論 文

船體固有橫振動解析에 있어서의 計算精度

金 極 天*·李 昊 燮**

On the Accuracy of Calculation in the Analysis of Natural Transverse Vibrations of a Ship's Hull

by

K.C. Kim,* H.S. Lee**

Abstract

Using the computer programs for calculation of natural vibrations of a ship's hull developed by the authors et al., an investigation into influences of various parameters on the accuracy of calculation was done through example calculations of a 30,000 DWT petroleum products carrier M/S *Sweet Brier* built by Korea Shipbuilding and Engineering Corporation.

The methodical principles employed for the computer program development are as follows; (a) the ship system is reduced to an equivalent discrete elements system conforming to Myklestad-Prohl model, (b) the problem formulation is of transfer matrix method, and (c) to obtain solutions an extended Gümbel's initial value method is introduced.

The scope of the investigation is influences of number of discrete elements, choice of significant system parameters such as rotary inertia, bending stiffness and shear stiffness, and simplification of distributions of added mass and stiffness as trapezoidal ones referred to those of midship section on the calculation accuracy.

From the investigation the followings are found out;

(1) To obtain good results for the modes up to the seven-noded thirty or more divisions of the hull is desirable. For fundamental mode fifteen divisions may give fairly good results.

(2) The influence of rotary intertia is negligibly small at least for the modes up to the 5- or 6- noded.

(3) In the case of assuming either bending modes or shear modes the calculation results in considerably higher frequencies as compared with those based on Timoshenko beam theory. However, the calculation based on the slender beam theory surprisingly gives frequencies within 10% error for fundamental modes.

(4) It is proved that to simplify distributions of added mass and stiffness as trapezoidal ones referred to those of midship section is a promising approach for the prediction of natural frequencies at preliminary design stage; provided good accumulation of data from similar type ships, we may expect to obtain natural frequencies within 5% error.

接受日字, 1976年 3月 5日

* 正會員, 서울大學校 工科大學

** 正會員, 蔚山工科大學

1. 序 論

船體振動解析의 理論的 바탕은 Timoshenko 보에 대한 振動論인데, 兩端自由인 Timoshenko 보의 固有橫振動에 대한 運動方程式 및 境界條件은 Hamilton의 原理를 이용하여 쉽게 導出할 수 있다. 即, 다음과 같은 境界値問題로 定式化된다〔例로서 1〕*.

運動方程式 :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{KGA\left(\frac{\partial y}{\partial x}-\frac{\partial y_B}{\partial x}\right)\right\}-m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(EI\frac{\partial^2 y_B}{\partial x^2}\right)+KGA\left(\frac{\partial y}{\partial x}-\frac{\partial y_B}{\partial x}\right)-I_{mz}'\frac{\partial^3 y_B}{\partial t^2\partial x}=0 \qquad (2)$$

境界條件 :

$$EI\frac{\partial^2 y_B}{\partial x^2}\Big|_{\substack{x=0,\\ x=L}}=0 \qquad (3)$$

$$KGA\left(\frac{\partial y}{\partial x}-\frac{\partial y_B}{\partial x}\right)\Big|_{\substack{x=0,\\ x=L}}=0 \qquad (4)$$

단, x : 길이 L인 보의 길이 방향의 座標, y : 전체橫變位, y_B : y에 대한 굽힘으로 인한 기여분, m: 單位長當質量, I_{mz}': 質量重心을 통과하되 中性軸에 平行인 軸에 대한 單位 長當質量慣性 모우멘트, EI: 굽힘剛性 KGA: 剪斷剛性이다.

그런데, 質量分布 및 剛性分布가 船體와 같이 심히 不均一한 경우에 상기 境界値問題의 엄밀해를 구하는 일이 매우 곤란하므로 近似解法에 의존할 수 밖에 없게 된다. 不均一連續系의 振動解析에 汎用되는 近似解法을 두가지 類型으로 分類할 수 있다. 어느 것이나 連續系를 有限 n 自由度系로 취급하되, 하나는 解를 運動方程式과 境界條件式중 어느 한 쪽만을 만족하는 어떤 旣知函數에 未定係數를 곱한 項들로 구성된 有限級數 꼴로 假定하는 方法이고, 다른 하나는 等價集中質量系로 置換하는 方法이다.

高速電算機 사용을 전제로 하는 경우라면 自由度를 충분히 크게 취할 수 있어 集中質量系로 치환하는 方法이 용이하다. 이 方法에서는 n個의 要素로 分割하여 가지고, 質量은 선택된 점(station)들에 集中質量으로 分布시키고, 인접한 두 station간의 要素(field)는 質量이 없고 剛性만을 갖는 彈性線分으로 看做한다. 이와 같이 치환된 集中質量系에 대해서 보要素의 振動特性値 評價方法에 Rayleigh model, Duncan model, Myklestad-Prohl model 등이 있고, field의 剛性評價方法에 均一剛性으로 假定하는 段階的 方法과 그와같은 假定을 하지 않는 影響係數方法등이 있다.

上記 여러가지 方法은 어디까지나 計算精度向上을 위하여 考案된 것인데, 自由度 n을 충분히 크게 취한다면 실질적으로 별 차이가 없다. 著者등은 科學技術處 支援事業으로 船體振動解析電算프로그램을 作成하여 發表한 바 있다〔2〕. 그 電算프로그램 作成에는, 美海軍省 硏究所에서 Adams등〔3〕이 시작한 이래로 電算機에 의한 計算에 가장 흔히 採用되어오고 있는 Myklestad-Prohl model에 의한 段階的 方法을 採用하되 問題의 定式化에 傳達매트릭스를 도입하고 解法을 위한 計算運用에 Csupor〔4〕가 提案한 未定係數를 도입하는 Gümbel의 初期値法이 이용되었다.

本 硏究에서는 上記 電算프로그램을 사용하여 船體固有橫振動解析에 있어서 (1)船體分割要素數, (2)廻轉慣性의 算入與否, (3)굽힘剛性, 剪斷剛性의 選別과 船體가 plate-box girder임을 고려한 剛性修正係數 導入與否, (4)附加質量分布 및 剛性分布의 사다리꼴 近似 등이 計算精度에 미치는 影響을 30,000 DWT 精油輸送船에 대한 計算例를 通하여 檢證하였다. 上記中 특히 (4)項은 船舶設計 初期段階에서의 固有振動數 推定을 위한 하나의 簡略方法을 模索하고저 行하여졌음을 附言해 둔다.

2. 集中質量系置換

Fig. 1에서 보는 바와 같이, 船體를 移動座標 s에 의하여 여러개의 斷面要素로 분할한다. 이 경우 한 단면요소의 慣性係數 m_i, $(I_{mz}')_i$ 는

$$m_i=\int_0^{si} m\,ds,\quad (I_{mz}')_i=\int_0^{si} I_{mz}'\,ds \qquad (1)$$

이며, 이와 같은 特性値를 가지는 圓板이 해당 단면요소의 質量中心에 위치하며, 質量은 없고 剛性만 가지는 彈性直線위에 수직하게 不連續的으로 分布하는 것으로 간주한다. 이와 같은 系가 변형되면 각 圓板에 有限크기의 動的힘과 모우멘트는 발생하나 부가적 外力은 없기 때문에, 어느 한 圓板에 대한 힘과 모우멘트를 알면 인접한 圓板의 相對變位 및 相對廻轉角은 두 圓板을 연결하는 彈性線分길이 h와, 굽힘剛性 C_1, 剪斷剛性 C_2의 도움으로 계산할 수 있다.

i-圓板의 橫方向變位와 廻轉運動으로 인한 慣性力은 圓振動數 ω인 特定 固有振動形에 대하여

$$\Delta Q_i=\omega^2 m_i y_i \qquad (2)$$

$$\Delta M_i=\omega^2 (I_{mz}')_i\, y'_{Bi} \qquad (3)$$

단, $y'_{Bi}=\dfrac{dy_B}{dx}$

* 本文末尾에 소개한 參考文獻의 번호임.

따라서, $k=i+1$ 번째 圓板에 대해서는

$$Q_k=Q_i+\Delta Q_i \tag{4}$$

$$M_k=(M_i+\Delta M_i)+Q_k h_k=M_{ck}+Q_k h_k \tag{5}$$

剪斷力은 h_i 區間內에서 일정크기 Q_i이다가 그 구간의 끝 즉, i-圓板 위치에서 갑자기 ΔQ_i만큼 증가하여 다시 h_k 區間에서는 일정크기 $(Q_i+\Delta Q_i)$인 것으로 생각한다. h_k 區間에서의 굽힘 모우멘트는 일정크기인 M_{ck}와 i-圓板 위치로부터 k-圓板위치에 이르는 사이에 0에서 $Q_k h_k$까지 직선적으로 증가하는 增分의 合이다. 이렇게 하여 Q_k와 M_k를 알면 h_k 區間의 剛性係數의 도움으로 k-圓板의 i-圓板에 대한 橫方向의 相對變位 및 相對 廻轉角을 알 수 있다.

인접한 두 圓板에 대해서 彈性線分의 相對的 橫方向變位를 f, 圓板廻轉角을 α로 표시하자. 굽힘과 剪斷의 구분은 각기 下部添字 B 및 Q로 표시한다. 船體의 분할을 한 彈性線分의 剛性이 일정 크기가 되도록 한다면 剛性은 같은 구간에서 일정크기일 것이다. 한편, 剪斷처짐은 圓板의 廻轉을 수반하지 않음을 유의해야 한다. 위와같은 전제하에 i, k 圓板사이의 彈性線分 h_k에 대하여 剛性影響係數들을 정의하면 다음과 같다.

剪斷力 Q_k로 인한 相對的 처짐 變位에 대하여

$$K_{BQk}=\frac{3C_{1k}}{h_k^3}=\frac{Q_k}{f_{BQk}} \tag{6}$$

剪斷力 Q_k로 인한 圓板의 相對的 廻轉에 대하여

$$K'_{BQk}=\frac{2C_{1k}}{h_k^2}=\frac{Q_k}{\alpha_{BQk}} \tag{7}$$

일정크기의 모우멘트 M_{ck}로 인한 相對的 처짐變位에 대하여

$$K_{BMk}=\frac{2C_{1k}}{h_k^2}=\frac{M_{ck}}{f_{BMk}} \tag{8}$$

일정크기의 모우멘트 M_{ck}로 인한 圓板의 相對的 廻轉에 대하여

$$K'_{BMk}=\frac{C_{1k}}{h_k}=\frac{M_{ck}}{\alpha_{BMk}} \tag{9}$$

剪斷力 Q_k로 인한 相對的 剪斷처짐에 대하여

$$K_{QQk}=\frac{C_{2k}}{h_k}=\frac{Q_k}{f_{QQk}} \tag{10}$$

그러므로 i-圓板과 k-圓板간의 相對的 橫方向變位 및 廻轉角의 크기는 다음과 같이 表示된다.

$$f_k=f_{BQk}+f_{QQk}+f_{BMk}$$

$$=\frac{Q_k}{K_{BQk}}+\frac{Q_k}{K_{QQk}}+\frac{M_{ck}}{K_{BMk}} \tag{11}$$

$$\alpha_k=\alpha_{BQk}+\alpha_{BMk}=\frac{Q_k}{K'_{BQk}}+\frac{M_{ck}}{K'_{BMk}} \tag{12}$$

i-圓板의 좌측보의 변형을 알고 있다고 가정하자. i-圓板과 k-圓板의 相對變位를 알 수 있으면 k-圓板의 絶對變位는 Fig. 1의 마지막 그림에서 보는 바와 같이 변형된 k-區間에 i-圓板의 境界條件을 적용함으로서 구해진다. 즉,

$$y_k=y_i-f_k-h_k y'_{Bk} \tag{13}$$

$$y'_{Bk}=y'_{Bi}-\alpha_k \tag{14}$$

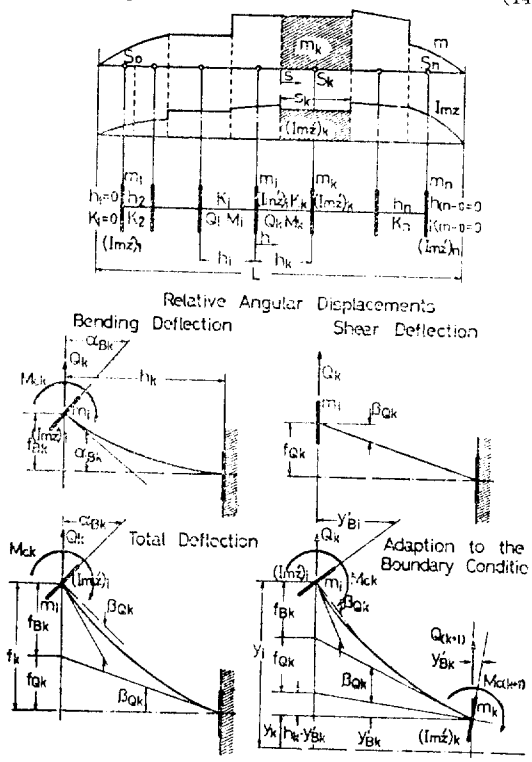


Fig. 1. Approximate system of discrete elements for transverse vibration.

3. 傳達매트릭스에 의한 定式化 및 計算方法

第2節에서 기술했던 式들을 이용하여, $k(=i+1)$ 圓板위치에서의 變位 및 荷重들을 i-圓板위치에서의 값들로 부터 계산하면 다음과 같다.

$$y_k=\left[1-\omega^2 m_i\left(\frac{h_k}{C_{2k}}-\frac{h_k^3}{6C_{1k}}\right)\right]y_i-\left[h_k-\omega^2\cdot(I_{mz}')_i\frac{h_k^2}{2C_{1k}}\right]y'_{Bi}-\left[\frac{h_k}{C_{2k}}-\frac{h_k^3}{6C_{1k}}\right]Q_i+\left[\frac{h_k^2}{2C_{1k}}\right]M_{Bi} \tag{15}$$

$$y'_{Bk}=-\left[\omega^2 m_i\frac{h_k^2}{2C_{1k}}\right]y_i+\left[1-\omega^2(I_{mz}')_i\cdot\frac{h_k}{C_{1k}}\right]y'_{Bi}-\left[\frac{h_k^2}{2C_{1k}}\right]Q-\left[\frac{h_k}{C_{1k}}\right]M_{Bi} \tag{16}$$

$$Q_k=[\omega^2 m_i]\,y_i+Q_i \tag{17}$$

$$M_{Bk}=[\omega^2 m_i h_k]\,y_i+[\omega^2(I_{mz}')_i]\,y'_{Bi}+[h_k]Q_i+M_{Bi} \tag{18}$$

이제 傳達매트릭스 개념을 도입하자. 먼저 state vector를

$$Y=\begin{pmatrix} y \\ y'_B \\ Q \\ M_B \end{pmatrix} \tag{19}$$

로 정의하면 k-station의 state vector Y_k는 i-station의 state vector Y_i로 부터 傳達매트릭스 A_k를 사용하여

$$Y_k=A_kY_i \tag{20}$$

에 의해 결정된다. 그런데 傳達매트릭스 A_k는 i-station의 station transfer matrix

$$S_i=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \omega^2 m_i & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \omega^2(I_{mz}')_i & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

를 k-彈性線分의 field transfer matrix

$$F_k=\begin{pmatrix} 1 & -h_k & -\left(\frac{h_k}{C_{2k}}-\frac{h_k^3}{6C_{1k}}\right) & \frac{h_k^2}{2C_{1k}} \\ 0 & 1 & -\frac{h_k^2}{2C_{1k}} & -\frac{h_k}{C_{1k}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & h_k & 1 \end{pmatrix}$$

에 後乘한 것, 즉

$$A_k=F_kS_i$$

에 의하여 정의되므로

$$A_k=\begin{pmatrix} 1-\omega^2 m_i\left(\frac{h_k}{C_{2k}}-\frac{h_k^3}{6C_{1k}}\right), & -h_k+\omega^2(I_{mz}')_i, & \cdot\frac{h_k^2}{2C_{1k}}, & -\frac{h_k}{C_{2k}}+\frac{h_k^3}{6C_{1k}}, & \frac{h_k^2}{2C_{1k}} \\ -\omega^2 m_i\frac{h_k^2}{2C_{1k}}, & 1-\omega^2(I_{mz}')_i, & \cdot\frac{h_k}{C_{1k}}, & -\frac{h_k^2}{2C_{1k}}, & -\frac{h_k}{C_{1k}} \\ \omega^2 m_i, & 0, & 1, & 0 \\ \omega^2 m_i h_k, & \omega^2(I_{mz}')_i, & h_k, & 1 \end{pmatrix} \tag{21}$$

(21)은 (15), (16), (17) 및 (18)과 (20)을 직접적으로 견주어서 구할 수도 있다.

船體의 左端으로 부터 시작하여 차례차례로 右端으로 計算을 移行하여 나가면 k-圓板위치의 state vector는

$$Y_k=A_kA_{k-1}\cdots\cdots A_3A_2Y_1=\Gamma_kY_1 \tag{22}$$

에 의해 구해진다.

A_k의 마지막 매트릭스 A_{n+1}은 $h_{n+1}\to 0$이므로 F_{n+1}이 單位 매트릭스가 되어

$$A_{n+1}=F_{n+1}S_n=IS_n=S_n$$

즉, m_n 質點部에 대한 station transfer matrix와 같아진다. 즉,

$$A_{n+1}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \omega^2 m_n & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \omega^2(I_{mz}')_n & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{23}$$

따라서

$$\left.\begin{aligned} y_{(n+1)}&=y_n \\ y'_{B(n+1)}&=y'_{Bn} \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

$$\left.\begin{aligned} Q_{(n+1)}&=Q_n+\omega^2 m_n y_n \\ M_{B(n+1)}&=M_{Bn}+\omega^2(I_{mz}')_n y'_{Bn} \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

船體固有振動의 兩端에서의 境界條件은 兩端自由이므로

$$(Q)_{\substack{x=0\\ x=L}}=(M_B)_{\substack{x=0\\ x=L}}=0$$

이어야 한다. 그러므로

$$\begin{pmatrix} y \\ y'_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_n=\Gamma_{(n+1)}\begin{pmatrix} y \\ y'_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \tag{26}$$

주어진 固有振動數에 대하여 傳達 매트릭스 A가 결정될 수 있고, 또 이들의 相乘積으로서 $\Gamma_{(n+1)}$을 算定할 수 있다. 즉, $\omega^2=\omega_j^2$에 대해서

$$\Gamma_{(n+1)}=A_{(n+1)}A_nA_{(n-1)}\cdots\cdots A_3A_2$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \omega_j^2 m_n & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \omega_j^2(I_{mz}')_n & 0 & 1 \end{pmatrix}A_nA_{(n-1)}\cdots A_3A_2 \tag{27}$$

을 算定하여

$$\Gamma_{(n+1)}=[\gamma_{ij}] \tag{28}$$

로 놓으면 식 (26)은 同次線形方程式系이므로

$$\left.\begin{aligned} \gamma_{11}y_1+\gamma_{12}y'_{B1}-y_n&=0 \\ \gamma_{21}y_1+\gamma_{22}y'_{B1}-y'_{Bn}&=0 \\ \gamma_{31}y_1+\gamma_{32}y'_{B1}&=0 \\ \gamma_{41}y_1+\gamma_{42}y'_{B1}&=0 \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

(26) 또는 (29)가 有用한 解를 갖기 위해서는

$$D=\begin{vmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & -1 & 0 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & 0 & -1 \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & 0 & 0 \\ \gamma_{41} & \gamma_{42} & 0 & 0 \end{vmatrix}=0 \tag{30}$$

그런데 (30)은

$$d=\begin{vmatrix} \gamma_{31} & \gamma_{32} \\ \gamma_{41} & \gamma_{42} \end{vmatrix}=0 \tag{31}$$

에 의해서 만족된다. (31)은 固有振動數의 實際計算에서 중요한 意義를 갖는다. 즉, 假定한 ω_j^2가 固有圓振動數인가 아닌가를 檢定하는데는 Γ의 처음 두 열만 계산하면 된다.

實際計算에서 ω^2 試算値를 順次的으로 취하여 계산할 때 $\frac{dD}{d\omega}$이 (+)이면 奇數節規準振動形, (−)이면 偶數節規準振動形에 대한 固有圓振動數를 추적중임을 알 수 있다.

固有圓振動數를 찾아낸 후, 規準振動形을 구하기 위해서는

$$\gamma_{31}y_1+\gamma_{32}y'_{B1}=0 \tag{32}$$

또는

$$\gamma_{41}y_1+\gamma_{42}y'_{B1}=0 \tag{33}$$

에 $y_1=1.0$을 代入하여 y'_{B1}을 구하면 k-圓板에서의 state vector는

$$y_k=\Gamma_k\begin{Bmatrix}1\\ y'_B\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}_1 \tag{34}$$

에 의해 算定된다. 그러나 (34)에 의한 획일적 計算에서는 Γ_k의 要素 $(\gamma_{ij})_k$의 값이 k의 增加와 더불어 급격히 增加하게 되므로 誤差가 커진다. 그래서 振動波形의 계산은 항상 state vector Y_k를 구하고자 하는 圓板位置(k-번째)의 바로 直前位置(i-번째)의 state vector Y_i로 부터

$$Y_k=A_kY_i \tag{35}$$

에 의해 算定하는 것이 보다 정확하다.

計算運用을 좀 더 용이하게 하기 위해서는 Csupor[4]가 提案한 未定係數 κ를 도입한 初期値法을 援用하는 것이 좋다. 즉, Y_1의 初期値 $Y_{1\cdot t}$를

$$Y_{1\cdot t}=\begin{Bmatrix}1\\ k_1\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}+\kappa\begin{Bmatrix}0\\ 1\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}=(Y_{1\cdot t})_c+\kappa(Y_{1\cdot t})_\kappa \tag{36}$$

로 취하면, 이에 對應하는 k-圓板의 state vector는

$$\begin{aligned}Y_{k\cdot t}&=(Y_{k\cdot t})_c+\kappa(Y_{k\cdot t})_\kappa\\ &=\Gamma_k\{(Y_{1\cdot t})_c+\kappa(Y_{1\cdot t})_\kappa\}\end{aligned} \tag{37}$$

에 의해 산정된다. 따라서 系의 右端圓板의 state vector는

$$Y_{(n+1)\cdot t}=\Gamma_{(n+1)}\{(Y_{1\cdot t})_c+\kappa(Y_{1\cdot t})_\kappa\} \tag{38}$$

즉,

$$\begin{Bmatrix}y_{(n+1)\cdot t}\\ y'_{B(n+1)\cdot t}\\ Q_{(n+1)\cdot t}\\ M_{B(n+1)\cdot t}\end{Bmatrix}+\kappa\begin{Bmatrix}y_{(n+1)\cdot t}\\ y'_{B(n+1)\cdot t}\\ Q_{(n+1)\cdot t}\\ M_{B(n+1)\cdot t}\end{Bmatrix}_\kappa=\Gamma_{(n+1)}\left\{\begin{Bmatrix}1\\ k_1\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}+\kappa\begin{Bmatrix}0\\ 1\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}\right\} \tag{39}$$

에 의하여 算定되는데, 右端의 境界條件으로부터 다음 條件式이 만족되어야 한다.

즉, 剩餘剪斷力 Q_r과 剩餘모우멘트 M_r이 없어야 한다.

$$\left.\begin{aligned}(Q_{(n+1)\cdot t})_c+\kappa(Q_{(n+1)\cdot t})_\kappa&=Q_{r\cdot t}=0\\ (M_{B(n+1)\cdot t})_c+\kappa(M_{B(n+1)\cdot t})_\kappa&=M_{r\cdot t}=0\end{aligned}\right\} \tag{40}$$

다시 말하여 ω^2 試算値가 固有圓振動數인 경우에 한하여 윗식이 동시에 만족될 수 있고, 그 때 윗식의 각각으로 부터

$$\left.\begin{aligned}\kappa_Q&=-\frac{(Q_{(n+1)\cdot t})_c}{(Q_{(n+1)\cdot t})_\kappa}\\ \kappa_M&=\frac{(M_{B(n+1)\cdot t})_c}{(M_{B(n+1)\cdot t})_\kappa}\end{aligned}\right\} \tag{41}$$

에 의하여 얻어지는 κ_Q와 κ_M은 의당 같은 값이 되어야 할 것이다. 즉,

$$\left.\begin{aligned}\Delta\kappa_M&=(\kappa_M-\kappa_Q)=0\\ \text{또는}\quad \Delta\kappa_Q&=(\kappa_Q-\kappa_M)=0\end{aligned}\right\} \tag{42}$$

(42)는 固有圓振動數를 試算的으로 찾는데 매우 중요한 의의를 갖는다. 첫째 ω^2 試算値가 固有圓振動數인가의 與否를 判別할 수 있을 뿐만 아니라, 둘째 試算値가 固有圓振動數가 아닌 경우 즉, $\Delta\kappa\neq0$인 경우 다음 試算値를 增加시킬 것인가 아니면 減少시킬 것인가를 判別하는데 도움이 된다. 이 둘째번 判別은 Fig. 2와 같이 振動次數에 따라 그 基準이 規則的으로 바뀐다.

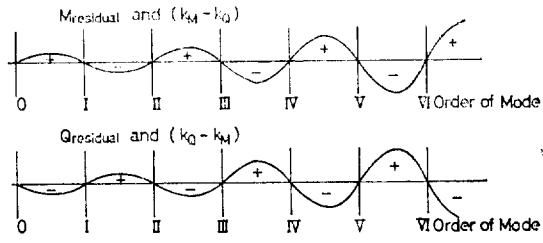


Fig. 2. Plot of residual values against the order of the vibration mode

4. 計 算 例

앞 절의 計算方法에 의거하여 電算프로그램을 작성하고, 序論에서 밝힌 대로 船體의 分割要素數 및 振動特性値들의 選別이 計算精度에 미치는 영향을 考察하기 위하여 3萬 DWT級 精油輸送船(大韓造船公社 實績船, M/V *Sweet Brier*)을 對象으로하여 필요한 일련의

Table 1. Principal particulars of the ship M/V *Sweet Brier* adopted for example calculation

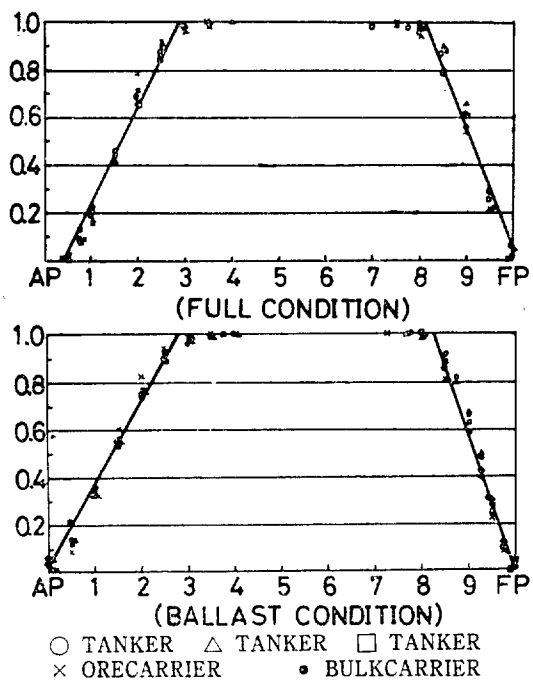
Length O.A.	183.62 m	Net tonnage	14,482 ton
Length B.P.	172.21 m	Center of gravity	
Breadth	25.91 m	KG	9.67 m
Depth	14.33 m	LCG aft amidship	16.05 m
Full draft(summer)	10.979 m	Main engine	
Full displacement	39,458 kt	Diesel, 11,600 bps×124 rpm	
Draft at ballast cond.	6.856 m	Propeller	
Displ. at ballast cond.	23,131 kt	Five blades, (dia.×pitch) 5.750m×4.715m	
Light displacement	8,273 kt	Ship Speed(trial)	16.635 kts
Gross tonnage	19,459.32ton		

Table 2. Calculation Schedule

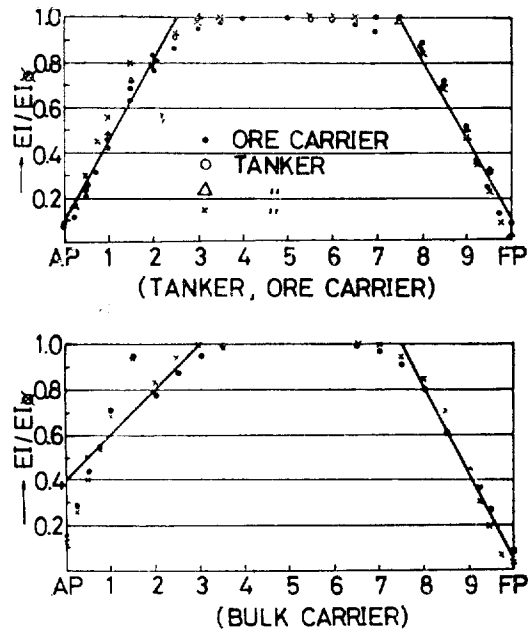
1. Influences of number of segments on the accuracy of calculations, vertical modes, 15, 30, 40 and 60 segments
2. Influences of system parameter selections on the accuracy of calculations, vertical modes, number of segments:30
   1) Neglecting rotary inertia
   2) Shear stiffness → ∞
   3) Shear stiffness → ∞ and neglecting rotary inertia
   4) Bending stiffness → ∞
3. Pure horizontal modes, number of segments : 30
4. Simplified method, vertical and horizontal modes
   1) Number of segments : 30
   2) Neglecting rotary inertia, and assuming trapezoidal distributions for added mass and stiffnesses

계산을 수행하였는데, 이 일련의 계산은 滿載狀態 및 ballast狀態에 있어서의 上下振動과 非連成 水平振動에 대하여 電算組織 IBM 360을 사용하여 계산하였다.

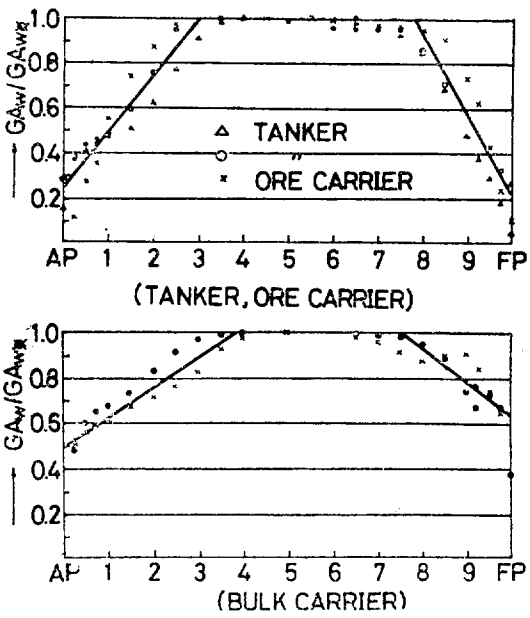
上記 船舶의 主要要目등은 Table 1과 같고, 수행된 일련의 계산은 Table 2에 주어진 schedule에 따랐다.



a) Added mass



b) Bending stiffness



c) Shear stiffness

Fig. 3. Examples of trapezoidal distribution of added mass and stiffness[5]

入力資料들 즉 振動特性値의 算定은 文獻 (2)에 의거하였다. 단, $C_1=\nu EI$의 ν로써는 $\nu=1.0$ 또는 文獻 〔4〕에 의거한 修正値, $C_2=KGA=\mu GAweb$의 μ로서는 $\mu=1.0$ 또는 $\mu=0.78$〔5〕을 채용하였고, 貨物油의 自由表面으로 인한 有效慣性들의 算定을 위하여서는 Kumai〔6〕의 修正係數를 參考하였다.

簡略計算에서 附加質量 및 剛性分布曲線으로서 日本의 Nagasaki 造船所가 排水量 20,000~100,000DWT級 油槽船, 鑛物運搬船 및 撒積貨物船들의 上下振動形에 대한 實値로부터 얻은 사다리꼴 分布曲線 〔5〕 즉, Fig. 3이 이용되었다.

Table 2의 schedule에 따라 계산된 結果들이 Fig 4, 5, 6에 圖示되어 있다.

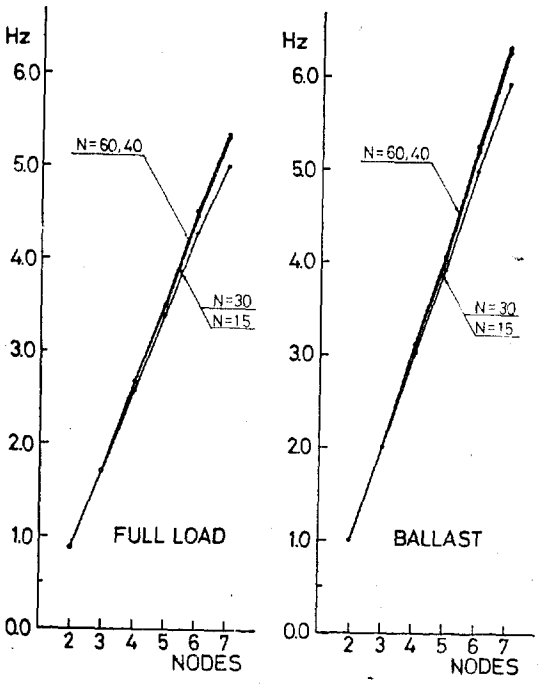


Fig. 4-1. Natural frequency: Vertical vibration

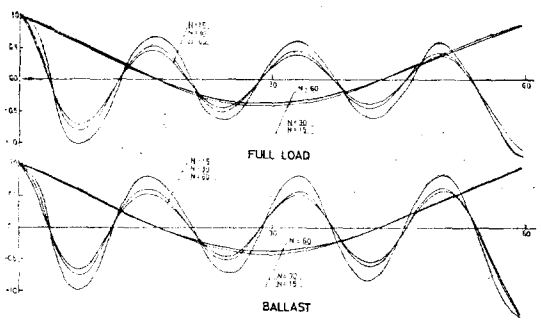


Fig. 4-2. Mode shapes: Vertical vibration

5. 考 察

船體를 等價集中質量系로 置換하여 振動解析을 하는데 있어서, 要素分割數 N을 增加시킬수록 實系에 가까운 結果를 얻을 수 있기는 하나 實際計算上 N을 무작정 크게 할 수는 없다. 그리하여 N의 增加에 따른 ω의 眞値에로의 收斂度를 알아 볼 目的으로, 上下振動에 대하여 N을 15, 30, 40, 60으로 段階的으로 增加시키면서 7節까지의 ω를 計算하여 본 結果가 Fig. 4-1이다. 이 그림에서 보면 2, 3節의 경우 $N=15$로서도 充分하지만, 4節以上에서는 最小 $N=30$이 要望스러움을 알 수 있다. 아울러 N을 倍加하여 $N=60$으로 하여도 精度向上에 별 도움이 못 됨을 留意할 必要가 있다. N의 변화에 따른 規準振動波形은 Fig. 4-2와 같으며 복잡을 피하여 2節과 7節에 대한 것만 圖示하였는데, 전체적으로 振動數의 경우와 마찬가지로 2, 3節에 대하여는 $N=15$로도 만족스럽고 그 以上(적어도 7節까지)에서는 $N=30$으로도 足함이 확인되었다. 그러나 計算例가 中型船이기 때문에 大型船의 경우에 대해서는 아직 疑問이다.

上述한 바를 바탕으로 하여, 振動特性値들의 選別에 따른 영향을 검토하기 위하여서는 一律的으로 $N=30$이 채택되었다. 橫振動解析을 위하여 Timosheko 보 理論을 적용하되 船體는 사실상 plate-box girder임을 고려하여, 剛性係數들의 산정시 修定係數 ν, μ등을 도입한 것이 比較를 위한 基準解析이다. 이에 대하여 앞절의 計算 schedule에서 보듯이 主要振動特性値들을 (1) Imz' 無視, (2) 剪斷振動型($EI\to\infty$)으로 간주하되 ① $C_2=KGA=\mu GAweb$에서 $\mu=1.0$ 또는 ② 基準解析에서와 같이 $\mu=0.78$, (3) 굽힘 振動型($KGA\to\infty$)으로 간주하되 ① Imz' 無視, ν考慮, 또는 ② Euler의 細長보 理論($Imz'=0$, $\nu=1.0$)에 의거하는 경우 등으로 구별 比較하여 보았다. 그 結果는 Fig. 5에 圖示되어 있는 바와 같으며, 다음과 같은 事實을 確認할 수 있었다.

즉, 滿載狀態와 ballast 상태, 共히 7節까지는 Imz' 즉, 廻轉慣性의 영향이 무시해도 좋을 만큼 적으며 굽힘 振動型으로 간주할 경우 2節때는 +10%程度의 誤差에 머무르나 그 以上의 節數에서, 또 剪斷振動型으로 假定하였을 경우에는 全體的으로 眞値보다 매우 큰 값이 算出된다.

本 硏究의 또 하나의 目的은, 系의 特性値의 算定이

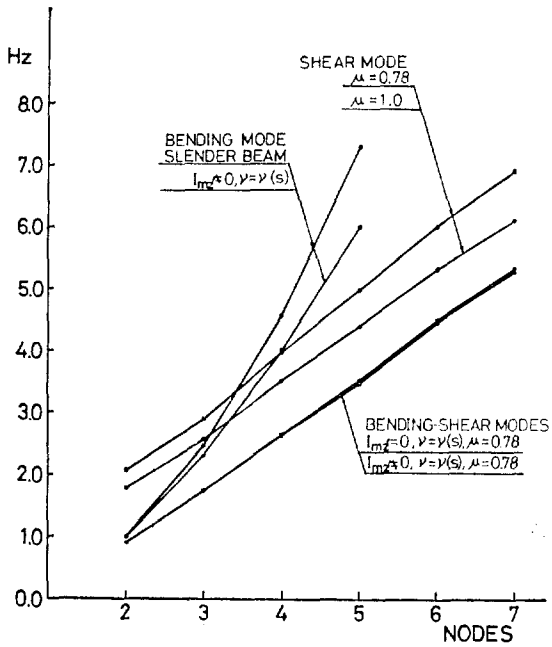


Fig. 5 Natural frequency: Vertical vibration (Full load, $N=30$),

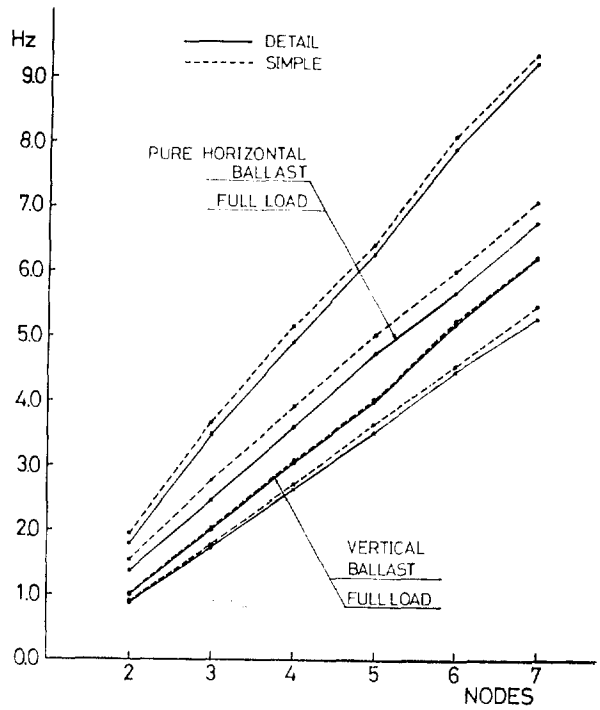


Fig 6-1. Natural frequency

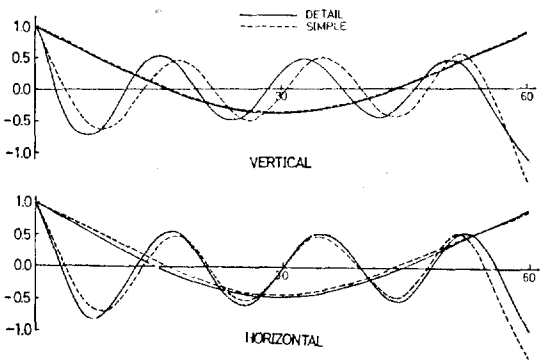


Fig. 6-2 Mode shapes: Full load

매우 복잡하고 까다로움을 고려하여, 船舶設計의 初期段階에서 固有振動數를 손쉽게 推定할 수 있는 方法을 모색하는 일이다. 종래 매우 簡便한 각종 經驗式들이 [例로서 7] 사용되어 왔으나, 최근 船舶의 種類 및 構造方式이 多樣化하고 또 大型化함에 따라 在來의 經驗式들이 그 効用을 잃게 되었다. 그러므로 在來의 近似推定法과는 달리 計算自體는 正統的方法에 따라 수행하되, 系의 振動的 特性値들을 간략하게 다룰 수 있는 方法들이 模索되고 있다. 이 경우 특히 문제되는 것은 質量分布와 剛性分布에 대한 統計的 資料이며, 計算自體는 電子計算機의 利用으로 간단히 처리될 수 있다.

質量分布에 대하여, Imz'는 무시해도 좋음이 확인되었고 배자체의 質量分布는 Biles分布, Prohaska分布 등 신빙성 있는 方法들이 있으므로 결국 附加質量分布만이 남게된다. 그런데 附加質量分布나 剛性分布를 實船에 대하여 구하여 보면 대부분의 경우 사다리꼴에 가까우므로 이들을 사다리꼴 分布로 近似시키는 노력들이 행하여 지고있으며, 이 경우 附加質量, EI, $GAweb$ 등은 中央斷面에 대한 값만을 구하면 된다.

Fig. 3의 分布曲線을 이용하여 簡略計算한 결과를 精密計算結果와 對比한 것이 Fig. 6이다.

이로부터 上下振動의 경우 固有振動數는 精密計算에 比하여 상당히 좋은 初期推定値를 주고 있으며, 다만 振動波形은 2,3節에서는 쓸만하나, 그 以上에서는 곤란하다. 水平振動의 경우 上下振動의 경우보다는 精度가 좋지 못한데 이는 原來 Fig. 3의 資料가 上下振動에 대한 것이었음을 留意할 必要가 있다. 그러나 上下振動에 대한 이 資料가 水平振動의 初期推定을 위해서도 有効하다고 판단되며, 水平振動에 대해서도 이러한 資

料가 마련되어있다면, 上下振動에 필적할만큼 좋은 推定値를 얻을 수 있으리라고 기대된다. 上下, 水平 兩者 共히 振動波形은 3節이상에서는 바람직하지 못하나 初期設計時 우선 필요로 하는 것은 固有振動數임을 감안하면 以上과 같은 결과는 設計的 目的에 매우 유익하리라고 생각된다.

6. 結 論

本 硏究를 통하여 다음과 같은 結論을 얻을 수 있다.

(1) 船體固有振動의 解析에 있어서 實系를 集中質量系로 置換하여 다루는 경우 中型船까지는 船體의 要素分割數 30이면 足하고, 특히 2,3節 振動만을 취급한다면 分割數 15로도 足하다.

(2) 實際計算時 分割要素의 廻轉慣性을 考慮하지 않아도 6~7節振動形까지는 誤差가 무시할 만큼 적다.

(3) 2節 振動만 計算한다면 細長보의 振動理論을 바탕으로하여도 誤差 +10% 範圍內의 값을 얻을 수 있다.

(4) 船舶의 크기 및 종류별로 附加質量分布와 剛性分布의 資料들을 많이 수집하여 사다리꼴 分布曲線을 마련해 두면, 設計初期에 高次까지의 固有振動數를 좋은 精度로 간편하게 推定할 수 있다.
따라서 設計者들은 이러한 資料蒐集에 힘을 기울일 필요가 있다.

(5) 中型船에 대한 固有振動數의 初期推定은 Fig. 3의 사다리꼴 分布曲線들을 기초로 하고 報文[2]의 電算프로그램을 써서 7~8節까지를 上下振動에 대하여 誤差 5% 內外, 水平振動에 대하여서 誤差 10% 內外의 값을 손쉽게 구할 수 있다.

謝 辭

이 硏究를 위하여, 1975年度 科學技術處 産學共同硏究開發事業의 하나인 船體振動解析電算프로그램 개발을 위한 연구에 대한 硏究費의 일부가 사용되었다.

이 機會에 硏究費 支援을 하여준 科學技術處 및 大韓造船公社에 甚深한 感謝를 드린다.

아울러 그간 電算入力資料의 마련, 圖表의 정리 등을 도와준 서울大學校 大學院生 丁泰榮, 金在承 兩君의 勞苦에 謝意를 表한다.

參 考 文 獻

(1) L. Meirovitch, *Analytical Methods in Vibration*, Collier-Macmillan, London, 1967.

(2) 金極天외, "船體振動解析電算프로그램 개발을 위한 연구", 科學技術處報文 R-75-9, 1975.

(3) E.J. Adams et al., "Calculation of Flexrual Critical Frequencies of Ship Hulls by Prohl's Method", *DTMB Report* 582, 1947.

(4) D. Csupor, "Methoden zur Berechnung der freien Schwingungen des Schiffskörpers", *Jahrb. der STG*, Bd. 50, 1956. Also, *DTMB Translation* 288, 1959.

(5) R. Nagamoto et al., "On the Natural Frequency of Main Hull Vibration," *Jour. of SNA of Western Japan*, Vol. 35, 1968.

(6) T. Kumai, "On the Apparent Mass of Cargo Oil in Vibration of a Tanker", *Report of RINA*, Vol. XIII, No. 46, Kyushu University, 1965.

(7) F.H. Todd, *Ship Hull Vibration*, Edward Arnold Ltd, London, 1961.