非線形計劃法에 依한 自動經濟給電 앨고리즘의 開發에 關한 研究

논 문
26~1~3

Algorithm for Economic Load Dispatch by the Nonlinear Programming Method

朴 永 文*·金 建 中**
(Young Moon Park, Kun Joong Kim)

Abstract

This paper aims to develope a new algorithm to overcome the disadvantages of the conventional E.L.D system based on the B-Constants and Penalty-Factors scheme.

The main features of this paper are that the Variabiable Decoupled Method usually employed in the Load-Flow studies is introduced to the E.L.D. algorithm developed by Sasson, using the Powell's Nonlinear Programming Scheme. Besides this, other minor refinements are made to reduce memory spaces and computing time.

Case studies show that the method suggested here has the remarkable advantages of computing efficiency and memory requirements over Sasson's.

1. 緒 論

最近 電力系統의 大型化 및 發電燃料費 上昇추세에 따라 火力發電系統의 經濟運用이라는 課題의 重要性이 점차 增大하고 있다. 實際로 電力系統에서 經濟運用을 함으로써 얻어지는 燃料費의 節減은 實로 莫大한 金額에 달한다. 여기서 電力系統의 經濟運用이라 함은 最小의 費用으로 주어진 負荷에 電力을 供給함을 말한다 이러한 經濟運用을 行하기 위하여 現在 採用하는 一般的인 方法은 B—定數法에 依한 方式이다. 그러나 이 方法은 數式 자체가 近似式이어서 정확한 解를 求하기가 어렵고, 또 無效電力制御를 따로 해야 하는 不便이 따른다. 이러한 點들을 補完한 새로운 方法이 切實히 要請되고 있으나, 아직까지는 實用化 단계에 이르지못하고 있다. 그러나, 이 方面에 對한 꾸준한 研究가 各國에서 進行되고 있으며, 그 代表的인 試圖는 非線形計劃法에 依據한 것이라 할 수 있다. 이 方面에서 特히 問題가 되는 것은 計算時間이 길고, 計算에 所要되는 記憶容量이 방대하여, 大電力系統에 온라인(on-Line)用으로 適用하려면 그 計算 앨고리즘에 많은 改良이 이루어져야 할 實情에 있다.

* 正會員 : 서울大 工大 電氣工學科 副敎授(工博)
** 〃 : 서울大 大學院

따라서 本 論文에서는 制約函數(Penalty Function)에의한 非線形計劃法에서 問題가 되는 計算時間을 보다 短縮시켜 實系統에 適用을 시킬 수 있도록 하고, 또한 電子計算機의 記憶容量도 大幅 節減하여 中, 小型 計算機로도 計算可能케 하여, 장차는 온라인(On-Line) 運轉이 可能하도록 하는 앨고리즘을 開發하는데 研究의 目的이 있다.

最適化 解法에 依한 經濟運用을 最初로 試圖했던 사람은 Carpentier로서, 最適解를 얻기 위해 Kuhn-Tucker 定理를 應用했고, Peshon은 無效電力만을 最適化하는 方法을 考案했는데, 이것은 Carpentier의 모델에 單捲變壓器를 추가한 것이었다. 그後 Dommel과 Tinney는 制約函數(Penalty Function)를 세워 有效電力까지도 最適化를 시켰으며, El-Abiad는 Lagrangian을 使用한 非線形計劃法(Nonlinear Programming)으로 그 解를 求했다[1].

Sasson[2),3)]은 그후 더욱 强力한 計算方法인 S.U.M.T(Sequential Unconstrained Minimization Technique)를 使用하여 Tap-changing Trans.가 없는 경우의 火力發電系統의 最適패턴을 求했다.

本 論文에서는 Sasson의 方法을 改良하여, 變數로서 電壓의 絕對値(V)와 그 位相(θ)을 모두 同時에 取하지 않고, 最小化 反復過程에서 變數分割法(Variable Decoupled Method)을 導入함으로써 計算時間과 記憶容量面에서 월등한 改善을 이룩하였다. 즉 처음에는 電壓位相(θ)만을 變數로 取하고 電壓絶對値는 常數로 놓고서 最小化를 시키고, 다음에는 電壓絶對値를 變數로 하고 그 位相은 常數로 하여 最小化를 시키는 方法으로 이 過程을 反復함으로써 電壓의 位相과 그 絶對値를 모두 變數로 取한 경우와 同一한 解를 얻으며, 計算速度와 記憶容量面에서 相當한 改善效果를 얻어, 장차 온라인(On-Line) 運轉에의 適用 可能性을 提示하고 있다.

2. 一般的인 非線形 制約條件과 非線形 目的 函數의 最適 解法

一般的으로 非線形 問題는 다음과 같이 表示될 수 있다.

$$\text{Min. } f(X) \tag{1}$$

$$g_i(X) \geq 0 \qquad i=1, \cdots\cdots, m$$

$$h_j(X)=0 \qquad j=1, \cdots\cdots, p$$

여기서 X는 n次元 벡터.

式(1)을 푸는 方法은 一般的으로 다음의 세 가지로 分類된다[4),5),6)].

1. Fiacco-McCormick法
2. Lootsma法
3. Zangwill法

1.의 方法은 初期値 選定에서 모든 制約條件(constraint)을 만족하여야 한다는 어려운 點이 있어 採擇하기 어려운 경우가 있고, 2.의 方法은 1.의 方法과 같은 短點은 있으나 目的函數의 誤差가 制約條件에 無關한 경우에 便利하게 使用할 수 있다. 3.의 方法은 初期値를 特別히 考慮할 必要는 없으나 收束이 늦은 短點이 있다. 따라서 Powell은 이러한 點들을 考慮하여 Zangwill의 方法을 수정하여 다음과 같은 函數를 設定하였다. 즉

$$P(X,\ r_i,\ S_i) \equiv f(X) + \sum_{i=1}^{m} \frac{(g_i(X)+S_i)^2}{r_i} \tag{2}$$

단, $\sum$項은 $g_i(X)<0$인 때만 포함.

여기서 S_i, r_i는 각각의 最小化 過程동안에는 常數로 유지되고, Zangwill의 경우와 같이 制約條件을 滿足하지 않을 때에만 $\sum$項은 考慮된다. 지금 j번째의 反復過程에서 r^j, S^j를 가정하면 $P(X^j,\ (r^j\ S^j))$의 制約條件에 따른 最適値는 만약 $g_i(X)=0$에 수렴하면 $f(X)$의 값이 비록 $P(X^j,\ (r^j,\ S^j))$의 값과 같지 않아도最適解에 도달하게 된다. 따라서 問題는 각각의 反復過程동안 $g_i(X)$가 좀 더 수렴이 잘 되도록 시키는 것이다. 이것이 Powell 法에서의 S_i項의 導入이다. 만약 $r_i=0$, $S_i=0$에 수렴하면 이때는 Zangwill의 方法과 同一하게 된다. 이 S_i項의 導入으로 r_i를 많이 수정하지 않고도 解를 구할 수가 있는 것이다. 다음에 S_i의 수정 方法을 보인다.

$$S_i^{j+1}=S_i^j+g_i(X) \tag{3}$$

주어진 r_i에 對하여 S_i만을 式(3)과 같이 수정해가며 最小化를 시키고, 더 이상 最小化가 어렵거나 收束이 늦으면 그때에 r_i값을 變化시켜 다시 反復計算을 行한다. 一般的으로 電力系統에서는 最大制約離脫値가 1/2 또는 1/4정도로 줄어들면 계속 S_i를 수정하는 것이 바람직하다. 그리고 r_i를 줄일 때는 S_i도 함께 줄여 過去의 영향이 너무 크지 않도록 할 必要가 있는 데, 이때에는 r_i, S_i 모두 같은 比率로서 줄임이 바람직하고, 보통 1/100 정도가 통례이다. 그림 1.에 Powell法의 流通圖를 圖示한다. 그림 1.에서 式 (2)를 最小化하는 技法으로는 現在까지 알려진 가장 强力하고 安定性이 있는 Fletcher-Powell法[7)]을 使用하였다.

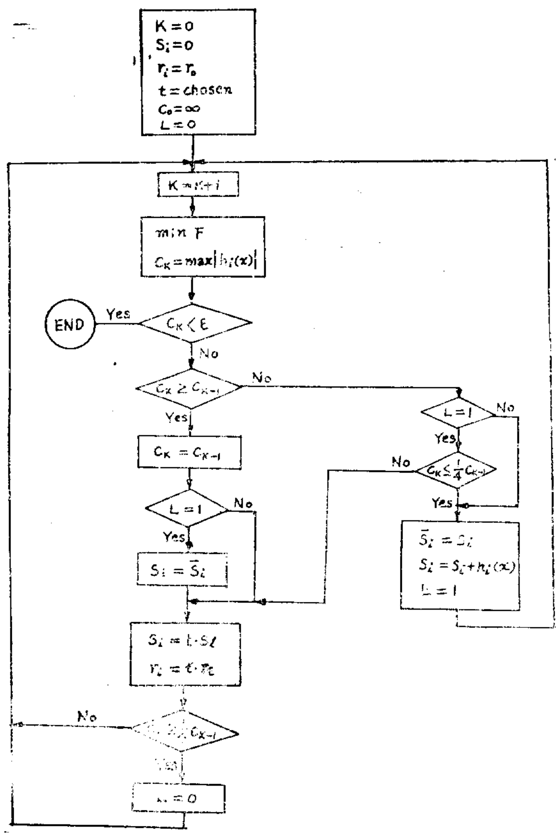

그림 1. Powell法의 流通圖.
Fig. 1. Flow diagram of Powell's Method

3. 經濟給電 모델의 設定

電壓은 極座標를 使用하여 그 絶對値(V)와 位相(θ)을

각각 變數로 取하고, 系統의 어드미탄스(Admittance) Y_{BUS}는 直角座標를 使用하여 實數部(YR)와 虛數部(YI)로 나누어 생각한다. 즉,

$$\dot{V}_i \equiv V_i(\cos\theta_i + j\sin\theta_i) \tag{4}$$

$$\dot{Y}_{ij} \equiv YR_{ij} + jYI_{ij} \tag{5}$$

다음에 電力方程式을 세우면

$$P_i = V_i(IR_i * \cos\theta_i + IJ_i * \sin\theta_i) \tag{6}$$

$$Q_i = V_i(IR_i * \sin\theta_i - II_i * \cos\theta_i) \tag{7}$$

여기서

$$IR_i = \sum_{j \in S_i} V_j(YR_{ij} * \cos\theta_j - YI_{ij} * \sin\theta_j)$$

$$II_i = \sum_{j \in S_i} V_j(YR_{ij} * \sin\theta_j + YI_{ij} * \cos\theta_j)$$

S_i : i 母線에 연결된 母線番號의 集合

다음은 制約條件項의 條件函數 G_i를 表示한다.

$$G_{i1} \equiv P_i^M - P_i \geq 0 \tag{8}$$

$$G_{i2} \equiv P_i - P_i^m \geq 0 \tag{9}$$

$$G_{i3} \equiv Q_i^M - Q_i \geq 0 \tag{10}$$

$$G_{i4} \equiv Q_i - Q_i^m \geq 0$$

$$G_{i5} \equiv V_i^M - V_i \geq 0$$

$$G_{i6} \equiv V_i - V_i^m \geq 0$$

$$G_{i7} \equiv \theta_i^M - \theta_i \geq 0$$

$$G_{i8} \equiv \theta_i - \theta_i^m \geq 0$$

여기서 M은 上限値, m은 下限値에 對한 것을 表示한다.

費用函數 $f(X)$는 실제로는 電力系統에서 여러가지가 存在하나, 그중에서 가장 電力系統의 經濟運用에 영향을 많이 주는 發電燃料費만을 考慮하고, 各 發電所의 發電燃料費 $f_i(P_i)$는 그 發電所의 出力 P_i의 2次式으로 주어진다고 가정하여

$$f_i(P_i) = a_i + b_i * P_i + c_i * P_i^2 \tag{16}$$

와 같이 近似化했다. 따라서 全系統의 費用 $f(X)$는 개개의 發電燃料費의 合으로 주어지므로 式(17)과 같이 表示된다.

$$f(X) = \sum_G f_i(P_i) \tag{17}$$

式(8)~(15)의 制約條件式群과 式(17)의 燃料費函數를 포괄하는 非制約目的函數 F는 다음과 같다.

$$F = \sum_G f_i(P_i) + \sum_{i=1}^{m} \frac{(G_i(X) + S_i)^2}{r_i} \tag{18}$$

$G_i \geq 0$

m : 制約條件의 총數

式(18)은 V_i, θ_i, P_i, Q_i(단 $i=1, \cdots\cdots n$, n=母線數)를 變數로 하는 函數로 모두 $4N$個의 變數가 存在한다 그러나 P_i, Q_i는 V_i, θ_i의 函數로 表示 可能하므로, 本 硏究에서는 V_i, θ_i만을 變數로 取하여 결과적으로 變數의 수는 $2N$ 個로 줄어들었다. 이제 本 論文에서 試圖한 變數分割法을 使用하기 위하여 F 函數를 두 段階로 分類한다. 電力系統에서 有効電力은 電壓의 位相角에 주로 좌우되므로 P_i와 θ_i에 關한 F_θ는 式(18)에서 燃料費函數 式(17)과 條件函數 式(8), (9), (14), (15)를 포함하고 特히 負荷 BUS에서는 式 (8), (9) 대신 式(6)을 使用한다. 같은 方法으로 Q_i와 V_i에 關한 F_V는 無效電力이 주로 電壓의 絶對値의 函數로 주어지므로 式(10)~(13)과 또 負荷 BUS에서는 式(10), (11) 대신 式(7)을 使用한다.

4. 計算 앨고리즘

앞에서 구한 F_θ, F_V에 의해서 計算을 進行시켜 가는데, 먼저 F_θ에 대해서 最小化를 시키고 다음에 F_V를 最小化를 시키는 過程을 反復한다. 이렇게 함으로써 F_θ 最小化가 끝나면 Q와 V에 대한 制約條件은 다소 惡化되고, 반대로 F_V 最小化가 끝나면 P와 θ에 대한 制約條件이 다소 惡化됨은 分割法의 固有特性이다. 그러나 이러한 過程을 계속 進行함에 따라서 모든 制約條件은 점점 滿足하는 方向으로 수렴하게 된다. 그리고 電子計算機의 計算時間과 記憶容量을 줄이기 위해 다음의 추가 조치들을 취했다.

1. 最小化 技法으로 Fletcher-Powell法을 使用할 때 많은 記憶容量을 必要로 하는 헷시안(Hessian) 行列을 對稱性을 利用하여 반쪽부분만을 저장하여 $(N^2-N)/2$의 記憶容量 節減을 가져왔다.

2. 式(18)의 F 計算時한 반복과정에서 빈번히 사용되는 sin, cos의 값을 미리 計算하여 테이블로 저장시켜 찾게 함으로서 많은 計算時間의 短縮을 가져왔다.

3. 式(18)의 F 計算時 Y_{BUS}를 미리 0이 아닌것만을 記憶시키고, 이 順序에 따라 計算시킴으로써 記憶容量과 計算時間面에서 월등한 改善을 가져왔다. 실제로 電力系統에서는 Y_{BUS}가 15~30%만이 차있는 스파이스(sparse) 行列이다.

5. r_i의 初期値 選定

式(18)에서 r_i의 初期値 選定에는 세심한 주의가 따라야 한다. 만약 r_i의 初期値가 너무 크면 전체 反復回數의 增加로 計算時間이 많이 걸리고, 또 너무 작으면 函數가 發散하기 쉽다. 電力系統에서는 보통 r_i를 1/20 정도로 잡고 있으나, 分割法을 使用할 때에는 이보다 2~5倍 정도 크게 取하는 것이 적당함을 實驗에서 관찰했고, 또 매 단계 r_i값을 줄여주는 比率도 1/100보다 10倍정도 크게 취함이 적당하다.

6. 모델系統에의 適用結論

本 論文에서 使用한 모델은 그림 2.와 같으며 이 때의 系統定數는 표 1.과 같다.

本 論文에서는 變壓器의 非公稱탭(Off-Nominal Tap ratio)은 固定하였으며, 또 각 BUS에서의 調整用 콘덴서는 連續變化가 可能하다고 생각하여 실제의 段階的 變化와는 差가 약간 있다. E.L.D의 計算結果는 표 2와 같다.

위의 結果에 의하면 有效電力의 分布가 費用이싼 第4 母線 發電所에 集中되고 있으며 slack 電壓은 처음의 값 1∠0에서 1.0513∠0으로 變하고 있다.

다음에 收束特性을 살펴보면 그림 3.과 같으며 여기서는 7回의 反復 S.U.M.T 計算으로 그 解를 얻을 수

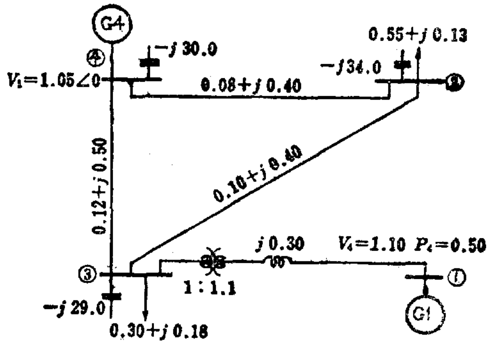

그림 2. 모델系統圖
Fig. 2. Model System

표 1. 모델 系統 定○表
Table 1. Sytem Constants

BUS	P_{max}	P_{min}	Q_{max}	Q_{min}	V_{max}	V_{min}	θ_{max}	θ_{min}	BUS TYPE
1	0.45	0.05	0.25	0	1.1	0.95	1.5	−1.5	G
2	−0.55		−0.13		1.1	0.95	1.5	−1.5	L
3	−0.30		−0.18		1.1	0.95	1.5	−1.5	L
4	0.58	0.05	0.35	0	1.1	0.95	0	0	slack

燃料費 定數 : $f_1(P_1)=2.0 * P_1+4.0 * P_1^2$,　$f_2(P_4)=1.5 * P_4+2.0 * P_4^2$

표 2. 計算結果(初期電壓 1○0)
Table 2. Results (Starting Voltage 1∠0)

BUS	P	Q	V	θ
1	0.2930	0.0150	1.0526	0.0099
2	−0.5499	−0.1300	0.9501	−0.1447
3	−0.2997	−0.1800	0.9560	−0.0694
4	0.5809	0.3370	1.0513	0

燃料費 : 2.4757 P.U

있었고, 또 앞서 설명한 바와 같이 r_i의 값은 3번만 바뀌고 있다. 그리고 여기서는 初期電壓을 1∠0로 取했으나, 電力潮流計算에서 求한 값에서 出發을 하면 收束은 더욱 加速될 것이고, 實驗에 의하면 1/2~1/3정도 計算時間이 短縮된다. 그리고 Fletcher-Powell 計算時 헷시안行列을 항상 單位行列에서 시작하지 않고 前段階에서 求한 값을 初期値로 取하면 전체 反復回數는 外國의 例로 1/2~1/3정도 短縮될 것이 예상되어母線數 60個 정도의 系統에서 온라인(Oo-Line) 運轉이可能할 것이다.

以上의 結果에서 V, θ를 同時에 變數로 取하지 않

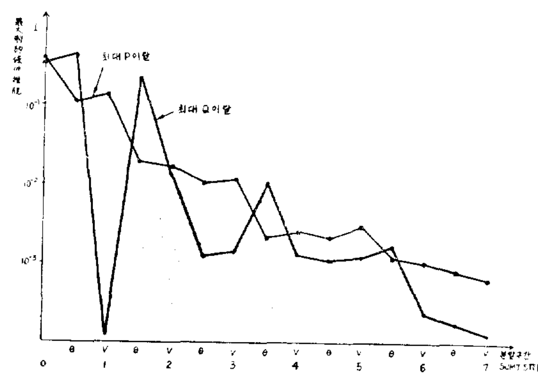

그림 3. 收束特性曲線(初有電壓 1∠0)
Fig. 3. Convergence characteristic curve (starting voltage 1∠0)

고, 變數分割法을 使用함으로서 從來의 方法보다 計算時間과 記憶容量面에서 월등한 改善을 가져왔고, 收束特性은 系統이 방대해지면 더욱 加速됨은 또 하나의커다란 利點이 되고 있어, 장차 온라인 運轉에 適用할수있는 可能性을 本 論文은 提示하고 있다. 그리고 On-Line Tap-changing Trans의 추가로 보다 完全한 E.

L.D의 解를 얻을 수 있을 것이다.

7. 結 論

本 論文의 硏究結果에 對하여 그 結論을 要約하면다음과 같다.

1. Sasson 等이 行한 非線形計劃法에 의한 經濟給電앨고리즘에 電力潮流計算에서와 같이 變數分割法을 導入하여 計算時間과 記憶容量에 현저한 改善을 가져왔다.

2. 從來의 方法에 의하면 實用上 母線數 30個정도까지 計算 可能하던 것을 分割法을 使用함으로써 母線數 60個 정도까지 計算可能하게 하여 韓國電力系統 정도에도 適用할 수 있게 되었다.

3. 記憶容量을 줄이기 위해 헷시안行列의 對稱性을 利用하여 반쪽부분만을 저장시키고, Y_{BUS}도 0이 아닌 것만을 1次元 配列하여 이 順序에 따라 計算시킴으로써 記憶容量과 計算時間에 상당한 改善을 하였다.

4. 計算速度를 向上시키기 위하여 한 반복과정에서 빈번히 사용되는 sin, cos의 計算을 미리 하여 테이블을 만들어두고서 찾아서 使用하므로써 計算時間을 상당히 短縮시켰다.

參 考 文 獻

1) Dillon and Morsztyn; "Active and Reactive Load scheduling in a Thermal Power System in the Presence of Tap-changing Trans. Using Nonlinear Programming"
IEA EE8 No. 2. Sept. 1972.

2) Albert M. Sasson; "Combined Use of the Powell and Fletcher-Powell Nonlinear Programming Methods for Optimal Load Flows."
IEEE PAS-88 No. 10. Oct. 1969

3) Albert M. Sasson; "Nonlinear Programming Solutions for Load-Flow, Minimum Loss and Economic Dispatching Problems."
IEEE PAS-88 No. 4. April 1969

4) Fiacco-McCormic; "The Sequential Unconstrained Minimization Technique for Nonlinear Programming, A Primal-Dual Methne"
Management Sci. Vol. 10. No. 2. Jan. 1964

5) Fiacco.McCormic; "Computational Algorithm for the Sequential Unconstrained Minimization Technique for Nonlinear Programming."
Management Sci. Vol. 10. No. 4. July 1964

6) Fiacco-McCormick; "Extensions of SUMT for Nonlinear Programming: Equality Constraints and Extrapolation."
Management Sci. Vol 12 No. 11. July 1966

7) Richard L. Fox; "Optimization Methods for Eng. Design."
ADDISON-WESLEY 1973