

# 시멘트 壓縮強도의 統計的 解析

이            춘            송  
심            일            성  
〈韓一시멘트 丹陽工場〉

## I. 서    론

시멘트의 압축강도는 시멘트 품질의 한가지 결정적 요소이며, 제품 품질관리의 주요 대상이므로 이의 효율화를 기하기 위한 일환으로 통계적 방법에 의하여,

① 초기(3일, 7일)강도와 후기(28일)강도의 상관 관계를 분석함으로써 초기강도 data를 기초로 후기강도를 추정하여, 후기강도 실측에 요하는 약 1개월의 시차를 기다리지 않고 초기 강도 실측 결과로 공정에 신속한 조치를 취하여 제품 품질관리의 합리화를 기하고자 하였으며,

② 시멘트 광물조성 계산치와 압축강도의 상관분석을 통하여 시멘트 압축강도를 추정함으로써 제품의 품질관리를 위하여 원료에 modulus 상의 조정을 가할 수 있도록 하였다.

따라서 원료의 화학성분상 최적화를 통하여 이상적인 제품강도 관리를 위한 기초작업으로써 시도하였다. 그러나, 여기서는 당사 제조 portland 시멘트를 통계 모집단으로 하였음을 명기해 둔다.

## II. 시멘트 후기강도(28일)의 초기(3일, 7일)강도에 의한 추정

### 1. 3일강도( $x$ )와 7일강도( $y$ )의 상관계수( $r_{xy}$ )

$$r_{xy} = \frac{S_{(xy)}}{\sqrt{S_{(xx)}S_{(yy)}}}$$
$$S_{(xx)} = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}$$
$$= 4529 - \frac{7^2}{30}$$
$$= 4527.4$$
$$S_{(yy)} = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}$$
$$= 8426 - \frac{24^2}{30}$$
$$= 8406.8$$

&lt;表-1&gt;

3일강도(x)와 7일강도의 상관분석표

No	x	y	X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
1	154	211	-6	-9	36	81	54
2	145	202	-15	-18	225	324	270
3	154	211	-6	-9	36	81	54
4	167	242	7	22	49	484	154
5	171	224	11	4	121	16	44
6	176	229	16	9	256	81	144
7	171	233	11	11	121	121	121
8	141	202	-19	-18	361	324	342
9	154	211	-6	-9	36	81	54
10	149	207	-11	-13	121	169	143
11	158	229	-2	9	4	81	-18
12	141	189	-19	-31	361	961	589
13	163	215	3	-5	9	25	-15
14	150	202	-10	-18	100	324	180
15	176	264	16	44	256	1936	704
16	145	202	-15	-18	225	324	270
17	158	233	-2	13	4	169	-26
18	171	220	11	0	121	0	0
19	154	220	-6	0	36	0	0
20	171	241	11	21	121	441	231
21	141	211	-19	-9	361	81	171
22	180	246	20	26	400	676	520
23	163	240	3	20	9	400	60
24	154	215	-6	-5	36	25	30
25	176	224	16	4	256	16	64
26	143	193	-17	-27	289	729	459
27	163	229	3	9	9	81	27
28	171	229	11	9	121	81	99
29	180	237	20	17	400	289	340
30	167	215	7	-5	49	25	-35
合 計			7	24	4529	8426	5030

$$X = x - 160$$

$$Y = y - 220$$

<表-2> 3일강도(x)와 28일강도(z)의 상관분석표

No	x	z	X	Z	X <sup>2</sup>	Z <sup>2</sup>	XZ
1	154	337	-6	-13	36	169	78
2	145	348	-15	-2	225	4	30
3	154	343	-6	-7	36	49	42
4	167	337	7	-13	49	169	-91
5	171	337	11	-13	121	169	-143
6	176	370	16	20	256	400	320
7	171	385	11	35	121	1225	385
8	141	322	-19	-28	361	784	532
9	154	317	-6	-33	36	1089	198
10	149	322	-11	-28	121	784	308
11	158	364	-2	14	4	196	-28
12	141	317	-19	-33	361	1089	627
13	163	348	3	-2	9	4	-6
14	150	359	-10	9	100	81	-90
15	176	374	16	24	256	576	384
16	145	364	-15	14	225	196	-210
17	158	379	-2	29	4	841	-58
18	171	348	11	-2	121	4	-22
19	154	367	-6	17	36	289	-102
20	171	390	11	40	121	1600	440
21	141	348	-19	-2	361	4	38
22	180	390	20	40	400	1600	800
23	163	353	3	3	9	9	9
24	154	343	-6	-7	36	49	42
25	176	362	16	12	256	144	192
26	143	315	-17	-35	289	1225	595
27	163	359	3	9	9	81	27
28	171	359	11	9	121	81	99
29	180	379	20	29	400	841	580
30	167	364	7	14	49	196	98
合 計			7	100	4529	13948	5074

$X = x - 160$

$Z = z - 350$

&lt;表-3&gt;

7일강도 ( $y$ )와 28일강도 ( $z$ )의 상관분석표

No	$y$	$z$	$Y$	$Z$	$Y^2$	$Z^2$	$YZ$
1	211	337	-9	-13	81	169	117
2	202	348	-18	-2	324	4	36
3	211	343	-9	-7	81	49	63
4	242	337	22	-13	484	169	-286
5	224	337	4	-13	16	169	-52
6	229	370	9	20	81	400	180
7	233	385	11	35	121	1225	385
8	202	322	-18	-28	324	784	504
9	211	317	-9	-33	81	1089	297
10	207	322	-13	-28	169	784	364
11	229	364	9	14	81	196	126
12	189	317	-31	-33	961	1089	1023
13	215	348	-5	-2	25	4	10
14	202	359	-18	9	324	81	-162
15	264	374	44	24	1936	576	1056
16	202	364	-18	14	324	196	-252
17	233	379	13	29	169	841	377
18	220	348	0	-2	0	4	0
19	220	367	0	17	0	289	0
20	241	390	21	40	441	1600	840
21	211	348	-9	-2	81	4	18
22	246	390	26	40	676	1600	1040
23	240	353	20	3	400	9	60
24	215	343	-5	-7	25	49	35
25	224	362	4	12	16	144	48
26	193	315	-27	-35	729	1225	945
27	229	359	9	9	81	81	81
28	229	359	9	9	81	81	81
29	239	379	17	29	289	841	493
30	215	364	-5	14	25	196	-70
合 計			24	100	8426	13948	7357

$$Y = y - 220$$

$$Z = z - 350$$

$$S_{(xy)} = \sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n}$$

$$= 5030 - \frac{7 \times 24}{30}$$

$$= 5024.4$$

$$r_{xy} = \frac{S_{(xy)}}{\sqrt{S_{(xx)} S_{(yy)}}}$$

$$= \frac{5024.4}{\sqrt{(4527.4)(8406.8)}}$$

$$= 0.8144$$

2. 3 일강도(x)와 28 일강도(z)의 상관계수( $r_{xz}$ )

$$r_{xz} = \frac{S_{(xz)}}{\sqrt{S_{(xx)} S_{(zz)}}}$$

$$S_{(xx)} = 4529 - \frac{7^2}{30}$$

$$= 4527.4$$

$$S_{(zz)} = \sum Z^2 - \frac{(\sum Z)^2}{n}$$

$$= 13948 - \frac{100^2}{30}$$

$$= 13614.7$$

$$S_{(xz)} = \sum XZ - \frac{(\sum X)(\sum Z)}{n}$$

$$= 5074 - \frac{7 \times 100}{30}$$

$$= 5050.7$$

$$r_{xz} = \frac{S_{(xz)}}{\sqrt{S_{(xx)} S_{(zz)}}}$$

$$= \frac{5050.7}{\sqrt{(4527.4)(13614.7)}}$$

$$= 0.6433$$

3. 7 일강도(y)와 28 일강도(z)의 상관계수( $r_{yz}$ )

$$r_{yz} = \frac{S_{(yz)}}{\sqrt{S_{(yy)} S_{(zz)}}}$$

$$S_{(yy)} = 8426 - \frac{24^2}{30} = 8406.8$$

$$S_{(zz)} = 13948 - \frac{100^2}{30} = 13614.7$$

$$S_{(yz)} = 7357 - \frac{24 \times 100}{30} = 7277$$

$$\begin{aligned} r_{yz} &= \frac{S_{(yz)}}{\sqrt{S_{(yy)}S_{(zz)}}} \\ &= \frac{7277}{(8406.8)(13614.7)} \\ &= 0.6802 \end{aligned}$$

### 상관계수의 검정

상관표에서 위험률( $\alpha$ )을 1%로 볼 때  $r(n-2, \alpha) = r(30-2, 0.01)$ 의 값은  $r(30, 0.01) < r(28, 0.01) < r(25, 0.01)$ 인 관계가 성립하므로 3일, 7일, 28일간의 상관계수를  $r(25, 0.01) = 0.4869$ 와 비교하면

$$r_{xy} = 0.8144 > 0.4869$$

$$r_{xz} = 0.6433 > 0.4869$$

$$r_{yz} = 0.6802 > 0.4869 \text{이다.}$$

### 회귀직선의 추정

(1) 3일강도( $x$ )에 대한 7일강도( $y$ )의 회귀식

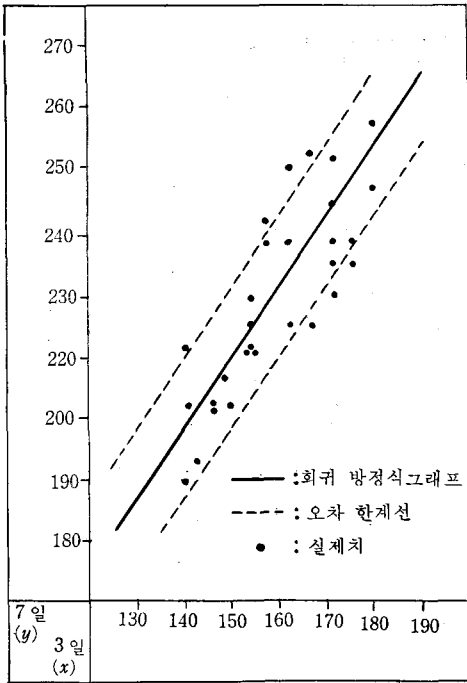
$$\begin{aligned} y &= \bar{y} + b(x - \bar{x}) \\ &= \bar{y} + \frac{S_{(xy)}}{S_{(xx)}}(x - \bar{x}) \\ &= 220.8 + 1.1098(x - 160.2) \\ &= 1.1098x + 43.0 \end{aligned}$$

(2) 3일강도( $x$ )에 대한 28일강도( $z$ )의 회귀식

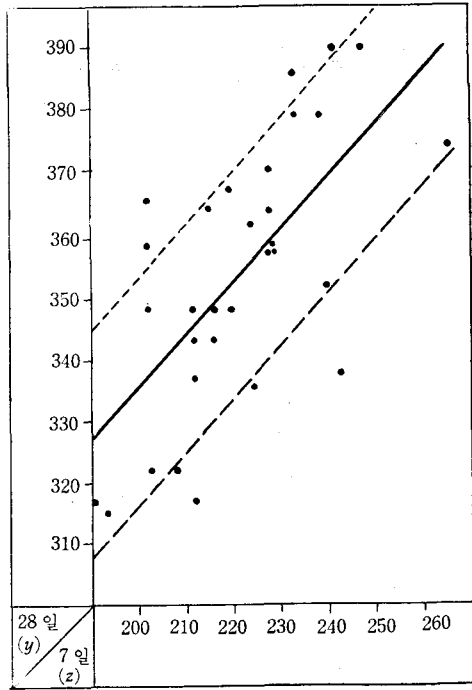
$$\begin{aligned} z &= \bar{z} + b(x - \bar{x}) \\ &= \bar{z} + \frac{S_{(xz)}}{S_{(xx)}}(x - \bar{x}) \\ &= 353.3 + 1.1156(x - 160.2) \\ &= 1.1156x + 174.58 \end{aligned}$$

(3) 7일강도( $y$ )에 대한 28일강도( $z$ )의 회귀식

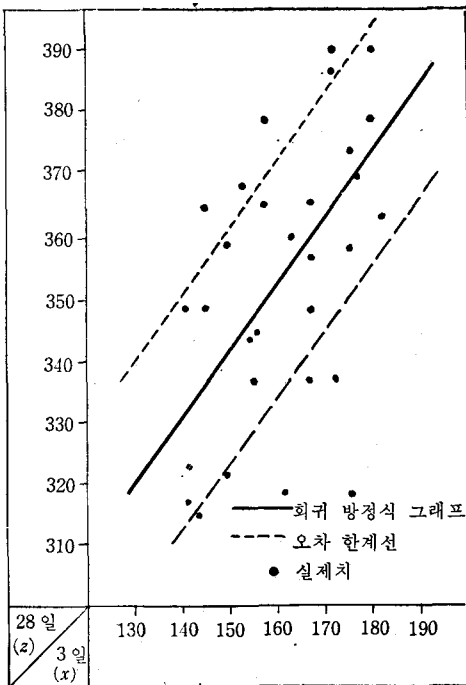
$$\begin{aligned} z &= \bar{z} + b(y - \bar{y}) \\ &= \bar{z} + \frac{S_{(yz)}}{S_{(yy)}}(y - \bar{y}) \\ &= 353.8 + 0.8656(y - 220.8) \\ &= 0.8656y + 162.7 \end{aligned}$$



<그림-1> 3일강도(x)와 7일강도(y)



<그림-2> 7일강도(y)와 28일강도(z)



<그림-3> 3일강도(x)와 28일강도(z)

Ⅲ. 시멘트의 광물조성 산출치에 의한 압축강도 추정

<表-4> Data Sheet

No	C <sub>3</sub> S	C <sub>2</sub> S	C <sub>3</sub> A	C <sub>4</sub> AF	3일 강도	7일 강도	28일 강도	No	C <sub>3</sub> S	C <sub>2</sub> S	C <sub>3</sub> A	C <sub>4</sub> AF	3일 강도	7일 강도	28일 강도
1	43.8	28.5	7.6	10.7	145	220	349	40	43.3	29.1	7.8	10.8	170	243	369
2	48.2	25.9	6.5	10.8	185	268	402	41	43.4	29.8	6.8	11.3	168	236	373
3	49.5	24.8	7.1	10.7	176	242	366	42	40.4	32.1	6.3	11.4	161	221	360
4	50.2	24.1	7.0	10.6	176	233	358	43	44.4	29.0	5.6	11.9	162	224	370
5	45.6	27.8	7.0	10.7	176	246	397	44	42.9	29.9	6.4	11.4	142	209	346
6	52.8	21.9	6.2	10.2	185	259	397	45	42.2	30.6	6.1	11.5	165	219	351
7	53.5	22.0	5.4	11.3	193	237	397	46	40.1	32.4	5.8	12.0	162	226	352
8	53.7	21.6	5.6	11.5	176	229	371	47	40.6	32.0	5.8	12.0	162	221	347
9	52.6	22.2	6.3	10.8	185	251	388	48	41.3	31.1	5.8	12.0	167	224	353
10	50.5	24.1	6.6	10.8	193	268	384	49	41.3	31.3	5.7	12.1	164	221	344
11	51.1	24.0	6.3	10.8	185	268	402	50	41.5	30.8	5.7	12.0	151	209	325
12	44.7	28.6	7.1	10.8	176	242	402	51	39.2	33.4	6.2	11.7	138	199	324
13	42.4	30.4	7.4	10.8	164	236	369	52	40.1	32.5	6.1	11.7	130	196	314
14	54.7	21.1	5.9	10.8	189	246	388	53	44.1	29.6	5.4	12.0	129	188	321
15	49.1	25.5	6.3	11.1	171	233	371	54	34.7	36.7	6.5	11.6	142	190	331
16	44.9	28.5	6.5	10.8	175	242	371	55	36.5	34.9	5.7	12.1	140	201	328
17	51.1	23.6	7.0	10.7	167	224	366	56	35.9	35.6	6.2	11.6	130	189	322
18	49.3	25.7	6.7	10.5	165	231	362	57	43.7	29.7	4.8	12.3	144	204	346
19	47.5	26.9	7.3	10.4	176	259	402	58	43.7	29.3	5.4	12.1	142	201	342
20	48.6	25.9	7.5	10.4	149	257	384	59	40.7	32.2	5.6	11.9	144	198	348
21	40.1	32.2	7.1	10.4	145	218	377	60	40.7	32.0	5.3	12.1	151	227	356
22	48.0	26.7	6.9	10.8	158	242	366	61	42.2	31.4	4.3	12.4	159	224	351
23	47.0	27.2	6.8	10.8	158	237	380	62	43.8	30.1	4.1	12.6	167	230	359
24	47.7	26.8	7.2	10.5	152	233	388	63	41.3	32.2	4.5	12.6	161	225	344
25	47.0	27.6	7.5	10.4	158	215	369	64	41.5	32.0	4.4	12.8	174	240	359
26	44.0	29.4	7.0	10.8	145	220	370	65	43.2	30.0	4.4	12.5	177	232	351
27	49.5	25.3	7.6	10.3	188	255	406	66	45.3	28.6	4.8	12.5	179	240	361
28	50.8	24.0	6.6	10.7	167	255	380	67	44.8	28.8	4.3	12.6	176	232	359
29	49.6	25.2	6.7	10.5	171	233	371	68	42.7	30.8	4.6	12.5	179	231	350
30	50.3	25.1	6.4	10.7	154	224	366	69	39.7	33.3	4.7	12.4	171	221	348
31	41.4	31.4	7.0	10.9	152	220	372	70	38.7	33.8	5.5	11.9	170	232	347
32	42.2	30.5	7.1	11.1	169	226	371	71	41.4	30.9	5.4	11.9	167	229	348
33	42.1	31.0	7.1	11.1	156	222	364	72	41.4	31.1	6.5	11.1	169	223	342
34	38.8	33.7	7.9	10.9	152	226	373	73	38.5	33.3	7.2	10.9	173	226	347
35	42.0	30.5	7.2	10.9	148	221	366	74	36.7	34.3	7.5	10.5	154	215	339
36	43.8	29.1	7.3	10.8	155	205	364	75	36.8	34.8	6.9	11.0	171	221	349
37	50.3	24.4	6.5	11.1	180	242	378	76	40.8	31.6	6.4	11.5	157	204	334
38	47.0	27.1	6.5	11.1	176	244	377	77	40.9	30.5	6.8	10.9	155	208	344
39	44.0	29.2	7.0	10.9	158	222	362	78	44.3	27.6	6.5	11.0	167	220	347



No	C <sub>3</sub> S	C <sub>2</sub> S	C <sub>3</sub> A	C <sub>4</sub> AF	3일 강도	7일 강도	28일 강도	No	C <sub>3</sub> S	C <sub>2</sub> S	C <sub>3</sub> A	C <sub>4</sub> AF	3일 강도	7일 강도	28일 강도	
79	43.9	28.8	6.5	11.1	167	216	342	108	38.9	33.9	5.9	11.4	138	179	318	
80	42.2	29.9	6.1	11.3	155	212	325	109	40.6	31.6	6.1	11.7	146	176	318	
81	41.2	30.7	5.4	11.7	169	225	343	110	41.0	31.3	5.9	11.9	148	189	315	
82	43.2	29.9	6.0	11.6	174	220	340	111	30.0	41.4	6.3	11.7	120	170	314	
83	41.5	31.2	5.1	12.3	170	218	347	112	38.4	34.1	6.2	11.7	137	187	315	
84	41.7	31.2	4.8	12.6	161	215	334	113	41.0	31.9	5.5	12.2	157	198	337	
85	41.3	31.3	4.9	12.8	142	197	318	114	42.0	30.4	5.7	11.8	156	209	349	
86	42.8	30.3	5.3	12.2	138	188	311	115	42.2	29.8	6.3	11.7	170	212	340	
87	42.7	29.9	5.1	12.0	155	202	324	116	39.8	33.6	5.9	11.8	151	212	332	
88	42.3	30.0	6.0	11.7	154	204	327	117	39.5	32.9	6.1	12.0	147	215	317	
89	39.7	32.6	5.7	12.0	151	212	317	118	42.4	30.9	5.1	12.1	164	223	350	
90	34.1	36.9	6.9	11.8	141	207	330	119	41.0	32.1	4.9	12.5	154	214	329	
91	41.8	30.4	5.7	12.2	171	217	336		$\bar{x}$	43.3	29.7	6.2	11.4	160.9	220.9	350.4
92	41.4	31.2	6.1	11.7	169	224	338		<기호> A, B, C, F : 회귀계수 a, c, f : C <sub>3</sub> S, C <sub>3</sub> A, C <sub>4</sub> AF % z <sub>1</sub> : 3일 강도 z <sub>2</sub> : 7일 강도 z <sub>3</sub> : 28일 강도 $\Sigma a^2=224930.75$ $\Sigma a=5148.7$ $\Sigma c^2=4648.67$ $\Sigma c=736.9$ $\Sigma f^2=15535.87$ $\Sigma f=1357.5$ $\Sigma ac=31940.12$ $\Sigma af=-149.9$ $\Sigma cf=-57.8632$ $\Sigma z_1^2=3108071.47$ $\Sigma z_1=19146.3$ $\Sigma z_2^2=5855226.52$ $\Sigma z_2=26287$ $\Sigma z_3^2=10814608.09$ $\Sigma z_3=35751.2$ $\Sigma z_1a=833059.65$ $\Sigma z_1c=118580.77$ $\Sigma z_1f=218146.07$ $\Sigma z_2a=1144046.59$ $\Sigma z_2c=163184.97$ $\Sigma z_2f=299262.47$ $\Sigma z_3a=1555160.43$ $\Sigma z_3c=22215431$ $\Sigma z_3f=406930.23$							
93	44.9	27.4	6.5	11.1	164	218	318									
94	41.2	30.6	7.2	10.8	177	221	325									
95	43.5	29.1	6.6	10.9	158	233	331									
96	42.8	29.7	6.7	11.2	177	238	366									
97	41.0	31.7	6.4	11.3	179	238	359									
98	43.4	29.1	7.0	10.9	176	245	358									
99	44.2	28.8	5.6	11.3	179	227	343									
100	44.4	27.9	6.7	11.0	156	210	324									
101	43.5	28.9	6.9	10.7	163	207	314									
102	43.8	28.2	6.7	11.0	155	218	315									
103	43.7	29.3	5.6	11.6	151	207	322									
104	40.3	32.5	6.2	11.2	160	213	318									
105	39.4	33.4	6.3	11.1	138	185	287									
106	42.0	31.1	6.1	11.3	132	183	315									
107	39.9	32.8	6.4	11.2	132	175	315									

1. 광물조성 계산식

Bogue calculation(註1)

$$C_3S = 4.07(CaO-Free CaO) - 7.60SiO_2 - 6.72Al_2O_3 - 1.43 Fe_2O_3 - 2.85SO_3$$

$$C_2S = 2.87SiO_2 - 0.75C_3S$$

$$C_3A = 2.65 Al_2O_3 - 1.69 Fe_2O_3$$

$$C_4AF = 3.04Fe_2O_3$$

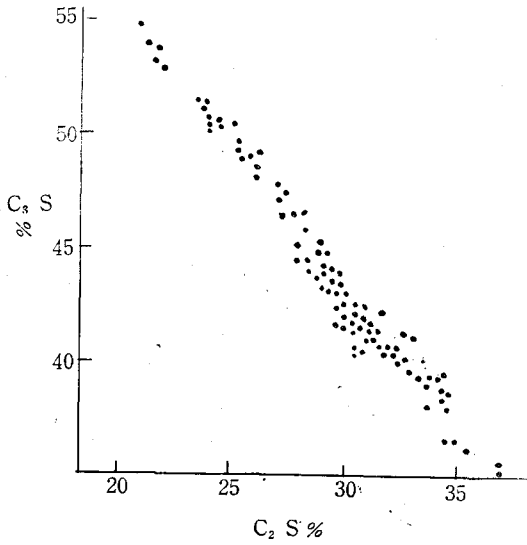
여기서는 편의상 C<sub>3</sub>S, C<sub>2</sub>S, C<sub>3</sub>A, C<sub>4</sub>AF 를 각각 a, b, c, f 로 하였다.

2. Scatter Diagram

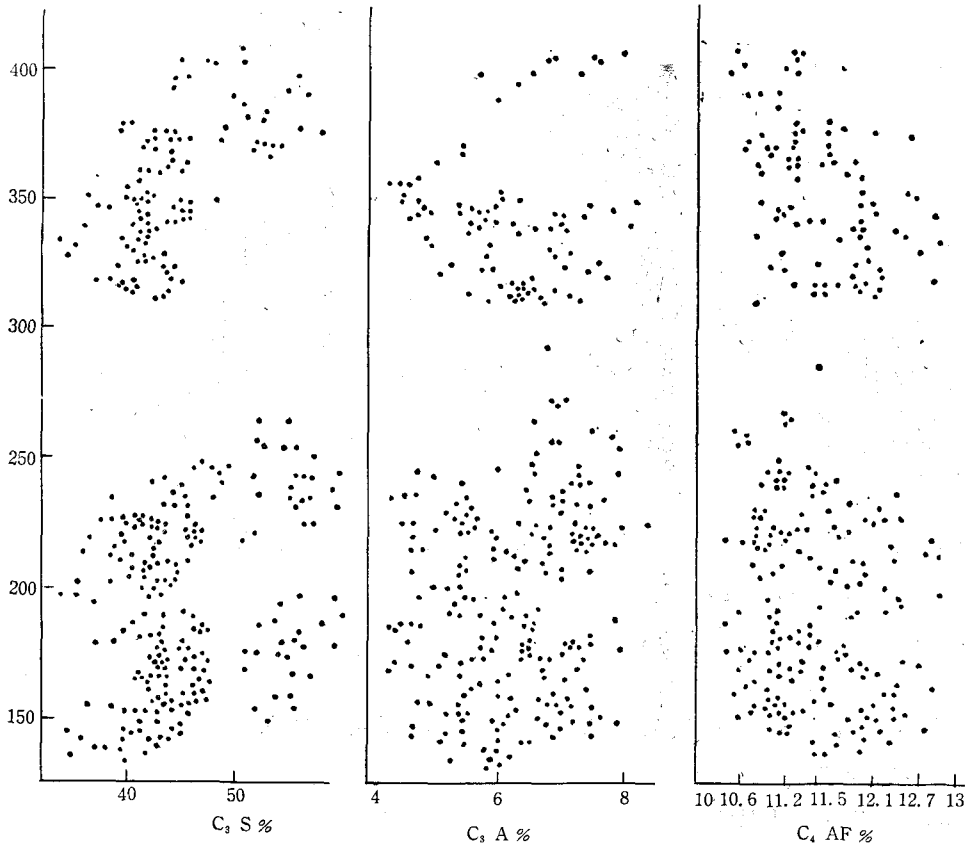
2-1 C<sub>3</sub>S와 C<sub>2</sub>S의 상관 산점도

C<sub>3</sub>S와 C<sub>2</sub>S의 상관 산점도는 <그림-4>와 같다.

10 시멘트 침포지움



<그림-4> C<sub>3</sub>S와 C<sub>2</sub>S의 상관 산점도  
압축강도 (kg/cm<sup>2</sup>)



<그림-5> 3일, 7일, 28일 강도와 3가지 광물조성 계산치의 상관 산점도

2-2 3일, 7일, 28일 강도와 3가지 광물조성 계산치의 상관 산점도

3일, 7일, 28일 강도와 3가지 광물조성 계산치의 상관 산점도는 <그림-5>와 같다.

### 3. 상관분석

#### 3-1 C<sub>3</sub>S와 C<sub>2</sub>S의 상관관계와 선형중회귀방정식

선형중회귀식의 pattern;  $Z = Aa + Bb + Cc + Ff + k$ 에 C<sub>3</sub>S와 C<sub>2</sub>S간의 상관 회귀식을 구하여 대입함으로써 계산상 간이를 기하였다.

C<sub>3</sub>S와 C<sub>2</sub>S간의 상관계수를 구한 결과

$$r_{a,b} = \frac{S_{(a,b)}}{\sqrt{S_{(a,a)} S_{(b,b)}}} = \frac{-1658.63}{\sqrt{(2167.23)(1355.25)}} = -0.9678$$

95% 신뢰한계;  $r_{a,b} = -0.9545 \sim -0.9776$

위와 같이 부의 완전상관에 가까우므로 회귀계수를 구하여 회귀방정식을 계산하면 다음과 같다.

$$b = \bar{b} + \frac{S_{(a,b)}}{S_{(a,a)}} \cdot (a - \bar{a}) = 29.73 + \frac{-1658.63}{2167.23} \cdot (a - 43.266) \\ = -0.81706a + 65.087$$

따라서 5중 선형회귀방정식에서 b항 즉, C<sub>2</sub>S항을 소거하면 다음과 같다.

$$z = Aa + Bb + Cc + Ff + k \dots \dots \dots \textcircled{1} \\ = (A - 0.81706B)a + Cc + Ff + 65.087B + k \\ = (A - 0.81706B)a + Cc + Ff + k' \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

①식과 ②식을 비교하면 C항(C<sub>3</sub>A항)과 b항(C<sub>4</sub>AF항)의 회귀계수에는 변화가 없음을 알 수 있다.

#### 3-2 단상관계수의 계산 및 검정

##### 3-2-1 3일 강도(z<sub>1</sub>)

각각의 변동과 공변동을 구하면 다음과 같다.

$$S_{(z_1, z_1)} = \sum (z_1 - \bar{z}_1)^2 = \sum z_1^2 - (\sum z_1)^2 / n \\ = 3108071.47 - (19146.3)^2 / 119 = 27560.514$$

$$S_{(z_1, a)} = \sum (z_1 - \bar{z}_1)(a - \bar{a}) = \sum z_1 a - \sum z_1 \sum a / n \\ = 833059.65 - (5148.7)(19146.3) / 119 = 4668.4337$$

$$S_{(z_1, c)} = \sum z_1 c - \sum z_1 \sum c_1 / n = 118580.77 - (736.9)(19146.3) / 119 \\ = 18.514$$

$$S_{(z_1, f)} = \sum z_1 f - \sum z_1 \sum f / n = 218146.07 - (1357.5)(19146.3) / 119 \\ = -266.554$$

따라서 단상관계수는 다음과 같이 계산된다.

$$r_{x_1a} = \frac{S_{(x_1a)}}{\sqrt{S_{(x_1x_1)}S_{(aa)}}} = \frac{4668.4331}{\sqrt{(2165.1055)(27560.514)}} = 0.604349$$

$$r_{x_1c} = \frac{S_{(x_1c)}}{\sqrt{S_{(x_1x_1)}S_{(cc)}}} = 0.0120633$$

$$r_{x_1f} = \frac{S_{(x_1f)}}{\sqrt{S_{(x_1x_1)}S_{(ff)}}} = -0.226834$$

검정; 상관계수의 유의수준표에서 자유도( $\nu$ ) =  $n-2 = 119-2$ , 유의수준 5% 및 1%에 대한 한계값을 구하면

$$r_{(117, 0.05)} = 0.1766, \quad r_{(117, 0.01)} = 0.2314 \text{ 이고}$$

$|r| \geq r_{(n, \alpha)}$ 이면 모상관계수  $\rho = 0$ 이라는 가설을 기각하여 위험률  $\alpha$ 로서 두 변량 사이에 상관이 있다고 판정하므로,

$$|r_{x_1a} = 0.60431| > r_{(117, 0.01)} = 0.2314$$

$$|r_{x_1c} = 0.0121| < r_{(117, 0.05)} = 0.1766$$

$$r_{(117, 0.05)} < |r_{x_1f} = -0.2268| < r_{(117, 0.01)}$$

C<sub>3</sub>A와 3일 압축강도는 위험률 5%로서 상관이 없다고 할 수 있으나 C<sub>4</sub>AF는 위험률 5%와 1% 사이에 놓여 고려의 대상이 된다.

### 3-2-2 7일 강도( $z_2$ )

$$S_{(z_2z_2)} = \sum (z_2 - \bar{z}_2)^2 = \sum z_2^2 - (\sum z_2)^2/n = 5855226.52 - (26287)^2/119 \\ = 48450.309$$

$$S_{(z_2a)} = \sum z_2a - \sum z_2 \sum a/n = 1144046.59 - (5148.7)(26287)/119 \\ = 6703.08664$$

$$S_{(z_2c)} = \sum z_2c - \sum z_2 \sum c/n = 163184.97 - (736.9)(26287)/119 \\ = 404.379244$$

$$S_{(z_2f)} = \sum z_2f - \sum z_2 \sum f/n = 299262.47 - (26287)(1357.5)/119 \\ = -608.139243$$

$$r_{z_2a} = \frac{S_{(z_2a)}}{\sqrt{S_{(z_2z_2)}S_{(aa)}}} = \frac{6703.08664}{\sqrt{(48450.309)(2165.1055)}} = 0.654466$$

$$r_{z_2c} = \frac{S_{(z_2c)}}{\sqrt{S_{(z_2z_2)}S_{(cc)}}} = \frac{404.38}{\sqrt{(48450.309)(85.4632)}} = 0.198725$$

$$r_{z_2f} = \frac{S_{(z_2f)}}{\sqrt{S_{(z_2z_2)}S_{(ff)}}} = \frac{-608.14}{\sqrt{(48450.309)(50.1032)}} = -0.3903215$$

검정;  $r_{(117, 0.05)} = 0.1766, \quad r_{(117, 0.01)} = 0.2314$

$$|r_{z_2a} = 0.6545| > r_{(117, 0.01)} = 0.2314$$

$$r_{(117, 0.05)} = 0.1766 < |r_{z_2c} = 0.1987| < r_{(117, 0.01)} = 0.2314$$

$$|\gamma_{z_3f}| = -0.39031 > \gamma_{(117, 0.01)} = 0.2314$$

C<sub>3</sub>A 와 7 일 강도의 상관계수가 위험률 5% 와 1% 사이에 있으므로 고려의 대상이 된다.

3-2-3 28 일 강도 ( $z_3$ )

$$S_{(z_3z_3)} = \sum z_3^2 - (\sum z_3)^2/n = 10814608.09 - (35751.2)^2/119 \\ = 73866.06$$

$$S_{(z_3a)} = \sum z_3a - \sum z_3 \sum a/n = 1555160.43 - (35751.2)(5148.7)/119 \\ = 8335.191$$

$$S_{(z_3c)} = \sum z_3c - \sum z_3 \sum c/n = 22215431 - (35751.2)(736.9)/119 \\ = 767.257$$

$$S_{(z_3f)} = \sum z_3f - \sum z_3 \sum f/n = 406930.23 - (35751.2)(1357.5)/119 \\ = -903.837$$

$$\gamma_{z_3a} = \frac{S_{(z_3a)}}{\sqrt{S_{(z_3z_3)}S_{(aa)}}} = \frac{8335.191}{\sqrt{(73866.06)(2165.1055)}} = 0.6591034$$

$$\gamma_{z_3c} = \frac{S_{(z_3c)}}{\sqrt{S_{(z_3z_3)}S_{(cc)}}} = \frac{767.257}{\sqrt{(73866.06)(85.4632)}} = 0.3053717$$

$$\gamma_{z_3f} = \frac{S_{(z_3f)}}{\sqrt{S_{(z_3z_3)}S_{(ff)}}} = \frac{-903.831}{\sqrt{(73866.06)(50.1032)}} = -0.4698327$$

검정;  $\gamma_{(117, 0.05)} = 0.1766$ ,  $\gamma_{(117, 0.01)} = 0.2314$

$$\gamma_{z_3a} > \gamma_{(117, 0.01)}, \gamma_{z_3c} > \gamma_{(117, 0.01)}, |\gamma_{z_3f}| > \gamma_{(117, 0.01)}$$

(註) 상관계수 계산에 공통으로 사용된 광물조성  $a, c, f$ 의 변동 및 공변동, 단상관, 편상관계수 계산은 다음과 같다.

$$S_{(aa)} = \sum a^2 - (\sum a)^2/n = 224930.75 - (5148.7)^2/119 \\ = 2165.1055$$

$$S_{(cc)} = \sum c^2 - (\sum c)^2/n = 4648.67 - (736.9)^2/119 \\ = 85.4632$$

$$S_{(ff)} = \sum f^2 - (\sum f)^2/n = 15535.87 - (1357.5)^2/119 \\ = 50.10319$$

$$S_{(ac)} = \sum ac - \sum a \sum c/n = 31940.12 - (5148.7)(736.9)/119 \\ = 57.1197$$

$$S_{(af)} = \sum af - \sum a \sum f/n = 58584.22 - (5148.7)(1357.5)/119 \\ = -149.9$$

$$S_{(cf)} = \sum cf - \sum c \sum f/n = 8348.37 - (736.9)(1357.5)/119 \\ = -57.8632$$

$$\gamma_{ac} = \frac{S_{(ac)}}{\sqrt{S_{(aa)}S_{(cc)}}} = \frac{57.12}{\sqrt{(2165.1055)(85.4632)}} = 0.13278$$

$$\gamma_{af} = -0.45512, \quad \gamma_{cf} = -0.88426$$

$$\gamma_{cf \cdot a} = \frac{\gamma_{cf} - \gamma_{af} \cdot \gamma_{ac}}{\sqrt{1 - \gamma_{af}^2} \sqrt{1 - \gamma_{ac}^2}} = \frac{(-0.88426) - (-0.45512)(0.13279)}{\sqrt{1 - (-0.45512)^2} \sqrt{1 - (0.13279)^2}} = -0.93346$$

$$\gamma_{af \cdot c} = \frac{\gamma_{af} - \gamma_{ac} \cdot \gamma_{cf}}{\sqrt{1 - \gamma_{ac}^2} \sqrt{1 - \gamma_{cf}^2}} = \frac{(-0.45512) - (0.13279)(-0.88426)}{\sqrt{1 - (0.13279)^2} \sqrt{1 - (-0.88426)^2}} = -0.72960$$

$$\gamma_{ac \cdot f} = \frac{\gamma_{ac} - \gamma_{cf} \cdot \gamma_{af}}{\sqrt{1 - \gamma_{cf}^2} \sqrt{1 - \gamma_{af}^2}} = \frac{(0.13279) - (-0.88426)(-0.45512)}{\sqrt{1 - (-0.88426)^2} \sqrt{1 - (-0.45512)^2}} = -0.64847$$

### 3-3 편상관 계수의 계산 및 검정

#### 3-3-1 3일 강도( $z_1$ )

(1) 1개 변수의 영향을 배제한 편상관 계수

$$\gamma_{z_1 a \cdot f} = \frac{\gamma_{z_1 a} - \gamma_{z_1 f} \cdot \gamma_{af}}{\sqrt{1 - \gamma_{z_1 f}^2} \sqrt{1 - \gamma_{af}^2}} = 0.57784$$

$$\gamma_{z_1 a \cdot c} = \frac{\gamma_{z_1 a} - \gamma_{z_1 c} \cdot \gamma_{ac}}{\sqrt{1 - \gamma_{z_1 c}^2} \sqrt{1 - \gamma_{ac}^2}} = 0.60818$$

$$\gamma_{z_1 c \cdot f} = \frac{\gamma_{z_1 c} - \gamma_{z_1 f} \cdot \gamma_{cf}}{\sqrt{1 - \gamma_{z_1 f}^2} \sqrt{1 - \gamma_{cf}^2}} = -0.41448$$

$$\gamma_{z_1 f \cdot c} = \frac{\gamma_{z_1 f} - \gamma_{z_1 c} \cdot \gamma_{fc}}{\sqrt{1 - \gamma_{z_1 c}^2} \sqrt{1 - \gamma_{fc}^2}} = -0.46293$$

$$\gamma_{z_1 c \cdot a} = \frac{\gamma_{z_1 c} - \gamma_{z_1 a} \cdot \gamma_{ac}}{\sqrt{1 - \gamma_{z_1 a}^2} \sqrt{1 - \gamma_{ac}^2}} = -0.0865$$

$$\gamma_{z_1 f \cdot a} = \frac{\gamma_{z_1 f} - \gamma_{z_1 a} \cdot \gamma_{af}}{\sqrt{1 - \gamma_{z_1 a}^2} \sqrt{1 - \gamma_{af}^2}} = 0.06799$$

검정: 상관계수의 유의수준표에서 자유도( $\nu$ ) =  $n - k = 119 - 3$ , 유의수준 5% 및 1%에 대한 한계값,  $\gamma_{(k, \alpha)}$ 를 구하면

$$\gamma_{(116, 0.05)} = 0.1776, \quad \gamma_{(116, 0.01)} = 0.2327.$$

따라서  $\gamma_{z_1 c \cdot a}$ ,  $\gamma_{z_1 f \cdot a}$ 를 제외한  $\gamma_{z_1 a \cdot f}$ ,  $\gamma_{z_1 a \cdot c}$ ,  $\gamma_{z_1 c \cdot f}$ ,  $\gamma_{z_1 f \cdot c}$  등은 모두 1% 위험률로 유의적이다.

(2) 2개 변수의 영향을 배제한 편상관 계수

$$\gamma_{z_1 a \cdot cf} = \frac{\gamma_{z_1 a \cdot c} - \gamma_{z_1 f \cdot c} \cdot \gamma_{af \cdot c}}{\sqrt{1 - \gamma_{z_1 f \cdot c}^2} \sqrt{1 - \gamma_{af \cdot c}^2}} = -0.446125$$

$$\gamma_{z_1 c \cdot af} = \frac{\gamma_{z_1 c \cdot f} - \gamma_{z_1 a \cdot f} \cdot \gamma_{ac \cdot f}}{\sqrt{1 - \gamma_{z_1 a \cdot f}^2} \sqrt{1 - \gamma_{ac \cdot f}^2}} = -0.064255$$

$$\gamma_{z_1 f \cdot ac} = \frac{\gamma_{z_1 f \cdot a} - \gamma_{z_1 c \cdot a} \cdot \gamma_{cf \cdot a}}{\sqrt{1 - \gamma_{z_1 c \cdot a}^2} \sqrt{1 - \gamma_{cf \cdot a}^2}} = -0.03568$$

검정; 상관계수의 유의수준표에서 자유도( $\nu$ ) =  $n - k = 119 - 4$ , 유의수준 5% 및 1%에 대한 한계값  $\gamma_{(k, \alpha)}$ 를 구하면

$$\gamma_{(115, 0.05)} = 0.1787, \quad \gamma_{(115, 0.01)} = 0.2340$$

따라서,  $\gamma_{x_1 a \cdot c f}$ 만 1% 위험률로 유의적이다.

### 3-3-2 7일 강도 ( $z_2$ )

(1) 1개 변수의 영향을 배제한 편상관 계수

$$\gamma_{x_2 a \cdot f} = \frac{\gamma_{x_2 a} - \gamma_{x_2 f} \cdot \gamma_{a f}}{\sqrt{1 - \gamma_{x_2 f}^2} \sqrt{1 - \gamma_{a f}^2}} = 0.58164$$

$$\gamma_{x_2 a \cdot c} = 0.64659, \quad \gamma_{x_2 c \cdot f} = -0.34055, \quad \gamma_{x_2 f \cdot c} = -0.46888$$

$$\gamma_{x_2 c \cdot a} = 0.14922, \quad \gamma_{x_2 f \cdot a} = -0.13733$$

검정;  $\gamma_{(116, 0.05)} = 0.1776, \quad \gamma_{(116, 0.01)} = 0.2327$

$\gamma_{x_2 c \cdot a}, \gamma_{x_2 f \cdot a}$ 를 제외한  $\gamma_{x_2 a \cdot f}, \gamma_{x_2 a \cdot c}, \gamma_{x_2 c \cdot f}, \gamma_{x_2 f \cdot c}$  등은 모두 1% 위험률로 유의적이다.

(2) 2개 변수의 영향을 배제한 편상관 계수

$$\gamma_{x_2 a \cdot c f} = \frac{\gamma_{x_2 a \cdot c} - \gamma_{x_2 f \cdot c} \cdot \gamma_{a f \cdot c}}{\sqrt{1 - \gamma_{x_2 f \cdot c}^2} \sqrt{1 - \gamma_{a f \cdot c}^2}} = 0.5041$$

$$\gamma_{x_2 c \cdot a f} = 0.05919, \quad \gamma_{x_2 f \cdot a c} = 0.0055335$$

검정;  $\gamma_{(115, 0.05)} = 0.1787, \quad \gamma_{(115, 0.01)} = 0.2340$

$\gamma_{x_2 a \cdot c f}$ 만 1% 위험률로 유의적이다.

### 3-3-3 28일 강도 ( $z_3$ )

(1) 1개 변수의 영향을 배제한 편상관 계수

$$\gamma_{x_3 a \cdot f} = \frac{\gamma_{x_3 a} - \gamma_{x_3 f} \cdot \gamma_{a f}}{\sqrt{1 - \gamma_{x_3 f}^2} \sqrt{1 - \gamma_{a f}^2}} = 0.566483$$

$$\gamma_{x_3 a \cdot c} = 0.655386, \quad \gamma_{x_3 c \cdot f} = -0.267013, \quad \gamma_{x_3 f \cdot c} = -0.449294$$

$$\gamma_{x_3 c \cdot a} = 0.292263, \quad \gamma_{x_3 f \cdot a} = -0.25364$$

검정;  $\gamma_{(116, 0.05)} = 0.1776, \quad \gamma_{(116, 0.01)} = 0.2327$

6개의 편상관 계수 모두 1% 위험률로 유의적이다

(2) 2개 변수의 영향을 배제한 편상관 계수

$$\gamma_{x_3 a \cdot c f} = \frac{\gamma_{x_3 a \cdot c} - \gamma_{x_3 f \cdot c} \cdot \gamma_{a f \cdot c}}{\sqrt{1 - \gamma_{x_3 f \cdot c}^2} \sqrt{1 - \gamma_{a f \cdot c}^2}} = 0.536176$$

$$\gamma_{x_3 c \cdot a f} = 0.15996, \quad \gamma_{x_3 f \cdot a c} = 0.05590$$

검정;  $\gamma_{(115, 0.05)} = 0.1787, \quad \gamma_{(115, 0.01)} = 0.2340$

$\gamma_{x_3 a \cdot c f}$ 만 1% 위험률로 유의적이다.

3-4 상관계수 도표

위에서 계산된 각 상관계수 값을 정리하면 <표-5> 와 같다.

<表-5>

상관계수표

		3 일	7 일	28 일	검 정
단상관계수	$\gamma_{za} = \frac{S_{(za)}}{\sqrt{S_{(zz)}S_{(aa)}}}$	**0.6043	**0.6545	**0.6591	$\gamma_{(117, 0.05)} = 0.1766$
	$\gamma_{zo}$	0.0121	*0.1987	**0.3054	$\gamma_{(117, 0.01)} = 0.2314$
	$\gamma_{zf}$	*-0.2268	** -0.2903	** -0.4698	
편상관계수 (I)	$\gamma_{za\cdot f} = \frac{\gamma_{za} - \gamma_{zf} \cdot \gamma_{af}}{\sqrt{1 - \gamma_{zf}^2} \sqrt{1 - \gamma_{af}^2}}$	**0.5778	**0.5816	**0.5665	$\gamma_{(116, 0.05)} = 0.1776$
	$\gamma_{za\cdot c}$	**0.6082	**0.6466	**0.6554	$\gamma_{(116, 0.01)} = 0.2327$
	$\gamma_{zo\cdot f}$	** -0.4145	** -0.3406	** -0.2670	
	$\gamma_{zf\cdot c}$	** -0.4629	** -0.4689	** -0.4493	
	$\gamma_{zo\cdot a}$	-0.0865	0.1492	**0.2923	
	$\gamma_{zf\cdot a}$	0.0680	-0.1373	** -0.2536	
편상계수 (II)	$\gamma_{za\cdot cf} = \frac{\gamma_{za\cdot c} - \gamma_{zf\cdot c} \cdot \gamma_{af\cdot c}}{\sqrt{1 - \gamma_{zf\cdot c}^2} \sqrt{1 - \gamma_{af\cdot c}^2}}$	** -0.4461	**0.5041	**0.5362	$\gamma_{(115, 0.05)} = 0.1787$
	$\gamma_{zo\cdot cf}$	-0.0643	0.0592	**0.1600	$\gamma_{(115, 0.01)} = 0.2340$
	$\gamma_{zf\cdot ac}$	-0.0357	0.0055	0.0559	

3-5 상관관계 해석

3-5-1 C<sub>3</sub>S 계산치와 압축강도는 모든 상관계수가 밀접한 관계를 보이고, 특히 제품 광물조성 성분중 평균 43.3%를 차지하여 함량이 가장 많으므로 제품의 압축강도에 가장 큰 영향을 미칠 것으로 사료되어, 제품의 초기, 후기 강도를 좌우하는 지배적 요인이 된다고 할 수 있다.

3-5-2 C<sub>3</sub>A 계산치와 압축강도는 단상관계수 검정에서 3일 강도와 무관하고, 7일 강도에는 다소 영향을 주는 것으로 사료되나, 단상관 계수가 1% 유의수준보다는 작으므로 재고의 여지가 있는 것으로 보인다.

그러나 28일 강도에서는 C<sub>3</sub>S의 영향을 배제한 편상관계수 값이 1% 유의수준보다 크므로, C<sub>3</sub>A가 28일 강도의 증감에 일익을 담당한다고 할 수 있다.

3-5-3 C<sub>4</sub>AF 계산치와 압축강도의 상관계수는 3일 강도의 경우만 1% 유의수준보다 작으므로 재고를 요하고, 7일 28일 강도 모두에 상당히 영향을 미친다고 할 수 있다.

3-5-4 C<sub>3</sub>A와 C<sub>4</sub>AF의 영향을 배제한 편상관계수 값이 크게 작아지는 현상은 C<sub>3</sub>S가 강도에 미치는 영향이 지배적임을 말하며, C<sub>3</sub>S의 단상관계수 및 1개변수의 영향을 배제한 편상관계수 값이 대체로 C<sub>4</sub>AF의 경우보다 큰 것은 이들 조성의 양적 관계 즉, C<sub>3</sub>S가 평균 43.3%, C<sub>4</sub>AF가 평균 11.4%인데 반하여 C<sub>3</sub>A가 6.2%로 가장 작은 함량을 가지는 때문으로 간주된다.

그러나, 2개변수의 영향을 배제한 편상관계수(II)를 보면 C<sub>3</sub>S > C<sub>3</sub>A > C<sub>4</sub>AF 순으로 되고, 이것은 C<sub>3</sub>A와 C<sub>4</sub>AF 함량이 동일할 경우를 가정할때, C<sub>3</sub>A의 강도 기여도가 C<sub>4</sub>AF보다 크다는 것



을 의미한다고 할 수 있다.

3-5-5 상기 해석을 토대로 선형 중회귀 방정식의 Model 을 설정하면

- (1) 3일 강도;  $z_1 = A_1a_1 + F_1f_1 + k_1$
- (2) 7일 강도;  $z_2 = A_2a_2 + C_2c_2 + F_2f_2 + k_2$
- (3) 28일 강도;  $z_3 = A_3a_3 + C_3c_3 + F_3f_3 + k_3$

회귀계수는  $F < C$  관계가 성립될 것이다.

4. 선형 중회귀 방정식의 유도

$A, C, F$ 를 각 독립변수의 회귀계수,  $k$ 를 상수로 놓으면, 4중 선형 회귀 방정식의 모형은 다음과 같다.

$$z = Aa + Cc + Ff + k$$

$$\begin{cases} z - \bar{z} = A(a - \bar{a}) + C(c - \bar{c}) + F(f - \bar{f}) \\ k = \bar{z} - A\bar{a} - C\bar{c} - F\bar{f} \dots\dots\dots ① \end{cases}$$

독립변수 3개인 선형 방정식에 least square method를 적용하여 다음의 3원 1차 연립방정식을 얻는다. (註2)

$$AS(aa) + CS(ac) + FS(af) = S(az)$$

$$AS(ac) + CS(cc) + FS(cf) = S(cz)$$

$$AS(af) + CS(cf) + FS(ff) = S(fz)$$

②식을 풀어서 각 독립변수의 회귀계수  $A, C, F$ 를 구하여 ①식에 대입하면  $k$ 를 구할 수 있으므로 4중 선형 회귀 방정식을 용이하게 얻을 수 있다.

4-1 3일 강도 회귀방정식

$$k_1 = \bar{z}_1 - A_1\bar{a} - F_1\bar{f} = 160.8933 - A_1 \cdot 42.2664 - F_1 \cdot 11.407563$$

$$\begin{cases} A_1S_{(aa)} + F_1S_{(af)} = S_{(z_1a)} \\ = A_1(2165.1055) + F_1(-149.9) = 4668.4331 \\ A_1S_{(af)} + F_1S_{(ff)} = S_{(z_1f)} \\ = A_1(-149.9) + F_1(50.1032) = -266.554 \end{cases} \dots\dots\dots ②$$

②식을 풀어 각 회귀계수를 구하면

$$A_1 = 2.25497, \quad F_1 = 1.426376$$

$$\therefore k_1 = 160.8933 - (2.25497)(42.2664) - (1.426376)(11.407563)$$

$$= 49.31236$$

$$*z_1 = 2.25497a + 1.426376f + 49.3124$$

4-2 7일 강도 회귀방정식

$$k_2 = \bar{z}_2 - A_2\bar{a} - C_2\bar{c} - F_2\bar{f}$$

$$= 220.89916 - A_2(42.2664) - C_2(6.192437) - F_2(11.407563)$$

$$\left\{ \begin{aligned} A_2(2165.1055) + C_2(57.11975) + F_2(-149.9) &= 6703.08664 \\ A_2(57.11975) + C_2(85.4632) + F_2(-57.8632) &= 404.379 \\ A_2(-149.9) + C_2(-57.8632) + F_2(50.1032) &= -608.14 \end{aligned} \right.$$

이 3원 1차 연립 방정식을 풀어 각 회귀계수를 구하면

$$A_2 = 3.02208 \quad C_2 = 2.82229 \quad F_2 = 0.163201$$

$$k_2 = 73.828$$

$$\therefore z_2 = 3.02208a + 2.82229c + 0.163201f + 73.828$$

#### 4-3 28일 강도 회귀방정식

$$k_3 = \bar{z}_3 - A_3\bar{a} - C_3\bar{c} - F_3\bar{f}$$

$$= 350.43 - A_3(42.2664) - C_3(6.192437) - F_3(11.407563)$$

$$\left\{ \begin{aligned} A_3(2165.1055) + C_3(57.11975) + F_3(-149.9) &= 8335.191 \\ A_3(57.11975) + C_3(85.4632) + F_3(-57.8632) &= 767.257 \\ A_3(-149.9) + C_3(-57.8632) + F_3(50.1032) &= -903.837 \end{aligned} \right.$$

이 3원 1차 연립 방정식을 풀어서 각 회귀계수를 구하면,

$$A_3 = 3.930625, \quad C_3 = 9.62406, \quad F_3 = 4.8349$$

$$k_3 = 69.5458$$

$$\therefore z_3 = 3.930625a + 9.62406c + 4.8349f + 69.5458.$$

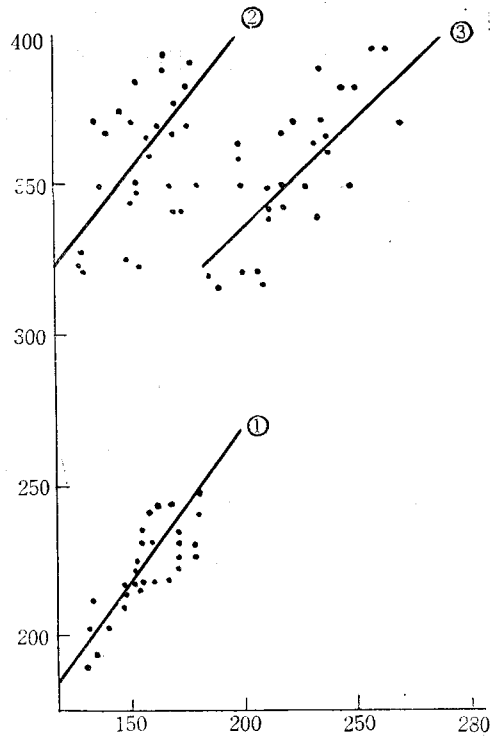
### 5. 추산과 실측

191 개의 자료중 20 개를 random sampling 하고, 압축강도를 회귀방정식으로 계산한 추정치와 실제 실험에 의한 실측치를 비교하였으며, ASTM 에 의하면 총 측정치의 평균값에 대하여 10% 이상 차이가 나는 실험 data 는 버리거나 재시험하도록 되어 있으므로, 여기서는 추정치를 기준으로한 실측치와 추정치의 차이와 10% 이상 격차가 나는 data 를 check 하여 다음과 같이 정리하였다.

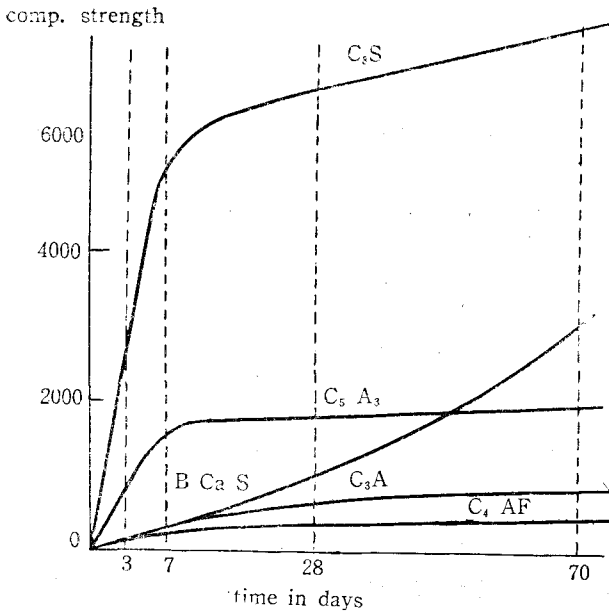
<表-6>

	$\frac{ \text{추정치} - \text{실측치} }{\text{추정치} \times 1/100}$	10% 이상 격차 data 수
3일 강도	6.29%	6/20 개
7일 강도	5.61 "	5/20 "
28일 강도	5.11 "	3/20 "

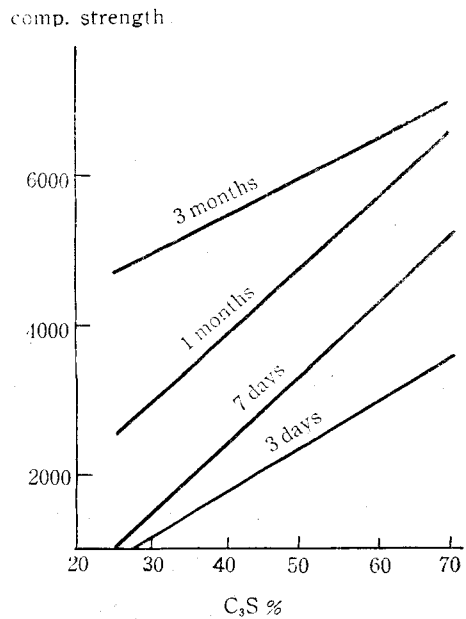
<表-6>을 보면 대체로 초기보다 후기강도의 추정시 실측치와의 차이가 감소하는 현상을 볼 수 있으며, 3중 상관 회귀식의 경우는 이와 반대로 차이가 증가하는 경향을 보이므로, 후기강도를 추정할 때는 3중 상관회귀식이 부적당하다고 할 수 있다.



<그림-6> 초기강도와 후기강도의 상관 회귀직선



<그림-7> 광물조성과 압축강도(註 3)



<그림-8> C<sub>3</sub>S 함량과 압축강도(註 3)

#### IV. 시멘트 압축강도의 통계적 해석과 이론적 고찰

##### 1. 초기(3일, 7일)강도와 후기(28일)강도의 상관관계에서 구한 회귀식

$$\begin{array}{l}
 y = 1.1098x + 43.0 \dots\dots\dots ① \\
 z = 1.1156x + 174.6 \dots\dots\dots ② \\
 z = 0.8656y + 162.7 \dots\dots\dots ③
 \end{array}
 \quad * \begin{cases}
 x : 3\text{일 강도} \\
 y : 7\text{일 강도} \\
 z : 28\text{일 강도}
 \end{cases}$$

즉, 후기(28일)강도는 3일 또는 7일 강도에 정비례하는 관계에 놓여 있으므로, 대체로 초기 강도가 높은 제품은 후기강도도 높은 추세를 보인다고 할 수 있으며, 회귀 직선은 <그림-5>와 같이 분포한다.

한편, 시멘트 각 광물조성의 시간적 압축강도 기여는 Fig 2.에서 보는 바와같이, 주로 C<sub>3</sub>S 성분이 3일, 7일, 28일 강도를 좌우하고, C<sub>2</sub>S는 대체로 28일 이후에 강도를 발현하여 장기 강도에 크게 영향을 미치는 것으로 나타나 있다.

또한, <그림-8>에서 시멘트의 C<sub>3</sub>S 성분 함유 %와 압축강도 관계 graph를 보면, 3일, 7일, 28일 강도 공히 C<sub>3</sub>S가 증가할수록 증가하는 경향을 보이며, 이것은 초기강도와 후기강도의 상관 관계에서 구한 회귀방정식의 일반성, 즉, 28일 강도가 3일 또는 7일 강도에 정비례함을 설명한다.

##### 2. 광물조성 계산치와 압축강도의 상관관계에서 구한 회귀식

$$① \begin{cases}
 z_3 = 2.25497C_3S + 1.426376 C_4AF + 49.3124 \\
 z_7 = 3.02208C_3S + 2.82229 C_3A + 0.163201 C_4AF + 73.828 \\
 z_{28} = 3.390625 C_3S + 9.62406C_3A + 4.8349 C_4AF + 19.5458
 \end{cases}$$

$$② \dots\dots C_3S = -1.2239 C_2S + 79.66$$

$$③ \begin{cases}
 z_3 = -2.75986 CaS + 1.426376 C_4AF + 228.9433 \\
 z_7 = -3.698724 C_2S + 2.82229 C_3A + 0.163201 C_4AF + 314.567 \\
 z_{28} = -4.149786 C_2S + 9.62406 C_3A + 4.8349C_4AF + 289.643
 \end{cases}$$

위에서, ①식과 ③식을 비교하면, ①식에서는 C<sub>3</sub>S가 증가할수록 압축강도가 증가하는데 반하여, ③식에서는 C<sub>2</sub>S가 증가할수록 강도가 저하된다.

그러나, 이것은 ②식의 C<sub>3</sub>S와 C<sub>2</sub>S 관계식에서 보는바와 같이 두 성분 광물의 양적 관계에서 C<sub>2</sub>S가 증가하면 상대적으로 C<sub>3</sub>S의 양이 자연히 줄어들게 되어 C<sub>2</sub>S의 강도 기여보다 C<sub>3</sub>S양의 감소로 인한 강도 저하가 더 크게 되므로 ①, ③식들은 모두 타당한 것으로 사료된다.

소량성분인 C<sub>3</sub>A의 경우 3일강도 회귀식에서 C<sub>3</sub>A 항이 포함된 4중상관 회귀식과 C<sub>3</sub>A 항을 제한 3중상관 회귀식에 의한 추정 결과가 거의 같고, C<sub>3</sub>A의 3일강도에 관한 상관 분석에서는

1% 위험률로 무관한 것으로 사료되므로, 일반적으로 <그림-7>과 부합하는 경향을 나타내며,  $C_4AF$ 의 강도 기여도가  $C_3A$ 보다 높게 분석된 것은  $C_4AF$ 의 함량이  $C_3A$ 의 거의 두배에 가까운 값을 가지므로, 사실상 압축강도 기여도는  $C_3A$ 가  $C_4AF$ 보다 크나 회귀계수를 보면  $C_3A$ 항이  $C_4AF$ 항보다 훨씬 큰 값을 가지므로, 두 성분의 함량이 동일한 시멘트를 통계 모집단으로 관찰한다면  $C_3A$ 가  $C_4AF$ 보다 크게 압축강도에 기여함을 의미한다.

그러나, 여기서는 시멘트의 광물 조성 계산치와 실제 성분 광물들의 분포 및 결정형 관계가 검토되지 않은 통계적인 분석임을 명시해 둔다.

## V. 결 론

1. 초기(3일, 7일)강도 실측치로부터 28일 강도를 추정할 수 있으므로 강도 변화의 대략적인 추세를 신속히 파악하여 적절한 공정상 조치를 취할 수 있다.

2.  $C_3S$  계산치가 3일, 7일, 28일 강도를 좌우하는 요인이 되므로  $\frac{C_3S}{C_3S+C_2S}$  값을 가능한 한 크게 해야 할 것이나, 장기강도를 감안하여  $(C_3S+C_2S)$  값을 또한 높여야 할 것이다.

3.  $C_3A$ 는 3일 강도에 거의 무관하나, 7일 강도에 다소 영향을 주며, 특히 28일 강도에서는 4 성분중 회귀계수가 가장 크므로 28일 강도를 높이려면  $C_3A$  함량을 높임은 물론, 후기강도를 관리된 상태로 유지하기 위하여 단 % 당 강도 변화가 가장 큰  $C_3A$  함량의 변동폭을 가능한 줄이도록 하여야 한다.

4.  $C_4AF$ 는 4 성분중 강도 기여도가 가장 작고,  $C_3A$  함량과 반비례하는 관계로 28일 강도를 높이려면 가능한한  $C_4AF$ 를 줄이는 것이 이상적일 것이나,  $C_3A$ 와  $C_4AF$ 의 양은 제품의 물리, 화학적 안정성 및 장기 강도에 미치는 영향을 충분히 고려하지 않으면 안된다.

5. 상기 2항과 4항을 참작하여 원료 조정의 최적점을 구한 다음 제품의 압축강도 관리를 위한 원료배합의 합리화를 기여하여야 할 것이다.

6. 광물조성 계산치와 실제 성분 광물 및 결정형의 분포관계가 고려 되지 않았으므로 여기서 검토된 상관관계 회귀식의 적용은 엄밀히 말해서 당사 제조 portland cement에 국한된 것이며, 당사와 유사한 공정, 원료 제품의 조건을 갖춘 경우라도 회귀식은 다소 상이하리라고 본다.

註 1. The Chemistry of Portland Cement

by Bogue :

by Taylor : p. 120.

註 2. The Chemistry of Portland Cement by Bogue p. 672~673

Fig 1 : Bogue Lerch

Fig 2 : Woods, Steinour Starke

註 3. 4 중 선형 회귀방정식의 유도

$z$  를 실측 강도,  $z'$  를 회귀방정식에 의한 추정치라하면, 회귀방정식의 pattern 은  $z' = Aa + Cc + Ff + k$  로 되고, 최소 자승법을 응용한다.

$$p = \sum (z - z')^2$$

$$= \sum (z - k - Aa - Cc - Ff)^2 \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

① 식에서  $A, C, F, k$  에 대한 편도함수를 구하여 0 로 한다.

$$\frac{\partial p}{\partial k} = \sum 2(z - k - Aa - Cc - Ff) (-1)$$

$$= -2(\sum z - nk - A\sum a - (C\sum c + F\sum f))$$

$$= 0$$

$$\therefore \sum z = nk + A\sum a + C\sum c + F\sum f \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial A} = \sum 2(z - k - Aa - Cc - Ff) (-a)$$

$$= -2(\sum za - k\sum a - A\sum a^2 - c\sum ac - F\sum af)$$

$$= 0$$

$$\therefore \sum za = k\sum a + A\sum a^2 + c\sum ac + F\sum af \dots \dots \dots \textcircled{3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial c} = \sum 2(z - k - Aa - Cc - Ff) (-c)$$

$$= -2(\sum ac - k\sum c - A\sum ac - c\sum c^2 - F\sum cf)$$

$$= 0$$

$$\therefore \sum zc = k\sum c + A\sum ac + C\sum c^2 + F\sum cf \dots \dots \dots \textcircled{4}$$

$$\frac{\partial p}{\partial F} = \sum 2(z - k - Aa - Cc - Ff) (-f)$$

$$= -2(\sum zf - k\sum f - A\sum af - C\sum cf - F\sum f^2)$$

$$= 0$$

$$\therefore \sum zf = k\sum f + A\sum af + C\sum cf + F\sum f^2 \dots \dots \dots \textcircled{5}$$

②식을 다시 정리하면;

$$k + A\sum a/n + C\sum c/n + F\sum f/n = \sum z/n$$

$$\therefore k = \bar{z} - A\bar{a} - c\bar{c} - F\bar{f} \dots \dots \dots \textcircled{6}$$

⑥식을 ③, ④, ⑤식에 대입하여 정리하면;

$$A\sum (a - \bar{a})^2 + C\sum (c - \bar{c})(c - \bar{c}) + F\sum (a - \bar{a})(f - \bar{f})$$

$$= \sum (a_i - \bar{a})(z_i - z)$$

$$A\sum (a - \bar{a})(c - \bar{c}) + C\sum (c - \bar{c})^2 + F\sum (c - \bar{c})(f - \bar{f})$$

$$= \sum (z - \bar{z})(c - \bar{c})$$

$$A\sum (a - \bar{a})(f - \bar{f}) + C\sum (c - \bar{c})(f - \bar{f}) + F\sum (f - \bar{f})^2$$

$$= \sum (z - \bar{z})(f - \bar{f})$$

따라서,

$$\left\{ \begin{array}{l} AS(a) + CS(ac) + FS(af) = S(za) \\ AS(ac) + CS(cc) + FS(cf) = S(zc) \\ AS(af) + CS(cf) + FS(ff) = S(zf) \end{array} \right\} \dots \dots \dots \textcircled{7}$$

위와 같은 3원 1차 방정식을 얻는다.