工產品의 大量生産을 위한 品質管理 理論과 技法에 관한 研究

——特히 管理圖의 判讀方法을 中心으로——

具　滋　興*

I. 序　論

統計的品質管理의 基本手段인 管理圖法(3σ-管理圖法)에 의한 工程管理의 메카니즘(mechanism)에는 相當한 問題點이 介在되어 있다. 다시말해서, 工程狀態를 反影해주는 觀察値 또는 測定値들을 時系列的으로 管理圖上에 점찍어 갈 때 이들 點들이 管理限界線들을 벗어나는 것이 없으면, 工程은 統計的 管理狀態(statistically controlled state)에 있고, 그렇지 않고 管理限界線들을 벗어날 경우 工程은 異常狀態(脫管理狀態, out of controlled state)로 判定하고, 異常原因(assignable cause)을 찾아내어 工程에 是正處理(action)를 취한다.

그러나 工程이 正常(管理狀態)이어도, 工程觀察系列의 打點들 중 약 0.3% (1000개중 약 3개) 程度는 管理圖作成原理上(正規分布의 性質上) 管理限界를 벗어나 打點되므로서 工程에 異常(脫管理狀態)이 發生한 것처럼 判讀될 수 있다. 반면에 工程에 異常이 介在되어도 工程系列의 點이 管理限界內에 打點되므로서 異常을 체크할 수 없게 될 수도 있다[1].

以上에서 論한 兩大過誤는 3σ-管理圖上에서의 管理限界線만을 基準으로 管理狀態를 判讀했을 경우 不可避하게 된다.

따라서 工程을 反影해주는 觀察系列이 비록 管理限界內에서 變動하며 打點된다 하더라도 그들 點들이 完全히 偶然原因(chance cause) 만에 의하여 變動을 가지는지 아니면, 異常原因에 따른 一定한 作爲性이 介在된 가운데 變動하고 있는 것인지의 與否를 判讀할 수 있어야 한다.

그러므로, 本研究에서는 特히 後半部의 경우, 管理圖上에 나타난 打點系列의 部分列(subsequence)의 形態에 따라 工程의 異常與否를 判讀하는 몇가지 技法을 紹介하고, 連(run)의 理論을 適用하여 工程狀態의 無作爲性(randomness)에 관한 檢定方法을 紹介하여 보다 충

---

* 筆者는 東國大學校 統計學科 副敎授임. 本 研究는 1975年度 產學財團研究費 103萬원의 支援에 의하여 이루어진 것임을 밝힌다. 本研究의 前編에 該當하는 部分은 參考論文 〔4〕로 발표된바 있음.

1) 前者를 第1種過誤(生產者危險, producer's risk), 後者를 第2種過誤(消費者危險, consumer's risk)라고도 한다.

실한 管理圖의 判讀手段으로 삼고자 하며, 몇개의 事例研究(case study)를 通하여 管理圖判讀의 龜鑑(檢定 패턴)을 주고자 한다.

Ⅱ. 工程異常의 判讀 基準

〈基準 1〉 管理圖上의 打點系列이 管理限界(UCL 또는 LCL)를 벗어나면, 一旦 工程에 異常이 發生한 것으로 看做하고 是正處理(action)를 加한다.

〈基準 2〉 管理圖上의 打點系列이 管理限界內에서 變動하나, 特定한 作爲性이 認定되면 一旦 工程에 異常이 發生한 것으로 보고 是正處理를 加한다. 왜냐하면, 工程이 正常이면 打點系列의 變動에는 無作爲性만이 作用하고, 어떠한 作爲性도 許容될 수 없기 때문이다.

以下 工程의 異常原因에 따라서 管理圖上에 反影되는 代表的인 作爲類型을 들고 그 根據를 들어 究明해 보기로 하겠다.

a) 3σ-管理圖에 있어서, 打點系列의 點들이 兩管理限界線(control limit lines)內에서 연이어 8개 이상 中心線(central line) 上部(또는 下部)에 偏在하면, 打點系列의 無作爲性(工程의 無作爲性)은 棄却된다. (有意水準 0.01)[1]

b) 管理限界內에서 打點系列의 點들이 7개 이상 上昇(또는 下降)하면, 工程狀態의 無作爲性은 棄却된다. (有意水準 0.05)[2]

c) 3σ- 管理限界線 以外에 警戒線(2σ-限界線, WL=warning lines)를 追加로 그어 볼 경우, 打點系列의 연이은 3點 中 2點이 同一한 경계선을 벗어날 확률은 0.004보다 작다. 그러므로 이런 現象이 있을 경우, 工程의 無作爲性은 棄却된다[3].

d) 工程의 打點系列의 變動(fluctuation)이 근사적으로라도 周期性(periodicity)를 가지면, 工程의 無作爲性은 棄却된다.

Ⅲ. 連의 理論과 그 適用

Ⅱ의 (b) 項의 證明의 根據를 주고, 다른 한편 工程狀態를 反影해 주는 打點系列에 있어서 連(run)의 個數(γ)(上向式連(run up) 또는 下向式連(run down)) 및 最長인 連의 길이 等에 의하여 打點系列의 無作爲性을 檢定하는 方法을 論하고, 몇개의 例示를 通하여 連의 理論的結果를 管理圖判讀에 適用하는 패턴으로 삼기로 한다.

---

1) 打點系列의 無作爲性을 假定하면, n개의 點이 中心線上方(下方)에 偏在할 確率은 2^{-n}이고, 上方 또는 下方에 偏在할 確率은 $2\times 2^{-n}=2^{-n+1}$이다. 그러므로 不等式 $2^{-n+1}\leqq 0.01$에서 $n\geqq 7.7$를 얻는다.

2) Ⅲ의 (1) 참고

3) 연이은 m개의 點들 중 n개가 同一한 警戒線을 벗어날 確率은 二項分布 $P=2\binom{m}{n}(0.025)^2(0.975)^{m-n}$에서 구할 수 있다.

(1) 基本 概念 理論的 適用에 앞서 連에 관한 必要한 要點들을 整理함이 妥當하겠다.

《定義 1》 連(run)이란 系列的 測定 또는 觀察에서 얻어진 結果를 二分法(dichotomy)으로 表示하여 얻어진 (+)符號와 (−)符號로 記錄된 符號系列(sequence of signs) 中 같은 符號들로 연속된 部分列(sub-sequence)을 連이라 하고, 한 連의 符號의 갯수를 그 連의 길이(the length of run)라 한다. 以下 L로 쓰겠다.

例컨대 假想的인 符號系列：{+, −−−, ++, −, +++}는 5개의 連 +, −−−, ++, −, +++로 이루어졌고, 이들 連들의 길이는 各各 $L=1$, 3, 2, 1 및 3이다.

品質管理의 경우, 觀察値의 打點系列의 點들 中 中心線(CL) 上部에 打點된 것을 (+)符號, 下部에 打點된 것을 (−)符號로 表示하여 얻어낸 符號系列은 여러개의 連(+連 또는 −連)들로 이루어진다.

또 이 符號系列中에는 連의 갯수가 너무 많이 (또는 너무 적게)들어 있을 수 있고, 또 너무 긴 連($1\leqq L\leqq n$; n=sequence의 길이)이 들어있을 경우, 符號系列의 無作爲性이 否定되는 것이다.

《定理 1》 길이 n인 有限符號系列中 (+)符號와 (−)符號의 갯수를 각각 n_1, n_2, $(n=n_1+n_2)$ 또 이系列中에 들어있는 γ개의 連 中에서 +連과 −連의 갯수를 각각 γ_+, γ_-개 $(\gamma_++\gamma_-=\gamma)$라 하면, 다음 각 항이 成立한다.

(a) 符號系列의 兩端이 同符號이면, $|\gamma_+-\gamma_-|=1$이다.

(b) 符號系列의 兩端이 異符號이면, $\gamma_+=\gamma_-$이다.

(c) $P(\gamma_+,\ \gamma_-)=\binom{n_1-1}{\gamma_+-1}\binom{n_2-1}{\gamma_--1}\Big/\binom{n}{n_1},\quad (\gamma_+\fallingdotseq\gamma_-)$

또는

$$2\binom{n_1-1}{\gamma_+-1}\binom{n_2-1}{\gamma_--1}\Big/\binom{n}{n_1},\quad (\gamma_+=\gamma_-)$$

(d) $P(\gamma)=2\binom{n_1-1}{k-1}\binom{n_2-1}{k-1}\Big/\binom{n}{n_1},\quad (\gamma_+=\gamma_-=k)$

또는

$$\left\{\binom{n_1-1}{k-1}\binom{n_2-1}{k}+\binom{n_2-1}{k}\binom{n_1-1}{k-1}\right\}\Big/\binom{n}{n_1},$$

$$(\gamma_+=k,\ \gamma_-=k+1 \text{ 또는 } \gamma_+=k+1, \gamma_-=k)$$

《證明》 省略 ([3]의 pp.392—394, 참고)

《定義 2》 連續變量에 관하여, 單調增加하는 觀察系列(또는 單調減少하는 觀察系列)에 있어서, 연이은 두 觀察値의 差(觀察値에서 直前의 觀察値를 減한 差)의 符號로 이루어진 符號系列을 上向式 連 (또는 下向式連)이라 하고, 兩者를 通稱하여 "run up and down"이라 한다.

《定理 1》 하나의 觀察系列(크기 n)에서 얻어지는 差符號系列(difference signs sequence)

中에 들어있는 連의 총개수 $\gamma(\gamma_+ + \gamma_- = \gamma)$에 관한 確率은 다음 漸化公式(recurrence formula)으로 주어진다.

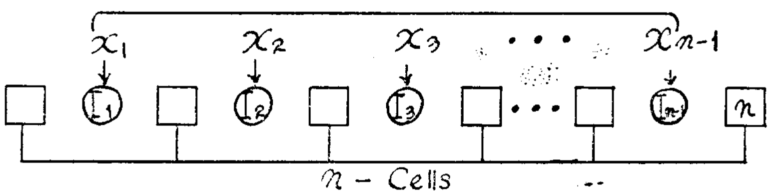
즉, $P(i/j)$를 j개의 相異한 觀察値들의 一次元配列 中에 上向式連 또는 下向式連이 꼭 i개 들어있을 事前確率이라 하자 그러면,

$$P(\gamma|n)=\{\gamma p(\gamma|n-1)+2p(\gamma-1|n-1)+(n-\gamma)P(\gamma-2|n-1)\}/n\cdots\cdots(1)$$

이 成立된다.

〈證 明〉 지금 γ개의 連(γ_+개의 run up, γ_-개의 run down; $\gamma=\gamma_+ + \gamma_-$)을 가지는 $(n-1)$개의 相異한 數値들의 一次元 配列(linear arrangement)을 생각하자.

萬一 윗 $(n-1)$개의 數値들을 그들의 順位(rank)로 1부터 $(n-1)$까지의 自然數로 代置하여도, 一般性은 잃지 않으며, 理論展開過程上 相當한 簡素化를 얻을 수 있다.(〈Fig.1〉 참조)



〈Fig. 1〉 $(n-1)$개의 數値配列

이들 $(n-1)$개의 整數들은 수자들 사이, 配列의 前後에 n개의 cell (blank)들을 가진다. 이제 integer n가 이들 n개의 cell에 任意로 挿入될때, 相異한 n개의 順列이 생긴다.

다른한편, n개의 cell과 $(n-1)!$개의 順列에 관하여, integer n를 任意로 cell에 挿入시킬때, integer들의 갯수(觀察系列의 크기)는 1만큼 增加되고, 連의 총개수 γ에 관하여는 다음 세가지 可能한 効果中 하나가 일어난다.

(i) γ에 無關하다. 즉 變動이 없다.

(ii) γ가 1만큼 增加된다.

(iii) γ가 2만큼 增加된다.

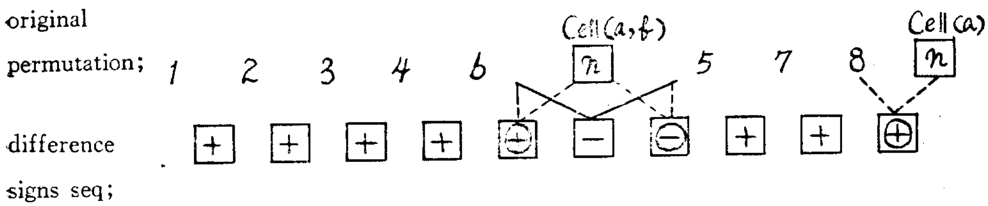
또 (i)의 경우를 세분하면, 다음 3가지 경우 중 하나이다.

(a) integer n가 하나의 rup up의 끝 다음 cell에 挿入된다.

(b) integer n가 run down이 뒤따르는 run up의 끝 다음 cell에 挿入된다.

(c) integer n가 run down으로 시작되는 順列의 처음 cell에 挿入된다.

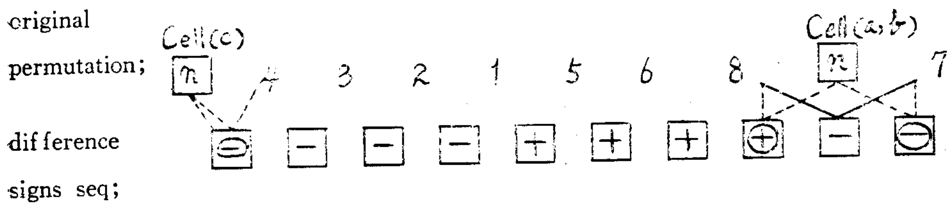
첫째로, original permutation이 하나의 run up으로 시작되어 run up으로 끝난다면 (즉, $\gamma_- = \gamma_+ - 1$의 경우) γ_+개의 cell들은 n가 挿入되므로서 (i)의 (a)의 경우를 滿足한다. 다른한편 $\gamma_- = \gamma_+ - 1$개의 cell은 n가 挿入되므로서 (i)의 (b)를 滿足한다. 그러나 (i)의 (c)를 滿足하는 cell은 없다. 그러므로, 連의 갯수 γ를 變化시키지 않고 n를 挿入하는 方法은 $\gamma = \gamma_+ + \gamma_-$가지 存在한다. (〈Fig. 2〉 참조)



〈**Fig. 2**〉 **run up～run up** ($n=9$; $\gamma=3$; $\gamma_+=2$, $\gamma_-=1$)

둘째로, 萬一 original permutation이 run down으로 시작해서 run down으로 끝난다면, (즉, $\gamma_+=\gamma_--1$의 경우) γ_+개의 cell들은 n가 挿入되므로서 (i)의 (a)를 滿足하고, $\gamma_+=\gamma_--1$개의 cell들은 (i)의 (b)를 滿足하며 (i)의 (c)를 滿足하는 cell이 1개 존재한다.

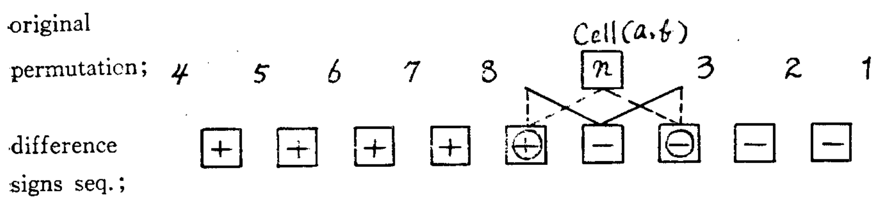
그러므로 (i)을 滿足하는 n의 挿入方法은 $\gamma_++(\gamma_--1)+1=\gamma$가지 존재한다. (〈Fig. 3〉 참조)



〈**Fig. 3**〉 **run down～run down** ($n=9$; $\gamma=3$; $\gamma_+=1$, $\gamma_-=2$)

셋째로, 만일 original permutation이 run up으로 시작되어 run down으로 끝친다면(즉, $\gamma_+=\gamma_-$의 경우)γ_+개의 cell들은 n의 挿入으로 (i)의 (a)를 滿足하고, γ_-개의 cell들은 (b)를 滿足한다. 또 (c)를 滿足하는 cell은 하나도 없다.

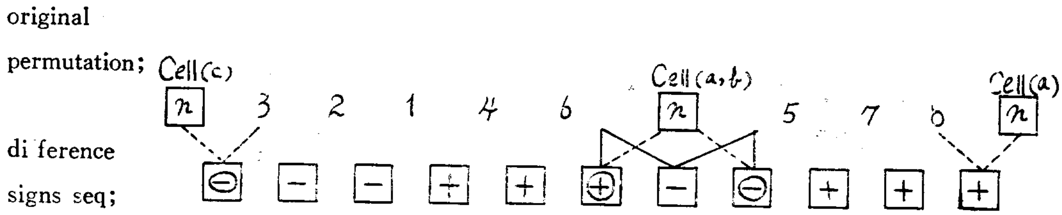
그러므로 (i)을 滿足하는 cell의 갯수는 $\gamma(l_++\gamma_-=\gamma)$개 存在한다. (〈Fig. 4〉 참조)



〈**Fig. 4**〉 **run up～run down** ($n=9$;$\gamma=2$;$\gamma_+=1$,$\gamma_-=1$)

끝으로, 만일 original permutation이 run down으로 시작하여, run up으로 끝난다면, (즉, $\gamma_+=\gamma_-$의 경우) γ_+개의 cell들은 n의 挿入으로 (i)의 (a)를 滿足하고, $\gamma_-=\gamma_+-1$개의 cell은 (b)를 滿足하며, (c)를 滿足하는 cell이 한개 存在한다. 그러므로 (i)의 (a), (b) 및 (c)를 滿足하는 cell은 γ개 $(\gamma_-+(\gamma_+-)1=\gamma)$ 存在한다. (〈Fig. 5〉 참조)[1]

1) original permutation이 單一의 連인 경우
(1) run up이면, (i)의 (a)를 만족하는 cell이 하나있고, (b), (c)를 위한 cell들은 없다.
(2) run down 인 경우 (c)를 만족하는 cell이 하나있다.



⟨**Fig. 5**⟩ **run down~run up**(n=9; γ=4; γ_+=2, γ_-=2)

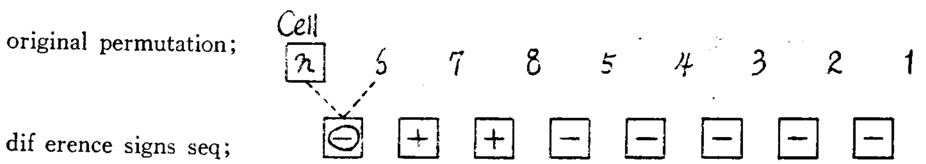
다음 (ii)의 경우, 즉 連의 총수 γ가 1만큼 增加되는 경우를 생각하자.

(a′) 最初의 連이 run up이고, n가 最初의 cell에 挿入된다. (⟨Fig. 6⟩ 참조)

(b′) 最初의 連이 run down이고 n가 처음 두 數字들 사이의 cell에 挿入된다. (⟨Fig. 7⟩참조)

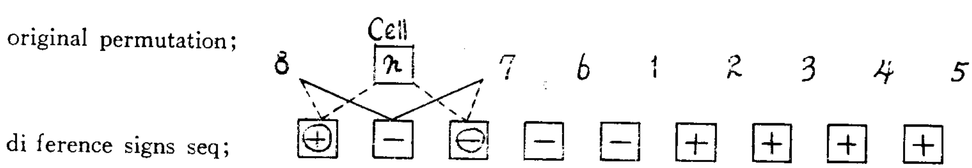
(c′) 最後의 連이 run up이고, n가 두 끝 數字들 사이의 cell에 挿入된다.

(d′) 最後의 連이 run down이고, n가 맨끝 cell에 挿入된다.



⟨**Fig. 6**⟩ **run up** (n=9;γ=2→3)

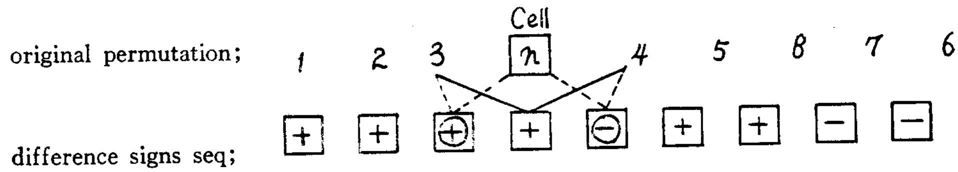
(a′)와 (b′)로 實現될 確率事象은 서로 排反(mutually exclusive)이고, 서로 다른 事象의 餘事象(complementary event)이다. (c′)와 (d′)도 마찬가지이며, cell에 n가 挿入되므로서 γ가 1만큼 增加되며, n개의 cell 中 이런 cell은 2개 있다.



⟨**Fig. 7**⟩ **run down** (n=9;γ=2→3)

끝으로 (iii)의 경우, 즉 n이 cell에 挿入되므로서, 連의 갯수 γ가 2만큼 增加되는 경우를 생각하자.

run up 또는 run down의 경우, n가 그들의 中央部의 어느 한 cell에 挿入되면, run의 총갯수 γ는 2만큼 增加된다. 또 그 以上은 增加되지 않는다. (⟨Fig. 8⟩참조)



〈**Fig. 8**〉 **run up** ($n=9$; $\gamma=2\rightarrow4$)

위 Permutati:n(配列) 中에 γ개의 連(上向式 또는 下向式連(run up and down))들이 들어있을 경우, 이 配列의 前後와 數字들 사이에 생기는 n개의 cell들에 integer n가 挿入될 경우, γ개의 cell의 경우((a), (b) 및 (c)의 경우)는 連의 총 갯수 γ에 無關하고, 두 개의 cell의 경우(즉, (a')와 (b') 및 (c')와 (d')의 경우) γ는 1만큼 增加되고, 나머지 $(n-\gamma-2)$개의 cell들에 n이 挿入되면, γ는 2만큼 增加된다.

지금 $(n-1)$개의 integer들의 permutation $(n-1)!$를 考慮하고, $A_{\gamma, n-1}, A_{\gamma-1, n-1}$ 및 $A_{\gamma-2, n-1}$를 각각 $(n-1)!$개의 順列들 중 γ개, $(\gamma-1)$개, $(\gamma-2)$개의 run 들을 가지는 順列들의 갯수라 하자.

또 $A_{\gamma, n}$를 γ개의 run들을 가지는 n개의 integer들의 順列의 총 갯수라 하면, 이들사이에 다음 關係式이 成立한다.

$$A_{\gamma, n}=\gamma A_{\gamma, n-1}+2A_{\gamma-1, n-1}+\{n-(\gamma-2)-2\}A_{\gamma-2, n-1}$$
$$=\gamma A_{\gamma, n-1}+2A_{\gamma-1, n-1}+(n-\gamma)A_{\gamma-2, n-1}\cdots\cdots(2)$$

그런데, $P(\gamma|n)=A_{\gamma, n}/n!$, $P(\gamma|n-1)=A_{\gamma, n-1}/(n-1)!$, $P(\gamma-1|n-1)=A_{\gamma-1, n-1}/(n-1)!$ 및 $P(\gamma-2n-1)=A_{\gamma-2}, n-1/(n-1)$를 (2)식에 代入하고, $n!$로 兩邊을 除하면, 求하는 等式 (1)이 얻어진다.

$P(i|n)$에 관하여, $P(-1|n)=0$, $P(0|n)=0$; $P(1|2)=1$, $P(1|3)=0.3333$ 및 $P(2|3)=0.6667$로 두면, 漸化公式 (1)에서, n개로 이루어진 觀察値系列에 γ개의 連이 들어 있을 確率 $P(\gamma|n)$을 計算할 수 있다. 또 그 累積確率 $P(\gamma\leqq\gamma'|n)$을 계산하여 정리한 것이 附錄〈表 2〉이다.

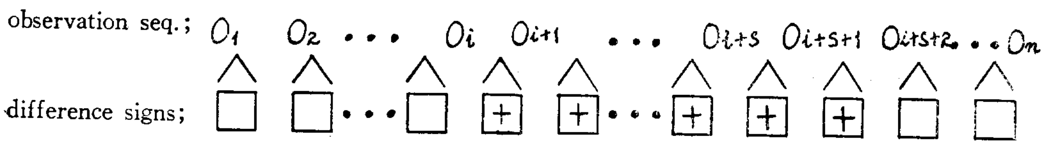
《**定理 2**》 n개의 相異한 數字들의 한 順列로부터 얻어지는 差符號系列(difference signs sequence) 속에 들어있는 run (run up and down)의 길이가 s와 같거나 더 길게($L\geqq s$) 될 期待値를 $E(\gamma.,\ (\geqq s))$라 하면, 다음 等式이 成立한다.

$$E(\gamma.,\ (\geqq s))=\{2+2(n-s)\ (s-1)\}/(s+2)!\cdots\cdots(3)$$

또 差符號의 type이 指定된 경우, 즉 (+)連의 길이가 S以上이거나 혹은 (−)連의 길이가 s以上일 期待値의 경우 다음 等式이 成立한다.

$$E(\gamma_{+}, (\geqq s))=E(\gamma_{-}, (\geqq s))=\{1+(n-s)\ (s+1)\}/(s+2)!\ \cdots\cdots(4)$$

〈證 明〉 n개의 相異한 觀察値들의 sequence에 관하여, 第i回 觀察値가 길이 $L\geqq s$인 上向式連(run up)의 始發點이 될 確率을 생각하자.



〈Fig. 9〉 $L\geqq s$인 +連

우선 sequence가 $(s+1)$개 또는 그 以上의 觀察値들이 길이 $L\geqq s$인 上向式連(run up)을 誘發할 確率을 생각하자.

첫째로, 萬一 길이 $(s+1)$인 series가 無作爲性을 가진다면, 처음 $(s+1)$개의 觀察値들의 順列 $(s+1)!$ 가지는 각각 同程度로 出現可能(equaily likely probable) 할 것이다. 그런데 이들 順列中 唯一하게 한가지만이 길이 $L=s+1$인 一貫된 上向式連(unbroken run up)이 된다. 그러므로, 길이 $L\geqq s$인 上向式連이 처음 觀察値부터 始發될 確率은 $P_1=1/(s+1)!$이다$(n=s+1)$.

다음, 좀 더 一般的인 경우, $n\geqq s+2$이고, $2\leqq i\leqq n-s$일 때를 생각하자.

이제 第$(i-1)$回 부터 第$(i+s)$(즉, $(i-1)+(s+1)$)回까지의 觀察値들에 1부터 $(s+2)$까지의 整數로 順位(rank)를 붙인다. 萬一 sequence가 無作爲性을 갖는다면 이들 觀察値들의 相異한 順列 $(s+2)!$가지는 각각 同程度로 出現 可能할 것이다.

그런데 total observation sequence에서 第i回 觀察이 其後 $(s+1)$回 觀察의 run up을 始發하기 위하여서는 $(s+2)$개의 觀察値들의 順位 (rank)는 다음 條件들을 滿足해야 한다.

(a) 第1順位가 觀察系列의 第i回에 位置한다 .即, $(s+2)$개의 觀察値中 第一 작은 것이 第i回에 配置됨을 意味한다.

(b) $(s+1)$개의 나머지 중 任意의 한개가 第$(i-1)$回에 配置된다. 즉 觀察系列의 第$(i-1)$번째에 配置될 수 있는 觀察値는 $(s+1)$개 있다.

(c) 나머지 s개의 順位는 크기 順序로, 第$(i+1)$回에서 第$(i+s)$回까지 配列되어야 한다.

觀察回數	1 2······$(i-1)$	i	$(i+1)\cdots(i+s)\cdots\cdots n$
觀察値	$O_1\ O_2\cdots\cdots O_{i-1}$	O_i	$O_{i+1}\cdots\cdots O_{i+s}\cdots\cdots O_n$
配列値	$O_1\ O_2\cdots\cdots A_2$	A_1	$A_3\ \cdots\cdots A_{s+1}\cdots\cdots O_n$

여기서, $A_1=min\ (O_{i-1},\ O_i,\ O_{r+1},\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots O_{i+s})$

$A_2\in\{O_j\,|\,O_j\neq A_1,\ j=(i-1),\ \ i,\cdots\cdots i+s\}$

$A_3<A_4<\cdots\cdots<A_{s+1}$

〈Fig. 10〉 條件 (a), (b) 및 (c)를 滿足하는 한 配列

따라서, 條件 (a) 한가지 方法, (b)는 $(s+1)$가지 方法 및 (c)는 한가지 方法으로 滿足될 수 있다. 그러므로 同程度로 實現可能한 $(s+2)!$가지중 上述한 run up을 얻을 수 있는 方法數는 $(1)\times(s+1)\times(1)=s+1$ 가지 있으므로, 求하는 確率은 $P_2=(s+1)/(s+2)!$이다.

그런데, 第$(i-1)$번째 觀察値가 第 i번째 것보다 큰 것이라는 條件에서 볼때, 第i回 觀察이 直前 上向式連의 계속이 아니라 새로운 上向式連의 誘發인 것이다.

以上의 理論에 立脚하여, $n\geqq s+2$일 때, $(s+1)$回, 혹은 그 以上의 增加形觀察値(ascending observations)들에 의하여 上向式連이 觀察系列의 第i回에서 誘發될 確率은 P_1 및 P_2로 求할수 있다. 即

(i) $i=1$일 때, $P_1=1/(s+1)!$

(ii) $2\leqq i\leqq(n-s)$일 때, $P_2=(s+1)/(s+2)!$

이다. 그런데, (i)의 경우는 한가지뿐이고, (ii)의 경우는 $(n-s-1)$가지의 等確率을 가지는 排反事象이 존재한다. 그러므로, $n\geqq s+2$일 때, $(s+1)$개 또는 그 以上의 增加形觀察値들에 의한 上向式連의 期待値는 (4)식으로 얻어진다.

똑같은 立場에서 $E(\gamma_{-},(\geqq s))$도 같은 期待値를 갖임을 證明할수 있다.

끝으로 하나의 run up 혹은 run down이 第i回 觀察에서 誘發될 事象들은 서로 排反이고 같은 確率을 갖는다. 그러므로 길이 $L\geqq s$인 run up 혹은 run down의 期待値는 $L_{+}\geqq s$인 run up의 期待値의 2倍이고, 따라서 (3)식이 얻어진다.

〈注 意〉 1. 以上의 理論的展開는 random order로 存在하는 n개 觀察値들에 立脚한 것이고, 주어지는 差符號들이 同程度로 出現 可能하다는 데 根據를 둔것이 아님을 밝혀둔다. 또한 equally likely case가 아님도 밝혀둔다.

2. (a) $s\geqq\frac{n}{2}$일 때, $E(\gamma.,(\geqq s))=P_r(\gamma.,(s\geqq))$이다.

(b) $s<\frac{n}{2}$일 때, $E(\gamma.,(\geqq s))>P_r(\gamma.,(\geqq s))$이고,

$P_r(\gamma.,(\geqq s))\leqq 0.05$일 때 한하여

$E(\gamma.,(\geqq s))\fallingdotseq P_r(\gamma.,(\geqq s))$이다.

(2) 無作爲性의 檢定原理

萬一 n개의 相異한 數字들로 生成되는 process(例컨대, 生產工程)가 無作爲性을 따른다면, 이 n개의 數字들로 이루어지는 가능한 모든 配列들인 $n!$가지의 順列들은 實際觀察에서 sequence로 存在할 均等한 事前確率(a priori probability)을 갖는다. 그리고, 確率 $P(\gamma|n)$은 이와 같은 假定下에 連들의 chance probability를 준다.

그러나 萬一 生成되는 process에 一定한 作爲性이 作用하고 있다면, 어떤 特定한 sequence들이 餘他의 것들보다 더 잘 出現될 것이고, 觀察된 sequence는 그들 中에 하나일 傾向이

커질 것이다. 따라서, run들의 觀察數는 run의 總數 γ의 chance distribution의 兩極端(far tails)中 어느 한쪽에 들어갈 傾向이 커진다.

그러므로, 우리는 工程에 관한 無作爲性의 歸無假說을 檢定함에 連의 총갯수 γ를 利用할 수 있다. 즉, 工程으로부터의 觀察系列에 관한 歸無假說 H_0(工程變動이 無作爲性만을 따른다)를 對立假說 H_1(工程變動이 "insufficient fluctuation"하다)에 對하여 採擇하려면, 우리는 보다 具體的인 對立 假說 H_1(observation sequence에 "too few runs"가 存在한다)를 一定한 有意水準下에 棄却해야 한다. 反面에 歸無假說 H_0를 對立假說 H_1(工程變動이 "overly frequent fluctuation"하다)에 對하여 保障하려면, 具體的인 對立假說 H_1(observation sequence에 "too many runs"가 存在한다)를 棄却해야 한다. 끝으로, 一般的인 對立假說 H_1에 對하여서는 兩側檢定(two-tailed test)을 要한다.

《歸無假說》 相異한 n개의 數字들로 generating되는 配列들은 實際觀察을 通하여 同程度로 **實現**된다. 즉, 萬一 數字들로 形成되는 工程이 無作爲性을 따르고 다음 《假定》을 滿足한다면, 위 假無假說의 경우가 成立된다.

《假　定》

(α) 標本抽出 方法은 任意抽出法이다.

(β) n개의 觀察値들의 각각은 sequence에서 唯一한 位置(unique position)을 占有한다. 즉, 어느 두 觀察値들도 共同位置(tied for position)을 占有하지 않는다.

(γ) n개의 觀察値들의 各各은 唯一性을 가진다. 즉 이웃한 어느 두 觀察値들도 同値(tied score value)를 갖지 않는다.

《檢定方式 A》 크기 n인 符號系列 ($n=n_1+n_2$) 中에 連이 γ個($\gamma=\gamma_++\gamma_-$) 存在할 確率은 〈定理 1〉의 (d)項의 公式으로 주어진 確率變數 R에 관한 確率密度函數 $P(\gamma)$에서 求해진다. 따라서, 有意水準을 α(=0.05 또는 0.01)로 둘때,

$$P(\gamma\leqq\gamma_1)=\sum_{\gamma=2}^{\gamma_1}P(\gamma)\leqq\frac{\alpha}{2} \qquad \cdots\cdots(5)$$

$$P(\gamma\geqq\gamma_2)=\sum_{\gamma=\gamma_2}^{n}P(\gamma)\leqq\frac{\alpha}{2} \qquad \cdots\cdots(6)$$

를 滿足하는 (12)식에서의 最大整數와 (13)式을 滿足하는 最小整數를 각각 γ_1 및 γ_2라 하면

$$P\{\gamma\leqq\gamma_1\}\gamma\geqq\gamma_2 \text{ 또는 } \leqq\alpha \qquad \cdots\cdots(7)$$

가 成立한다.

그러므로, 連의 갯수 γ가 不等式,

$$\gamma\leqq\gamma_1 \text{ 또는 } \gamma\geqq\gamma_2 \qquad \cdots\cdots(8)$$

를 滿足하는 γ의 領域이 有意水準 α인 兩側檢定의 棄却域 (critical region)이 된다. 附錄〈表 1〉의 連의 限界表($\alpha=0.05$)는 크기 $n(=n_1+n_2)$인 無作爲符號系列中에 存在하는 連의 갯수의 上方 및 下方臨界値(critical limit value) γ_1, γ_2의 값을 求하여 表로 만든 것이다.

單側檢定의 경우 有意水準은 $\alpha=0.025$로 한다.

特히 n_1, n_2가 10 以上의 경우, 統計量

$$u=(nr-2n_1n_2)\sqrt{n}/2n_1n_2 \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

의 分布는 近似的으로 標準正規分布 $N(0,1)$에 收斂하므로 連의 限界表에 없는 n_1, n_2에 對應하는 臨界値 γ_1, γ_2를 求할 수 있다([3]의 p. 395). 附錄의 〈表 1〉은 (9)식에 의하여 $n_i=10\sim30(i=1,2)$에 대응하는 γ_1, γ_2의 값을 $\alpha=0.05$ 수준으로 계산하여 확장하는 표이다.

〈注 意〉 n_1, n_2가 같지 않을 경우, 上記한 近似性의 適合度가 나빠지므로 n_1, n_2가 같아지도록 計劃함이 바람직하다.

따라서 特性値의 中位數 $\tilde{x}$를 基準으로 觀察値가 $\tilde{x}$보다 작으면 (—)符號, 크면 (+)符號를 붙여가며 符號系列을 만들어 가면 된다.

《事 例 1》 각각 5개의 (+)符號와 (—)符號로 이루어진 ($n_1=n_2=5$)인 差符號系列에 連의 갯수가 3개 以下($\gamma\leqq3$)일 確率을 求하여라.

〈例 解〉〈定理 1〉의 公式 (d)에 의하여 $\gamma=2$ 및 3일 확률을 求하여 合하면, 求하는확률 $P(\gamma\leqq3)\fallingdotseq0.04$를 얻는다.

《事 例 2》 길이 $n=24$인 差符號系列中 (+)符號가 $n_1=9$ (—)符號가 $n_2=15$이고, 連이 $\gamma=7$개 存在한다고 할 때 工程變動의 無作爲性의 假說 H_0를 檢定하여라. ($\alpha=0.05$)

〈例 解〉 連의 갯수가 너무 많거나, 혹은 너무 적어도 無作爲性은 認定될 수 없으므로 兩側檢定(two-tailed test)에 依한다. 즉 附錄, 〈表 1〉에서 $\gamma_1=7$, $\gamma_2=18$을 임계치로 얻으므로 이 경우 連의 갯수가 過小하므로 H_0는 棄却된다. ($\alpha=0.05$)

《事 例 3》 一定한 製品의 生産工程에서 25개의 製品을 相異한 時點에서 任意抽出하여 測定한 結果, 다음 觀察値系列(observations sequence)를 얻었다.

644, 640, 633, 626, 627, 644, 646, 654, 650, 650, 651, 655, 651, 655,
674, 686, 694, 695, 700, 700, 706, 714, 716, 717, 715.

이 경우, "連의 갯수가 너무 적다."라는 對立假說(H_1)에 對하여, "이 工程의 變動은 無作爲的이다."라는 歸無假說 (H_0)를 有意水準 $\alpha=0.05$로 檢定하여라.

〈例 解〉 위 觀察系列에서 差符號을 求하면 길이 $n=24$인 差符號系列을 얻는다.
그런데, 〈Fig. 11〉에서 9順位 零은 (—)符號와 (+)符號 사이에 있으므로 (+)또는 (—)로 代置하여도 連의 총갯수 γ는 不變이다. 다시 말해서, 第9回 觀察値와 第10回 觀察値가

一致하므로서 結果된 零으로, 이와 같은 同値를 "tie"라 하고, 이경우와 같이 γ에 相關이 없어 **論議**의 對象이 되지 않는 同値를 "non-critical tie"라 한다.

觀察順位;	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
									↓										↓					
signs seq;	−	−	−	+	+	+	+	−	0	+	+	−	+	+	+	+	+	+	0	+	+	+	+	−

〈Fig. 11〉. difference signs sequence

이에 反하여, 第19順位 零은 두 同符號 사이에 介入되어 있어, 例컨대, 이것을 (+)로 看做하면 γ에 無關하고, (−)로 代置하여 보면 γ가 2만큼 增加한다. 이와같이 隣接한 두 觀察値들의 一致가 論議의 餘地을 주는 同値를 "critical tie"라 한다.

즉 주어진 符號系列에 관하여 第2의 零을 (+)로 代置하면, 連의 총갯수는 $\gamma=7$이고, (−)로 代置하면, $\gamma=9$가 얻어진다.

그러므로 附錄 〈表 2〉에서 $n=25$일 때,

$P(\gamma\leqq 9)=0.003$ 및 $P(\gamma\leqq 7)=0.000$(小數點 以下 3位)이다. 그러므로, 假說(H_0)은 棄却된다. ($\alpha=0.05$)

《檢定方式 B》 이 檢定方式은 〈檢定方式 A〉와 同一한 零假說 (H_0)를 다른 對立假說 (H_1): "最長의 上向式連(또는 下向式連)이 지나치게 길다."에 對하여 檢定하는 方式을 말한다.

相異한 n개의 數字들의 任意配列(random arrangement)에 관하여, 差符號系列에 存在하는 上向式連 또는 下向式連의 길이 L이 整數 s보다 크거나 같거나 할 確率은 〈定理 2〉의 公式 (3)式으로 얻어진다.

《事 例 4》 위 〈事例硏究 3〉의 差符號系列中 처음 19개의 部分系列을 擇하여 第2번째 零을 (−)로 代置하고 이系列의 無作爲性을 檢定하라.

〈例 解〉 $n=20$ 경우로 $s=6$이므로 〈Olmsteads table 5〉에 의하여 $P(\gamma.\ (\geqq 6))=0.049$를 얻는다. ([1]의 pp.24—33 참고)

따라서, $n=20$인 observations sequenece 中에 길이 6 以上인 (+)連 또는 (−)連이 들어있을 確率이 $P=0.049$ (<0.05)이므로 歸無假說 (H_0)를 有意水準 $\alpha=0.05$로 기각한다[1].

特히 (+)連 또는 (−)連 中 어느 하나를 觀察할 경우, 확률수준은 $P=0.002455$로 해야 한다.

《事 例 5》 크기 n=36인 符號系列(signs sequence)중에 (+)連과 (−)連이 각각 $n_1=18$, $n_2=18$개씩 있고, 連의 총갯수가 $\gamma=12$였다면, 이 系列의 無作爲性을 認定할 수 있는가?

〈例 解〉 附錄〈表 1〉에서 連의 갯수 γ의 (兩側檢定을 위한 有意水準 $\alpha=0.05$인) 臨界値

1) 〈定理 2〉 공식 (3)에 $n=20$, $s=6$을 代入하면, $P(\gamma.\ (\geqq 66))=0.00499$를 얻는다.

를 읽으면 $\gamma_1=13$, $\gamma_2=24$를 얻는다.

그러므로 無作爲性에 관한 假說은 棄却된다. ($\alpha=0.05$)

그런데, 〈事例 2〉의 경우 공식 (16)식에 의하여 u값을 求하면,

$$u=(24\times7-2\times9\times15)\sqrt{24}/2\times9\times15$$
$$\fallingdotseq-1.850.\ (>-1.96)$$

이므로 有意水準〔$\alpha=0.05$일 경우〕系列의 無作爲性에 關한 假說은 採擇되고, 따라서 〈例解〉와 相反된 結果를 얻는다.

그러나, 〈事例 5〉의 경우 u 값을 計算하면,

$$u=(36\times12-2\times18^2)\ \sqrt{36}/(2\times18^2)$$
$$=-2(<-1.96).$$

이므로, 系列의 無作爲性은 有意水準 $\alpha=0.05$로 棄却되며, 〈例解〉와 一致된 結果를 얻는다. 그러므로, 이들 結果는 바로 n_1, n_2가 클 경우 (n_1, $n_2\geqq10$인 경우) (9)식이 주는 連의 총 갯수 γ에 관한 兩側檢定을 위한 臨界値 γ_1, γ_2가 意味가 있다는 것을 暗示해준다.

Ⅳ. 提　言

本 硏究는 生產管理에 있어서 統計的品質管理에 關한 硏究로 管理圖를 바르게 判讀하고 利用하게끔 도움을 주고자하는데 첫째 目的이 있고, 둘째로 非母數統計檢定(non-parametric statistical test) 中 連의 理論을 適用하여 工程의 無作爲性(randomness)를 檢定해주므로서 管理圖利用上의 效率을 極大化하자는데, 다른 또 하나의 重要한 目標가 있다. 特히 Ⅲ의 a), b), c) 및 d)項에서 工程異常으로 反影되는 管理圖의 類型中 몇개의 패턴을 들고 있으나 이들이 全部가 아니고, 또 實際로 그 類型을 일일히 보아 判讀하기는 基準이 不分明하므로, 〈基準 2〉의 경우, Ⅲ의 (2)에서 紹介한 檢定方式 (A) 및 (B)를 適用하여 工程의 無作爲性을 檢定한 것이 完全하고도 效果的인 方法이라고 생각된다.

그러나, 本 硏究以外에도 管理圖를 判讀하는 方法에 關한 다른 각도에서의 試圖가 있을 줄로 생각되며, 그에 對하여는 追後의 硏究로 미룰 것을 期約한다.

附 錄

〈表 1〉 連의 限界表(α=0.05) (n_1, n_2 중 큰 수)

(n_1, n_2 중 작은 수)	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
2								2 6	2 6	2 6	2 6	2 6	2 6	2 6	2 6	2 6													
3		2 8	2 8	2 8	2 8	2 8	2 8	2 8	2 8	2 8	3 8	3 8	3 8	3 8	3 8	3 8													
4	2 9	2 9	2 10	3 10	3 10	3 10	3 10	3 10	3 10	3 10	3 10	4 10	4 10	4 10	4 10	4 10													
5	2 10	3 10	3 11	3 11	3 12	3 12	4 12	4 12	4 12	4 12	4 12	4 12	4 12	5 12	5 12	5 12													
6		3 11	3 12	3 12	4 13	4 13	4 13	4 13	5 14	5 14	5 14	5 14	5 14	5 14	6 14	6 14													
7			3 13	4 13	4 14	5 14	5 14	5 14	5 15	5 15	6 15	6 16	6 16	6 16	6 16	6 16													
8				4 14	5 14	5 15	5 15	6 16	6 16	6 16	6 16	6 17	7 17	7 17	7 17	7 17													
9					5 15	5 16	6 16	6 16	6 17	7 17	7 18	7 18	7 18	8 18	8 18	8 18													
10						6 15	6 15	7 16	7 16	7 17	8 17	8 18	8 18	9 18	9 18	9 19	9 19	9 19	10 19	10 19	10 20	10 20	10 20	11 20	11 20	11 20	11 20	11 20	11 20
11							7 16	7 17	8 17	8 18	8 18	9 18	9 19	9 19	10 19	10 20	10 20	10 20	11 20	11 21	11 21	11 21	11 21	11 21	12 21	12 22	12 22	12 22	12 22
12								8 17	8 18	8 18	9 19	9 19	9 20	10 20	10 20	10 21	11 21	11 21	11 21	11 22	11 22	12 22	12 22	12 23	12 23	12 23	13 23	13 23	13 23
13									9 18	9 19	9 20	10 20	10 21	10 21	11 21	11 22	11 22	11 22	12 23	12 23	12 23	12 23	13 23	13 24	13 24	13 24	13 24	14 24	14 25
14										9 20	10 20	10 21	10 21	11 22	11 22	11 23	12 23	12 23	12 24	13 24	13 24	13 24	13 25	14 25	14 25	14 25	14 25	14 26	15 26
15											10 21	11 21	11 22	11 22	12 23	12 23	12 24	13 24	13 24	13 25	13 25	14 25	14 26	14 26	14 26	15 26	15 27	15 27	15 27
16												11 22	11 23	12 23	12 24	12 24	13 25	13 25	13 25	14 26	14 26	14 26	15 27	15 27	15 27	15 27	16 28	16 28	16 28
17													12 23	12 24	13 24	13 25	13 25	14 26	14 26	14 26	15 27	15 27	15 28	15 28	16 28	16 28	16 29	16 29	17 29
18														13 24	13 25	13 25	14 26	14 26	15 27	15 27	15 28	15 28	16 28	16 29	16 29	17 29	17 30	17 30	17 30
19															13 26	14 26	14 27	15 27	15 28	15 28	16 28	16 29	16 29	17 30	17 30	17 30	18 31	18 31	18 31
20																14 27	17 27	15 28	16 28	16 29	16 29	17 20	17 30	17 30	18 31	18 31	18 31	18 32	19 32
21																	15 28	16 28	16 29	16 29	17 30	17 30	17 31	18 31	18 32	18 32	19 32	19 33	19 33
22																		16 29	16 30	17 30	17 31	18 31	18 32	18 32	19 32	19 33	19 33	20 34	20 34
23																			17 30	17 31	18 31	18 32	18 32	19 33	19 33	20 34	20 34	20 34	21 35
24																				18 31	18 32	19 32	19 33	19 33	20 34	20 34	20 35	21 35	21 36
25																					19 32	19 33	19 34	20 34	20 35	21 35	21 35	21 36	22 36
26																						19 34	20 34	20 35	21 35	21 36	21 36	22 37	22 37
27																							20 35	21 35	21 36	22 36	22 37	22 37	23 38
28																								21 36	22 36	22 37	23 38	23 38	23 38
29																									22 37	22 38	23 38	23 39	24 39
30																										23 38	23 39	24 39	24 40

附錄〈表 2〉 ($\gamma \leqq \gamma'$)의 確率分布表

Number of runs γ'	Number of observations n 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	....	1.000	.3333	.0883	.0167	.0028	.0004	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2	....	....	1.0000	.5888	.2500	.0861	.0250	.0063	.0014	.0003	.0001	.0002
3	....	....	....	1.0000	.7333	.4139	.1909	.0749	.0252	.0079	.0022	.0005
4	....	....	....	....	1.0000	.8306	.5583	.3124	.1500	.0633	.0239	.0080
5	....	....	....	....	....	1.0000	.8921	.6750	.4327	.2427	.1193	.0520
6	....	....	....	....	....	....	1.0000	.9313	.7653	.5476	.3438	.1918
7	....	....	....	....	....	....	....	1.0000	.9563	.8329	.6460	.4453
8	....	....	....	....	....	....	....	....	1.0000	.9722	.8823	.7280
9	....	....	....	....	....	....	....	....	....	1.0000	.9823	.9179
10	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	1.0000	.9887
11	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	1.0000
12	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
13	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
14	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
15	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
16	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
17	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
18	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
19	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
20	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
21	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
22	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
23	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
24	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
.0026	.0007	.0002	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
.0213	.0079	.0027	.0009	.0003	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
.0964	.0441	.0186	.0072	.0026	.0009	.0003	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
.2749	.1534	.0782	.0367	.0160	.0065	.0025	.0009	.0003	.0001	.0000	.0000	.0000
.5413	.3633	.2216	.1238	.0638	.0306	.0137	.0058	.0023	.0009	.0003	.0001	.0000
.7942	.6278	.4520	.2975	.1799	.1006	.0523	.0255	.0117	.0050	.0021	.0008	.0003
.9432	.8464	.7030	.5369	.3770	.2443	.1467	.0821	.0431	.0213	.0099	.0044	.0018
.9928	.9609	.8866	.7665	.6150	.4568	.3144	.2012	.1202	.0674	.0356	.0177	.0084
1.0000	.9954	.9733	.9172	.8188	.6848	.5337	.3873	.2622	.1661	.0988	.0554	.0294
....	1.0000	.9971	.9818	.9400	.8611	.7454	.6055	.4603	.3276	.2188	.1374	.0815
....	....	1.0000	.9981	.9877	.9569	.8945	.7969	.6707	.5312	.3953	.2768	.1827
....	....	....	1.0000	.9988	.9917	.9692	.9207	.8398	.7286	.5980	.4631	.3384
....	....	....	....	1.0000	.9992	.9944	.9782	.9404	.8749	.7789	.6595	.5292
....	....	....	....	....	1.0000	.9995	.9962	.9846	.9563	.9032	.8217	.7148
....	....	....	....	....	....	1.0000	.9997	.9975	.9892	.9679	.9258	.8577
....	....	....	....	....	....	....	1.0000	.9998	.9983	.9924	.9765	.9436
....	....	....	....	....	....	....	....	1.0000	.9999	.9989	.9947	.9830
....	....	....	....	....	....	....	....	....	1.0000	.9999	.9993	.9963
....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	1.0000	1.0000	.9995
....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	1.0000	1.0000
....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	1.0000

參 考 文 獻

〔1〕 Olmstead, P., "Distribution of Sample Arrangement for Run up and down," *Annal of Mathematical Statistics*, 17(1964), pp.24—33.

〔2〕 Bradley, James V., *Distribution-free Statistical Tests*, Englewood Cliff, N.J.: Prentice Hall, Inc., 1968, pp.271—282.

〔3〕 福田治郎, 應用統計入門, 日刊工業新聞社, (東京, 1973) pp. 390—399.

〔4〕 具滋興, 統計的 品質管理의 理論과 技法의 硏究, 東大論文集 第14輯.

〔5〕 草場郁郞, 品質管理의 實務, 日本規格協會, (東京, 1974) pp.83—86.

SUMMARY

A Study on the Theory of SQC and Techniques for Industrial Mass-production

Methods of Cipher for the SQC-charts by the Non-parametric Run Test

Ja Heung Koo*

The first aim of this study is to provide QC engineers with the right method of cipher of SQC-charts and to help learn how to analyse SQC-charts.

The second aim is to maximize the utility of SQC-charts by introducing some Distribution-free Ststistical Tests which is expected to provide some methods of test for null hypotheses (H_0) concerning the randomness of manufacturing processes.

* Associate Professor of Statistics, Dongguk University. This research is supported financially by a grant of the Korean Traders Scholarship Foundation.