

數學의 多樣한 引用文

서울大學校 師範大學 黃 善 旭

引用文은 數學이 맡고 있는 여러 가지 역할과 관점에 관한 생각을 고무시키고 즐기게 하고, 자극할 수 있다. 數學時間에 있어서, 引用文은 광범위하게 사용될 수 있다. 예를 들면, 숙제장이나 시험문제지, 복사해서 나누어 주는 연습문제에, 심지어 칠판이나 게시판의 한 귀퉁이에—매일 혹은 매주 또는 필요한 때에—이러한 “자극제”를 적을 수 있다.

數學的 引用文에 관한 수업시간 중의 토론을 통해서, 학생들은 아래와 같은 사실을 자주 깨닫는다.

1. 數學은 유용할 뿐 아니라 그 속에는 철학적, 美學的, 心理學的의 그리고 歷史的인 관점이 내포되어 있다.

2. 數學的 特性에 관한 學生들의 관념에 적합하거나, 그것을 反證하는 歷史上的의 例와 反例가 많다.

3. 數學은 發見과 창조력에 있어서 無限한 영역을 가지고 있다. 즉, 數學은 科學的이고 實利的인 必要性 뿐 아니라 정서적이고 창조적인 욕구를 충족시킨다.

4. 數學을 인식하고 좋아하고, 數學的 方法을 사용하기 위해서 반드시 數學의 모든 관점에 능통할 필요는 없다.

數學的 引用文을 사용하는 교사들은, 자기 학생들이 數學者들의 人間性과 그들의 生活과 數學에 대한 공헌에 관하여 상세히 알고 싶어 한다는 사실을 알 필요가 있다. 數學者들의 生日 달력을 만들어서 책상 위에 붙여두었다가 게시판이나 매주 배부하는 숙제장에다 그들의 生日을 알려주는 것도 도움이 될 것이다. (백명이 넘

는 數學者들의 生日목록이 1942년版 Mathematics Teacher誌에 게재된 James D. Teller의 “數學者들의 生日달력”에 나와 있다.) 어떤 數學者의 生日 기념일에 그 사람의 생애와 數學的 공헌에 관해서 간단히 요약해서 학생들에게 보여주는 것이 좋다. 그들에 관하여 좀 더 관심이 있는 다수의 학생들은 더 많이 연구를 해서 자신이 발견한 점들에 관하여 짚막하게 언급할 수도 있다. 그러한 활동을 조금씩 조금씩 해나감으로써, 학생들은 歷史와 英語가 數學과 어떠한 관련이 있는가를 發見할 수 있을 뿐 아니라 반대로, 數學이 歷史와 英語에 어떠한 관련성을 주느냐도 알 수 있게 된다.

여기에 실린 引用文으로부터 교사는 特定한 수업시간에 필요한 것을 충분히 충족시킬 수 있다는 것을 알 수 있을 것이다. (그 인용문들은 서책인 表題로 表現되어 있지만 어떤 특정한 인용문은 한 가지 이상의 범주에 속할 수도 있다.) 그러나, 教師가 數學的 경험을 풍부히 하거나, 더 막연하고 자주 간과되기 쉬운 매력적인 수학지식의 영역을 이해하도록 하는 데에는 이러한 引用文은 거의 도움이 되지 않는다. 그러나 어떤 수학자는 다음과 같이 이야기한다.

數學教育의 人格化 즉, 단지 精神의 단편적인 기능에 영향을 주는 것이 아니라 精神全體—이것이 가장 적절히 요구되고 있는 것이다—에 영향을 주기 위하여 數學의 對象과 精神을 키우는 일은, 내가 가정하건대, 논쟁의 여지가 없다.

CASSIUS JACKSON KEYSER (8, p. 61)

哲學的 引用文

數學의 精粹는 數學의 자유자재한 性質에 있다.

—GEORG CANTOR(10, p. 43)

우리의 精神은 有限하다. 그리고 이러한 有限한 상황 속에서도 우리는 無限한 가능성으로 둘러싸여져 있다. 다시 말해서, 人生의 目的은 그러한 無限한 상황으로부터 가능한 많은 것을 얻는 데 있다.

—ALFRED NORTH WHITEHEAD(15, p. 163)

數學은 知識의 本體이지만 거기에는 眞理라고는 아무 것도 포함되어 있지 않다.

—MORRIS KLINE(10, p. 9)

人間의 열정과 自然의 자비로운 사실로부터 분리되었기 때문에 人間은 점차적으로 질서 있는 세계를 창조했었다. 그런데 거기에는 自然 속에서와 마찬가지로 순수한 思想이 存在할 수 있고, 거기에서 우리들의 숭고한 감정은 自然 世界로부터의 무서운 추방을 면할 수 있다.

—BERTRAND RUSSELL(10, p. 470)

數學公式은 독자적인 存在價値와 그 자체의 特性을 지니고 있을 뿐 아니라 그것은 人間보다도 현명하고, 심지어 그 公式을 發見한 사람보다도 더 현명하다. 그리고 거기에 처음 소비한 것보다 더 많은 것을 우리가 획득할 수 있다. 그런데 이러한 기분에서 사람은 도저히 벗어날 수가 없다.

—HEINRICH HERTZ(3, p. 17)

우주의 위대한 창조자는 지금 純粹數學의 모습으로 나타나고 있다.

—JAMES H. JEANS(3, p. xxi)

審美的 우주의 흐름을 초월해서 확고한 純粹思想世界 즉, 理念의 질서 정연한 世界가 存在한다. 그런데 이 世界는 人間에게 접근하기 쉬울 뿐 아니라 미친듯한 時間의 무용 즉, 無限

과 영원에 속박되어 있지 않다.

—CASSIUS JACKSON KEYSER(8, p. 57)

眞理를 결정하는 권한이 사람에게 있지 않을 때, 우리는 더욱 그럴듯한 것을 쫓아야 한다는 것은 아주 확실한 眞理이다.

—RENÉ DESCARTES(13, p. 1360)

유머러스한 引用文

“내가 어떤 單語를 사용하면 그것은, 내가 그 단어를 택해서 그 단어가 바로 그 뜻을 의미하도록 하는 것을 뜻한다.”라고 땅딸보가 다소 경멸하는 듯한 어조로 말했다. “내가 묻는 것은 그 單語가 다른 것을 의미할 수도 있지 않느냐는 것입니다.”라고 엘리스가 말했다. 그러자 다시 땅딸보가 말하기를, “문제는 어느 쪽이 주가 되느냐 하는 것이다. 그것이 전부다.”

—LEWIS CARROLL(5, p. 158)

나의 活動 범위는 조그마한 공간에 국한될 수 밖에 없지만 나 자신을 無限한 空間의 王이라고 생각할 수 있다.

—WILLIAM SHAKESPEARE(2, p. 261a)

幾何學에서 우리는 無限等級, 다시 말해서 어떤 지적할 수 있는 等級보다 더 큰 等級뿐 아니라, 다른 것보다 無限히 큰 無限等級을 인정한다. 이런 사실은 가장 큰 사람의 것이 단지 길이가 6인치, 폭이 5인치, 깊이가 6인치밖에 안되는 우리 두뇌의 차원을 깜짝 놀라게 해 준다.

—VOLTAIRE(10, p. 395)

“反對로, 過去에 그것이 그랬었다면 것은 그랬을 것이고, 未來에 그것이 그렇다면 그것은 그럴 것이다. 그러나 現在 그것은 그렇지 않기 때문에 그것은 그렇지 않다. 그것이 바로 論理이다”라고 아주 짧은 두 사람 중의 한사람이 말했다.

—LEWIS CARROLL(5, p. 186)

따라서 數學은 우리가 이야기하고 있는 바를 전혀 모르고, 우리가 말하는 것이 참인지 아닌지를 모르는 主題로 定義되어질 수 있다.

—BERTRAND RUSSELL(13, p. 4)

算術이란 것은 數가 당신의 두뇌 안팎을 마치 비둘기처럼 날아 다니는 곳이다.

算術을 通해서, 만약 우리가 잃거나 얻기 前에 原來 가졌던 數를 안다면, 우리가 얼마를 잃거나 얻는가를 알 수 있다.

算術은 당신이 對答을 얻을 때까지 당신의 두뇌에서 손, 연필, 종이에다 짜내는 數이다.

算術에서 對答이 옳다면 모든 것이 좋고 당신이 窓을 通해서 푸른 하늘을 바라보며 쉴 수 있지만, 對答이 틀리면 모든 것을 처음부터 다시 시작해서 그 對答이 어째서 지금에야 나왔는가를 알아야만 한다.

만약, 당신의 어머니에게 아침식사로 달걀 프라이 한 개를 부탁했는데 어머니가 두 개를 주셨을 때 당신이 두 개를 다 먹어 버렸다면 算術의으로 누가 더 옳은가? 당신의 어머니인가? 당신인가?

—CARL SANDBURG(6, p. 277)

알다시피 새로운 數學的 접근 方法에 있어서 중요한 점은, 옳은 해답을 구하는 것이라기 보다 하고 있는 일이 무엇인가를 이해하는 것이다.

—TOM LEHRER(12, Side Two)

물론, 우선 현기증이 나고 피로울 것이다. 그리고 나서 算術의 다른 분야—야망, 혼란, 흥함, 조롱 등이 나타나리라.

—LEWIS CARROLL(5, p. 91)

二等邊三角形에서 正三角形을 만드는 것이 주위의 많은 곳으로부터 우리의 영역을 누리는 果題이다.

—EDWIN ABBOTT(1, p. 10)

침착하라! 8進法은 사실 10進法과 똑같은

것이다. 만약에 너의 손가락 두 개가 없어진다 고 하면.

—TOM LEHRER(12, SideTwo)

나는 결코 볼 수 없으리라

3보다 더 사랑스러운 數를;

3은 6이나 4보다 작고,

게다가 1보다 조금 더 많기 때문이라네.

自然 속의 모든 事物은 3들에서 나오네

마치 .∴와 Trio와 Q.E.D. 처럼;

그렇지만 3들은 더 위엄을 얻으리라

만약 3×3으로 증가되기만 한다면....

—JOHN ATHERTON(6, p. 278)

그것에 관해서는 그날까지로 엄격함은 충분하다.

—ELIAKIM H. MOORE(10, p. 408)

數學에서 성공하는 비결을 그는 한마디로 나에게 이야기했다—표절하라!

—TOM LEHRER(11, Side One)

註: 비록 이것이 학생들로 하여금 억지로 따르게 할 수 없는 격언이지만 이 引用文은 數學에서의 精神的인 논쟁을 다루는 매개체로 이용되~~어~~질 수는 있다. 數學史上 유명한 표절시비가 적어도 두 가지 있다. 즉, Newton과 Leibniz件과 Lobachevsky와 Riemann件이 그것이다. 이러한 歷史上의 例에 관한 학생들과의 토론은 數學時間에 많은 가치를 야기할 수 있다.

美學的 創造的 引用文

詩人の 재질이 없는 數學者는 결코 完全한 數學者일 수 없다.

—KARL WEIERSTRASS(3, p. xix)

數學은 言語의 活動이다. 그런데 그 궁극적인 領域은 대화소통의 精確性이다.

—WILLIAM L. SCHAAF(14, p. 22)

數學에서 다루는 構造는 건물과 기계와 비슷하다기 보다는 全體의 일부분을 代表하는 옷끝의 장식 (lace), 나무에 달린 나뭇잎, 그리고 사람의 얼굴에 나타나는 밝거나 어두운 表情과 같은 것이다.

—SCOTT BUCHANAN(4, p. 36)

音樂을 數學的 感覺으로, 數學을 音樂의 理性으로 表現할 수 있을까? 音樂家は 數學을 느끼고 數學者는 音樂을 생각한다. 즉, 音樂을 꿈으로 數學을 實生活로……

—JOSEPH J. SYLVESTER(3, p. 404)

神이 整數를 創造하였고 그 나머지는 모두 인간이 이룬 것이다.

—LEOPOLD KRONECKER(3, p. xix)

건축학은 딱딱한 音樂이라고 불리워진다. 정말 그렇다. 幾何學은 딱딱한 건축학이다.

—CASSIUS JACKSON KEYSER(8, p. 76)

詩人の 素質을 지닌 數學者에다 그 量을 잴 수 있는 열정과 엄격한 정열을 합한 것, 바로 이것이 理想(ideal)이다.

—WILLIAM JAMES(2, p. 796)

數學者는 연인과 같아서 최소의 原理를 수여받고는 그것으로부터 자신이 수여받은 決果를 유도해낼 뿐 아니라 이 決果로부터 다른 原理를 유도해 낸다.

—FONTELLE(3, p. xix)

理想의 世界에서 人生의 詩神(Muse)은 무엇인가? 그것은 理念이 아주 엄격하고, 表現을 명쾌하게 하고, 思想의 영구한 法則을 충실히 이행할 것을 요구하는 인간의 약점에 대해서 승고하고, 순수하고, 침착하고 냉정한 아마추어 女神이다. 數學에서 이 詩神의 이름은 잘 알려져 있다. 그것은 엄격—論理的 엄격이다. 이것은 마음의 조용한 音樂을, 理念의 조용한 조화

를, 그리고 知性을, 論理的 完全性的 꿈을 나타낸다.

—BASSIUS JACKSON KEYSER(9, pp. 18~9)

藝術的 측면에서 볼 때 數學이란 새로운 리듬과 질서와 모형과 조화를 創造하는 것이고, 知的 측면에서 볼 때에는 多樣한 리듬과 질서와 모형과 조화를 체계적으로 연구하는 것이다.

—WILLIAM SCHAAF(14, p. 259)

數學, 그것은 미묘한 藝術이다.

—JAMIE BYRNIE SHAW(14, p. 239)

詩人이나 화가와 마찬가지로 數學者는 모형의 제조자이다. 數學者의 모형이 詩人이나 畫家の 것보다 더욱 영구적이라면, 그 이유는 그 모형이 觀念(idea)으로 만들어졌기 때문이다. 數學者는 觀念 외에는 다룰 재료가 없다. 그래서 그의 모형은 더 오래 지속되는 것 같다.

—G.H. HARDY(7, p. 1)

畫家나 詩人の 모형과 같이 數學者의 모형도 아름다움에 틀림없다. 색깔이나 말과 같이 觀念도 서로서로 조화를 잘 이룰 수 있다. 美가 제일 첫번 째의 시험 대상이다. 즉, 이 세상에는 까다로운 數學이 永久히 발 붙일 장소는 없다.

—G.H. HARDY(7, p. 1)

정확히 관찰하건데, 數學은 最高의 美—조각 美처럼 냉정하고 엄격한 美를 지니고 있다. 그런데 이 美는 自然의 어떤 다른 형태에 호소하지 않고, 또한 美術이나 音樂처럼 화려한 장식도 없이, 지극히 純粹하고 위대한 藝術만이 보여줄 수 있는 엄격한 完成美를 나타낼 수 있는 것이다. 환희, 열광적인 기쁨, 그리고 인간의 능력을 초월하는 감각—이것은 탁월한 시금석이다—의 진정한 精神은 詩에서와 똑같이 數學에서도 찾을 수가 있다.

—BERTRAND RUSSELL(10, pp. 5~6)

感動的인 引用文

數學問題에 대해서 열렬히 추구함으로써 知的 열중, 끊임없는 도전의 한복판에서의 마음의 평정, 활동 중의 휴식, 충돌없는 투쟁, 우발적인 사건에 의해서 생기는 급박한 위기로부터의 도피, 요즈음의 요지경과 같은 사건들에 의해서 시련을 겪은 감각에 변함없는 산이 수여하는 그런 종류의 美를 얻을 수 있다.

—MORRIS KLINE(10, p. 470)

그것이 사실인가? 한 인간으로서의 數學者는, 비록 그가 관심을 갖고 있지만, 그것을 모른다. 하지만 數學者로서의 인간은 그것을 알지도 못할 뿐더러 관심조차 갖지도 않는다.

—CASSIUS JACKSON KEYSER(8, p. 307)

의심할 여지없이 數學을 藝術에 포함시키는 것은 정당하다고 인정할 수 없다. 數學에는 감정에 호소하는 面이 없다는 점이 가장 강력한 반대를 받고 있다.

—MORRIS KLINE(10, p. 466)

그렇게 많은 아름다운 思想의 創造 앞에서 數學者는 오래 살며 또한 젊게 산다. 즉, 그는 자신의 조절된 상상력이 이루어 놓은 높은 위엄을 지니고 있다.

—ROBERT D. CARMICHAEL(14, p. 233)

科學的인 引用文

科學은 딱딱한 관념에 대하여 쉬운 말을 사용하는 科學이다.

—EDWARD KASNER &
JAMES R. NEWMAN(13, p. 1997)

직면하고 있는 추상적인 領域에서조차 數學은 生活과 분리되어지지 않는다. 數學은 生의 問題를 다루는 理想 바로 그것이다.

—CASSIUS JACKSON KEYSER(8, p. 77)

近代의 數學의 發展에 있어서, 科學으로서의 數學은 人間精神의 가장 독창적인 創造物임을 주장할 수 있다.

—ALFRED NORTH WHITEHEAD(13, p. 402)

空間이란 모든 點이 그의 中心點이고, 그의 表面은 아무 곳에도 없는 無限한 球와 같다.

—CASSIUS JACKSON KEYSER(8, p. 88)

저 방대한 책은 우리 눈 앞에 영원히 펼쳐진 채로 있다. 그것은, 우리가 그 책 속의 말을 알 때 까지는 우주를 이해할 수 없다는 것을 의미한다. 그 책은 數學的 言語로 쓰여져 있고, 그 特性은 三角形, 圓과 또 다른 幾何學的 형태이다. 만약 이런 것이 없다면 인간은 단 한 마디를 이해하기도 불가능하다. 다시 말해서, 만약 이런 것이 없다면 우리는 어두운 迷路 속에서 방황하게 될 것이다.

—GALILEO(2, p. 211b)

美術의 長點은 再生産의 정확성에 있다. 美術도 일종의 科學이다. 그리고 모든 科學은 數學에 기초를 두고 있다. 어떠한 인간의 물음도 그것이 數學的 說明과 證明을 통한 길을 밟지 않는다면 科學이 될 수 없다.

—LEONARDO DA VINCI(10, p. 133)

“응용수학!” 엄격히 말해서 그러한 것은 존재하지 않는다. 응용수학은 그 자체가 數學이든지 아니면 결코 數學이 아니다. 그리고 내가 생각하건대, 우리는 응용을 한 영광, 응용된 神聖, 응용詩, 응용을 한 기쁨, 응용存在論을 용납하도록 앞으로 운명지워질 것이다. 또한 응용되어질 수 없는 것을 응용하는 것도 나타나지 않을까?

—CASSIUS JACKSON KEYSER(8, p. 296)

참고서적

1. Abbott, Edwin A. *Flatland*. New York: Dover Publications, 1952.

2. Bartlett, John. *Familiar Quotations*. Boston: Little, Brown & Co., 1968.
3. Bell, Eric Temple. *Men of Mathematics*. New York: Simon & Schuster, 1937.
4. Buchanan, Scott. *Poetry and Mathematics*. New York: J.B. Lippincott Co., 1929.
5. Carroll, Lewis. *Alice's Adventures in Wonderland and Through the Looking-Glass*. New York: New American Library, Signet, 1960.
6. Fadiman, Clifton. *Fantasia Mathematica*. New York: Simon & Schuster, 1958.
7. Hardy, G.H. *A Mathematician's Apology*. London: Cambridge University Press, 1967.
8. Keyser, Cassius Jackson, "Human Worth of Rigorous Thinking." New York: Scripta Mathematica, 1940.
9. ——. *Mathematical Philosophy: A Study of Fate and Freedom*. New York: E.P. Dutton & Co., 1922.
10. Kline, Morris. *Mathematics in Western Culture*. London: George Allen & Unwin, 1954.
11. Lehrer, Tom. "Lobachevsky." *Songs by Tom Lehrer* [Side One], No. RS-6216. Cambridge, Mass.: Reprise Records, 1953.
12. ——. "New Math." *That Was The Year That Was* [Side Two], No. RS-6179. San Francisco: Reprise Records, 1965.
13. Newman, James R. *The World of Mathematics*. 4 Vols. New York: Simon & Schuster, 1956.
14. Schaaf, William L., ed. *Our Mathematical Heritage*. New York: Macmillan Co., Collier Books, 1963.
15. Whitehead, Alfred North. *Dialogues of Alfred North Whitehead*. Boston: Little, Brown & Co., 1954.

註 : 이 글은 N.C.T.M. 의 Mathematics Teacher (Jan. 1976) 에 게재된 Mathematical Quotations For All Occasions (By BARBARA CURCIC, Bloom Township High School, Chicago Heights, Illinois) 의 번역이다.