減少시키기 위해서 變數를  $\log_e C$ 로 使用하였다. <sup>13</sup> 誤差函數가 恒常 convex하다는 保障은 없으므로 nonconvex函數인 誤差函數에 대해서는 step으로 調節하여 發散을 防止하도록 하였다.

2. 誤差函數

傳達函數를 實現하기 위해서는 複素平面(S plane)上에서 pole-zero圖表로부터 크기와 位相이 幾何學的으로 解釋된다. <sup>14,15</sup>

즉 傳達函數  $G(s)$ 가  $n$ 개의 zero와  $m$ 개의 pole을 갖는다고 생각하면

$$G(s) = H \frac{(S-Z_1)(S-Z_2)\dots(S-Z_n)}{(S-P_1)(S-P_2)\dots(S-P_m)}$$

$$= H \frac{Mz_1 Mz_2 \dots Mz_n}{Mp_1 Mp_2 \dots Mp_m} e^{j(\sigma z_1 + \sigma z_2 + \dots + \sigma z_n - \sigma p_1 - \sigma p_2 - \dots - \sigma p_m)}$$

$$= M(\omega) e^{j\beta(\omega)} \dots \dots \dots (1)$$

가 된다. 例를들면  $z = -\alpha + j\beta$ 에 대해 複素平面上에 그림 1과 같이 圖示할 수 있고 크기와 位相은 다음과 같이 求할 수 있다. <sup>14,15</sup>

$$M_z(\omega_i) = [\alpha^2 + (\omega_i - \beta)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_z(\omega_i) = \tan^{-1}\left(\frac{\omega_i - \beta}{\alpha}\right)$$

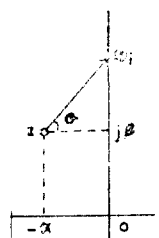


그림 1.  $\omega_i$ 에서 zero Z에 의한 크기 및 位相의 計算

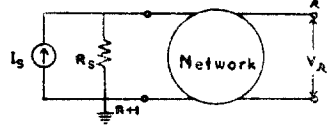


그림 2. 設計回路

式 (1)은 다음 式으로 變形될 수 있다.

$$G(s) = \exp(\alpha(\omega) + j\beta(\omega))$$

그러므로 그림 2와 같은  $n+1$  node回路를 생각하면 願하는 應答特性은

$$G_D(j\omega) = \exp(\alpha_D(\omega) + j\beta_D(\omega)) \dots \dots \dots (2)$$

實際의 應答特性은

$$G(j\omega, c) = V_k/I_s R_s = \exp(\alpha(\omega, c) + j\beta(\omega, c)) \dots \dots (3)$$

가 된다.

여기에서  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ 로서 應答特性에 대한 sample points

$$c = (c_1, c_2, \dots, c_n)^T = (\log_e y_1, \log_e y_2, \dots, \log_e y_n)^T$$

scaling의 影響으로 인해 誤差가 強調되지 않게 하기 위해 變數  $C = \log_e y$ 로 使用하였다. <sup>13</sup>

一般的인 損失없이  $I_s = 1A, R_s = 1\Omega$ 이라고 假定하면 node  $n+1$ 과 1 사이에 接續된 電流源은 獨立의인 勵起가 되므로  $k=n$ 이 된다.

式(2), (3)의 實際의 應答特性과 願하는 應答特性은 같은 weight의 指數函數이므로 誤差函數  $E(c)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E(c) = \sum_{\omega_i \in \Omega} \{ W_\alpha(\omega_i) [\alpha(\omega_i, c) - \alpha_D(\omega_i)]^2 + W_\beta(\omega_i) [\beta(\omega_i, c) - \beta_D(\omega_i)]^2 \} \dots \dots \dots (4)$$

여기에서  $W_\alpha(\omega_i)$ 는 크기에 賦與하는 nonnegative 무게函數  $W_\beta(\omega_i)$ 는 位相에 賦與하는 nonnegative 무게函數

結局 最適化 過程은 이 誤差函數를 最小化 시켜서 parameter空間에서의 한點을 찾아내는 것이다.

3. Gradient Vector와 Hessian Matrix

誤差函數의  $r$ 번째 素子の Gradient는 式 (4)로부터

$$\frac{\partial E(c)}{\partial c_r} = 2 \sum_{\omega_i \in \Omega} \{ W_\alpha(\omega_i) [\alpha(\omega_i, c) - \alpha_D(\omega_i)] \frac{\partial \alpha}{\partial c_r} + W_\beta(\omega_i) [\beta(\omega_i, c) - \beta_D(\omega_i)] \frac{\partial \beta}{\partial c_r} \} \dots \dots (5)$$

가 되고,  $s-r$ 번째의 Hessian Matrix는

$$\frac{\partial^2 E(c)}{\partial c_s \partial c_r} = 2 \sum_{\omega_i \in \Omega} \{ W_\alpha(\omega_i) \left[ \left( \frac{\partial \alpha}{\partial c_s} \right) \left( \frac{\partial \alpha}{\partial c_r} \right) + [\alpha(\omega_i, c) - \alpha_D(\omega_i, c)] \frac{\partial^2 \alpha}{\partial c_s \partial c_r} \right] + W_\beta(\omega_i) \left[ \left( \frac{\partial \beta}{\partial c_s} \right) \left( \frac{\partial \beta}{\partial c_r} \right) + [\beta(\omega_i, c) - \beta_D(\omega_i, c)] \frac{\partial^2 \beta}{\partial c_s \partial c_r} \right] \} \dots \dots \dots (6)$$

가 된다.

여기에서  $G(j\omega, c) = V_n = \exp(\alpha(\omega, c) + j\beta(\omega, c))$   
 $\log_e V_n = (\alpha(\omega, c) + j\beta(\omega, c))$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial c_r} = \frac{\partial}{\partial c_r} \text{Re}(\log_e V_n) = \text{Re}\left(-\frac{1}{V_n} \frac{\partial V_n}{\partial c_r}\right)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial c_r} = \frac{\partial}{\partial c_r} \text{Im}(\log_e V_n) = \text{Im}\left(-\frac{1}{V_n} \frac{\partial V_n}{\partial c_r}\right)$$

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial c_s \partial c_r} = \frac{\partial}{\partial c_s} \left[ \text{Re}\left(-\frac{1}{V_n} \frac{\partial V_n}{\partial c_r}\right) \right]$$

$$= \text{Re}\left(\frac{1}{V_n} \frac{\partial^2 V_n}{\partial c_s \partial c_r} - \frac{1}{V_n^2} \frac{\partial V_n}{\partial c_s} \frac{\partial V_n}{\partial c_r}\right)$$

$$\frac{\partial^2 \beta}{\partial c_s \partial c_r} = \text{Im}\left(\frac{1}{V_n} \frac{\partial^2 V_n}{\partial c_s \partial c_r} - \frac{1}{V_n^2} \frac{\partial V_n}{\partial c_s} \frac{\partial V_n}{\partial c_r}\right)$$

여기에서 結局  $\frac{\partial V_n}{\partial c_r}$  과  $\frac{\partial^2 V_n}{\partial c_s \partial c_r}$  만 알면 Gradient와 Hessian Matrix의 各各의 要素를 計算할 수 있다.

Gradient와 Hessian Matrix要素의 各各의 關係를 圖示하면 그림 3, 4와 같다.

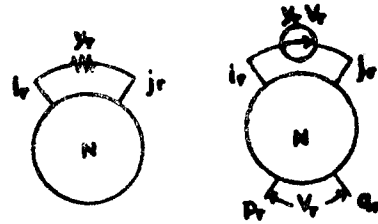


그림 3. Gradient各各의 要素關係  
Fig. 3. Each element relation of Gradient

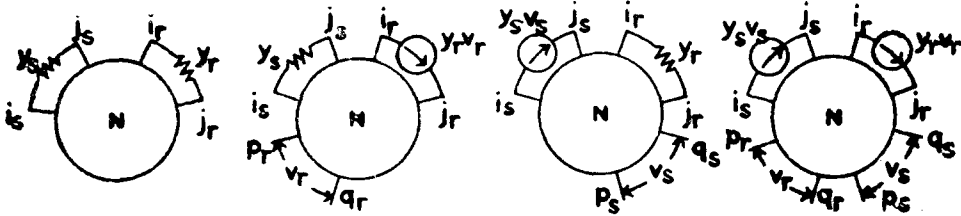


그림 4. Hessian Matrix의 各各의 要素關係  
Fig. 4. Relation of each elements of Hessian Matrix

그림 3에서의

(a)  $y_r$ 은 node  $i_r$ 과  $j_r$ 사이에서 接續된 passive admittance이다.

(b)  $y_r = g_r$ 은 node  $i_r$ 과  $j_r$ 사이에서 接續되어 있고  $p_r$ 와  $q_r$ 사이의 電壓에 의해 調節되는 從屬電流源의 transconductance이다.

그림 4에서의

(a)  $y_r$ 와  $y_s$ 가 모두 passive admittance이다.

(b)  $y_s$ 는 passive admittance이고  $y_r = g_r$ 은 transconductance이다.

(c)  $y_r$ 은 passive admittance이고  $y_s = g_s$ 는 transconductance이다.

(d)  $y_r = g_r$ ,  $y_s = g_s$  모두 transconductance이다.

node方程式

$$YV = I \dots\dots\dots(7)$$

그림 2의 回路에서  $I = [1, 0, 0, \dots, 0]^T$

$$\text{式 (7)에서 } d(YV) = (dY)V + Y(dV) = 0 \dots\dots\dots(8)$$

$$dV = -Y^{-1}dY Y^{-1}I \quad (\because V = Y^{-1}I) \dots\dots\dots(9)$$

branch  $r$ 의 node  $i_r$ 와  $j_r$ 사이에서 接續된 微分 admittance를  $dy_r$ 라 하고  $v^T = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0, -1, 0, \dots]$ 라 하자.

vector  $v^T$ 에서  $i_r$ 번째 要素는 1이고  $j_r$ 번째 要素는 -1이다. 그러므로

$$dY = dy_r v v^T \dots\dots\dots(10)$$

여기에서 만일  $i_r$  혹은  $j_r$ 이 reference node 이라면 이에 對應한  $v^T$  要素는 zero로 된다.

式(10)을 式(9)에 代入하면

$$dV = -Y^{-1}dy_r v v^T Y^{-1}I$$

$$\frac{\partial V}{\partial y_r} = -Y^{-1}v v^T Y^{-1}I \dots\dots\dots(11)$$

$$\frac{\partial V_k}{\partial y_r} = e_k^T \frac{\partial V}{\partial y_r} = -e_k^T Y^{-1}v v^T Y^{-1}I$$

여기에서  $e_k^T = [0, 0, \dots, 1, 0, \dots, 0]$ 로서  $k$ 번째 要素가 1이고 다른 要素는 모두 zero인 vector

$Y^{-1} = [Z]$  matrix

$$\text{그러므로 } \frac{\partial V_n}{\partial y_r} = e_n^T \frac{\partial V}{\partial y_r} = -e_n^T Y^{-1}v v^T Y^{-1}I \dots\dots(12)$$

$$\text{여기에서 } e_n^T Y^{-1}v = (Z_{nir} - Z_{njr})$$

$$v^T Y^{-1}I = (Z_{ir1} - Z_{jr1})$$

그러므로 式 (12)로부터 그림 3의 Gradient의 各各의 경우를 다음과 같이 求할 수 있다.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(a)} \frac{\partial V_n}{\partial y_r} = -(Z_{nir} - Z_{njr})(Z_{ir1} - Z_{jr1}) \dots\dots(13)-a \\ \text{(b)} \frac{\partial V_n}{\partial y_r} = -(Z_{nir} - Z_{njr})(Z_{pr1} - Z_{qr1}) \dots\dots(13)-b \end{array} \right.$$

式 (10)과 비슷하게 node  $i_s$ 와  $j_s$ 사이에서 接續된 微分 admittance를  $dy_s$ 라 하면

$$dY = dy_s u u^T \dots\dots\dots(14)$$

여기에서  $u^T = [0, \dots, 0, 1, \dots, 0, -1, 0, \dots]$ 로서  $i_s$ 번째 要

素는 1이고  $j_s$ 번째 要素는  $-1$ 이다.

式 (11)로부터

$$d\left(\frac{\partial V}{\partial y_r}\right) = -dY^{-1}v v^T Y^{-1}I - Y^{-1}v v^T dY^{-1}I \\ = Y^{-1}dY Y^{-1}v v^T Y^{-1}I + Y^{-1}v v^T Y^{-1}dY Y^{-1}I \quad (15)$$

$$(\because dY^{-1} = -Y^{-2}dY = -Y^{-1}dY Y^{-1}I)$$

式(14)를 式(15)에 代入하면

$$d\left(\frac{\partial V}{\partial y_r}\right) = dy_s Y^{-1}u u^T Y^{-1}I + dy_s Y^{-1}v v^T Y^{-1}u u^T Y^{-1}I$$

$$\text{그러므로 } \frac{\partial^2 V_n}{\partial y_s \partial y_r} = e_n^T (Y^{-1}u u^T Y^{-1}v v^T Y^{-1}I + Y^{-1}v v^T Y^{-1}u u^T Y^{-1}I) \dots \dots \dots (16)$$

여기에서

$$e_n^T Y^{-1}u = (Z_{nis} - Z_{njs}) \\ u^T Y^{-1}v = (Z_{nir} - Z_{isjr} + Z_{jsjr} - Z_{jsir}) \\ v^T Y^{-1}I = (Z_{ir1} - Z_{jr1}) \\ e_n^T Y^{-1}v = (Z_{nir} - Z_{njr}) \\ v^T Y^{-1}u = (Z_{iris} - Z_{jris} + Z_{jrjs} - Z_{irjs}) \\ u^T Y^{-1}I = (Z_{is1} - Z_{js1})$$

式 (16)으로부터 그림 4의 Hessian Matrix의 各各의 경우를 다음과 같이 求할 수 있다.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(a)} \frac{\partial^2 V_n}{\partial y_s \partial y_r} = (Z_{nis} - Z_{njs}) (Z_{ir1} - Z_{jr1}) (Z_{isir} - Z_{isjr} \\ \quad + Z_{jsjr} - Z_{jsir}) + (Z_{nir} - Z_{njr}) (Z_{is1} - Z_{js1}) \\ \quad (Z_{iris} - Z_{jris} - Z_{jrjs} - Z_{irjs}) \dots \dots \dots (17) - a \\ \text{(b) (c)} \frac{\partial^2 V_n}{\partial y_s \partial y_r} = (Z_{nis} - Z_{njs}) (Z_{pr1} - Z_{qr1}) (Z_{isir} - \\ \quad Z_{isjr} + Z_{jsjr} - Z_{jsir}) + (Z_{nir} - Z_{njr}) (Z_{is1} - \\ \quad Z_{js1}) (Z_{pris} - Z_{qris} + Z_{qrjs} - Z_{prjs}) \quad (17) - b \\ \text{(d)} \frac{\partial^2 V_n}{\partial y_s \partial y_r} = (Z_{nis} - Z_{njs}) (Z_{pr1} - Z_{qr1}) (Z_{psir} - Z_{qsir} \\ \quad + Z_{qsjr} + Z_{psjr}) + (Z_{nir} - Z_{njr}) (Z_{ps1} - Z_{qs1}) \\ \quad (Z_{pris} - Z_{qris} + Z_{qrjs} - Z_{prjs}) \dots \dots \dots (17) - d \end{array} \right.$$

變數  $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)^T = (\log_e y_1, \log_e y_2, \log_e y_n)^T$  이므로

各各의 回路素子가 conductance, capacitance, reciprocal inductance, branch  $r$ 과  $s$ 의 transconductance일 때 Gradient와 Hessian Matrix의 各各의 要素 計算은 다음과 같다.

$$\frac{\partial V_n}{\partial c_r} = \frac{\partial V_n}{\partial y_r} \frac{\partial y_r}{\partial c_r} = \frac{\partial V_n}{\partial C_r} y_r \frac{\partial \log_e y_r}{\partial c_r} \\ = \frac{\partial V_n}{\partial y_r} y_r \frac{\partial \log_e y_r}{\partial \log_e y_r} = \frac{\partial V_n}{\partial y_r} y_r \dots \dots \dots (18)$$

$$(\because \frac{d}{dx} a^x = a^x \frac{du}{dx} \log_e a)$$

式 (18)과 비슷하게

$$\frac{\partial^2 V_n}{\partial c_r \partial c_s} = \frac{\partial}{\partial c_s} \left( \frac{\partial V_n}{\partial y_r} y_r \right) = \frac{\partial}{\partial y_s} \left( \frac{\partial V_n}{\partial y_r} y_r \right) y_s \quad (19)$$

結局 node admittance matrix의 inverse만 알면 式 (13), (17)을 式(18), (19)에 代入해서 Gradient Vector와 Hessian Matrix의 各各의 要素를 決定할 수 있다.

### 4. 最適化 Algorithm

反復過程  $j$ 번째  $C^j$ 에서  $C^{j+1}$ 까지의 變換은<sup>1,9,10,11)</sup>  $C^{j+1} = C^j + \Delta C^j = C^j + \lambda^j \hat{S}^j = C^j + \lambda^* S^j$

여기에서  $\Delta C^j = C^j$ 에서  $C^{j+1}$ 까지의 vector  $\hat{S}^j = \Delta C^j$ 方向에서의 unit vector  $S^j = \Delta C^j$ 方向에서의 어떤 vector  $\lambda^j, \lambda^* S^j = \text{scalar인 step}$

Steepest descent方向에서  $E(c)$ 의 normalize된 negative gradient(혹은 unit)는 다음으로 定義된다.<sup>1,9,10,11)</sup>

$$\hat{S}^j = - \frac{\nabla E(C^j)}{||\nabla E(C^j)||} \dots \dots \dots (21)$$

negative gradient는 最適化에 대한 方向을 나타낼 뿐이고 取해진 step의 크기가 아니다. 그러므로 Steepest descent 過程은  $\lambda$ 의 選定과 symbol  $||\nabla E(C^j)||$ 의 意味에 달려있다.<sup>11)</sup> 그러므로  $E(c)$ 는 다음 解로부터  $\lambda$ 를 計算하므로써 公式의 最小化될 수 있다.<sup>1,9,10,11)</sup>

$$\frac{dE(C^j + \lambda \hat{S}^j)}{d\lambda} = 0 \dots \dots \dots (22)$$

$C^{j+1}$ 에 대한 目的函數를 Taylor級數展開해서 式(22)에 代入해서  $\lambda^j$ 에 대한 關係式을 求하면

$$\lambda^j = - \frac{\nabla E^T(C^j) \nabla E(C^j)}{\nabla E^T(C^j) H(C^j) \nabla E(C^j)} \nabla E(C^j) \dots \dots (23)$$

가 된다.

한 step만으로  $E(c)$ 의 最小값에 到達할 수 없기 때문에 式 (20)에서의  $C^{j+1} = C^j + \lambda^* S^j$ 式이 더 많이 使用된다.<sup>11)</sup> 그러므로 Steepest descent方向에서의  $S^j$ 는

$$S^j = \lambda^j \hat{S}^j = - \frac{\nabla E^T(C^j) \nabla E(C^j)}{\nabla E^T(C^j) H(C^j) \nabla E(C^j)} \nabla E(C^j) \quad (24)$$

여기에서  $\hat{S}^j$ 는 unit vector이므로 式(24), (23)은 같다. 그리고  $\frac{\nabla E^T(C^j) \nabla E(C^j)}{\nabla E^T(C^j) H(C^j) \nabla E(C^j)}$ 의 計算結果는 scalar가 되므로 結局  $S^j$ 는  $-\nabla E(C^j)$ 에 比例하게 된다. 그러므로 이 方法은 一次(線形)接近方法이 된다.<sup>11)</sup>

Newton過程에 의한  $S^j$ 는<sup>9,10,11)</sup>

$$S^j = -H^{-1}(C^j) \nabla E(C^j) \dots \dots \dots (25)$$

여기에서  $S^j$ 는  $H^{-1}(C^j)$ 에 比例하므로 二次(quadratic)接近方法이 된다.<sup>11)</sup>

위에서  $\nabla E(C^j) = [\partial E(C^j) / \partial C_1, \dots, \partial E(C^j) / \partial C_n]^T$

$$H(C^j) = [\partial^2 E(C^j) / \partial C_i \partial C_k], \quad (i, k = 1, 2, n) \text{인 데,}$$

이것은 式 (18), (19)를 使用하므로써 計算될 수 있다

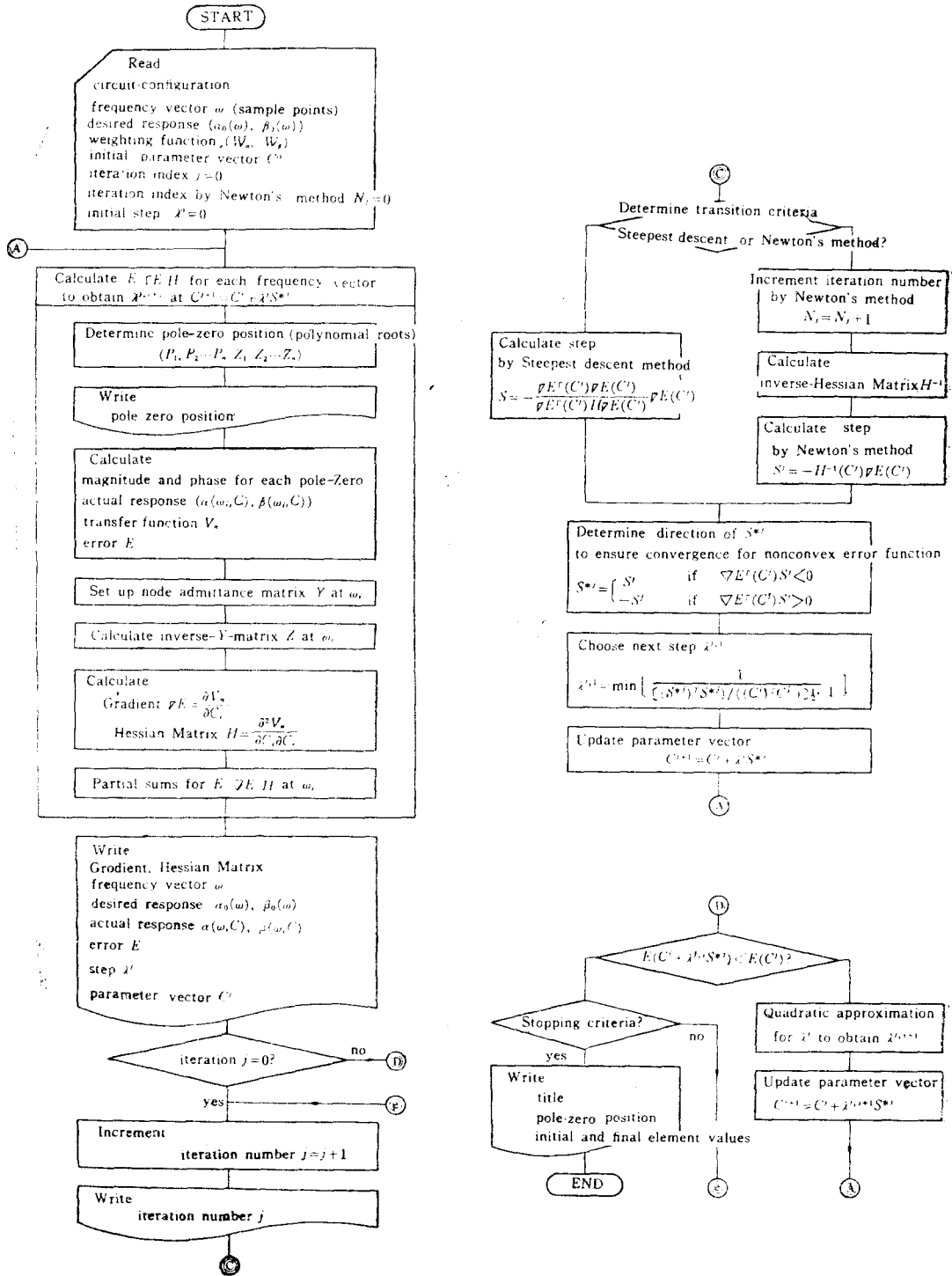


그림 5. 最適回路設計의 Program flowchart  
Fig. 5. Program flowchart for optimal circuit design

다.

두 과정 모두  $\nabla E(C^j)$ 에 비례하므로, nonconvex誤差函數에 대해서도 各 反復過程에서 連續的으로 降下가 일어나도록, 즉 收斂하도록 다음과 같이 step으로 調節하도록 하였다.

$$\Delta C^j = \lambda^{*j} S^{*j} \dots\dots\dots (26)$$

여기에서

$$S^{*j} = \begin{cases} S^j & \text{if } \nabla E^T(C^j) S^j < 0 \\ -S^j & \text{if } \nabla E^T(C^j) S^j > 0 \end{cases}$$

$$0 < \lambda^{*j} < 1$$

$$E(C^j + \lambda^{*j} S^{*j}) < E(C^j) \dots\dots\dots (27)$$

그리고  $\lambda^{*j}$ 의 初選定  $\lambda^{j,1}$ 의 選定은 normalize된 回路素子에 대해 Taylor級數의 三次以上の 展開되지 않은 部分에서  $\lambda^{j,1} S^{*j}$ 가 不合理하게 커지는 것을 막기 위해 다음이라고 하였다.

$$\lambda^{j,1} = \min \left\{ \frac{1}{\|S^{*j}\| / \|C^j\|}, 1 \right\} \dots\dots\dots (28)$$

만일  $\lambda^{*j} = 1$ 로 取해졌다면 式(28)의 分母의 比는 current parameter vector의 Euclidean norm의 相對的인 變化를 나타낸다.

式(27)이  $E(C^j + \lambda^{*j} S^{*j}) > E(C^j)$ 로 되면 Powell의 方法<sup>1,9,10,11)</sup>에 의해 quadratic approximation을 遂行하여 다음 step  $\lambda^{j,i+1}$ 로 使用하였다.

steepest descent過程에서 Newton過程으로의 變換

은 4番以上の 連續的인 反復過程에서 10%以下의 誤差變化가 있을때 하였다.

Stopping判斷은 相對誤差가 1%以下가 되거나, 連續的인 反復過程이 50番以上일때 멈추도록 하였다.

5. 最適化 Program

Hessian Matrix를 利用한 全體의 最適化 algorithm이 그림 5의 flowchart에 要約되었고, 이 program은 IBM System 370/115로 實行되었다.

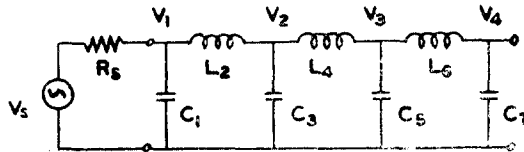
6. 最適回路設計 例

回路構造에 대한 傳達函數는 Mason定理에 의하여 回路網 및 位相幾何의 性質에서 거의 直觀的으로 求해질 수 있는 信號 흐름 線圖에 대한 一般式을 利用하거나<sup>16)</sup> node方程式에서 Cramer의 法則을 適用하여 求하였다.<sup>17)</sup>

傳達函數에 대한 pole과 zero는 Newton-Raphson<sup>12,13)</sup>方法을 適用하여 求하였다.

그림 6-(a)回路에서  $R_s = 1\Omega$ , 遮斷周波  $\omega = 1\text{rad/sec}$ 로 normalize해서 設計하였다. 一般的인 損失없이  $R_s = 1\Omega$ 이라고 해도 傳達函數에는 影響이 없다.<sup>14,15)</sup>

(1) Low-Pass Network



(a) 設計 回路

(單位 : Farad, Henry)

	$C_1$	$L_2$	$C_3$	$L_4$	$C_5$	$L_6$	$C_7$
normalize된 初期值*	1	1	1	1	1	1	1
normalize된 最適值*	0.211154	0.323164	0.316002	0.295011	0.316002	0.323164	0.211154
denormalize된 最適值**	$0.042231 \times 10^{-6}$	$16.1582 \times 10^{-3}$	$0.063200 \times 10^{-6}$	$14.75055 \times 10^{-3}$	$0.063200 \times 10^{-6}$	$16.1582 \times 10^{-3}$	$0.042231 \times 10^{-6}$

\* 遮斷周波數 : 1 rad/sec

\*\* 遮斷周波數 :  $10^4$  rad/sec, 負荷 impedance:  $500\Omega$

(c) 初期值 및 最適值

	Poel 1	2	3	4	5	6	7
Real	-1.476034	-1.111786	-1.111786	-0.426998	-0.426998	-9.114128	-9.114128
Imag.	0.0	-2.346373	2.346373	-4.493241	4.493241	-5.996239	5.996239

(d) 最適值에 대한 poles

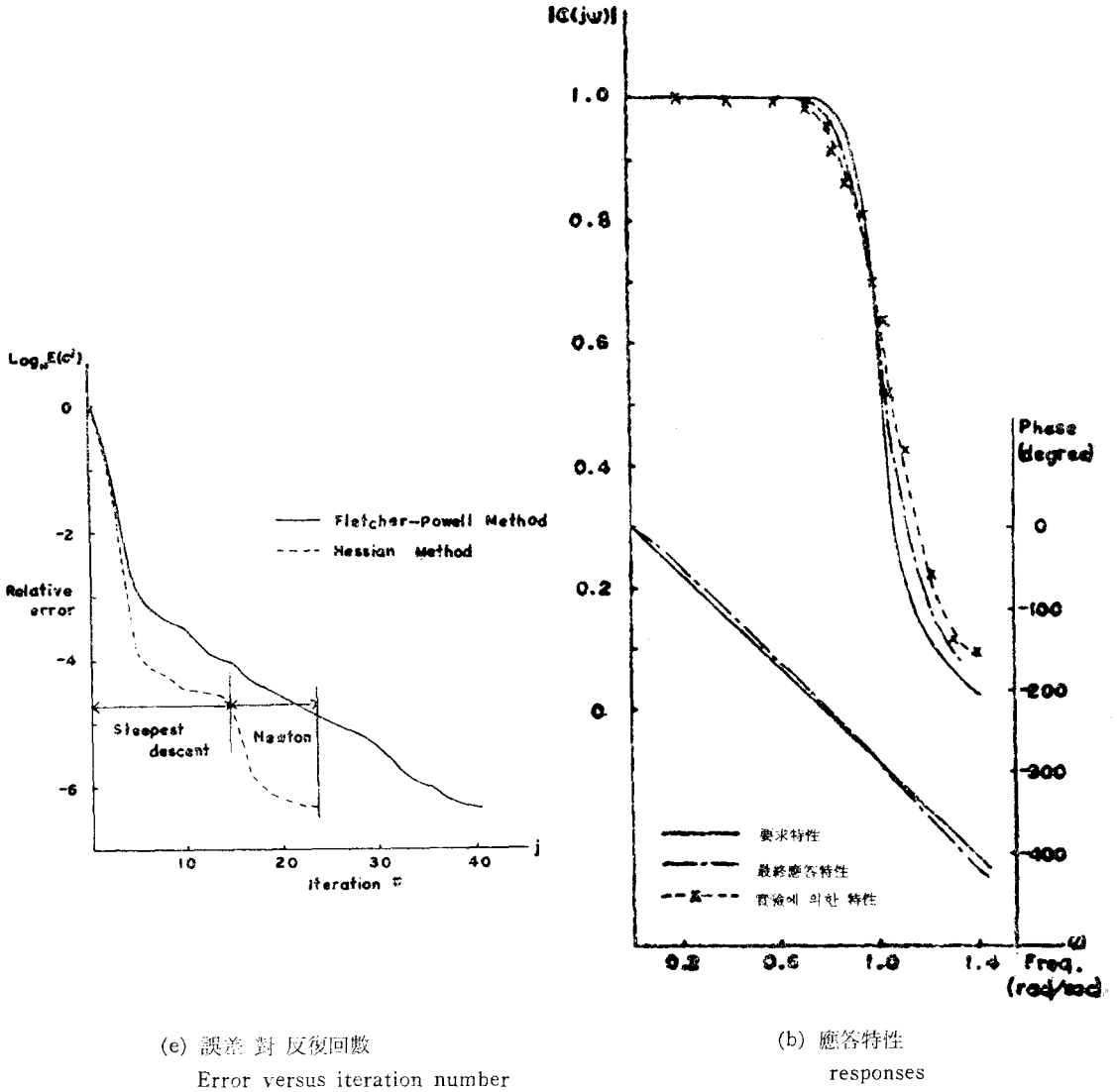
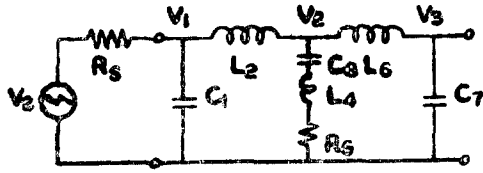
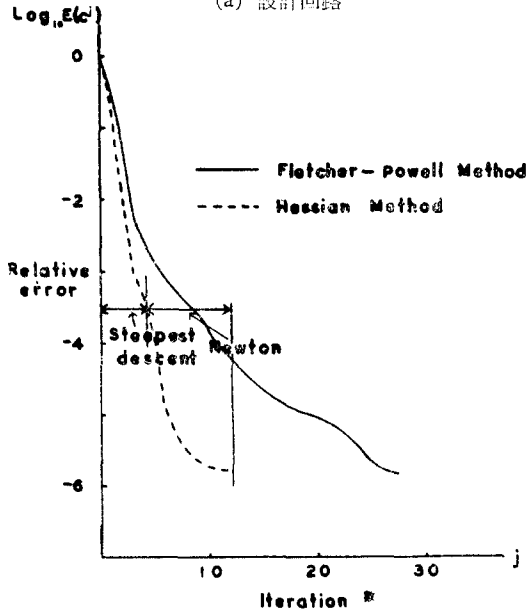


그림 6. Low-pass network  
Fig. 6. Low-pass network

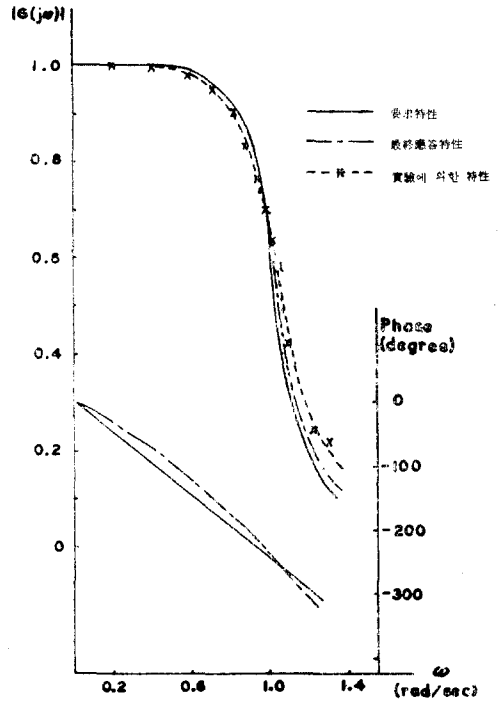
(2) Gain Equalizer



(a) 設計回路



(b) 應答特性



(e) 誤差 對 反復回數

(單位 : Ohm, Farad, Henry)

	C <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	L <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	L <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>
normalize 初期值*	1	1	1	1	1	1	1
normalize 最適值*	1.25001	2.4919	9.44201	3.69120	3.57212	2.49159	1.25001
denormalize 最適值**	0.250002 × 10 <sup>-6</sup>	124.5795 × 10 <sup>-3</sup>	1.888402 × 10 <sup>-6</sup>	184.5600 × 10 <sup>-3</sup>	1.78606 × 10 <sup>3</sup>	124.5795 × 10 <sup>-3</sup>	0.250002 × 10 <sup>-6</sup>

\* 遮斷周波數 : 1 rad/sec

\*\* 遮斷周波數 : 10<sup>4</sup> rad/sec, 負荷 impedance: 500Ω

(c) 初期值 및 最適值

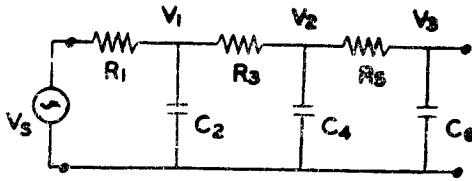
	Pole 1	2	3	4	5	Zero 1	2
Real	-0.023613	-0.665778	-0.665778	-0.084181	-0.084181	-0.030617	-0.937120
Imag.	0.0	-0.271858	0.271858	-0.467459	0.467459	0.0	0.0

(d) 最適值에 대한 poles과 zeros

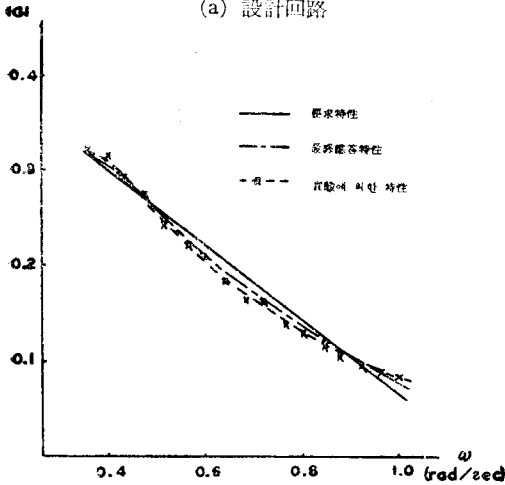
그림 7. Gain equalizer  
Fig. 7. Gain equalizer



(3) Lumped model of distributed RC line network



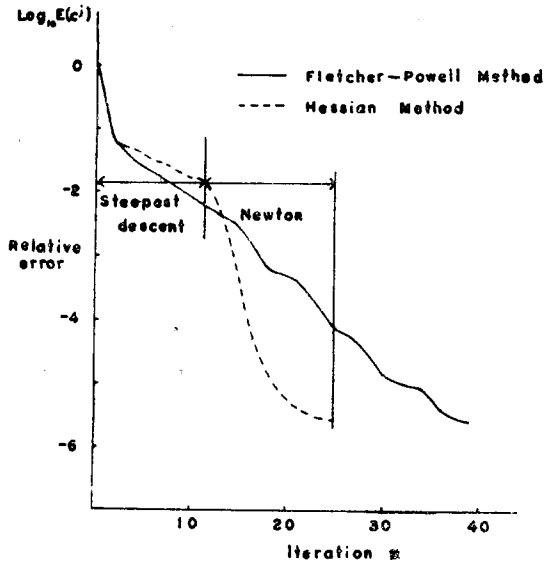
(a) 設計回路



(b) 應答特性

	Pole 1	2	3
Real	-0.022878	-2.448724	-6.840166
Imag.	0.0	0.0	0.0

(d) 最適值에 대한 poles



(e) 誤差 對 反復回數

(單位 : Ohm, Farad)

	$R_1$	$C_2$	$R_3$	$C_4$	$R_5$	$C_6$
normalize 初期值*	1	1	1	1	1	1
normalize 最適值*	0.482145	0.728023	2.450010	0.069423	$0.100020 \times 10^9$	$0.437005 \times 10^{-6}$
denormalize 最適值**	$0.241073 \times 10^3$	$0.14605 \times 10^{-6}$	$1.225005 \times 10^3$	$0.013885 \times 10^{-6}$	$50.01 \times 10^9$	$0.087401 \times 10^{-12}$

\* 遮斷周波數 : 1 rad/sec

\*\*遮斷周波數 :  $10^4$ rad/sec, 負荷 impedance:  $500\Omega$

(c) 初期值 및 最適值

設計回數	Iteration.		CPU Time (minute/second)	
	Fletcher-Powell	Hessian	Fletcher-Powell	Hessian
Linear-phase, constant-gain network	40	23	12/49	7/32
Gain equalizer	27	12	9/15	5/02
Lumped model of distributed RC line	38	25	11/37	8/58

表 1. Fletcher-Powell 方法과 Hessian方法의 效率性 比較

Table 1. Performance comparison of Fletcher-powell method with Hessian method

그림 8. Distributed RC line을 갖는 lumped mode

Fig. 8. Lumped model of distributed RC line network

7. 結 論

Gradient vector 와 Hessian Matrix 의 直接的인 計算으로 正確한 step의 크기가 決定되어 最適值에 빨리 收斂할 수 있었고, 또한 Gradient Vector 와 Hessian Matrix의 誘導된 式들은 많은 附隨的인 函數計算을 必要로 하지 않기 때문에 보다 적은 時間에 빨리 收斂할 수 있었다.

應答特性의 複素平面上에서의 pole-zero 位置調整의 最適化로 크기와 位相까지 同時에 考慮한 回路設計를 할 수 있었다.

Nonconvex函數인 誤差函數에 대해서는 step의 調節로 인해 發散을 防止할 수 있었다.

參 考 文 獻

1. G.C. Temes and D.A. Calahan, "Computer-aided network optimization the state-of the art," Proc. IEEE, vol.55, pp.1832~1863, Nov. 1967.
2. R. Fletcher and M.J.D. Powell, "A rapidly convergent descent method for minimization, Comput. J., vol.6, pp.163~168, June 1963.
3. R. Fletcher and C.M. Reeves, "Function minimization by conjugate gradients," Compt. J., [vol.7, pp.149~154, July 1964.
4. A.V. Fiacco and G.P. McCormick, "Computational algorithm for the sequential unconstrained minimization technique for nonlinear programming" Manage. s., vol. 10, pp.601~617, July 1964.
5. J.F. Pinel and M.L. Blostein, "Computer techniques for the frequency analysis of linear electrical networks," Proc. IEEE, vol.55, pp.1810~

- 1826, Nov. 1967.
6. S.W. Director and R.A. Rohrer, "Automated network design-The frequency-domain case," IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-16, pp.330~337, Aug. 1969.
7. S.W Director and R.A. Rohrer, "The generalized adjoint network and network sensitivities," IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-16, pp.318~323, Aug. 1969.
8. S.W. Director, "Survey of circuit-oriented optimization techniques," IEEE Trans. Circuit Theory vol. CT-18, pp.3~10, Jan. 1971.
9. D.A. Calahan, Computer-Aided Network Design. New York: McGraw-Hill, 1972.
10. D.A. Pierre, Optimization Theory with Applications. New york: Wiley, 1969.
11. D.M. Himmelblau, Applied Nonlinear Programming, New York: McGraw-Hil, 1972.
12. S.D. Conte, Elementary Numerical Analysis New York: McGraw-Hill, 1965.
13. I.B.M. Corp., "System/360 scientific subroutin package version III (360A-CM-03X)," pp. 221~225, 1968.
14. A. Budak, Passive and Active Network Analysis and Synthesis. Atlanta: Houghton Mifflin, 1974.
16. J.J. Distefano, III, A.R. Stubberud, and I.J. Williams, Feedback and Control Systems. New York: McGraw-Hill, 1967, pp.136~161.
17. J. Millman and C.C. Halkias, Integrated Electronics, McGraw-Hill, 1972, pp. 360~400.