大韓機械學會論文集 第1卷 第3號 pp. 125~130, 1977

<技術論文>

腔內彈道學의 無次元解析

李 興 周*·全 雲 鶴**·閔 晟 基***

(1977年 7月 30日 接受)

Non-Dimensional Analysis of Interior Ballistics

Hung Joo Lee, Un Hack Chun, Sung-Ki Min

Abstract

This is a dimensionless analysis of interior ballistics for the design of gun tube. One of the characteristics of this analysis is to use the H_j number which means a relative quantity of a virtual work to the kinetic energy of projectile at the muzzle.

In order to apply the concept of virtual work, it is assumed that the projectile is moved from the beginning to the end of bore under constant pressure of the certain travel distance of projectile. The principle of the analysis is induced from the Le Duc equation, which expresses velocity as a function of projectile travel and is based on the translation of a hyperbolic curve.

From this non-dimensional analysis, the optimum design parameters of pressure in the bore, velocity and acceleration of projectile can be obtained from the table or figure without computation. This method was verified by the experimental work.

1. 序 論

腔內彈道學(interior ballistics)은 推進劑의 燃燒로 發生한 推進가스의 힘을 받는 동안 彈子의 運動特性을 硏究하는 應用力學의 一分野로서 點火하는 時間 또는 彈子가 移動하는 時間에 對한 壓力의 變化 및 彈子速度의 變化, 彈子가 移動하는 距離에 對의 壓力의 變化, 彈子의 速度 및 加速度의 變化를 算出하여 銃身 및 砲身의 設計 나아가서는 駐退部와 信管의 設計에 必要한 資料를 提供하는데 目的이 있다. 砲身의 設計를 위하여는 應力解析이 先行되어야 하며 應力解析을 위하여는 壓力의 分布와 變化를 알아야 한다. 砲身은 주어진 壓力에 견딜 수 있도록 充分히 두께를 가져야 하지만 Droop現象, 機動性 및 經濟性 등을 考慮하여 두께를 얇게 만들려고

Nomenclature

x_s: Bore length
a: Le Duc constant
A: Cross-Sectional bore area
b: Le Duc constant
g: Gravity
P: Pressure
P_{max}: Maximum pressure
P_s: Pressure at the specified travel distance of projectile
P_x: Pressure at the travel distance x of projectile
v: Velocity of projectile in bore
v_m: Muzzle velocity of projectile
v_x: Velocity of projectile at travel distance x in bore
$\dot{v}_x$: Acecleration of projectile at travel distance x in bore
W: Weight of projectile
x: Travel distance of projectile in bore

*正會員 陸軍士官學校 兵器工學科
**陸軍士官學校 兵器工學科
***正會員 洪陵機械
本 論文에 대한 討論은 1978年 2月 15日까지 本 學會 事務室로 送付하여 주십시오.

하기 때문에 最適設計(optimum design)의 必要性이 增大되는 것이다. 이러한 最適設計의 資料를 얻기 위하여 彈子의 移動距離에 對한 壓力의 變化, 彈子의 速度 및 加速度의 變化, 그리고 最高壓力의 크기와 最高壓力이 일어나는 위치를 無次元解析을 通하여 圖表로서 求하고저 한다.

2. 理論的 解析

1865年 France의 陸軍大尉 Le Duc은 彈子의 移動距離에 따라 彈道가 雙曲線의 函數로 變한다는 事實을 많은 實驗結果로부터 發見하여 彈子의 速度 v와 彈子의 移動距離 x 사이에는 다음과 같은 關係가 있다는 것을 알아냈다.

$$v=\frac{ax}{b+x} \tag{1}$$

여기서 a와 b는 砲와 彈子에 따라 定해지는 常數이다. 方程式(1)에서 砲身의 길이를 x_e이라고 하면 彈子가 砲口를 떠날 때의 砲口速度(muzzle velocity)는

$$v_m=\frac{a\,x_e}{b+x_e} \tag{2}$$

이다. 다음에는 砲身의 길이 x_e과 破口速度 v_m을 利用하여 方程式(1)로부터 彈子의 砲身 길이에 對한 相對的인 移動距離를 利用하여 彈子의 砲口速度에 對한 相對的인 速度를 無次元의 項으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{v}{v_m}=\frac{\left(\frac{a}{v_m}\right)\left(\frac{x}{x_e}\right)}{\left(\frac{b}{x_e}\right)+\left(\frac{x}{x_e}\right)} \tag{3}$$

砲腔의 斷面積을 A, 彈子의 무게를 W라고 하면 彈子의 回轉 또는 彈子와 砲身壁과의 摩擦 등을 無視할 때 壓力 p와 速度 v는 Newton의 運動方程式에서 다음과 같은 關係가 있음을 알 수 있다.

$$pA=\left(\frac{W}{g}\right)\frac{dv}{dt}=m\frac{dv}{dt}=m\,v\frac{dv}{dx} \tag{4}$$

方程式(4)의 右側 마지막 項 $\frac{dv}{dx}$는 方程式(1)에서 x에 對하여 微分하여 求할 수 있고 v와 $\frac{dv}{dx}$를 方程式(4)에 代入하여 정리하면

$$p=\frac{W}{g}\,\frac{1}{A}\,\frac{a^2bx}{(b+x)^3} \tag{5}$$

을 얻는다. 그러나 砲身內의 壓力은 摩擦을 이겨야 하며 腔線을 通하여 回轉帶에 힘을 加해야 하고 彈子에 充分한 回轉力과 加速을 위한 힘을 만들만큼 커야 한다. 實腔內壓力(actual bore pressure)은 彈子의 線運動에 必要한 壓力의 약 1.04倍가 되어야 한다는 것이 實驗的으로 알려졌다. 그러므로 方程式(5)는

$$p=1.04\,\frac{W}{g}\left(\frac{1}{A}\right)\frac{a^2bx}{(b+x)^3} \tag{6}$$

로 되어야 한다. 彈子가 任意의 지점을 통과할 순간의 壓力으로 彈子가 出發點에서 砲口까지 移動하였다고 가정하였을 때 彈子가 한 일을 本 論文에서는 假想定壓일(virtual work)이라고 定義하였으며 假想定壓일의 砲口에너지에 對한 相對的인 에너지比를 H_j number라고 名命하여 다음과 같이 表示하였다.

$$H_{jp}=\frac{(pA)x_e}{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{W}{g}\right)v_m^2}=2.08\,\frac{\left(\frac{a}{v_m}\right)^2\left(\frac{b}{x_e}\right)\left(\frac{x}{x_e}\right)}{\left(\frac{b}{x_e}+\frac{x}{x_e}\right)^3}. \tag{7}$$

砲身內에서 最大壓力은 $dp/dx=0$이 되는 點에서 일어나므로 方程式(6)을 x에 對하여 微分한 뒤 零으로 놓아 最高壓力이 일어날 때 彈子의 位置 $x_{p\max}$를 구하면

$$x_{p\max}=\frac{b}{2} \tag{8}$$

가 된다. $x=\frac{b}{2}$에서 最高壓力이 일어나고 이 때 $p_{\max}$의 값을 方程式(6)에서 구하면

$$p_{\max}=\frac{4.16}{27}\left(\frac{W}{g}\right)\left(\frac{1}{A}\right)\left(\frac{a^2}{b}\right) \tag{9}$$

로 나타낼 수 있다. 最高壓力으로 彈子를 出發點에서 砲口까지 移動시켰다고 가정하였을 때 이루어진 假想定壓일의 砲口에너지에 對한 相對的인 에너지 即 $H_{jp\max}$는 다음과 같이 낼 수 있다.

$$H_{jp\max}=\frac{(P_{\max}A)x_e}{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{W}{g}\right)v_m^2}=\frac{8.32}{27}\,\frac{(a/v_m)^2}{(b/x_e)} \tag{10}$$

以上의 理論的인 解析으로부터 銃身 및 砲身의 設計變數 값들을 無次元項으로 나타내어 Computer로 計算한 結果는 Table 1과 Fig. 1에 표시하였다.

Table 1. Non-Dimensional Design Parameters

DML b	DML x	$H_{jp\max}$	DML v	DML a_c	H_{jp}
b/x_e	x/x_e	$\frac{(P_{\max}A)x_e}{\frac{1}{2}\left(\frac{W}{g}\right)v_m^2}$	v/v_m	$\frac{x_e\,dv}{\frac{1}{2}v_m^2\,dt}$	$\frac{(PA)x_e}{\frac{1}{2}\left(\frac{W}{g}\right)v_m^2}$
	0.0				
	0.1		0.5500	3.14600	3.14600
	0.2		0.73333	1.86429	1.86429
	0.3		0.82500	1.17975	1.17975
	0.4		0.88000	0.80537	0.80537

*See Ref. 1 Chap 3

0.1	0.5	3.72859	0.91667	0.58259	0.58259
	0.6		0.94286	0.44026	0.44026
	0.7		0.96250	0.34409	0.34409
	0.8		0.97778	0.27619	0.27619
	0.9		0.99000	0.22651	0.22651
	1.0		1.00000	0.18909	0.18909
0.17	0.0	2.48131			
	0.1		0.43333	2.45919	2.45919
	0.2		0.63243	1.91121	1.91121
	0.3		0.74681	1.39866	1.39866
	0.4		0.82105	1.04549	1.04549
	0.5		0.87313	0.80469	0.80469
	0.6		0.91169	0.63615	0.63615
	0.7		0.94138	0.51455	0.51455
	0.8		0.96495	0.42429	0.42429
	0.9		0.98411	0.35561	0.35561
	1.0		1.00000	0.30222	0.30222
0.18	0.0	2.38369			
	0.1		0.42143	2.37479	2.37479
	0.2		0.62105	1.90011	1.90011
	0.3		0.73750	1.41415	1.41415
	0.4		0.81379	1.06875	1.06875
	0.5		0.86765	0.82898	0.82898
	0.6		0.90769	0.65912	0.65912
	0.7		0.93864	0.53549	0.53549
	0.8		0.96326	0.44311	0.44311
	0.9		0.98333	0.37245	0.37245
	1.0		1.00000	0.31729	0.31729
0.2	0.0	2.21867			
	0.1		0.40000	2.21867	2.21867
	0.2		0.60000	1.87200	1.87200
	0.3		0.72000	1.43769	1.43769
	0.4		0.80000	1.10933	1.10933
	0.5		0.85714	0.87324	0.87324
	0.6		0.90000	0.70200	0.70200
	0.7		0.93333	0.57521	0.57521
	0.8		0.96000	0.47923	0.47923
	0.9		0.98182	0.40506	0.40506
	1.0		1.00000	0.34667	0.34667
0.3	0.0	1.73590			
	0.1		0.32500	1.64775	1.64775
	0.2		0.52000	1.68729	1.68729
	0.3		0.65000	1.46466	1.46466
	0.4		0.74286	1.22980	1.22980
	0.5		0.81250	1.02984	1.02984
	0.6		0.86667	0.86795	0.86795
	0.7		0.91000	0.73819	0.73819
	0.8		0.94545	0.63385	0.63385
	0.9		0.97500	0.54925	0.54925
	1.0		1.00000	0.48000	0.48000
0.4	0.0	1.50992			
	0.1		0.28000	1.30457	1.30457
	0.2		0.46667	1.50992	1.50992
	0.3		0.60000	1.42628	1.42628
	0.4		0.70000	1.27400	1.27400
	0.5		0.77778	1.11846	1.11846
	0.6		0.84000	0.97843	0.97843
	0.7		0.89091	0.85763	0.85763
	0.8		0.93333	0.75496	0.75496
	0.9		0.96923	0.66802	0.66802
	1.0		1.00000	0.59429	0.59429
0.5	0.0	1.38666			
	0.1		0.25000	1.08333	1.08333
	0.2		0.42857	1.36443	1.36443
	0.3		0.56250	1.37109	1.37109
	0.4		0.66667	1.28395	1.28395
	0.5		0.75000	1.17000	1.17000
	0.6		0.81818	1.05484	1.05484
	0.7		0.87500	0.94792	0.94792
	0.8		0.92308	0.85207	0.85207
	0.9		0.96428	0.76749	0.76749
	1.0		1.00000	0.69333	0.69333

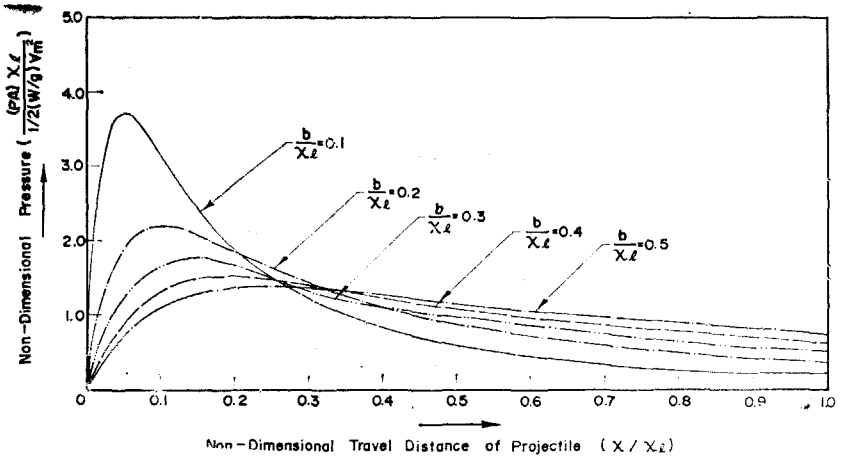

Fig. 1. Non-Dimensional Travel Distance of Projectile vs Non-Dimensional Pressure Distribution.

Table 2. 無次元解析에 의한 最高壓力과 TM 상의 最高壓力의 比較

b/x_e		0.173
Maximum Pressure	From TM	52,000 psi
	From N.D.A.	52,800 psi
Deviation	$\frac{52800-52000}{52,000}\times 100=1.54\%$	

TM is the technical manual
N.D.A means non-dimensional analysis

Table 3. 實驗小銃의 諸元

추진제의 무게	27.8 grains
탄 자 의 무게	55.0 grains
약 실 의 체적	1.82 cm^3
총 열 의 길이	18.25 inch
port 까지의 길이	11.39 inch
총 열 의 직경	5.56 mm
port 에서의 압력	13,200 psi
초 속 도	3164.5 fps

3. 實 驗

腔內彈道의 無次元解析을 通하여 設計變數를 選定할 수 있는가 없는가를 實驗으로 確認하기 위하여 實驗小銃의 가스활대의 連結點인 port 에서 壓力을 測定하여 Table 1에서 無次元의 設計變數의 하나인 H_j number를 읽어서 最高壓力을 計算하여 이 값과 TM(technical manual)에서 읽은 最高壓力의 값을 Table 2에서와 같이 比較檢討하였다. port 에서의 壓力을 測定하기 위하여 Fig. 2에서 보는 바와 같이 實驗小銃의 소염기를 除去하고 가스활대를 分離시켰으며 port 에 Bronze Block을 만들어 부착하였고 Bronze Block과 銃列 사이에서의 가스放出을 防止하기 위하여 Epoxy로 밀폐시켰으며 實驗後의 Epoxy를 확인하여 가스의 Leak 如否를 점검하였다. Bronze Block 위에 Screw를 내어 Kistler 617 C Piezoelectric Transdncer를 연결하였으며 504 E Dual Mode Amplifier에서 Signal을 增幅시켜 7633 Tektronix Storage Oscilloscope에 연결하여 port 에서의 壓力을 Fig. 3에서와 같이 측정하였다. Dual Amplifier의 Range Multiplier는 100, Range는 2이고, Tektronix Oscilloscope의 종축은 20mv/division, 횡축은 0.2 m sec/division이였다. Piezoelectric Transducer의 Range는 75K, 35 K, 15 K 중 15 K psi를 사용했으며 이 때의 Calibration은 mv/psi이다. 따라서 Fig. 3의 port 에서의 最高壓力을 計算하면 13,200 psi이다.

銃口速度는 Chronograph로서 銃口앞 1.5 ft의 거리를 通過하는 時間을 10^{-6}sec 까지 正確히 測定하여 銃口速度를 計算하였다. 彈子의 무게는 Lyman D-5 Precision Reloading Scale로 測定하였고 銃腔의 斷面積은 銃腔의 Land와 Land 사이의 길이를 Micrometer로 재어서 계산하였다. 銃腔의 길이는 Steel Ruler로 측정하였다. 위에서 測定한 諸元들과 實驗에 사용된 기타 諸元들의 값이 Table 3에 表示되었다.

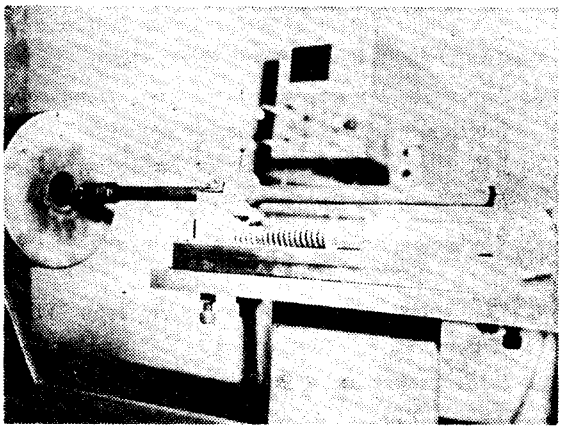

Fig. 2. 實驗小銃

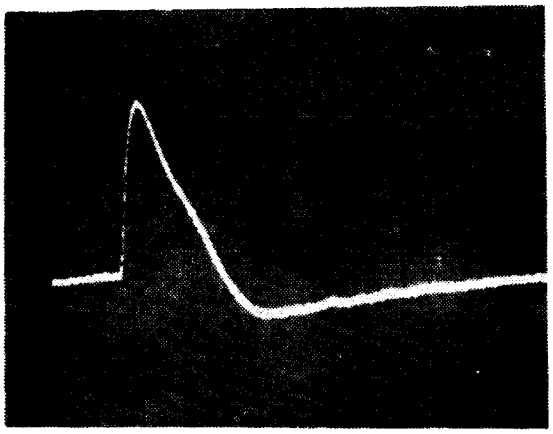

Fig. 3. Port 에서의 壓力曲線

4. 討議 및 結論

砲나 銃의 設計를 위하여는 壓力의 分布를 必須的으로 알아야 하는데 砲身이나 銃身은 大部分의 경우 高價이므로 그들 內部에서의 壓力測定을 위하여 그들을 損傷시킨다는 것은 바람직하지 못하다. 壓力을 測定하기 위하여 砲身이나 銃身上에 Hole을 만들거나 Strain Gague를 附着시키는 경우 그 지점들이 Crack의 Source가 되어 그것들을 못쓰게 하는 경우가 있을 뿐만 아니라 壓力을 측정하는 많은 計器가 必要하고 實驗上의 複雜性이 있게 된다. 砲나 銃의 Muzzle Velocity는 砲身이나 銃身의 損傷없이 測定可能하고 最高壓力이 일어나는 지점의 2倍가 되는 Non-Dimensional Travel Distance b/x_e은 약실의 체적, 탄자의 무게, 추진제의 무게, 추진제의 단위질량당 에너지 및 추진제의 형태계수를 알면 經驗的인 數式을 通하여 計算할 수 있기 때문에 腔內彈道의 無次元解析을 通하여 必要한 設計資料를 얻을 수 있다. 特히 小銃의 경우는 가스활대 연결부분인 port에 Hole이 存在하기 때문에 이 port에서의 壓力을 測定하고 腔外彈道學에서 計算한 Muzzle Velocity를 利用하여 b/x_e을 Fig. 1에서 찾아서 탄자의 전진에 따른 壓力의 變化를 求할 수 있으며(本 實驗에서 擇했음) 그 이외에도 이미 알고 있는 旣知의 諸元으로부터 未知의 設計變數를 求할 수 있는 바 각 경우를 Table 4에 표시하였다.

Fig. 1에서 b/x_e만 알면 x/x_e이 증가함에 따라 Non-Dimensional Design Parameter들이 어떻게 변하는가를 알 수 있는데 case Ⅰ, Ⅱ에서는 砲身이나 銃身에서의 壓力을 測定하지 않고도 腔內에서 彈子가 前進함에

Table 4.

Datum case	given	reguired	governing eguation for finding b/x_e
Ⅰ	b/x_e, v_m	P_{max}, P_x, v_x, $\dot{v}_x$	Known
Ⅱ	a, v_m	P_{max}, P_x, v_x, $\dot{v}_x$	$\frac{a}{v_m}=1+\frac{b}{x_e}$
Ⅲ	a, P_s	P_{max}, P_x, v_x, $\dot{v}_x$	$\frac{(P_sA)x_e}{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{W}{g}\right)a^2}=2.08\frac{(b/x_e)(x_s/x_e)}{(b/x_e+x_s/x_e)^3}$
Ⅳ	v_m, P_{max}	P_x, v_x, $\dot{v}_x$	$\frac{(P_{max}A)x_e}{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{W}{g}\right)v_m^2}=\frac{8.32}{27}\frac{(1+b/x_e)^2}{b/x_e}$
Ⅴ	P_{max}, P_s	v_m, P_x, v_x, $\dot{v}_x$	$\frac{P_s}{P_{max}}=\frac{1.04\times27}{4.16}\frac{(b/x_e)^3(x_s/x_e)}{(b/x_e+x_s/x_e)^3}$
Ⅵ	v_m, P_s	P_{max}, P_x, v_x, $\dot{v}_x$	$\frac{(P_sA)x_e}{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{W}{g}\right)v_m^2}=2.08\frac{(1+b/x_e)^2(b/x_e)(x_s/x_e)}{(b/x_e+x_s/x_e)^3}$

따라 壓力이 어떻게 변하는가를 알 수 있으며 case Ⅵ인 경우(本 實驗에서 알 수 있음)에는 銃身을 傷하지 않고도 壓力의 分布를 쉽게 구할 수 있으며 case Ⅳ에서는 最高壓力과 銃口速度만 알면 壓力의 變化를 쉽게 豫測할 수 있다.

銃砲의 設計를 위하여 綜合的인 設計變數들의 흐름을 알고져 할 때 銃身이나 砲身을 損傷하지 않고도 必要한 設計資料를 얻을 수 있는 腔內彈道의 無次元解析을 案出하였으며 그의 効用性을 小銃의 實驗結果로 確認하였다.

References

1. 박희용 외 4, 兵器工學, 淸文閣(1977)
2. 황해웅, 권영중, 小銃에서 推進劑 및 彈子의 무게가 初速度에 미치는 영향, *KSME*, Vol. 15, No. 3, p. 270-274, (1975)
3. 황해웅, 小銃의 銃腔照準, 陸士論文集(自然科學篇) 第十四集, p. 179-189, (1975)
4. J. Corner, *Theory of the Interior Ballistics of Gun*, John Wiley & Sons. N.Y. (1950)
5. AMCP 706-150 *Engineering Design Handbook*, Interior Ballistics of Guns, (1965)
6. J.E. Hitchcock, Gun Interior Ballistics, *AFR-PL-TR-69-211*, (1969)
7. Ballistic Research Laboratories, Report No. 1596, (1972)
8. T.J. Hays, *Elements of Ordnance*, John Wiley & Sons, N.Y. (1953)
9. M.E. Serevryakov, Interior Ballistics, *AD 67 6246*, (1968)
10. *TM* 9-1005-249-12, 69年 8月 31版
11. *TM* 9-1005-249-20, 71年 9月 11版