

X-밴드 導波管內 支持棒의 임피던스

(Impedance of a Post Mount Structure in the X-band Waveguide)

朴 東 徹*, 羅 正 雄**

(Park Dong Chul and Ra Jung-Woong)

要 約

マイクロ波 帶域의 半導體 素子인 Impatt 혹은 Gunn 다이오드를 導波管內에서 發振 혹은 增幅素子로 使用하기 위하여는 다이오드를 導波管內에 機械的으로 支持하고, 다이오드에 DC bias를 공급하는 線路가 되는 支持棒이 必要하다.

斷面이 圓形인 支持棒에 관하여 다이오드 兩端에서 본 支持棒의 入力 임피이던스의 計算 方法을 소개하고 이를 X-밴드(8-12GHz)에서 實驗的으로 確認하였다.

Abstract

Impedance of a post mount structure supporting a microwave diode in the X-band rectangular waveguide is calculated by using the induced EMF method. Probe measurement of the driving point impedance of the post mount shows a close agreement with the theoretical calculation when the gap of the post mount is near the bottom wall of the waveguide.

1. 序 論

導波管(waveguide)내에 다이오드를 설치할 수 있도록 하는 金屬 支持막대의 다이오드 連結端에서 본 임피이던스의 計算方法와 測定 方法은 각종 能動 素子를 利用한 마이크로파 裝置設計의 基本이며 必須의이다. Eisenhart와 Khan¹⁾에 의해 圓筒形 金屬 支持막대의 임피이던스가 計算되었으며 測定에 의해 그 方法이 確認되었다.

C-밴드(4-6GHz) 導波管을 利用하여 測定 確認된 以上的 方法을 좀더 높은 周波數 帯위인 X-밴드(8-12GHz) 導波管을 利用하여 實驗的으로 再現해 보고, 그 測定限界를 理解할 때, 理論的으로 計算이 어려운 다른 形태의 支指棒 임피이던스를 測定할 수 있는 測定施

設 및 方法을 강구할 수 있다. 一般적으로 마이크로파 다이오드 發振器의 動作은 다이오드 連結端에서 본 受動回路의 임피이던스에 依存하므로 이 임피이던스를 紳明하는 것은 무엇보다도 重要하다고 할 수 있다.²⁾

2. 理 論

導波管內의 支持棒을 일종의 안테나로 생각할 수 있으며, 다이오드의 連結端을 안테나의 入力端으로 생각하면 이 支持棒의 分析 問題는 전국 안테나의 入力端 임피이던스를 구하는 問題와 同一시될 수 있다. 이 임피이던스를 구하기 위하여 그린 함수(Green's function)와 induced EMF 方法이 利用되어 導波管內에서 存在할 수 있는 모든 mode가 考慮되어야 한다.

導波管內의 電磁界는 Maxwell 方程式을 만족하며 단진동을 가정하여 時間 依存量 $e^{j\omega t}$ 를 省略하면 電流源이 存在할 때 電界 \vec{E} 는一般的으로 source 領域에서 식(1)을 만족시킨다.

* 忠南大學校 工科大學 電子工學科

** 韓國科學院 電氣 및 電子工學科

接受日字 : 1977年 3月 26日

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} - k^2 \vec{E} = -j\omega \mu_0 \vec{J} \quad (1)$$

여기서 \vec{E} 는 電界 빡터, \vec{J} 는 電流 빡터, μ_0 는 自由 空間의 투자율, k 는 媒質의 波數(wave number), ω 는 角周波數이다.

斷面이 직사각형인 導波管의 境界條件과 微分方程式 (1)을 點電流源에 對하여 만족시키는 解가 dyadic Green 함수 $\tilde{G}(\vec{r}/\vec{r}')$ 로서 (2)식과 같이 쓸 수 있다.

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{G}(\vec{r}/\vec{r}') - k^2 \tilde{G}(\vec{r}/\vec{r}') = \tilde{J}\delta(\vec{r}-\vec{r}') \quad (2)$$

여기서 \tilde{J} 는 unit dyadico] 면 $\delta(\vec{r}-\vec{r}')$ 은 delta 함수, \vec{r} 은 觀測點, \vec{r}' 은 電源點을 나타낸다. \tilde{G} 는 주어진 境界條件을 만족시키는 모든 mode, 即 相互直交하는 모든 固有函數의 중첩으로 表示할 수 있다.³⁾ 따라서 電流源 $\tilde{J}(\vec{r}')$ 에 依한 導波管內 임의의 點에서의 電界 $\vec{E}(\vec{r})$

$$\vec{E}(\vec{r}) = -j\omega \mu_0 \int_v \tilde{G}(\vec{r}/\vec{r}') \cdot \tilde{J}(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (3)$$

으로 求해진다. 여기서 v 는 電流源의 體積이다.

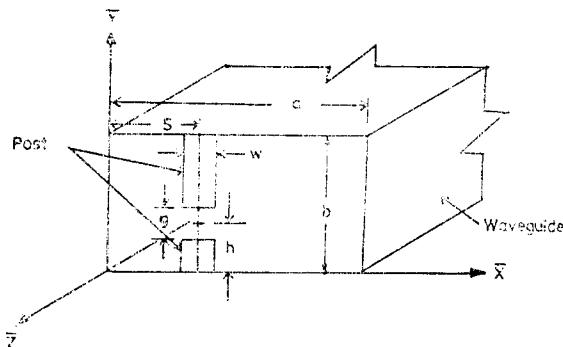


그림 1. 導波管內의 支持棒

Fig. 1. A post mount in the rectangular waveguide

그림 1에서 支持棒이 \bar{Y} 축 方향으로 存在한다면, 支持棒에 流하는 電流 \bar{J} 는 \bar{Y} 軸 方向 成分만으로 가정할 수 있다. 또한 支持棒의 間隔(그림 1의 g부분)에는 다이오드 또는 probe가 연결되므로 支持棒兩端에서 전하의 連續性이 보장되어 導波管內의 電界는 \bar{Y} 成分만을 갖게 된다. 따라서 (3)식의 \tilde{G} 는 9個成分中 $\bar{Y}_0 \bar{Y}_0$ 成分만이 必要하며, 이 成分의 \tilde{G} 를 G_{yy} 라 할 때

$$G_{yy} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)(k^2-k_y^2)e - \Gamma_{mn}|z-z'|}{abk^2\Gamma_{mn}} (\sin k_x x)(\sin k_x x')(\cos k_y y)(\cos k_y y') \quad (4)$$

로 주어진다.³⁾ 여기서 $k_x = \frac{m\pi}{a}$, $k_y = \frac{n\pi}{b}$, m 및 n 는 양의 정수이며, $\Gamma_{mn} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}$,

$$\delta_0 = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

이고 a 및 b 는 導波管의 X 軸 및 \bar{Y} 軸의 內長이다.

支持棒의 入力端 임피던스를 구하기 爲하여 入力端

間隔에 加해주는 電界를 \bar{E}_A 라 가정한다. 즉 그림 1에서 圓柱 支持棒을 $Z=0$ 平面에 놓인 폭이 W 인 等價 平板¹²⁾으로 취급하면 인가된 電界 \bar{E}_A 는

$$\bar{E}_A = \begin{cases} \frac{V}{g}, & S - \frac{W}{2} < x < S + \frac{W}{2}, \quad h = \frac{g}{2} \\ < y < h + \frac{g}{2}, \quad Z=0 \\ 0, & \text{기타 부분} \end{cases} \quad (5)$$

로 쓸 수 있다. 여기서 g 는 支持棒의 兩端 간격, V 는 그 兩端에 인가한 電壓이며 S 및 h 는 그림 1에서 보인 바와 같이 支持棒의 位置를 表示한다. 實際로 支持棒兩端에는 다이오드나 probe가 連結되어 이 間隔에 流하는 電流는 支持棒에 流하는 電流와 같다. 따라서 支持棒 間隔에 加한 電力은 支持棒 表面으로 传导되는 電力 및 支持棒 損失의 합과 같을 것이다, 이는 induced EMF 方法에 依해 다음과 같이 表示할 수 있다.⁴⁾

$$\int_v \bar{E}(\vec{r}') \cdot \bar{J}^*(\vec{r}') d\vec{r}' = \int_v \bar{E}_A(\vec{r}') \cdot \bar{J}^{*-1}(\vec{r}) d\vec{r}' \quad (6)$$

여기서 $*$ 는 公액 복소수를 意味하며, v 는 支持棒 및 間隔部分의 體積이지만, \bar{E} , \bar{J} 및 \bar{E}_A 는 導波管의 모든 mode로 展開하여 그들 mode間의 直交性를 利用 하여면 v 는 導波管 全斷面에 걸친 體積을 意味한다.

(6)식의 \bar{E} , \bar{J} 및 \bar{E}_A 를 導波管의 mode로 展開한 후 mode의 直交性를 利用하면 (m,n) mode에 관한 (6)式의 관계를 쓸 수 있다. 支持棒이 항상 $x=\text{const}$ 의 위치에 位置하고 그 斷面이 一定하다면 x 축에 의존하는 導波管 mode函數는 (6)식의 양端에 같은 계수 및 症수로 나타난다. (6)식의 左邊은 全복사전력으로서 \bar{J} 와 (3) 및 (4)식으로부터 유도된다. (6)식의 右邊은 支持棒兩端에 加해진 電力으로서 \bar{J} 및 (5)식으로부터 유도되며, 兩端 間의 電壓 V 와 모든 mode 励起 電流의 矢으로 表示된다. 따라서 支持棒의 入力端 임피던스는 이 모든 mode 임피던스의 합으로 다음과 같이 表示될 수 있다.¹³⁾

$$Z_R = \frac{1}{\sum_{n=0}^{N_1} \left[\sum_{m=1}^{M_1} \left(\frac{M_1}{m} \left(\frac{\alpha_{pm}}{\alpha_{gn}} \right)^2 \right) \right]} \quad (7)$$

여기서 M_1 , N_1 은 무한대 즉 무한대의 可能한 mode에 대해 생각해 주어야 하나 수렴 效果에 의하여 $M_1 = \frac{a}{W}$, $N_1 = \frac{b}{g}$ 로 놓아도 무한대까지 생각한 實際 理論值의 1.5% 이내의 誤差를 갖는다.¹⁴⁾

Z_{mn} 은 TE_{mn} , TM_{mn} mode의 영향을 모두 생각하여 준 mode pair 임피던스로

$$Z_{mn} = \frac{j\eta b}{ak} \cdot \frac{(k^2 - k_y^2)}{(2-\delta_0)\Gamma_{mn}} \quad (8)$$

여기 η 는 空氣의 intrinsic 임피던스, 그리고 기타

記號의 意味는 (4)식에서와 같다. (7)식의 α_{pm} 은

$$\alpha_{pm} = \sin k_z S \left(\frac{\sin \theta_m}{\theta_m}, \theta_m = \right) \frac{m\pi w}{2a} \quad (9)$$

이여 W 값은 等價 平面 폭으로 支持棒의 단면 직경을 d 라 할 때 $W=1.8d$ 로써 使用할 수 있다.^{1), 5)} 또한 α_{pm} 은

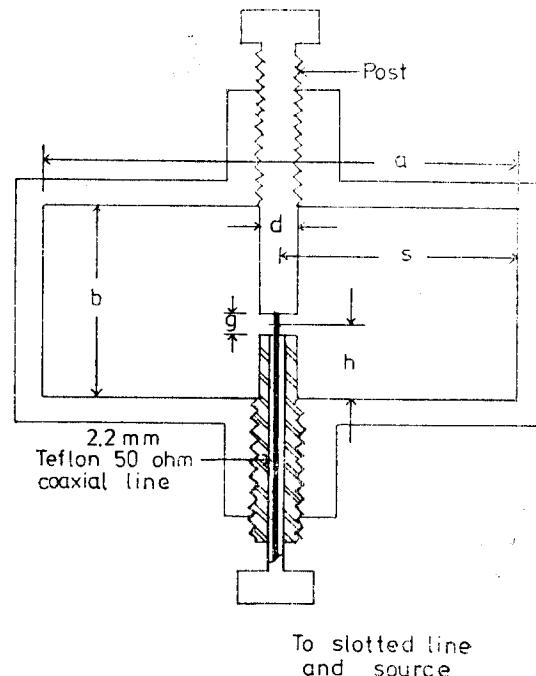
$$\alpha_{pm} = \cos k_y h \left(\frac{\sin \phi_n}{\phi_n} \right), \phi_n = \frac{n\pi g}{2b} \quad (10)$$

이여, α_{pm} 을 支持棒에 의한 相關係數, α_{gn} 은 支持棒 間隔에 의한 相關係數로 볼 수 있다.

3. 測定 結果의 考察

X-밴드(8-12.4GHz) 導波管의 위와 아래에 구멍을 뚫어 支持棒이 밖에서 들어갈 수 있게 해놓고 支持棒이 훈들리지 않도록 導波管 위와 아래에 支持臺를 납땜으로 붙였다. 다음에 brass(傳導度面에서는 구리가 약 5倍 程度 좋으나 선반으로 加工時 brass가 더 용이함)로 직경이 2.2, 2.5, 2.8mm 되게 支持棒을 깍고 이 支持棒에 나사를 만들어 導波管 속에 끌려 넣을 수 있게 했다. 또 導波管 内의 電磁界에 影響을 주지 않고 gap 端子에 접근하기 위해 rigid miniature coaxial cable을 使用하였다.

이 實驗에서 支持棒의 x 方向 位置 S' 은 $S' = \frac{S}{a} = 0.5$ 되게 中央에 位置시키고 gap의 y 方向 位置 h' 은 $h' = \frac{h}{b} = 0.027$ 에 대해 測定하였다. 그림 2는 本 實驗에 使用한 支持棒 構造의 斷面圖이다.



$$\begin{aligned} a &= 22.866 \text{mm} & b &= 10.160 \text{mm} \\ d &= 2.2, 2.5, 2.8 \text{mm} & g &= 0.55 \text{mm} \quad h' = h/b = 0.027 \\ S' &= S/a = 0.500 & S' &= 0.500 \quad \text{同軸心線直徑 : } 0.55 \text{mm} \end{aligned}$$

그림 2. 測定用 支持棒構造
Fig. 2. Test jig and its dimension

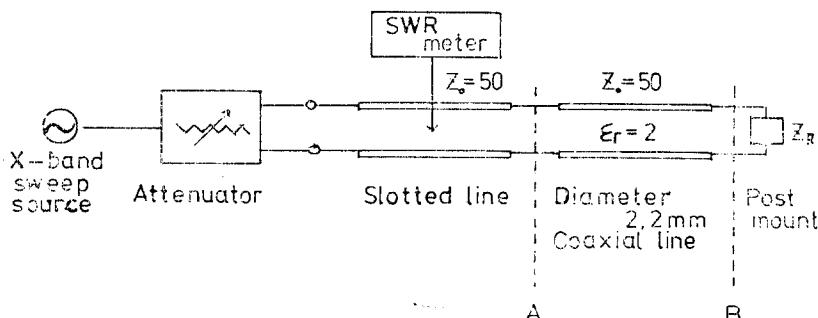


그림 3 測 定 裝 置
Fig. 3. Impedance measurement of the post mount

導波管內 支持棒 入力端 임피이던스를 測定하기 為하여 그림 3과 같은 slotted line을 利用한 回路를 構成하였다.

Slotted line은 그림 2의 Teflon 同軸線을 통해 支持棒兩端을 연결해 주는 probe에 연결되어 있다. 實際 임피이던스의 測定은 그림 3의 A점에서 이루어졌다. Teflon 同軸線의 길이를 Time Domain Reflectometry

(TDR) 方法으로 正確히 測定하여 A점의 임피이던스 값으로부터 支持棒의 入力端 임피이던스값(그림 3의 B점)을 計算하였다.

그림 4에서 6까지 支持棒의 直徑이 각각 2.2, 2.5, 2.8mm일 때 임피이던스의 理論值와 測定值를 比較하였다. 즉 8.0GHz부터 12.4GHz까지 0.1GHz 間隔으로 測定한 VSWR과 反射係數의 位相을 데이터로 하여

컴퓨터 計算을 통하여 gap 入力端 임피이던스를 求하였다.

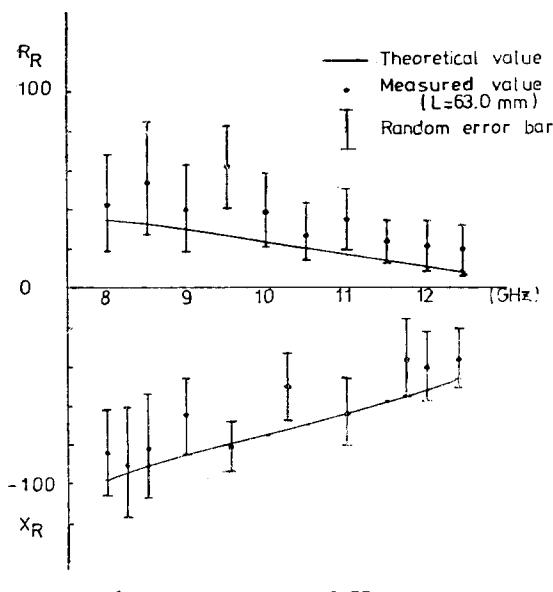


그림 4. Gap输入端 impedance
Fig. 4. Gap driving point impedance

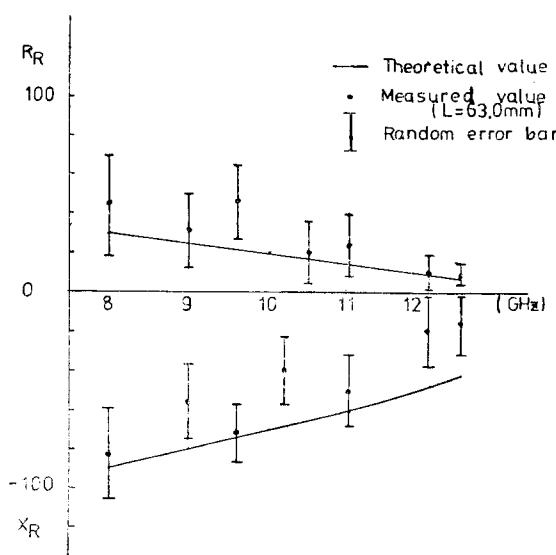


그림 5. Gap输入端 impedance
Fig. 5. Gap driving point impedance

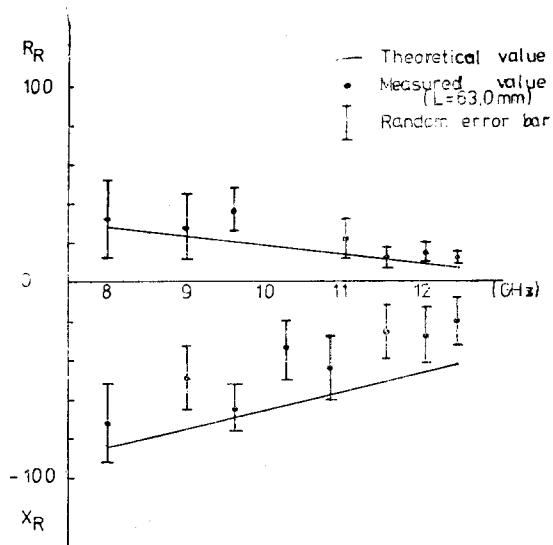


그림 6. Gap输入端 impedance
Fig. 6. Gap driving point impedance

測定值의 誤差범위는 slotted line의 正確度 등을 포함한 測定器機誤差, 測定裝置의 加工, 조립誤差($g \pm 0.1\text{mm}$, $S \pm 1\text{mm}$, $d \pm 0.1\text{mm}$) 등이 고려되었다. 특히 그림 3의 A 점과 B 점間의 同軸線길이 測定은 전체 誤差 범위에 가장 큰 영향을 미쳤으며 測定에 使用된 TDR의 測定誤差는 $\pm 2\text{psec}$ 로, 길이로 환산하면 $\pm 0.4\text{mm}$ 이었다. 그림 4~6의 誤差 bar는 同軸線의 길이가 63.0mm라 놓았을 때 $\pm 0.4\text{mm}$ 의 길이 誤差를 제외한 나머지 모든 誤差를 누산하여 表示한 것이다. 그림 4~6에서 볼 수 있듯이 gap이 導波管의 밑面에 있을 때 測定誤差범위 内에서 測定值와 理論值가 比較的 잘 맞음을 알 수 있다. 理論值 임피이던스 式의 誘導時 probe와 支持棒의 직경을 같다고 놓고 計算하였으나 實際로 probe의 直徑은 상당히 작으므로 gap內에 radial line이 存在하는 것으로 간주하여 리액턴스의 理論值가 보상되어야 할 必要가 있다. 그러나 이 radial line을 끝이 open된 비균일 전송선으로 等價化하여 gap 끝에서 본 输入端 impedance를 求해 보면 8~12.4GHz 帶域에서 平均的으로 $j10\Omega$ 程度로 된다.⁶⁾ 그림 4~6의 리액턴스 曲線에 이 $j10\Omega$ 을 보상해 주면 아주 잘 맞음을 알 수 있다.

그러나 測定值 曲線에서 1.5GHz 程度의 頻率로 생기는 임피이던스의 變化趨勢는 그 原因이 確實히 紋

明퇴지 못했다.

4. 結 論

矩形 導波管내의 圓筒形 支持棒에 대한 入力端 임피이던스가 理論的으로 誘導됨을 確認해 보고 實驗을 通過하여 이 理論이 合當함을 보였다. 이 測定 方法은 임피이던스를 理論的으로 誘導하기 힘든 任意의 形態를 가진 支持棒의 入力端 임피이던스를 測定하는데 利用될 수 있으며, 測定誤差限界는 각종 加工 및 기기 정밀도로부터 計算할 수 있다.

參 考 文 獻

1. Robert L. Eisenhart and Peter J. Khan, "Theoretical and Experimental Analysis of a Waveguide Mounting Structure," IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-19, No. 8, Aug. 1971, 706-719.
2. Kurokaua, An Introduction to the Theory of Microwave Circuits, New York, Academic Press, 1969, 380-386.
3. Y. Rahmat-Samii, "On the Question of Computation of the Dyadic Green's Function at the Source Region in Waveguides and Cavities," IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-23, No. 9, Sept. 1975, 762-765.
4. R. Harrington, Time Harmonic Electromagnetic Fields, New York, McGraw-Hill, 1961, p. 349.
5. H. Jasik, Antenna Engineering Handbook, New York, McGraw-Hill, 1961, chapter 3, p. 7.
6. N. Marcuvitz, Waveguide Handbook, New York, Dover, 1965, 90-91.
7. M. Sucher and J. Fox, Handbook of Microwave Measurements, Polytechnic Institute of Brooklyn, 1963, Vol. 1, chapter2.
8. E.C. Jordan and K.G. Balmain, Electromagnetic Waves and Radiating Systems, Prentice-Hall, 1968, chapter 14, 535-554.