

「時系列 傾向豫測을 위한 컴퓨터 프로그램」

黃 東 準

豫測은 經濟, 經營豫測(business forecasting)의 문제를 포함하여 現時點에서의 선택이나 결정이 미래에 영향을 끼치게 되는 모든 경우에 필요로 하는 일이다. 특히 제품이나 서비스의 需要 또는 판매의 豫測은 投資計劃, 販賣計劃등과 같은 企業經營計劃의 수립에 있

어서 出發點이 되는 중요한 활동이다.

모든 豫測은 예측의 主體에 따라 그 성격을 달리하며, 예측의 目的, 범위, 기간, 비용에 따라서도 각각 적합한 豫測技法이 있으므로 豫測技法의 선택에 앞서서 이들 요소를 충분히 검토해야 한다. (表 1 참조)

<表 1> 豫 測 技 法

豫 測 技 法	主 利 用 分 野	적용 기간 및 精度			轉 換 點 (turning point)의 表現
		短期豫測	中期豫測	長期豫測	
		0~3月	3~24月	2月以上	
I. 定性的 技法					
1. 델파이법 (Delphi method)	技術豫測, 新製品需要豫測	◎	◎	◎	◎
2. 市場調査法	판매예측, "	◎	○	○	◎
3. 브레인 스토밍법 (Brain Storming)	기술예측, 販賣, 신제품수요예측	△	△	×	△
4. 歷史的 推論法(Historical analogy)	" 신제품수요예측	×	△	○	△
II. 時系列分析 및 豫測					
1. 移動平均法	販賣豫測, 物價指數, 계절지수	○	△	×	×
2. 指數平滑法	" "	◎	○	×	×
3. Box-Jenkins法	" "	◎	○	×	△
4. X-11法	" "	◎	○	×	○
5. 趨勢延長法(Trend projection)	" "	◎	○	○	×
III. 橫斷面分析法(Cross section analysis)					
國際去來, 國民所得分析		×	○	◎	△
IV. 因果型 모델					
1. 回歸分析	需要, 판매예측	◎	◎	◎	◎
2. 計量經濟모델 (Econometric method)	國民經濟豫測, 판매예측	◎	◎	◎	◎
3. 產業關聯分析(I/O model)	" 수요예측	×	○	◎	○
4. 投入產出分析(Economic input/output)	" "	×	○	◎	○
5. 擴散指數分析(Diffusion index)	景氣豫測, 수요예측	○	○	×	○

6. 指標分析(Barometric forecasting)	" "	○	○	×	○
7. Life-cycle 분석	판매예측, 新製品需要	×	○	○	○

註: ◎: 適合 또는 극히 우수 ○: 적합 또는 우수 △: 보통 ×: 부적합

그림 1에 나타난 바와 같이 未來를 豫測하는 技法은 여러가지가 있으나 여기에서는 時系列의 傾向을 알아보는 豫測 프로그램인 TR END 프로그램을 중심으로 그 內容과 프로그램 사용방법에 대하여 알아보기로 한다⁽¹⁾.

1. 時系列 傾向豫測

時系列資料의 분석에서 우리는 흔히 傾向變動(또는 趨勢變動 trend)에 큰 관심을 갖게 된다. 傾向變動은 장기간에 걸치는 時系列의 變動趨勢를 나타내며, 時系列의 短期變動의 中軸을 지나가는 일종의 動的 平均線으로 해석할 수 있다. 傾向變動의 推定에는 여러 가지 方法이 사용될 수 있으나 일반적으로 移動平均法과 最小제곱법에 의함이 보편적이다. 여기에서는 프로그램 TREND에 의하여 時系列의 傾向變動을 분석, 추정하고 이를 연장하여 다시 쉽게 豫測까지 할 수 있는 方法에 대하여 알아 보기로 한다.

프로그램 TREND에서 구해지는 계산결과로서는 移動平均값, 平均增加率 그리고 傾向變動線(trend line)으로써 直線(straight line), 2次曲線(quadratic curve), 指數曲線(exponential curve), 變型指數曲線(modified exponential curve), 고펜르크스曲線(Gompertz curve), 그리고 로지스틱曲線(logistic curve)에 의한 傾向變動의 推定값 및 豫測값들을 들 수 있다.

가. 豫測方法

1) 移動平均(moving average)

어떤 제품의 需要 또는 生産量과 같은 時系列資料를 $X_t (t=1, 2, \dots, N)$ 로 표현하고, 3, 5, 7期間 移動平均(moving average)을 각각 $X_t^{(3)}$, $X_t^{(5)}$, $X_t^{(7)}$ 이라고 하면, 移動平均은 다음과

같다.

$$X_t^{(3)} = \frac{1}{3} \cdot (X_{t-1} + X_{t+1})$$

$$X_t^{(5)} = \frac{1}{5} \cdot (X_{t-2} + X_{t-1} + X_t + X_{t+1} + X_{t+2})$$

$$X_t^{(7)} = \frac{1}{7} \cdot (X_{t-3} + X_{t-2} + X_{t-1} + X_t + X_{t+1} + X_{t+2} + X_{t+3})$$

(2) 平均增加率의 計算

時系列資料에 의한 算術 및 幾何平均增加率은 다음과 같이 구하여진다.

算術平均增加率:

$$R_a = \frac{1}{N-1} \sum_{t=2}^N \frac{X_t}{X_{t-1}}$$

幾何平均增加率:

$$R_g = \left(\prod_{t=2}^N \frac{X_t}{X_{t-1}} \right)^{\frac{1}{N-1}}$$

(3) 傾向線의 導出

各 傾向變動線(trend line)의 時系列資料로부터의 導出은 다음과 같다.

(가) 直線傾向線의 계산

直線傾向線(straight trend line)은 다음 식으로 표시된다.

$$X_t = A + B \cdot t + \epsilon_t \quad (t=1, 2, \dots, N)$$

위에서

X_t : t期の 時系列의 觀測值

ϵ_t : 誤差類

最小自乘回歸方法(least square method)에 의한 X_t , A , B 의 推定값을 각각 \hat{X}_t , a , b 라고 하면

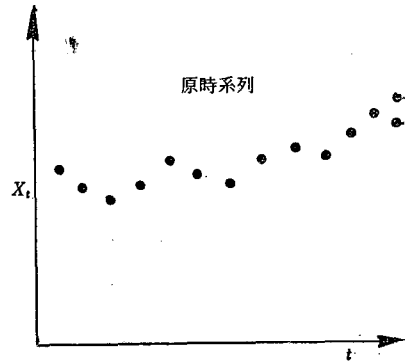
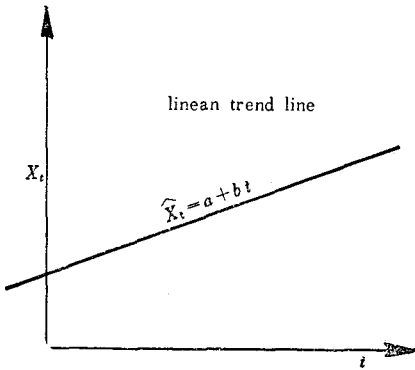
$$\hat{X}_t = a + b \cdot t$$

와 같이 표현되고, 媒介變數 a, b 는 正規方程式(normal equation)의 解로부터 아래와 같이 구할 수 있다.

$$a = \frac{\sum t^2 \sum X^2 - \sum t \sum t \cdot X}{N \sum t^2 - (\sum t)^2}$$

$$b = \frac{N \sum t \cdot X - \sum t \cdot \sum X}{N \sum t^2 - (\sum t)^2}$$

(1) 프로그램 TREND는 本人이 준비하고 있는 著書 "經營意思決定法, 탑출판사(1977. 12月)"중 제 3장의 일부를 요약한 것이다.



<그림 1> 直線傾向線

그림 1은 原時系列과 直線傾向을 나타낸 것이다.

(나) 2次傾向線의 계산

2次傾向線(quadratic trend line)은 $\hat{X}_t = a + bt + ct^2$ 으로 나타낼 수 있으며, 최소자승법에 의한 a, b, c 의 값은 다음과 같이 구하여진다.

$$a = \frac{\sum X \sum t^4 - \sum t^2 \cdot \sum t^2 X}{N \sum t^4 - (\sum t^2)^2}$$

$$b = \frac{\sum t \cdot X}{\sum t^2}$$

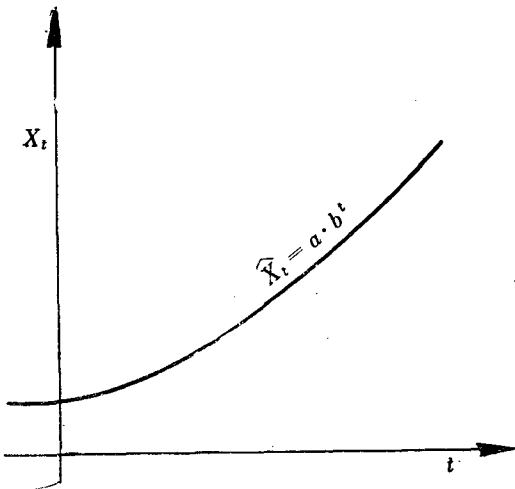
$$c = \frac{N \sum t^2 X - \sum t^2 \sum X}{N \sum t^4 - (\sum t^2)^2}$$

그림 2는 2次傾向線을 나타낸 것이다.

(다) 指數曲線 傾向線의 계산

指數曲線(exponential curve)은 複利曲線이라고도 하며 $\hat{X}_t = a \cdot b^t$ 와 같이 표시된다. $b > 1$ 이면 \hat{X}_t 는 一定한 비율로 無限히 증가하고, $b < 1$ 이면 \hat{X}_t 는 一定한 비율로 감소하여 0에 접근해 간다.

指數曲線의 媒介變數 a, b 는 일반적인 최소



2. 2次 傾向線

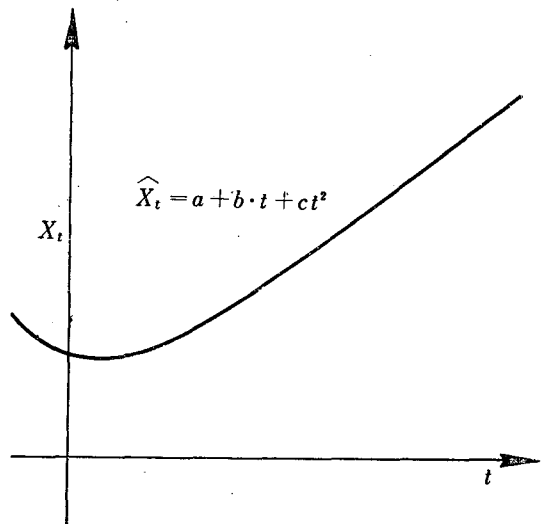


그림 3. 指數型傾向線

자승법을 적용하기는 곤란하므로, 다음과 같이 對數線型으로 變換하면,

$$\log \hat{X}_t = \log a + (\log b)t$$

와 같이 되므로 直線傾向線의 경우와 같이 a, b 를 쉽게 구할 수 있다. 그림 3은 指數型傾向線을 나타낸 것이다.

(4) 漸近成長曲線(asymptotic growth curve) 型 傾向線

前述한 直線 또는 指數型 傾向線은 각각 일정한 증가나 감소(또는 일정한 증가율이나 감소율)를 나타내게 된다. 그러나 長期間에 걸친 連續의 時系列(chronological time series)은 흔히 일정한 增加率(또는 減少率)을 보여 주게 된다.

예를 들면, 어떤 제품의 需要나 國民所得의 경우와 같이 일반적으로 증가하는 時系列에서도 어느 時點 이후부터는 增加率 그 자체는 점차 감소하는 傾向을 보여 주는 수가 많다.

이와같은 특성을 나타내는 傾向線으로서 대표적으로 이용되는 곡선으로서는 變型指數曲線, 고펜트르츠曲線 그리고 로지스틱曲線을 들 수 있다.

(가) 變型指數曲線型 傾向線(modified exponential trend line)

變型指數曲線은 다음과 같이 표시된다.

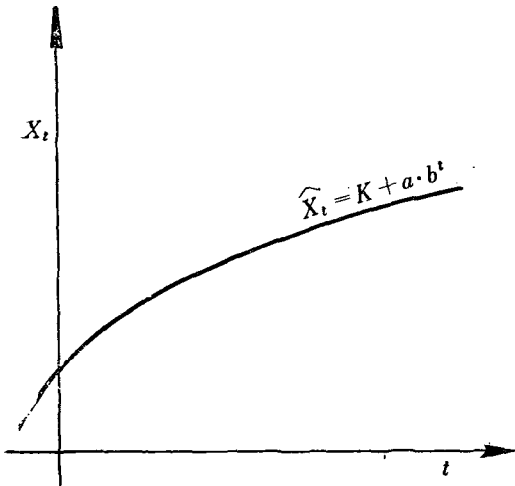


그림 4. 變型指數曲線型 傾向線

$$\hat{X}_t = K + a \cdot b^t$$

위의 식에서 K 는 漸近線(asymptote)를 나타내며 그림 4는 變型指數曲線을 나타낸 것이다.

$\hat{X}_t = K + a \cdot b^t$ 에서 媒介變數 a, b 의 값에 따라 變型指數曲線은 그림 5와 같은 4가지 형태를 취하게 된다.

變型指數曲線의 媒介變數 K, a, b 는 다음과 같이 구할 수 있다. 時系列 $X_t (t=1, 2, \dots, N)$ 를 순서대로 같은 크기로 3등분하고 각 區間에서의 時系列의 수를 n 이라 하고 각 區間에서의 항을 취하면,

$$\begin{aligned} \sum_1 X &= n \cdot K + a + ab + ab^2 + ab^3 + \dots + ab^{(n-1)} \\ &= n \cdot K + a[1 + b + b^2 + \dots + b^{(n-1)}] \\ &= n \cdot K + a \cdot \frac{[1 + b + b^2 + \dots + b^{(n-1)}](b-1)}{(b-1)} \\ &= n \cdot K + a \cdot \frac{b + b^2 + b^3 + \dots + b^{(n-1)} + b^n}{(b-1)} \\ &\quad - \frac{-1 - b - b^2 - b^3 - \dots - b^{(n-1)}}{(b-1)} \\ &= n \cdot K + a \cdot \frac{b^n - 1}{b-1} \end{aligned}$$

위의 식에서 $\sum_1 X$ 는 첫번째 區間에서의 X_t 의 항을 의미한다. $\sum_2 X, \sum_3 X$ 도 같은 방법으로 구해지며 다음과 같이 표시된다.

$$\sum_1 X = n \cdot K + a \cdot \frac{(b^n - 1)}{(b-1)} \quad (1)$$

$$\sum_2 X = n \cdot K + a \cdot b^n \cdot \frac{(b^n - 1)}{(b-1)} \quad (2)$$

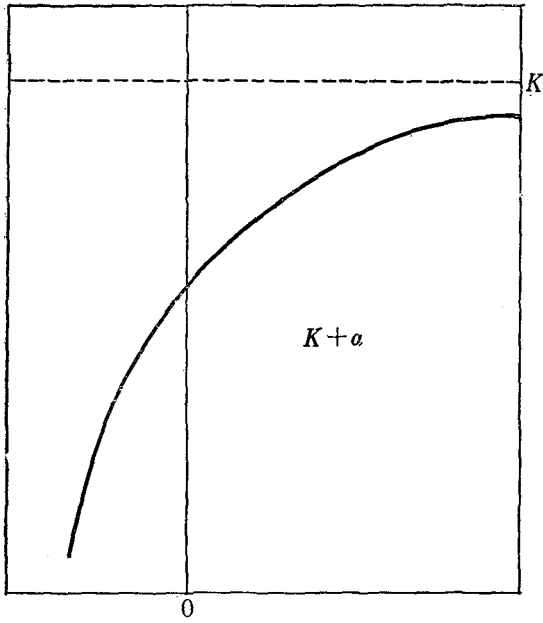
$$\sum_3 X = n \cdot K + a \cdot b^{2n} \cdot \frac{(b^n - 1)}{(b-1)} \quad (3)$$

식 (1), (2), (3)으로부터 다음의 관계가 얻어진다.

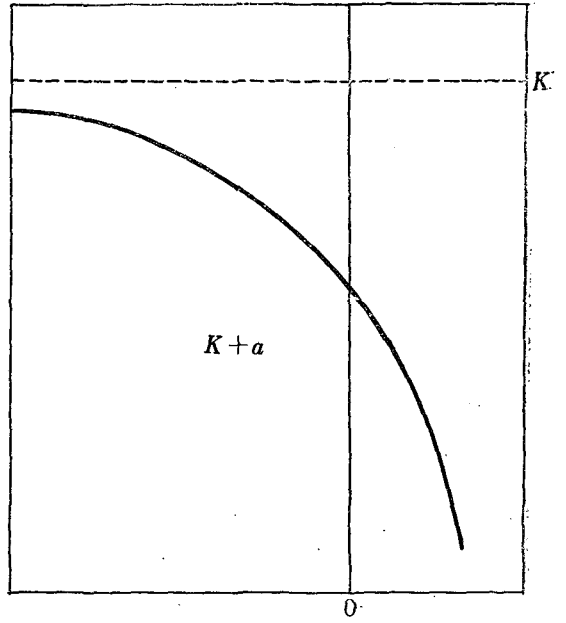
$$\begin{aligned} \sum_2 X - \sum_1 X &= a \cdot \left(\frac{b^n - 1}{b-1} \right) \cdot (b^n - 1) \\ &= a \cdot \frac{(b^n - 1)^2}{(b-1)} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\sum_3 X - \sum_2 X = a \cdot b^{2n} \cdot \frac{(b^n - 1)^2}{(b-1)} \quad (5)$$

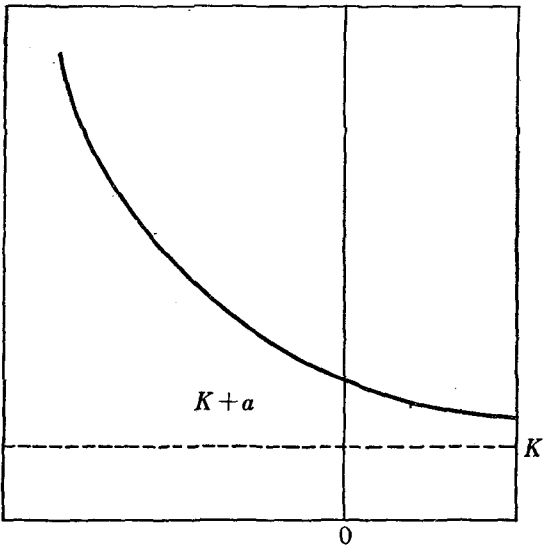
$$\begin{aligned} \frac{\sum_3 X - \sum_2 X}{\sum_2 X - \sum_1 X} &= \left[a \cdot b^{2n} \cdot \frac{(b^n - 1)^2}{b-1} \right] \div \\ &\quad \left[a \cdot \frac{(b^n - 1)^2}{(b-1)} \right] \\ &= b^{2n} \quad (6) \end{aligned}$$



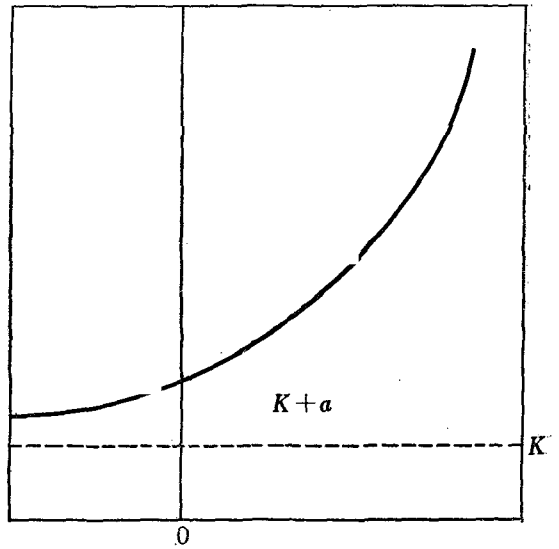
(a) $a > 0, b < 1$



(b) $a < 0, b > 1$



(c) $a > 0, b > 1$



(d) $a > 0, b > 1$

그림 5. 變型指數曲線의 형태

따라서

$$b = \sqrt[n]{\frac{\sum_3 X - \sum_2 X}{\sum_2 X - \sum_1 X}}$$

a 는 식 (4)로부터 $a = (\sum_2 X - \sum_1 X) \frac{b-1}{(b^n-1)^2}$ 과 같이 구해진다.

한편 식(1)로부터 K 가 다음과 같이 얻어진다.

$$K = \frac{1}{n} \cdot \left\{ \sum_1 X - \left(\frac{b^n-1}{b-1} \right) \cdot a \right\}$$

(나) 고펜르츠曲線(Gompertz curve)

고펜르츠曲線은 時系列의 成長幅(Growth increment)에 대한 對數값이 일정한 비율로 감소하게 되는 傾向을 나타내게 된다. 고펜르츠曲線은

$$\hat{X}_t = K \cdot a^{b^t} \quad (1)$$

와 같이 표현되며 그림 6과 같은 모양을 갖는다.

고펜르츠曲線의 媒介變數값은 變型指數曲線과 같은 방법으로 導出되며, 다음과 같이 표현된다.

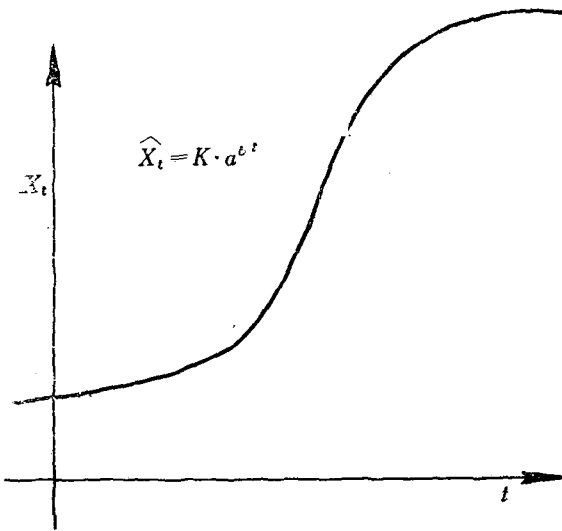


그림 6. 고펜르츠曲線

(1) 고펜르츠曲線은 $X_t = K \cdot e^{-e^{-dt}}$ 라고도 쓰며 $a = e^{-c}$, $b = e^{-d}$ 라고 놓으면 바로 $X_t = K \cdot a^{b^t}$ 가 된다.

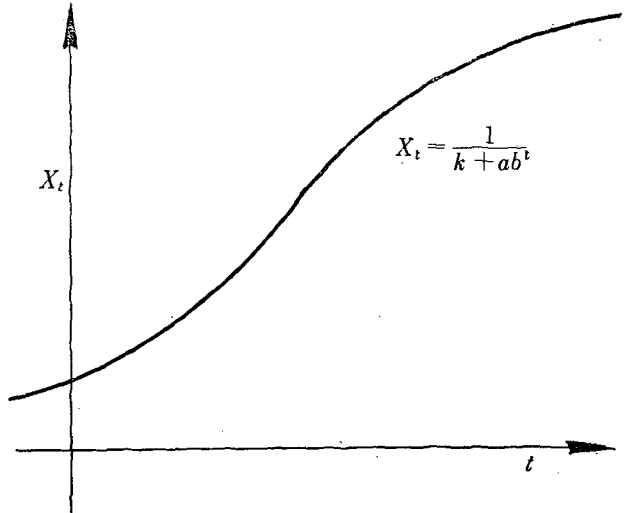


그림 8. 로지스틱곡선

$$b^n = \frac{\sum_3 \log X - \sum_2 \log X}{\sum_2 \log X - \sum_1 \log X}$$

$$\log a = (\sum_2 \log X - \sum_1 \log X) \cdot \frac{b-1}{(b^n-1)^2}$$

$$\log K = \frac{1}{n} \left\{ \sum_1 \log X - \left(\frac{b^n-1}{b-1} \right) \cdot \log a \right\}$$

(다) 로지스틱曲線(Logistic curve)

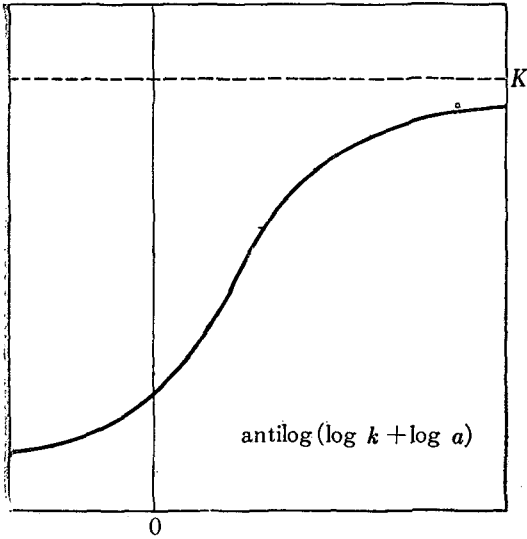
로지스틱곡선은 퍼얼리드 曲線(Pearl-Reed curve)으로서도 알려져 있으며 X_t 의 逆數에 대한 變型指數曲線型으로 볼 수 있다. 이의 일반적인 형태는

$$\frac{1}{X_t} = K + a \cdot b^t \quad \text{또는} \quad X_t = \frac{K}{1 + 10^{a+bt}}$$

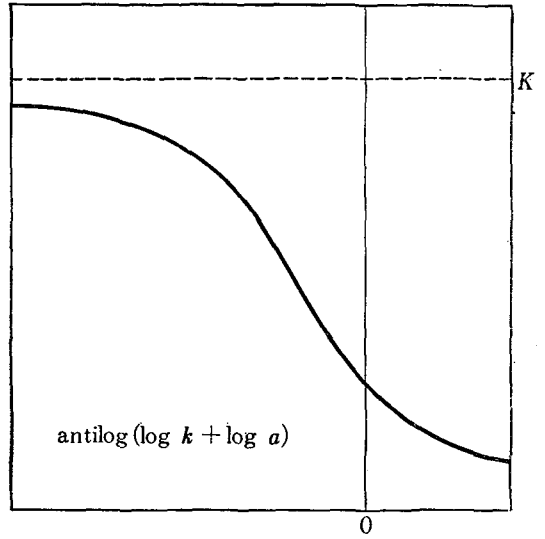
와 같이 나타낼 수 있으며 그림 8과 같은 모양을 갖는다.

로지스틱曲線은 항상 K 의 上部漸近線(upper asymptote)과 0의 下部漸近線(lower asymptote)를 갖는다.

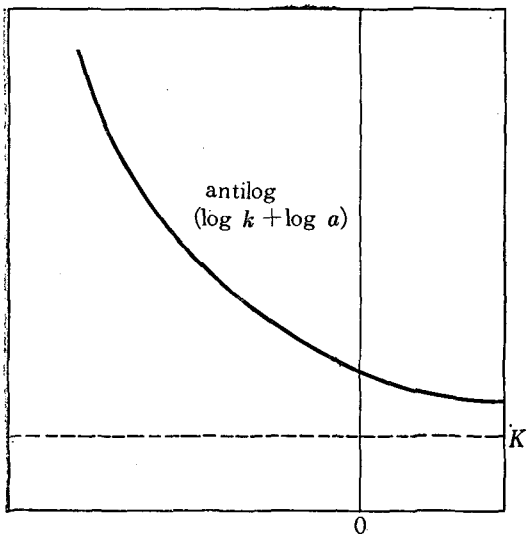
$X_t = \frac{1}{1 + 10^{a+bt}}$ 型이 보다 널리 이용되며 媒介變數의 값은 다음과 같이 구해진다.



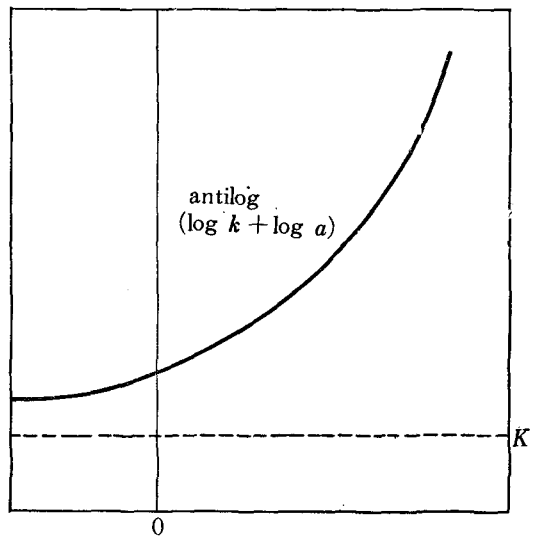
(a) $a < 0, b < 1$



(b) $a < 0, b > 1$

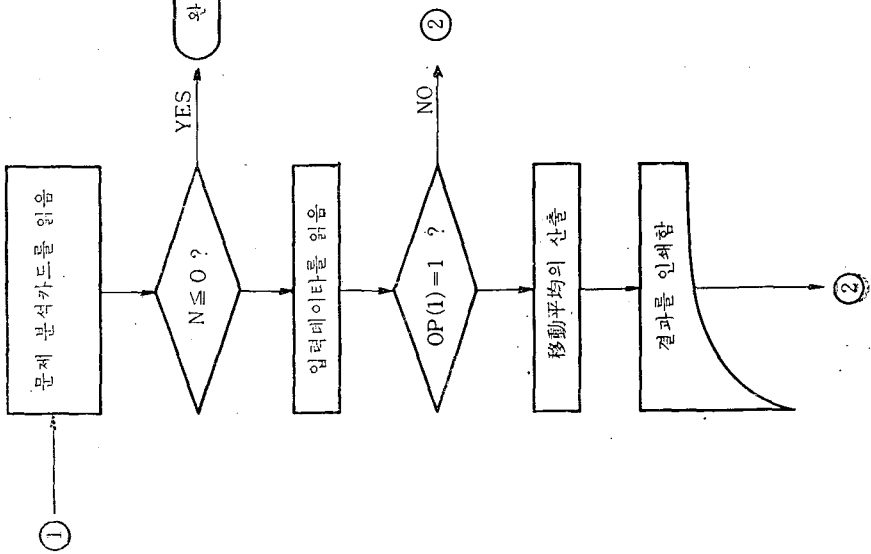
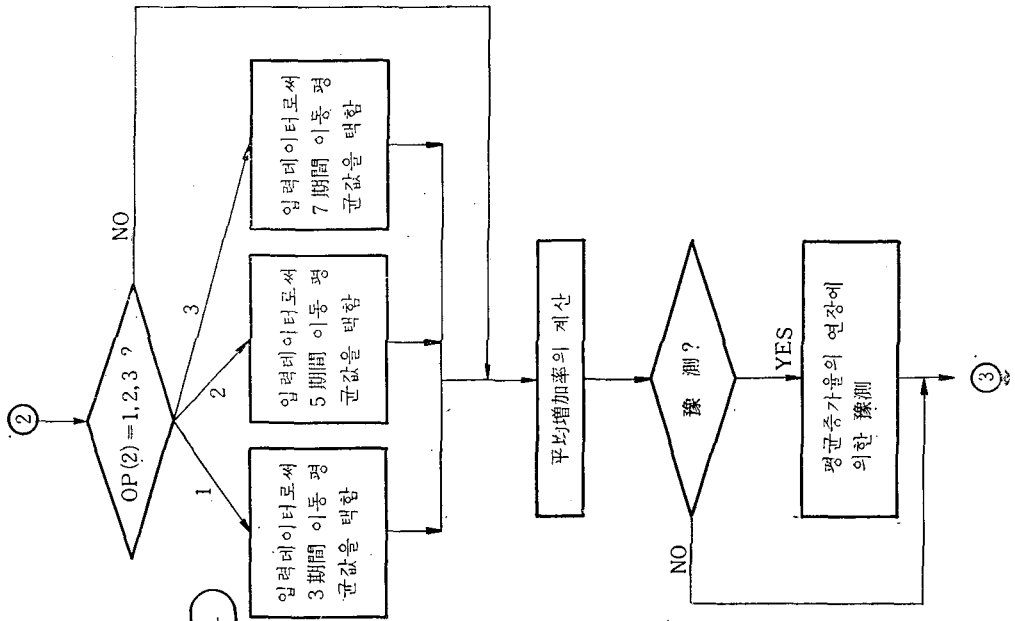
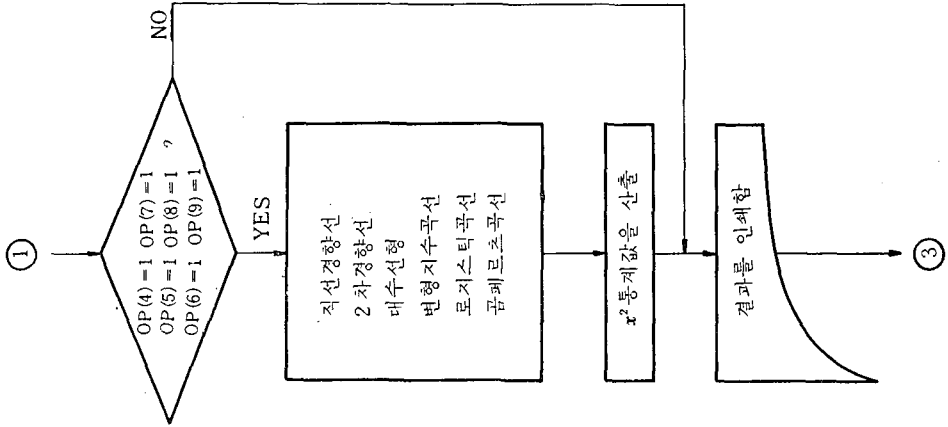


(c) $a > 0, b < 1$



(d) $a > 0, b > 1$

그림 7. 콤펜트곡선의 형태



$$K = \frac{2x_0x_1x_2 - x_1^2(x_0 + x_2)}{x_0x_2 - x_1^2}$$

$$a = \log \frac{K - x_0}{x_0}$$

$$b = \frac{1}{n} \left[\log \frac{x_0(K - x_1)}{x_1(K - x_0)} \right]$$

위의 식중에서 x_0, x_1, x_2 는 주어진 時系列에서 서로 等距離가 되는 時點에서의 x_t 값을 그리고 n 은 分割된 時間의 크기를 나타낸다. 즉 時系列의 始點에 가까운 時期 t_0 와, 終點에 가까운 時期 t_2 를 $t_2 - t_1 = t_1 - t_0$ 가 되도록 취했을 때, 해당되는 X_t 의 값을 각각 x_0, x_1, x_2 로 표시한 것이다.

실제의 계산에서는 特定時點에서의 不規則한 X_t 값의 영향을 줄이기 위해서 x_0, x_1, x_2 에 대하여, 前後에 위치한 X_t 값의 幾何平均을 취하고 이들을 x_0, x_1, x_2 로 置換하여 구할 수도 있다.

이제 지금까지 설명한 豫測方法에 의하여 時系列資料로부터 傾向線을 구하고, 豫測하는 프로그램 TREND에 대하여 알아보기로 한다.

나. 프로그램 TREND

프로그램 TREND는 주어진 時系列 데이터를 入力資料로 하여 일정기간동안의 平均增加率, 移動平均을 구하고, 사용자의 선택에 따라 前述한 바와 같은 각종 傾向線을 導出할 수 있도록 되어 있다. 또한 平均增加率 내지 傾向方移式을 예측을 요하는 時間까지 연장, 적용함으로써 豫測手段의 하나로 사용할 수도 있다.

人力데이터의 不規則性を 緩化해 주기 위하여 原時系列 대신 移動平均값을 傾向線導出을 위한 入力資料로 사용함도 가능하며, 原時系列의 初期 또는 末期데이터의 일부를 계산의 대상에서 제외할 수도 있다.

TREND는 分析의 對象이 되는 時系列資料를 읽어 들이고, 이를 調整하여 平均增加率, 移動平均을 算出하는 主프로그램(main program)과 10개의 副프로그램(subroutine)으로 구성되어 있으며 프로그램의 개략적인 論理的 흐름도(flow chart)는 그림 9와 같다.

(1) 必要한 副프로그램

SUBROUTINE LINE

直線傾向線을 導出하고 이에 의한 豫測을 수행하는 副프로그램이다.

SUBROUTINE QUAD, SUBROUTINE COMP

2次傾向線에 대한 媒介變數를 구하고 이에 의한 예측을 행한다.

SUBROUTINE EXPO

指數型傾向線의 導出 및 이에 의한 豫測을 수행한다.

SUBROUTINE MEXP

變型指數曲線의 導出 및 이에 의한 豫測을 한다.

SUBROUTINE GOMP

곰테르즈曲線의 導出 및 이에 의한 豫測을 수행한다.

SUBROUTINE LOGST

로지스틱曲線의 導出 및 이에 의한 豫測을 행한다.

SUBROUTINE DELETE

入力데이터중에서 初期 또는 末期의 일부 데이터를 계산에서 제외하도록 처리한다.

SUBROUTINE PRINT

傾向線의 연장에 의한 豫測結果를 出力하는 副프로그램이다.

SUBROUTINE CHISQ

導出된 傾向線에 대하여 適合度(goodness of fit)의 尺度로써 chi-square통계값을 구하여 인쇄하는 기능을 가지고 있다.

(2) 主要變數 및 媒介變數

프로그램 TREND에 사용되는 주요변수 및 媒介變數들의 내용은 다음과 같다.

X	時系列데이터
Y	時系列 傾向分析에 의한 豫測값
ORIGIN	始作時期(年度)
N	入力時系列 데이터의 수
T	時間(年度)
OP(1)	入力데이터의 移動平均값을 傾向線導出을 위한 入力資料로 할 것인가의 여부 선택

- 0: 移動平均을 취하지 않음
 - 1: 移動平均을 취함
 - OP(2) 移動平均의 期間에 대한 선택
 - 1: 3期間 移動平均을 취함
 - 2: 5期間 移動平均을 취함
 - 3: 7期間 移動平均을 취함
 - OP(3) 예측을 수행할 것인가의 여부 선택
 - 0: 豫測을 하지 않음
 - 1: 豫測을 함
 - OP(4)~OP(9) 傾向線에 대한 선택
 - OP(4)=1 直線傾向線을 택함
 - OP(5)=1 2次傾向線을 택함
 - OP(6)=1 指數傾向線을 택함
 - OP(7)=1 變型指數傾向線을 택함
 - OP(8)=1 곱페르즈傾向線을 택함
 - OP(9)=1 로지스틱傾向線을 택함
 - ND1 變型指數曲線을 導出할 때 계산에서 제외하고자 하는 入力데이터의 수(陰의 값이면 初期값부터 ND1개의 데이터를 제외하며 陽의 값이면 末期부터 ND1개의 데이터를 제외함)
 - ND2 곱페르즈曲線의 導出에서 제외하고자 하는 데이터의 수 (變型指數曲線의 경우와 동일함)
 - NB 로지스틱曲線에서 始作年度
 - IN 로지스틱曲線의 導出에서 等間隔으로 나눈 구간의 간격 (時期 또는 年度)
 - NP 로지스틱曲線의 導出에서 分割點(averaging period)에서 幾何平均을 취하는 期間의 수
- (3) DIMENSION 크기

N을 入力되는 時系列데이터의 수라고 하면 主프로그램과 副프로그램에서 필요로 하는 DIMENSION 크기는 다음과 같다.

```
COMMON X(N), T(N), OP(9)
DIMENSION Y(N), SOM(6, N), XMN(6, N), ROI(N), FMT(2), YF(N), M(2N), B(2N), C(2N), E(2N), TT(2N), XX(N), YY(3), O(40)
```

물론 문제에 따라 DIMENSION 크기를 任意로 조정할 수가 있다.

(4) 入力形態

프로그램 TREND에 사용되는 入力형태는 다음과 같다.

카드순서	FORMAT	內 容
① 問題分 析카드	(16I5)	N, ORGIN, OP(1), OP(2), OP(3), OP(4), OP(5), OP(6), OP(7), ND1, OP(8), ND2, OP(9), NB, IN, NP.
② FORMAT 카드	(8A10)	FMT
③ 入力데이 터카드	FMT	$X(i), i=1, 2, \dots$ N

(5) 利用方法 要約

본 프로그램 TREND를 사용하고저 할때는 前述한 바에 따라 다음 사항을 사용자가 결정하면 된다.

(가) 時系列데이터를 검토하여, 移動平均을 취할 것인가의 여부를 결정한다.

(나) 導出하고자 하는 回歸方程式의 형태 및 예측여부를 결정한다.

(다) 入力데이터의 크기에 따라 DIMENSION을 조정한다.

(라) 데이터를 형식에 맞게 입력하여 작업을 수행한다.

(6) 프로그램 TREND 목록

프로그램 TREND는 FORTRAN IV에 의하

여 작성되었으며 CDC 6400을 사용하여 목록 cter만 바꾸면 쉽게 사용할 수가 있다.
 이 프린트되었다. IBM이나 기타 컴퓨터機種 프로그램 목록은 다음과 같다.
 을 사용할 때는 이에 상응하는 몇개의 chara

```

C
C*****
C* A COMPUTER PROGRAM FOR TIME SERIES TREND ANALYSIS *
C*
C*****
C
COMMON X(100), ORIGIN, N, T(100), OP(9), MAX
DIMENSION Y(100), SOM(6,100), XMN(6,100), ROi(100), FMT(2)
INTEGER T,ORIGIN, OP, CASE
CASE=0
1 CASE=CASE+1
READ(5,100) N,ORiGiN, (OP(i),i=1,7(, ND1, OP(8), ND2,OP(9), INB,N,
-NP
100 FORMAT(16I5)
IF (N.LD.0) GO TO 99
READ(5,105) FMT
105 FORMAT(8A10)
WRITE(6,110) CASE,N,ORiGiN,FMT
110 FORMAT(1H1, 5(/), T30,43(1H$)/T30, '$', T72, '$',/ T30, '$ TIME
*SERIES ANALYSIS AND FORECASTING $'/T30, '$', T72, '$'/T30,
*43(1H$)///// T31, 'CASE NO. ',I5, '/NUMBER OF DATA ',I5, '/STARTING
*PERiOD ',I5/ T30,'INPUT FORMAT =' ,8A10)
READ(5,FMT) (X(I), I=1,N)
WRITE (6,120) (J,OP(J), J=1,9)
120 FORMAT (10X, 'OPTION NO INPUT VALUE' / (14X,I1,15X,I3)//)
WRITE(6,121) ND1, ND2, NB, IN, NP
121 FORMAT(10X, 'ND1=',I5, ' ND2=',I5, ' NB=',I5, ' IN=',I5, ' NP=',I5,
///// )
WRITE(6,FMT) (X(I),I=1,N)
125 FORMAT (1H1///// 10X, 'TIME OBSERVED VALUE(X) 3 PERIOD MOViN
*GAVERAGE 5 PERIOD MOVING AVERAGE 7 PERIOD MOVING AVERAGE'//
*46X, 'SUM AVERAGE SUM AVERAGE SUM
*AVERAGE')
169 FORMAT (1H1 ///10X, 'FORECAST VALUE BY ARITHMATIC AND GEOMETRIC
*AVERAGE INCREASE RATE '/10X, 'TIME',5X, 'ARITHHATIC', 5X,
*GEOMETRIC')
IF(OP(1).NE.1) GO TO 50
WRITE (6,125)
DO 30 M=2,6,2
NM=N-M
DO10 L=1,N
    
```

```

10  SOM(M,L) = 0.
    DO 30 I=1, NM
    IM=I+M
    DO 20 J=I, IM
    K = (I+IM)/2
10  SOM (M,K) = SOM(M,K) + X(J)
30  XMN(M,K) = SOM(M,K)/(M+1)
    DO 35 I=1,N
    T(I) = OPIGIN+I-1
35  WRITE (6,130) T(I), X(I), (SOM(M,I), XMN (M,I), M=2,6,2)
130  FORMAT (9X, I5, 3X, E18.5, T39, E10.4, E13.5, 3X, E10.3X, E10.4, E13.5, 3X,
    *E10.4, E13.5)
    K=I+1
    IF (OP(2). NE. 1. OR. OP(2). NE. 2. OR. OP(2). NE. 3) GO TO 51
    IF (OP(2). NE. 1) GO TO 40
    ORIGIN=ORIGIN+1
    N=N-2
    DO37 I=1,N
    T(I) =ORIGIN+I-1
37  X(I) =XMN(2,I)
    GO TO 50
40  IF (OP(2). NE. 2) GO TO 41
    ORIGIN=ORIGIN+2
    N=N-4
    DO 38 I=1,N
    T(I) =ORIGIN+I-1
38  X(I) =XMN(4,I)
    GO TO 50
41  ORIGIN=ORIGIN+3
    N=N-6
    DO 39 I=1,N
    T(I) =ORIGIN+I-1
39  X(I) =XMN(6,I)
51  SUMR=0.
    PROD=1.
    MAX=MAXO (N,OP(3))
    DO 55 I=2,N
    ROI(I) = X(I)/X(I-1)
    SUMR=SUMR+ROI(I)
55  PROD=PROD*ROI(I)
    AR=SUMR/(N-1)*100.
    GR=PROD**(1./(N-1))*100.

```

```

50 WRITE (6,150) (T(I),X(I),I=1,N)
150 FORMAT (1H1//10X, 'DATA SMOOTHENED BY MOVING AVERAGE'////10X,
  *'TIME AVERAGED VALUE OF X' / (9X,I5,5X, E17.5))
  WRITE (6,160) AR,GR
160 FORMAT (///10X, 'AVERAGE RATE OF INCREASE', /15X, 'ARITHMATIC ME
  *AN', E15.5, '%' / 15X, 'GEOMETPIC MEAN', E15.5, '%')
  IF (OP(3). LE.0) GO TO 65
  NN=N+OP(3)
  WRITE (6,169)
  NI=N+1
  DO 62 I=NI,NN
  T(I)=ORIGIN+I-1
  X(I)=X(I-1)*AR/100.
  Y(I)=X(I-1)*GR/100.
62 WRITE (6,170) T(I),X(I),Y(I)
170 FORMAT (9X, I5, E15.3,2X. E15.3)
65 IF(OP(4). NE.1) GO TO 75
  CALL LINE
70 IF(OP(5). NE.1) GO TO 75
  CALL QUAD
75 IF(OP(6). NE.1) GO TO 80
  CALL EXPO
80 IF(OP(7) NE.1) GO TO 85
  CALL MEXP (ND1)
85 IF(OP(8). NE.1) GO TO 70
  CALL GOMP(ND2)
90 IF(OP(9). NE.1) GO TO 1
  CALL LOGST (NB, IN, NP)
  GO TO 1
99 STOP
  END

```

```

SUBROUTINE PRINT (M,B,C,E,N,MAX)
DIMENSION M(200), B(200), C(200),E(200)
WRITE (6,5)
5 FORMAT (/////)
  WRITE (6,10) (M(I),B(I), C(I), (M(N+1), E(N+1), I=1, MAX)
10 FORMAT (10X, 'TIME OBSERVED VALUE ESTIMATED VALUE TIME FORE
1 CAST VALUE' / (10X, I5, E17.8, 3X, I5, E17.8))
  RETURN
  END

```

```

SUBROUTINE LINE
COMMON X(100), ORIGIN,N, T (100),OP(9), MAX
DIMENSION Y(100), YF (100)
INTEGER T, ORIGIN,OP
ST1=ST2=STY=SY=0
DO 10 I=1,N
ST1=ST1+I
ST2=ST2+I*I
STY=STY+I*X(I)
10 SY=SY+X(I)
D=N*ST2-ST1**2
IF (D) 11,40,11
40 WRITE (6,50)
50 FORMAT (//// 10X, 'DENOMINATOR ENCOUNTERED ZERO' / 10X, 'LINEAR
*CURVE FITTING IS SKIPPED')
GO TO 70
11 A=(ST2*SY-ST1*STY)/D
B=(N*STY-ST1*SY)/D
15 WRITE (6,20) A,B
20 FORMAT (1H1///// 10X, 'LINEAR CURVE FITTING : Y=', E15.5, '+',
*E15.5, ' (T)'///// )
DO 30 I=1,N
30 Y(I)=A+B*I
IF(OP(3).LE.0) GO TO 39
NA=N+1
NB=N+OP(3)
DO 35 J=NA,NB
35 YF(I)=A+B*J
39 J=1
CALL PRINT (T,X,Y,YF,N,MAX)
CALL CHISQ (X,Y,N)
70 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE DELETE (XX, TT, NN,M, ND)
COMMON X(100), ORIGIN,N, T(100), OP(9), MAX
DIMENSION TT(200), XX(100)
INTEGER TT, T, ORIGIN,OP
IF (ND) 5,10,15
5 NN=N+ND
DO 6 I=1, NN
TT(I)=T(I)-ND

```

```

6  XX(I) = X(I - ND)
   GO TO 20
10  NN=N
   DO 11 I=1, NN
   XX(I) = X(I)
11  TT(I) = T(I)
   GO TO 20
15  NN=N-ND
   DO 16 I=1, NN
   XX(I) = X(I)
16  TT(I) = T(I)
20  M=NN/3
   L=NN+1
   DO 21 J=L, N
   TT(J) = 0
21  XX(J) = 0
   IF(OP(3)) 25, 30, 25
25  NA=NN+1
   NB=NN+OP(3)
   DO 26 I=NA, NB
26  TT(I) = ORIGIN + I
30  RETURN
   END
   SUBROUTINE GOMP (ND2)
   COMMON X(100), ORIGIN, N, T(100), OP(9), MAX
   INTEGER T, ORIGIN, OP, TT
   DIMENSION XX(100), TT(200), Y(200), YF(200), YY(100)
   REAL K
   CALL DELETE (YY, TT, NN, NNN, ND2)
   DO 20 I=1, NN
20  XX(I) = ALOG10(YY(I))
   SUM1=0.
   DO25 I=1, NNN
25  SUM1+XX(I)
   SUM2=0.
   I2=NNN+1
   I3=I2+NNN-1
   DO 30 I=I2, I3
30  SUM2=SUM2+XX(I)
   SUM3=0.
   I2=I3+1
   DO 35 I=I2, NN

```

```

35 SUM3=SUM3+XX(I)
   IF (SUM2-SUM1) 31,33,31
31 BN=(SUM3-SUM2)/(SUM2-SUM1)
   B=BN**(1./NNN)
   IF(BN-1.) 32,33,32
32 A=(SUM2-SUM1)*(B-1)/(BN-1.)**2
   IF(B-1.) 34,33,34
33 WRITE (6,70)
70 FORMAT (//// 10X, 'DENOMINATED ZERO' / 10X, 'GOMPERTZ CURV
   *E FITTING IS SKIPPED')
   GO TO 80
34 K=10.**((SUM1-(BN-1.)/A)/NNN)
   A=10.**A
   WRITE (6,36) K, A, B
36 FORMAT (1H1///// 10X, 'GOMPERZ CURVE FITTING : Y=',E15.5, ' ',
   1E15.5, ' ** (' ,E15.5; '**T)',/////))
   DO 40 I=1, NN
40 Y(I)=K*A**(B**I)
   IF(OP(3).LE.0) GO TO 51
   NA=NN+1
   NB=NN+OP(3)
   DO 50 JJ=NA,NB
50 YF(JJ)=K*A**(B**JJ)
51 J=1
   CALL PRINT (TT, YY, Y, YF, NN, MAX)
80 RETURN
   END

```

```

SUBROUTINE QUAD
COMMON X(100), ORIGIN, N, T(100), OP(9), MAX
INTEGER T, ORIGIN, OP
DIMENSION TT(200), Y(100), YF(100)
FOR(A,B,C,K)=A+A*K+C*K**2
N2=N/2
IF(N/2.-N2) 2,3,2
2 DO 6 I=1,N
6 TT(I)=-N2+I-1
CALL COMP (TT,SY,ST4,ST2,ST2Y, STY,A,B,C)
WRITE(6,30) A,B,C
30 FORMAT(1H1///10X, 'QUADRATIC CURVE FITTING : Y=',E15.5, '+',
   *E15.5, '(T)', '+',E15.5, '(T)**2'/////))
DO 10 I=1,N

```



```

      K = -N2 + I - 1
10  Y(I) = FOR (A, B, C, K)
      IF(OP(3)) 20, 50, 20
20  NA = N + 1
      NB = N + OP(3)
      DO 33 J = NA, NB
      K = -N2 + J - 1
33  YF(J) = FOR(A, B, C, K)
      GO TO 50
3   DO 5 I = 1, N
5   TT(I) = -N + 2* I - 1
      CALL COMP (TT, SY, ST4, SY2, ST2Y, STY, A, B, C)
      WRITE (6, 30) A, B, C
      DO 9 I = 1, N
      K = -N + 2* I - 1
9   Y(I) = FOR(A, B, C, K)
      IF(OP(3)) 21, 50, 21
21  NA = N + 1
      NB = N + OP(3)
      DO 31 J = NA, NB
      K = -N + 2* I - 1
31  YF(J) = FOR (A, B, C, K)
50  J = 1
      CALL PRINT (T, X, Y, YF, N, MAX)
      CALL CHISQ (X, Y, N)
      RETURN
      END

SUBROUTINE COMP (TT, SY, ST4, ST2, ST2Y, STY, A, B, C)
COMMON X(100), ORIGIN, N, T(100), OP(9), MAX
DIMENSION TT(100)
SY = ST4 = ST2 = ST2Y = STY = 0
DO 20 I = 1, N
SY = SY + X(I)
ST4 = ST4 + TT(I)**4
ST2 = ST2 + TT(I)**2
ST2Y = ST2Y + TT(I)**2 * X(I)
20  STY = STY + TT(I) * X(I)
      D = N * ST4 - ST2**2
      IF(D) 30, 16, 30
16. WRITE (6, 18)
18  FORMAT (///10X, 'DENOMINATOR ENCOTNTEREO ZERO' / 10X, 'QUADRAT

```

```

*IC CURVE FITTING IS SKIPPED')
GO TO 60
30 A=(SY*ST4-ST2*ST/Y)/D
   B=STY/ST2
   C=(N*ST2Y-ST2*SY)/D
60 RETURN
   END

SUBROUTINE EXPO
COMMON X(100), ORIGIN, N, T(100) OP(9), MAX
INTEGER T,ORIGIN, OP
DIMENSION Y(100), YF(100)
FOR(A,B,I)=A*B**I
ST1=ST2=SLY=STLY=0
DO 10 I=1,N
ST1=ST1+I
ST2=ST2+I*I
SLY=SLY+ALOG10(X(I))
10 STLY=STLY+I*ALOG 10(X(I))
   D=N*ST2-ST1**2
   IF(D) 20,30,20
30 WRITE (6,16)
16 FORMAT (//// 10X, 'DENOMINATOR ERCONTERED ZERO' / 10X, 'EXPONE
*NTIAL CURVE FITTING IS SKIPPED')
   GO TO 80
20 A=10.**((ST2*SLY-ST1*STLY)/D)
   B=10.**((N*STLY-ST1*SLY)/D)
   WRITE (6,70) A,B
70 FORMAT(1H1////,10X, 'EXPONENTIAL CURVE FITTING: Y=',E15.5,
1E15.5, '*** (T)',////)
   DO 25 I=1,N
25 Y(I)=FOR(A,B,I)
   IF (OP(3)) 26,50,26
26 NA=N+1
   NB=N+OP(3)
   DO27 J=NA,NB
27 YF(J)=FOR(A,B,J)
50 J=1
   CALL PRINT (T,X,Y,YF,N,MAX)
   CALL CHISQ (X,Y,N)
80 RETURN
   END

```

```

SUBROUTINE MEXP(ND1)
COMMON X(100), ORIGIN,N,T(100), OP(9), MAX
INTEGER T,ORIGIN,OP,TT
DIMENSION XX(100), TT(200), YF(200)
REAL K
CALL DELETE(XX,TT,NN,M,ND1)
DO 10 I1=1,M
I2=I1+M
I3=I1+2*M
S1=S1+XX(I1)
S2=S2+XX(I2)
10 S3=S3+XX(I3)
IF(S2-S1) 11,33,11
11 BB=(S3-S2)/(S2-S1)
B=BB**(1./M)
IF(BB-1) 12,33,12
12 A=(S2-S1)*(B-1)/(BB-1)**2
IF(B-1) 13,33,13
33 WRITE (6,35)
35 FORMAT(////10X, 'DENOMINATUR ENCOUNTEREO ZERO' / 10X, 'MODIFIED
EXPONENTIAL CURVE FITTING IS SKIPPED')
GOTO 90
13 K=(S1-(BB-1.)/(B-1.)*A)/M
WRITE (9,20) K,A,B
20 FORMAT (1H1, ////10X, 'MODIEO EXPONENTIAL CURVE FITTING : Y=',
1 E15.5, '+',E15.5, '*',E15.5, '** T) '/////)
DO 30 J=1,NN
30 Y(J)=K+A*B**J
IF (OP(3).LE.0) GO TO 50
NA=NN+1
NB=NN+OP(3)
DO40 JJ=NA,NB
40 YF(JJ)=K+A*B**JJ
50 J=1
CALL PRINT (TT,XX,Y,YF,NN,MAX)
CALL CHISQ (XX,Y,NN)
60 RETURN
END
SUBROUTINE LOGST (NB,IN,NF)
COMMON X(100), ORIGIN,N,T(100), OP(9), MAX
INTEGER, ORIGIN,OP
DIMENSION YY(3), Y(200), YF(200)

```

```

NDL=NP/2
DO 100 J=1,3
YY(J)=1
KK=NB+IN*(J-1)-NOL-1
DO 99 I=1, NP
99 YY(J)=YY(J)*X(KK+I)
100 YY(J)=YY(J)**(1./NP)
IF (YY(1)*YY(3)-YY(2)**2) 102,33,101
101 XK=(2.*YY(1)*YY(2)*YY(3)-(YY(2)**2)*(YY(1)+YY(3)))/(YY(1)*YY(3)
1-YY(2)**2)
IF(YY(1))102,33,102
102 Z1=(XK-YY(1))/YY(1)
- XA=ALOG10(Z1)
IF(YY(2)*(XK-YY(1))) 103,33,103
33 WRITE (6,50)
50 FORMAT(////10X,'DENOMINATOR ENCOUNTEREDZERO'/ 10X,'LOGISTIC
*CURVE FITTING IS SKIPPED')
GO TO 90
103 Z2=(YY(1)*(XK-YY(2)))/(YY(2)*(XK-YY(1)))
XB=ALONG10(Z2)/IN
DO 200 II=1,N
:200 Y(II)=XK/(1.+10.** (XA+XB*(II-NB)))
WRITE (6,210) XK, XA, XB
IF(OP(3).LE.0) GO TO 301
NF=N+OP(3)
NC=N+1
DO 300 JJ=NC,NF
300 YF(JJ)=XK/(1.+10.** (XA+XB*(JJ-NB)))
:301 J=1
CALL PRINT (T, X, Y, YF, N, MAX)
CALL CHISQ (X, Y, N)
:210 FORMAT (1H1//// 10X, 'LOGISTIC CURVE FITTING : ', T40, 19X, E15.5/
*T40, 'Y=', 50(1H-)/T44, '1+10.**(', E15.5, ', '+', E15.5, ' *T) 1', ////)
:60 RETURN.
END

SUBROUTINE MINMAX(X,N,XMAX,XMIN)
DIMENSION X(100)
XMAX=XMIN=X(1)
DO 10 I=2,N
IF(X(I).GT.XMAX) GOTO 5
IF (X(I).GT. XMIN) GO TO 3
5 XMAX=X(I)

```

```

      GO TO 10
3  XMIN=X(I)
10  CONTINUE
      RETURN
      END

      SUBROUTINE CHISQ (X, Y, N)
      DIMENSION X(100), O(40), E(40)
      INTV = N/3
      CALL MINMAX(X, N, XMAX, XMIN)
      DO 10 I=1, INTV
10  O(I) = 0
      ITNL = (XMAX - XMIN)/INTV
      DO 20 I=1, N
      NV = (X(I) - XMIN)/ITVL + 1
      IF(NV.LE. INTV) GO TO 20
      NV = INTV
20  O(NV) = O(NV) + 1
      DO 25 I=1, INTV
25  E(I) = 0
      DO 30 I=1, N
      IF((Y(I) - XMIN).LT.0) GO TO 26
      NY = (Y(I) - XMIN)/ITVL + 1
      IF (NY.LE. INTV) GO TO 29
      NY = INTV
      GO TO 29
26  E(I) = E(I) + 1
      GO TO 30
29  E(NY) = E(NY) + 1
30  CONTINUE
      CHSQ = 0
      DO 50 I=1, INTV
      IF(E(I).EQ.0) GO TO 40
      CHSQ = CHSQ + (O(I) - E(I))**2/E(I)
      GO TO 50
40  CHSQ = CHSQ + O(I)**2
50  CONTINUE
      NDOF = INTV - 1
      WRITE(6, 51) CHSQ, NDOF
51  FORMAT(//////10X, 'CHI SQUARE=', F8.4,
      * ' DEGREE OF FREEDOM=', I5)
      RETURN
      END

```

다. 例題

XY제품에 대한 1952년부터 1976년까지의 國內 需要는 다음에 주어진 데이터와 같다.

年 度	需要(M/T)	年 度	需要(M/T)	年 度	需要(M/T)	年 度	需要(M/T)
1952	1,773	1959	6,027	1966	11,177	1973	20,350
1953	1,979	1960	7,700	1967	12,305	1974	20,770
1954	2,236	1961	9,167	1968	13,528	1975	23,290
1955	2,700	1962	10,540	1969	14,823	1976	24,916
1956	3,250	1963	11,893	1970	16,150		
1957	3,886	1964	14,826	1971	17,590		
1958	4,913	1965	16,835	1972	19,022		

이 데이터를 근거로 XY제품의 需要에 대한 時系列傾向分析을 프로그램 TREND에 의하여 알아 보고자 한다.

(1) 컴퓨터 入力데이터 및 FORMAT

카드#	Col. 10	Col. 20	Col. 30	Col. 40	Col. 50	Col. 60	Col. 70	Col. 80
①	25	1952	1	0	20	1	1	1
②	(10F7.0, 10X)							
③	1773	1979	2236	2700	3250	3886	4913	6027
④	10540	11839	14826	16835	11177	12305	13528	14823
⑤	19022	20350	20770	23290	24916			

(2) 例題에 대한 계산 결과(컴퓨터 Output)

(가) Input data 프린트

```

*****
* TIME SERIES ANALYSIS AND FORECASTING *
*****
    
```

CASE NO. 1/NUMBER OF DATA 25/STARTING PERIOD 1952
 INPUT FORMAT=(10F7.0,10X)

OPTION NO	INPUT VALUE
1	1
2	0
3	20
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1

ND1=-1 ND2=-1 NB=3 IN=10 NP=3

1773.	1979.	2236.	2700.	3250.	3886.	4913.	6027.	7700.	9167.
10540.	11839.	14826.	16835.	11177.	12305.	13528.	14823.	16150.	17560.
19022.	20350.	20770.	23290.	24916.					

(1) 移動平均 및 平均增加率 계산

TIME	OBSERVED VALUE(X)	3 PERIOD MOVING AVERAGE	AVERAGE	SUM	5 PERIOD MOVING AVERAGE	AVERAGE	SUM	7 PERIOD MOVING AVERAGE	SUM	AVERAGE
1952	.17730E+04	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1953	.16790E+04	.5988E+04	.19960E+04	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1954	.22360E+04	.6915E+04	.23050E+04	.1194E+05	.23876E+04	.1194E+05	.23876E+04	0.	0.	0.
1955	.27000E+04	.8186E+04	.27287E+04	.1405E+05	.28102E+04	.1405E+05	.28102E+04	.2074E+05	.29624E+04	.2074E+05
1956	.32500E+04	.9836E+04	.32787E+04	.1699E+05	.33970E+04	.1699E+05	.33970E+04	.2499E+05	.35701E+04	.2499E+05
1957	.38860E+04	.1205E+05	.40163E+04	.2078E+05	.41552E+04	.2078E+05	.41552E+04	.3071E+05	.43874E+04	.3071E+05
1958	.49130E+04	.1483E+05	.49420E+04	.2578E+05	.51552E+04	.2578E+05	.51552E+04	.3764E+05	.53776E+04	.3764E+05
1959	.60270E+04	.1864E+05	62133E+04	.3169E+05	.63386E+04	.3169E+05	.63386E+04	.4548E+05	.64976E+04	.4548E+05
1960	.77000E+04	.2289E+05	.76313E+04	.3835E+05	.76694E+04	.3835E+05	.76694E+04	.5407E+05	.77246E+04	.5407E+05
1961	.91670E+04	.2741E+05	.91357E+04	.4527E+05	.90546E+04	.4527E+05	.90546E+04	.6501E+05	.92874E+04	.6501E+05
1962	.10540E+05	.3155E+05	.10515E+05	.5407E+05	.10814E+05	.5407E+05	.10814E+05	.7693E+05	.10991E+05	.7693E+05
1963	.11839E+05	.3721E+05	.12402E+05	.6321E+05	.12641E+05	.6321E+05	.12641E+05	.8208E+05	.11726E+05	.8208E+05
1964	.14826E+05	.4350E+05	.14500E+05	.6522E+05	.13043E+05	.6522E+05	.13043E+05	.8669E+05	.12384E+05	.8669E+05
1965	.16835E+05	.4284E+05	.14279E+05	.6698E+05	.13396E+05	.6698E+05	.13396E+05	.9105E+05	.13007E+05	.9105E+05
1966	.11177E+05	.4032E+05	.13439E+05	.6867E+05	.13734E+05	.6867E+05	.13734E+05	.9533E+05	.13619E+05	.9533E+05
1967	.12305E+05	.3701E+05	.12337E+05	.6867E+05	.13734E+05	.6867E+05	.13734E+05	.9964E+05	.14235E+05	.9964E+05
1968	.13528E+05	.4066E+05	.13552E+05	.6798E+05	.13597E+05	.6798E+05	.13597E+05	.1024E+06	.14625E+05	.1024E+06
1969	.14823E+05	.4450E+05	.14834E+05	.7437E+05	.14873E+05	.7437E+05	.14873E+05	.1056E+06	.14938E+05	.1056E+06
1970	.16150E+05	.4853E+05	.16178E+05	.8108E+05	.162217E+05	.8108E+05	.162217E+05	.1137E+06	.16248E+05	.1137E+06
1971	.17560E+05	.5273E+05	.17577E+05	.8791E+05	.17581E+05	.8791E+05	.17581E+05	.1222E+06	.17458E+05	.1222E+06
1972	.19022E+05	.5693E+05	.18977E+05	.9385E+05	.18770E+05	.9385E+05	.18770E+05	.1320E+06	.18852E+05	.1320E+06
1973	.20350E+05	.6014E+05	.20047E+05	.1010E+06	.20198E+05	.1010E+06	.20198E+05	.1421E+06	.20294E+05	.1421E+06
1974	.20770E+05	.6441E+05	.21470E+05	.1083E+06	.21670E+05	.1083E+06	.21670E+05	0.	0.	0.
1975	.23290E+05	.6898E+05	.22992E+05	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1976	.24916E+05	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

DATA SMOOTHENED BY MOVING AVERAGE

TIME	AVERAGED VALUE OF X
1952	.17730E + 04
1953	.19790E + 04
1954	.22360E + 04
1955	.27000E + 04
1956	.32500E + 04
1957	.38860E + 04
1958	.49130E + 04
1959	.60270E + 04
1960	.77000E + 04
1961	.91670E + 04
1962	.10540E + 05
1963	.11839E + 05
1964	.14826E + 05
1965	.16835E + 05
1966	.11177E + 05
1967	.12305E + 05
1968	.13528E + 05
1969	.14823E + 05
1970	.16150E + 05
1971	.17560E + 05
1972	.19022E + 05
1973	.20350E + 05
1974	.20770E + 05
1975	.23290E + 05
1976	.24916E + 05

AVERAGE RATE OF INCREASE

ARITHMATIC MEAN	.11239E + 03%
GEOMETRIC MEAN	.11164E + 03%

FORECAST VALUE BY ARITHMATIC AND GEOMETRIC AVERAGE INCREASE RATE

TIME	ARITHMATIC	GEOMETRIC
1977	.280E + 05	.278E + 05
1978	.315E + 05	.313E + 05
1979	.354E + 05	.351E + 05
1980	.398E + 05	.395E + 05
1981	.447E + 05	.444E + 05
1982	.502E + 05	.499E + 05
1983	.565E + 05	.561E + 05
1984	.634E + 05	.630E + 05
1985	.713E + 05	.708E + 05

1986	.802E + 05	.796E + 05
1987	.901E + 05	.895E + 05
1988	.101E + 06	.101E + 06
1989	.114E + 06	.113E + 06
1990	.128E + 06	.127E + 06
1991	.144E + 06	.143E + 06
1992	.162E + 06	.160E + 06
1993	.182E + 06	.180E + 06
1994	.204E + 06	.203E + 06
1995	.229E + 06	.228E + 06
1996	.258E + 06	.256E + 06

(다) 直線傾向線 및 豫測

$$\text{LINEAR CURVE FITTING ; } Y = -.62371E + 03 + .94509E + 03*(T)$$

TIME	OBSERVED VALUE	ESTIMATED VALUE	TIME	FORECAST VALUE
1953	.17730000E + 04	.32138154E + 03	1977	.23948670E + 05
1953	.19790000E + 04	.12664731E + 04	1978	.24893762E + 05
1954	.22360000E + 04	.22115640E + 04	1979	.25838853E + 05
1955	.27000000E + 04	.31566562E + 04	1980	.26783945E + 05
1956	.32500000E + 04	.41017477E + 04	1981	.27729036E + 05
1957	.38860000E + 04	.50468892E + 04	1982	.28674128E + 05
1958	.49130000E + 04	.59919308E + 04	1983	.29619219E + 05
1959	.60270000E + 04	.69370223E + 04	1984	.30564311E + 05
1960	.77000000E + 04	.78821138E + 04	1985	.31509402E + 05
1961	.91670000E + 04	.88272054E + 04	1986	.32454494E + 05
1962	.10540000E + 05	.97722969E + 04	1987	.33399585E + 05
1963	.18319000E + 05	.10717388E + 05	1988	.34344677E + 05
1964	.14826000E + 05	.11662480E + 05	1989	.35289768E + 05
1965	.16835000E + 05	.12607572E + 05	1990	.36234860E + 05
1966	.11177000E + 05	.13552663E + 05	1991	.37179952E + 05
1967	.12305000E + 05	.14497755E + 05	1992	.38125043E + 05
1968	.13528000E + 05	.15442846E + 05	1993	.39070135E + 05
1969	.14823000E + 05	.16387938E + 05	1994	.40015226E + 05
1970	.16150000E + 05	.17333029E + 05	1995	.40960318E + 05
1971	.17560000E + 05	.18278121E + 05	1996	.41905409E + 05
1972	.19022000E + 05	.19223212E + 05	0	0.
1973	.20350000E + 05	.20168304E + 05	0	0.
1974	.20770000E + 05	.21113395E + 05	0	0.
1975	.23290000E + 05	.22058487E + 05	1	0.
1976	.24916000E + 05	.23003578E + 05	0	0.

CHI SQUARE VALUE = 3.3333 DEGREE OF FREEDOM = 7

(라) 二次傾向線 및 豫測

QUADRATIC CURVE FITTING ;

$$Y = .11362E + 05 + .94509E + 03*(T) + .57861E + 01*(T)**2$$

TIME	OBSERVED VALUE	ESTIMATED VALUE	TIME	FORECAST VALUE
1952	.17730000E + 04	.85370462E + 03	1977	.24625646E + 05
1953	.19790000E + 04	.16657154E + 04	1978	.25726963E + 05
1954	.22360000E + 04	.24892984E + 04	1979	.26839852E + 05
1955	.27000000E + 04	.33244530E + 04	1980	.27964313E + 05
1956	.32500000E + 04	.41711811E + 04	1981	.29100347E + 05
1957	.38860000E + 04	.50294809E + 04	1982	.30247952E + 05
1958	.49130000E + 04	.58993528E + 04	1983	.31407130E + 05
1959	.60270000E + 04	.67807971E + 04	1984	.32577881E + 05
1960	.77000000E + 04	.76738135E + 04	1985	.33760203E + 05
1961	.91670000E + 04	.85784022E + 04	1986	.34954098E + 05
1962	.10540000E + 05	.94945631E + 04	1987	.36159565E + 05
1963	.11839000E + 05	.10422296E + 05	1988	.37376604E + 05
1964	.14826000E + 05	.11361602E + 05	1989	.38605215E + 05
1965	.16835000E + 05	.12312479E + 05	1990	.39845399E + 05
1966	.11177000E + 05	.13274929E + 05	1991	.41097155E + 05
1967	.12305000E + 05	.14248951E + 05	1992	.42360483E + 05
1967	.12305000E + 05	.14248951E + 05	1992	.42360483E + 05
1968	.13528000E + 05	.15234546E + 05	1993	.43635384E + 05
1969	.14823000E + 05	.16231712E + 05	1994	.44921856E + 05
1970	.16150000E + 05	.17240451E + 05	1995	.46219901E + 05
1971	.17560000E + 05	.18260762E + 05	1996	.47529518E + 05
1972	.19022000E + 05	.19292646E + 05	0	0.
1973	.20350000E + 05	.20336101E + 05	0	0.
1974	.20770000E + 05	.21391129E + 05	0	0.
1975	.23290000E + 05	.22457729E + 05	0	0.
1976	.24916000E + 05	.23535902E + 05	0	0.

CHI SQUARE VALUE=4.5000 DEGREE OF FREEDOM=7

(마) 指數曲線傾向線 및 豫測

EXPONENTIAL CURVE FITTING : $Y = .22254E + 04 * .11131E + 01**(T)$

TIME	OBSERVED VALUE	ESTIMATED VALUE	TIME	FORECAST VALUE
1952	.17730000E + 04	.24770102E + 04	1977	.36094390E + 05
1953	.19790000E + 04	.27570471E + 04	1978	.40119367E + 05
1954	.22360000E + 04	.30687434E + 04	1979	.44655039E + 05
1955	.27000000E + 04	.34156784E + 04	1980	.49703488E + 05
1956	.32500000E + 04	.38018359E + 04	1981	.55322686E + 05
1957	.38860000E + 04	.42316503E + 04	1982	.61577160E + 05
1958	.49130000E + 04	.47100570E + 04	1983	.68538730E + 05
1959	.60270000E + 04	.52425497E + 04	1984	.76287336E + 04

1960	.7700000E+04	.58352431E+04	1985	.84911956E+05
1961	.9167000E+04	.64949431E+04	1986	.94511627E+05
1962	.1054000E+05	.72292251E+04	1987	.10519658E+06
1963	.1183900E+05	.80465209E+04	1988	.11708952E+06
1964	.1482600E+05	.89562155E+04	1989	.13032701E+06
1965	.1683500E+05	.99687552E+04	1990	.14506105E+06
1966	.1117700E+05	.11095767E+05	1991	.16146084E+06
1967	.1230500E+05	.12350192E+05	1992	.17971470E+06
1968	.1352800E+05	.13746436E+05	1993	.20003224E+06
1969	.1482300E+05	.15300531E+05	1994	.22264677E+06
1970	.1615000E+05	.17030324E+05	1995	.24781797E+06
1971	.1756000E+05	.18955677E+05	1996	.27583489E+06
1972	.1902200E+05	.21098700E+05	0	0.
1973	.2035000E+05	.23484001E+05	0	0.
1974	.2077000E+05	.26138971E+05	0	0.
1975	.2329000E+05	.29094097E+05	0	0.
1976	.2491600E+05	.32383313E+05	0	0.

CHI SQUARE VALUE=8.6333 DEGREE OF FREEDOM=7

(바) 變型指數曲線傾向線 및 豫測

MODIFIED EXPONENTIAL CURVE FITTING :

$$Y = .56560E+05 + -.56587E+05 * .97832E+00^{**}(T)$$

TIME	OBSERVED VALUE	ESTIMATED VALUE	TIME	FORECAST VALUE
1953	.1979000E+04	.12001879E+04	1977	.23848351E+05
1954	.2236000E+04	.24005671E+04	1978	.24557646E+05
1955	.2700000E+04	.35749183E+04	1979	.25251562E+05
1956	.3250000E+04	.47238059E+04	1980	.25930431E+05
1957	.3886000E+04	.58477820E+04	1981	.26594580E+05
1958	.4913000E+04	.69473867E+04	1982	.27244329E+05
1959	.6027000E+04	.80231484E+04	1983	.27879989E+05
1960	.7700000E+04	.90755843E+04	1984	.28501865E+05
1961	.9167000E+04	.10105200E+05	1985	.29110258E+05
1962	.1054000E+05	.11112490E+05	1986	.29705458E+05
1963	.1183900E+05	.12097940E+05	1987	.30287753E+05
1964	.1482600E+05	.13062021E+05	1988	.30857422E+05
1965	.1683500E+05	.14005198E+05	1989	.31414738E+05
1966	.1117700E+05	.14927924E+05	1990	.31959970E+05
1967	.1230500E+05	.15830643E+05	1991	.32493380E+05
1968	.1352800E+05	.16713287E+05	1992	.33015224E+05
1969	.1482300E+05	.1757783E+05	1993	.33525275E+05
1970	.1615000E+05	.18423044E+05	1994	.34025211E+05
1971	.1756000E+05	.19249977E+05	1995	.34513839E+05

1972	.19022000 E + 05	.20058979 E + 05	1996	.34991873 E + 05
1973	.20350000 E + 05	.20850440 E + 05	0	0.
1974	.20770000 E + 05	.21624740 E + 05	0	0.
1975	.23290000 E + 05	.22382250 E + 05	0	0.
1976	.24916000 E + 05	.23123335 E + 05	0	0.
1977	0.	0.	0	0.

CHI SQUARE VALUE = 2.4167 DEGREE OF FREEDOM = 7

(사) 고펜르츠曲線傾向線 및 豫測

GOMPERZ CURVE FITTING :

$$Y = .25334 E + 05 + .57994 E - 01^{**} (.88437 E + 00^{**} T)$$

TIME	OBSERVED VALUE	ESTIMATED VALUE	TIME	FORECAST VALUE
1953	.19790000 E + 04	.20420679 E + 04	1977	.22202800 E + 05
1954	.22360000 E + 04	.27322887 E + 04	1978	.22544067 E + 05
1955	.27000000 E + 04	.35347671 E + 04	1979	.22850232 E + 05
1956	.32500000 E + 04	.44387801 E + 04	1980	.23124417 E + 05
1957	.38860000 E + 04	.54291307 E + 04	1981	.23369743 E + 05
1958	.49130000 E + 04	.64875868 E + 04	1982	.23588815 E + 05
1959	.60270000 E + 04	.75943698 E + 04	1983	.23784267 E + 05
1960	.77000000 E + 04	.87295169 E + 04	1984	.23958468 E + 05
1961	.89167000 E + 04	.98740024 E + 04	1985	.24113588 E + 05
1962	.10540000 E + 05	.11010567 E + 05	1986	.24251609 E + 05
1963	.11839000 E + 05	.12124252 E + 05	1987	.24374328 E + 05
1964	.14826000 E + 05	.13202665 E + 05	1988	.24483375 E + 05
1965	.16835000 E + 05	.14236040 E + 05	1989	.24580219 E + 05
1966	.11177000 E + 05	.15217121 E + 05	1990	.24666184 E + 05
1967	.12305000 E + 05	.16140949 E + 05	1991	.24742459 E + 05
1968	.13528000 E + 05	.17004580 E + 05	1992	.24810112 E + 05
1969	.14823000 E + 05	.17806774 E + 05	1993	.24870095 E + 05
1970	.16150000 E + 05	.18547686 E + 05	1994	.24923264 E + 05
1971	.17560000 E + 05	.19228574 E + 05	1995	.24970379 E + 05
1972	.19022000 E + 05	.19851528 E + 05	1996	.25012121 E + 05
1973	.20350000 E + 05	.20419245 E + 05	0	0.
1974	.20770000 E + 05	.20934831 E + 05	0	0.
1975	.23290000 E + 05	.21401637 E + 05	0	0.
1976	.24916000 E + 05	.21823131 E + 05	0	0.
1977	0.	0.	0	0.

CHI SQUARE VALUE = 7.2500 DEGREE OF FREEDOM = 7

(아) 로지스틱曲線傾向線 및 豫測

LOGISTIC CURVE FITTING :

$$Y = \frac{.22162 E + 05}{1 + 10^{**} (.93924 E + 00 - .12033 E + 00^{**} T)}$$

TIME	OBSERVED VALUE	ESTIMATED VALUE	TIME	FORECAST VALUE
1952	.17730000 E + 04	.13737943 E + 04	1977	.21238084 E + 05
1953	.19790000 E + 04	.17772222 E + 04	1978	.21915673 E + 05
1954	.22360000 E + 04	.22860924 E + 04	1979	.21974853 E + 05
1955	.27000000 E + 04	.29197975 E + 04	1980	.22019926 E + 05
1956	.32500000 E + 04	.36964906 E + 04	1981	.2205421 E + 05
1957	.38860000 E + 04	.46300921 E + 04	1982	.22080276 E + 05
1958	.49130000 E + 04	.57263585 E + 04	1983	.22100071 E + 05
1959	.60270000 E + 04	.69788662 E + 04	1984	.22115100 E + 05
1960	.77000000 E + 04	.83658870 E + 04	1985	.22126506 E + 05
1961	.91670000 E + 04	.98497442 E + 04	1986	.22135159 E + 05
1962	.10540000 E + 05	.11379705 E + 05	1987	.22141723 E + 05
1963	.11839000 E + 05	.12898359 E + 05	1988	.22146700 E + 05
1964	.14826000 E + 05	.14349961 E + 05	1989	.22150475 E + 05
1965	.16835000 E + 05	.15688273 E + 05	1990	.22153337 E + 05
1966	.11177000 E + 05	.16881688 E + 05	1991	.22155547 E + 05
1967	.12305000 E + 05	.17914674 E + 05	1992	.22157152 E + 05
1968	.13528000 E + 05	.18786003 E + 05	1993	.22158399 E + 05
1969	.14823000 E + 05	.19505105 E + 05	1994	.22159345 E + 05
1970	.16150000 E + 05	.20087961 E + 05	1995	.22160062 E + 05
1971	.17560000 E + 05	.20553513 E + 05	1996	.22160605 E + 05
1972	.19022000 E + 05	.20921036 E + 05	0	0.
1973	.20350000 E + 05	.21208496 E + 05	0	0.
1974	.20770000 E + 05	.21431709 E + 05	0	0.
1975	.23290000 E + 05	.21604060 E + 05	0	0
1976	.24916000 E + 05	.21736561 E + 05	0	0

CHI SQUARE VALUE = 12.50000 DEGREE OF FREEDOM = 7