

Double Delta Modulation에 관한 研究 (A study on the Double Delta Modulation System)

李 鍾 珏*·姜 尙 哲**

(Lee, Chong Kak and Kan, Saug Chnl)

Abstract

A study is presented on the DDM (double delta modulation) system which incorporates another modulation loop in front of the delta modulation system. DDM is proposed to delta modulate the error signal which is derivated through the ordinary delta modulation. This system is constructed simply by adding a differential amplifier and an integrator to the basic DM system.

Since signal-to-quantization noise ratio SNR is the most informative measure of quantizer performance, the formula of the max. SNR of the DDM system is derived and investigated experimentally for a sinusoidal input. The max. SNR of the DDM is larger than that of DM in low bit rate region and vice versa in high bit rate region.

1. 序 論

(1) Delta Modulation의 原理

PCM (Pulse code modulation)은 analog信號를 一定한 周期로 sampling하여 각 sampling instant에서의 analog信號의 크기를 quantization하여 digital化하는 變調方式이다. 이에 대하여 DPCM(differential pulse code modulation)은 analog信號를 一定한 周期로 sampling하여, 한 sampling instant에서의信號의 크기와 그 直前の sampling instant에서의信號의 크기와의 差를 quantization하여 digital化하는 變調方式이다. 즉 DPCM은信號의 기울기를 coding하는方式으로 PCM에 비하여 적은 level數로써信號를 coding할 수 있으며, SNR을 PCM보다 6dB가량 증가시킬 수 있는 장점을 갖는다.

DM(delta modulation)은信號의 瞬時値와 그 直前の 瞬時値 와의 差를 quantization하는 점은 DPCM과 같으나, DPCM에서는 그 差의 크기를 quantization하여 coding하는 반면, DM에서는 그 差의 符號만을 cod

ing하는 점이 다르다. 즉 그 差가 陽이면 positive pulse가 傳送되고 그 差가 陰이면 negative pulse가 傳送된다.

그림 1 (a)는 DM coding의 原理를, 그림 1 (b)는 DM system의 構成圖를 표시한 것이다. 그림 1 (a)에서 入力信號를 $x(t)$ 라 할 때, 이것을 sampling하여 얻어지는 $x(t)$ 의 stair-case近似 $\hat{x}(t)$ 를 구하는 방법은 다음과 같다. 隣接하는 sampling instant t_{r-1} , t_r 에서

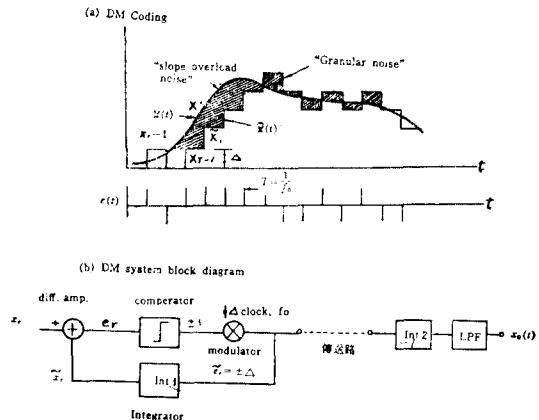


그림 1. DM system의 原理와 構成圖

*正會員 서울大學校工大

**準會員

接受日字: 1976年 12月 20日

의 $x(t)$ 의 크기를 각각 x_{r-1}, x_r 이라 하고 이들에 의한 integrator의 出力을 각각 \bar{x}_r, \bar{x}_{r-1} 로 표시한다. diff. amp.에 x_r 와 \bar{x}_{r-1} 이 들어가면, 그 出力은 $x_r - \bar{x}_{r-1} = e_r$ 이 되며, comperator는 단지 e_r 의 符號만을 識別하므로 그 出力은 +1 또는 -1로 된다. modulator에서는 이 出力을 받아 $\frac{1}{f_0}$ (단 f_0 는 sampling 周波數) 間隔으로 크기 $\pm d$ 의 pulse \bar{e}_r 을 발생한다. 이하에 integrator의 出力은 그 入力 pulse \bar{e}_r 에 따라 step size d 만큼 增減하므로 그림 1 (a)로부터 알 수 있는 바와 같이 \bar{x}_r 은 x_r 의 近似值로 된다. 따라서 \bar{x}_{r-1}, \bar{x}_r 등으로 구성되는 $\bar{x}(t)$ 는 $x(t)$ 의 stair-case 近似值로 된다.

한편 \bar{e}_{r-1}, \bar{e}_r 등으로 구성된 $\bar{e}(t)$ 信號는 傳送路를 거쳐 受信側의 integrator와 雜音除去를 위한 LPF(low pass filter)를 通하면 $x(t)$ 의 再生波인 $x_0(t)$ 로 바뀐다.

(2) DM에서의 SNR

그림 1 (a)에서 보는 바와 같이 信號 $x(t)$ 에 의한 sampling interval에서의 變化가 step size d 보다 크면 stair-case 波形 $\bar{x}(t)$ 는 $x(t)$ 를 따라가지 못한다. 이와 같은 현상을 slope overload라 부르며, 이로 인한 noise를 slope overload noise라 부른다. 그리고 $x(t)$ 가 감소하는 領域에서는 $\bar{x}(t)$ 가 $x(t)$ 를 넘어섬으로써 발생하는 noise를 granular noise라 부른다. slope overload noise와 granular noise로 합하여 quantization noise라 부른다. quantization noise의 spectrum은 周波數 0으로부터 sampling 周波數 f_0 까지 均일하게 분포한다⁵⁾.

$x(t) = A \sin \omega t$ 일 경우에는 $x(t)$ 의 기울기의 最大値는 ωA 이며, $\bar{x}(t)$ 의 最大기울기는 $d \cdot f_0$ 이므로 slope overload가 생기지 않기 위하여서는 $\omega A \leq d \cdot f_0$ 의 관계가 성립되지 않으면 안된다. 그러므로 d 가 정해져 있을 경우에는 slope overload 되지 않는 正弦波 振幅의 最大値 A 는 다음과 같이 된다.

$$A = d \cdot f_0 / \omega \tag{1}$$

$x(t)$ 가 speech 波形일 경우에는 $x(t)$ 의 振幅이 式 (1)에서 $\omega = 2\pi \times 800$ 로 하였을 때 즉 周波數가 800Hz일 때의 振幅보다 작을 경우에는 거의 slope overload 없이 coding 할 수가 있다²⁾.

DM에서 入力信號 $x(t)$ 가 周波數 f_s 인 正弦波일 경우 受信側에서 얻어지는 SNR의 最大値는 slope over load가 생기기 直전에 얻어지며, 다음 관계가 있다.

$$\text{max. SNR [dB]} = 10 \log_{10} \left(\frac{f_0^3}{f_s^2 W} \right) - 14 \tag{2}$$

단 여기서 W 는 LPF의 遮斷周波數이다⁴⁾.

그림 2는 PCM, DPCM 및 DM의 max. SNR을 bit rate에 따라 비교한 것이다. 그림에서 橫軸의 B는

PCM과 DPCM에만 적용되는 것으로, PCM이나 DPCM에서 level quantization을 2^B , sampling 周波數를 8KHz로 한 경우로서, DM의 sampling rate f_0 와의 사이에 $f_0 = 8B$ [kb/s]의 관계가 성립한다.

그림 2에서 보는 바와 같이 bit rate가 작은 領域에서는 DM이 PCM보다 max. SNR이 크고, bit rate가 큰 領域에서는 반대로 된다. 그러나 보통의 경우 max. SNR을 28dB로 하므로, 이 領域에서는 동일한 SNR에 대하여 DM이 PCM에 비하여 bit rate가 작아지는 優點이 생긴다.

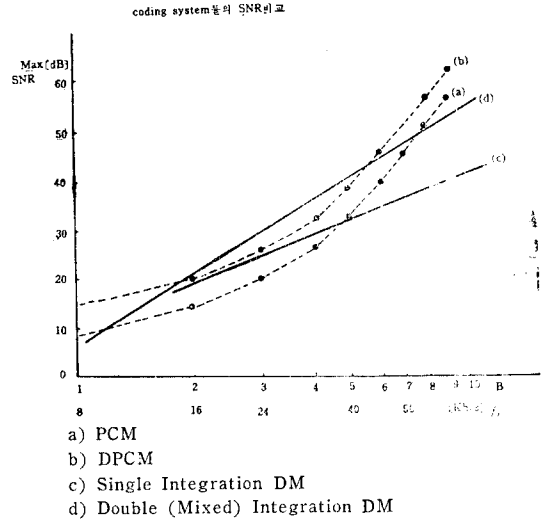


그림 2. 各 system의 bit rate와 max. SNR의 관계

그림 2에서 曲線 (a)는 PCM에서

$$\text{max. SNR [dB]} = 6B + 3 \tag{3}$$

의 관계가 있는 것은 이용하여 그린 것이며, 曲線 (c)는 式 (2)를 이용하여 그린 것이다. 그리고 曲線 (d)는 mixed integration 方式으로 積分한 DM方式에 대한 것으로²⁾

$$\text{max. SNR [dB]} = 10 \log_{10} \left(\frac{f_0^5}{f_s^2 f_m^2 W} \right) - 32 \tag{4}$$

에 의하여 計算한 것이다. 그리고 이 때 일반적으로 $f_m = 2\text{KHz}$, $W = 34\text{KHz}$ 로 하여 計算하기 때문에 이 경우에도 이에 따랐다.

2. DDM(double delta modulation) system

DM에서 入力信號와 그 stair-case 近似值와의 差(즉 error信號)의 variance가 入力信號의 variance보다 작다는 점에 着眼하여 DDM system을 구성해보았다.

DM에서 error信號 $e(t)$ 는 각 sampling instant에서의 入力信號의 값 $\dots x_{r-1}, x_r, \dots$ 와 이들의 近似值 \dots

$\bar{x}_{r-1}, \bar{x}_r, \dots$ 의 차이 $\dots e_{r-1}, e_r, \dots$ 로 구성된다. oversampling을 할 경우 $e_{(t)}$ 의 variance는 $X_{(t)}$ 의 variance보다 작아진다.

여기서 $e_{(t)}$ 를 다시 한 번 delta modulation하여 $e_{(t)}$ 의 近似値를 얻고, 이 近似値를 積分시키면 入力信號의 近似値를 얻을 수 있는데, 이것은 결국 入力信號를 두 번 delta modulation과와 같게 된다.

(1) System의 構成 및 그 動作

그림 3 (a)의 loop 1은 그림 1 (b)의 DM과 동일하며, 다만 信號 $x_{(t)}$ 가 $e_{(t)}$ 로 바뀐 점만이 다르다. 즉

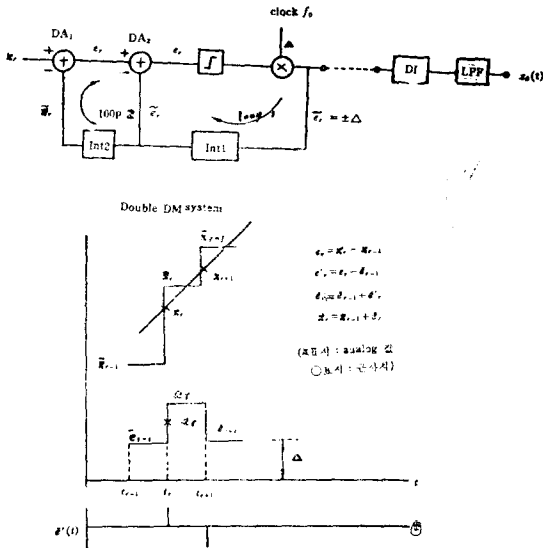


그림 3. DDM system과 그 動作

$t=t_r$ 에서 diff. amp. 2의 入力는 e_r 과 \bar{e}_{r-1} 이므로 出力은 $e_r - \bar{e}_{r-1} = e_r'$ 가 되며, 이에 의한 modulator의 出力은 e_r' 를 quantization한 값 $\bar{e}_r' = \pm \Delta$ 가 되기 때문에 Int. 2의 出力은 $\bar{e}_{r-1} + \bar{e}_r' = \bar{e}_r$ 즉 e_r 의 近似値가 된다. loop 2에서는 diff. amp. 1의 入力는 x_r 와 \bar{x}_{r-1} 이며 出力은 $\bar{x}_{r-1} + \bar{e}_r = \bar{x}_r$ 이 되는데, \bar{e}_r 이 e_r 을 quantization한 값이므로 \bar{x}_r 은 x_r 의 近似値가 된다.

그림 3 (b)는 이 관계를 圖示한 것으로, $t=t_r$ 에서의 diff. amp. 1의 出力은 $x_r - \bar{x}_{r-1} = e_r$ 이며 diff. amp. 2의 出力은 $e_r - \bar{e}_{r-1} = e_r'$ 가 된다. e_r' 에 의하여 \bar{e}_r' 가 $\pm \Delta$ 로 결정되어 $\bar{e}_{r-1} + \bar{e}_r' = \bar{e}_r$ 이 만들어지는 순간에 $\bar{x}_{r-1} + \bar{e}_r = \bar{x}_r$ 이 함께 얻어진다. 이 때 $\bar{e}_{(t)}$ '는 $\bar{e}_r', \bar{e}_{r+1}$ 등으로 구성된다.

여기서 \bar{x}_r 이 x_r 의 近似値인 것과 마찬가지로, \bar{e}_r 도 e_r 의 近似値이므로, \bar{e}_r 이 e_r 을 slope overload 없이 딸아 갈 수 있다면 e_r 와 \bar{e}_{r-1} 의 차이 \bar{e}_r' 는 step size Δ 보

다 작게 된다. 따라서 \bar{x}_r 도 step size보다 작은 error를 가지고 x_r 을 따라가게 된다. 그러므로 \bar{x}_{r-1}, \bar{x}_r 등으로 구성되는 $\bar{x}_{(t)}$ 는 $x_{(t)}$ 의 stair-case 近似値가 된다.

한편 受信側에서는 $\bar{e}_{r-1}, \bar{e}_r'$ 등의 pulse bit stream인 $\bar{e}'_{(t)}$ 를 받아서 Int. 1과 Int. 2를 연결한 것과 같은 特性을 갖는 double integrator를 통과시키면 $\bar{x}_{(t)}$ 를 얻게 되며, 이를 LPP를 통과시키면 $x_{o(t)}$ 를 얻는다.

loop 1의 DM에 slope overload가 생기지 않는다면 e_r' 의 quantization error E_r 은 $e_r' - \bar{e}_r'$ 이므로 다음 관계가 成立한다.

$$\begin{aligned} e_r' - \bar{e}_r' &= (e_r - \bar{e}_{r-1}) - \bar{e}_r' \\ &= e_r - (\bar{e}_{r-1} + \bar{e}_r') \\ &= e_r - \bar{e}_r = E_r \leq \Delta \end{aligned} \tag{5}$$

마찬가지로 loop 2에서도 다음 관계가 성립한다.

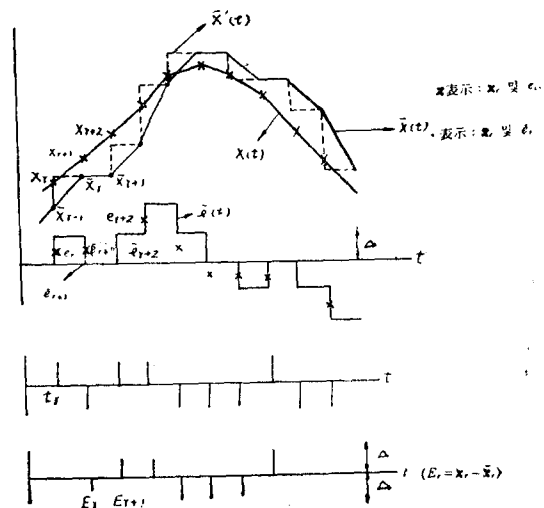


그림 4. Double DM에서 $\bar{X}(t)$ 가 ramp인 경우의 各量의 變化

$$\begin{aligned} E_r &= e_r - \bar{e}_r = (x_r - \bar{x}_{r-1}) - \bar{e}_r \\ &= \bar{x}_r - (\bar{x}_{r-1} + \bar{e}_r) \\ &= x_r - \bar{x}_r \end{aligned} \tag{6}$$

그리고 式 (5), (6)으로부터 다음 관계를 얻는다.

$$x_r - \bar{x}_r = e_r' - \bar{e}_r' = E_r \leq \Delta \tag{7}$$

式 (7)로부터 r번째의 sample x_r 에 대한 quantization error E_r 은 항상 step size Δ 보다 크지 않으며, 따라서 DDM에서는 error가 누적되지 않음을 알 수가 있다.

그림 3에서 Int. 2의 入力가 step이라면 그 出力은 그 크기에 따라 기울기가 바뀌는 ramp로 된다. 그러므로 그림 4에 圖示한 바와 같이 $\bar{x}_{(t)}$ 는 $x_{(t)}$ 로 ramp로 따라간다. 이 때 \bar{x}_r 은 그림 3의 경우보다 한 interval의 delay가 생길 뿐 quantization error $x_r - \bar{x}_r$ 는 역시 한 step size를 벗어나지 않는다.

(2) Double DM의 SNR

DM에서 over sampling을 할 경우에는 error信號의 variance는 入力信號의 variance에 비하여 매우 작아진다. 이 error信號는 작은 step-size를 가지고 따라갈 수 있으므로 결국 DDM은 DM보다 작은 step-size를 써 入力信號의 近似值를 얻을 수 있다.

그림 5 (a)는 double DM의 loop 1을 unity gain amp로 대치시킨 것으로, 여기서 \bar{e}_r 은 e_r 과 같아지고 따라서 \bar{X}_r 도 X_r 과 같아진다. 따라서 만약 그림 5 (b)에 표시한 바와 같이 $X(t)$ 가 振幅 A_s 인 正弦波라면 sampling周波數 f_0 가 Nyquist rate보다 훨씬 클 경우 e_{r-1} , e_r 들로 構成된 $e(t)$ 는 振幅 A 인 正弦波로 된다.

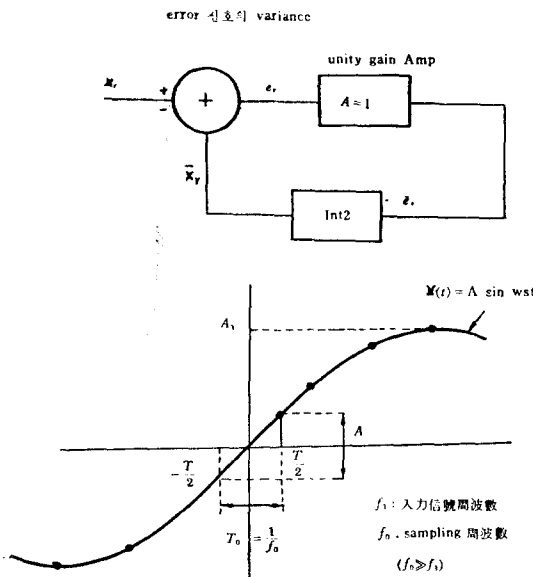


그림 5. Error信號의 variance

A 는 $X(t)$ 의 기울기가 가장 클 때 sampling한 경우의 값이 되므로 sampling周期를 T_0 라 하면 $X(\frac{T_0}{2})$ 와 $X(-\frac{T_0}{2})$ 의 차로 된다. 즉

$$\begin{aligned} A &= X\left(\frac{T_0}{2}\right) - X\left(-\frac{T_0}{2}\right) \\ &= 2\left[X\left(\frac{T_0}{2}\right) - X(0)\right] \\ &= 2A_s \sin \omega_s \frac{T_0}{2} \\ &= 2A_s \sin \omega_s \frac{1}{2f_0} \\ &= 2A_s \sin \frac{f_s}{f_0} \pi \end{aligned} \tag{8}$$

만약 $f_0 \gg f_s$ 라면 A 의 近似値는 다음과 같이 된다.

$$A \approx 2\pi \frac{f_s}{f_0} A_s \tag{9}$$

따라서 sampling周波數 f_0 를 증가시키면 $e(t)$ 의 振幅 A 는 감소한다. DDM에서도 \bar{X}_r 과 X_r 은 step-size보다 작은 差 밖에 없으므로 $e(t)$ 는 위의 경우와 같이 거의 正弦波에 가깝게 된다. 그리고 loop 1의 DM은 振幅이 A 인 正弦波를 coding하면 비므로 이 때의 step-size Δ 는 DM의 式 (1)과 式 (9)에 의하여 다음과 같이 결정된다.

$$\Delta = \frac{2\pi f_s}{f_0} A = 4\pi^2 \frac{f_s^2}{f_0^2} A_s \tag{10}$$

따라서 step-size가 式 (10)을 만족하면 入力信號 $X(t)$ 를 slope overload 없이 따라갈 수 있다.

그림 4에 의하여 \bar{X}_r 은 $X(t)$ 를 周波數 f_0 로 sampling하여 quantization한 값이며, $\bar{X}(t)$ 는 \bar{X}_r , \bar{X}_{r+1} 등을 flat top시킨 것과 같음을 알 수 있다.

그리고 E 는 각 sample의 quantization error이므로 式 (10)에 의하여 주어진 Δ 가 A_s 에 비하여 훨씬 작다면 E 는 $-\Delta$ 와 $+\Delta$ 사이의 모든 값을 같은 빈도로 취한다고 가정할 수 있다.

즉 E 가 uniform distribution을 하면 E 의 probability density $P(E)$ 는 다음과 같다.

$$P(E) = \frac{1}{2\Delta}, \quad -\Delta \leq E \leq \Delta \tag{11}$$

따라서 E 의 mean square value는 다음 式으로 주어진다.

$$\begin{aligned} \bar{E}^2 &= \int_{-\Delta}^{\Delta} E^2 P(E) dE \\ &= \frac{\Delta^2}{3} \end{aligned} \tag{12}$$

여기서 數式을 간단히 하기 위하여 sampling pulse를 strength I 를 가진 impulse라 한다면 sampling impulse train $S(t)$ 는 다음 式으로 표시된다.

$$S(t) = I \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(t - rT_0), \quad T_0 = \frac{1}{f_0} \tag{13}$$

따라서 E 도 아래의 같이 표시할 수 있다.

$$E = I \sum_{r=-\infty}^{\infty} E_s \delta(t - rT_0) \tag{14}$$

한편 single pulse $p(t)$ 의 Fourier transform을 $p(f)$ 라 하면 周期가 T_0 인 shot noise의 spectral density $G_n(f)$ 는 아래와 같이 주어진다.

$$G_n(f) = \frac{1}{T_0} |p(f)|^2 \quad -\infty < f < \infty \tag{15}$$

式 (14)는 T_0 의 간격의 strength가 $E_r I$ 인 impulse train이므로 이 때의 power spectral density는 다음과 같다.

$$G_E(f) = \frac{I^2}{T_0} \bar{E}_r^2 \tag{16}$$

그런데 probability density는 時間에 따라 변하지 않으므로 E_r 의 variance는 E 의 variance와 같아져서 다음 식이 성립한다.

$$\overline{E_r^2} = \overline{E^2} \quad (17)$$

式 (12), (16), (17)로부터 $GE(f)$ 는 다음 식으로 주어진다.

$$G_E(f) = \frac{I^2}{T_0^2} \frac{d^2}{3} \quad (18)$$

길국 遮斷周波數 W 인 LPF를 통과한 quantization noise power N_q 는 다음과 같다.

$$N_q = \int_{-W}^W G_E(f) df = \frac{I^2}{T_0^2} \frac{d^2}{3} 2W \quad (19)$$

앞에서의 마찬가지로 X 를 $\sum_{r=-\infty}^{\infty} X_r$ 이라하면

$$X = X(t) I \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(t - rT_0) \quad (20)$$

으로 표시되며 이를 Fourier series로 전개하면 다음과 같이 된다.

$$X = \frac{I}{T_0} X(t) + \frac{2I}{T_0} X(t) \sum_{r=1}^{\infty} \cos \frac{2\pi r t}{T_0} \quad (21)$$

X 를 遮斷周波數 W 인 LPF를 통과시키면 이때의 出力 $X_0(t)$ 는 다음과 같이 된다.

$$X_0(t) = \frac{I}{T_0} X(t) \quad (23)$$

따라서 出力의 normalized power는

$$\overline{X_0^2(t)} = \frac{I^2}{T_0^2} \overline{X^2(t)} \quad (23)$$

로 된다.

入力이 $X(t) = A_s \sin \omega_s t$ 일 경우 入力 power는 다음과 같다.

$$\overline{X^2(t)} = \frac{A_s^2}{2} \quad (24)$$

式 (23)의 $\overline{X_0^2(t)}$ 를 S_0 로 표시하면 式 (23), (24)로부터 出力의 normalized power는 다음과 같이 표시된다.

$$S_0 = \overline{X_0^2(t)} = \frac{I^2}{T_0^2} \frac{A_s^2}{2} \quad (25)$$

式 (19), (25)에서 S_0/N_q 즉 SNR을 구하면 아래와 같다.

$$\frac{S_0}{N_q} = \frac{3}{4} \frac{f_0 \cdot A_s^2}{W \cdot d^2} \quad (26)$$

그런데 여기서 flat top sampling의 영향을 고려하여 보면 다음과 같다.

$t=0$ 에서 대칭이며 幅이 T_0 이고 strength가 IT_0 인

pulse $p'(t)$ 의 Fourier transform은 다음 식으로 주어진다.

$$P(f) = IT_0 \frac{\sin(\omega T_0/2)}{\omega T_0/2} \quad (27)$$

그리고 $X_0(t)$ 와 $X(t)$ 의 transform을 각각 $X_0(f)$, $X(f)$ 라 하면 다음 관계를 얻는다.

$$X_0(f) = \frac{I}{T_0} X(f) \quad (28)$$

따라서 幅 T_0 인 pulse로 flat top sampling을 할 경우, 周波數 $0 \sim W$ 의 범위에서는 式 (16) (28)의 I 대신 式 (27)을 대치하면 된다. 그러나 SNR의 式(26)은 I 를 포함하지 않음으로 결국 아무런 영향을 미치지 못한다.

式(26)에 式(10)을 대입하면 다음 관계를 얻는다.

$$\frac{S_0}{N_q} = \frac{3}{64\pi^4} \frac{f_0^5}{f_s^4 W} \quad (29)$$

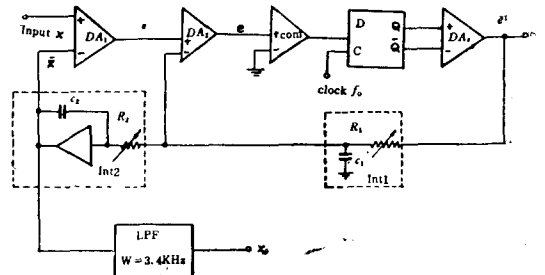
式(29)는 入力이 正弦波일 때의 Max. SNR의 식이며 이를 dB로 표시하면 다음과 같다.

$$\text{Max. SNR (dB)} = 10 \log_{10} \left[\frac{f_0^5}{f_s^4 W} \right] - 33 \quad (30)$$

式 (30)에 의해서 周波數에 따르는 SNR의 변화를 구할 수 있다.

3. 測定結果

그림 6는 Double DM의 SNR를 구하기 위한 實驗回路로서, 差動增幅器 DA_1, DA_2, DA_3 , OPamp.를 이용하여 만들었다. Modulator 部分은 Flip-flop을 이용하여 clock 周波數 f_0 로 sampling 하였고, Flip-flop의 出力을 2 polarity의 矩形波로 하기 위하여 DA_3 를 첨가하였다. Int. 1은 단순히 RC回路로 구성되며, 보다 이상적인 積分器로 하기 위하여 時定數를 크게 하였다.



- ※ 사용한 IC
- DA₁ DA₂ DA₃ : 741
- D Flip Flop : 7474
- Comparator : 710
- Integrator : 715

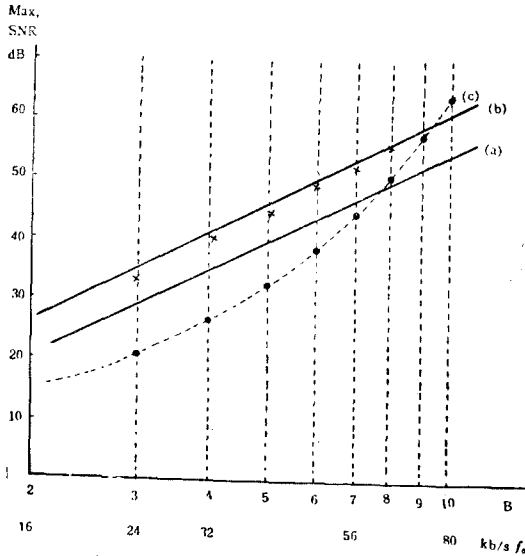
<IC를 이용한 double DM system block diagram>
그림 6 DDM system의 測定回路

式(26)을 變形한 다음 式에 의하여 max. SNR을 구하였다.

$$\text{max. SNR} = 20 \log_{10} \frac{A_s}{4} + 10 \log_{10} \frac{3}{4} \cdot \frac{f_0}{W} \quad (31)$$

단 이 경우 LPF의 遮斷周波數 W는 3.4 KHz로 하였다.

그림 7은 測定結果를 圖示한 것이다. 測定値와 理論値를 비교하면 約 1 dB 정도의 誤差가 생겼는데, 이것은 Idling noise와 slope overload의 始作點을 정확히 測定하지 못한 것이 主原因인 것으로 Int. 2는 Int. 1



(a) Double Integration DM
(b) Double DM(測定値)
(c) PCM

그림 7 bit rate와 max SNR의 關係(測定値)

의 出力을 감쇠없이 그대로 積分하기 위하여 OP. amp.를 사용하였다.

먼저 Idling noise를 알아보기 위하여 無入力일 때의 出力을 CRO로 관찰한 결과, LPF를 통하면 Idling noise는 거의 무시할 수 있음을 확인하였다.

入力信號를 周波數 800Hz의 正弦波로 하고, bit rate를 변화시켜가면서 slope overload가 일어나기 直前의 入力信號의 振幅 A_s 를 測定하였다.

4. 結 論

DM에서 oversampling을 할 경우, error의 variance가 入力信號의 variance 보다 減少한다는 點에 着眼하여, 이 error를 다시 한번 delta modulation하여 入力信號의 기술기의 差를 coding하는 Double DM system을 구성하였다. DDM은 DM에 差動增幅器와 積分器를 각각 하나씩 첨가함으로써 간단히 구성할 수 있으며, 그 max. SNR을 구한 결과는 다음과 같다.

$$\text{max. SNR [dB]} = 10 \log_{10} \left(\frac{f_0^5}{f_s^4 W} \right) - 33$$

bit rate가 작은 領域에서는 DDM이 DM에 비하여 SNR이 크며, bit rate가 큰 領域에서는 반대로 된다.

參 考 文 獻

1. J.R. Pievce, B.M. Oliver and C.E. Shannon, "The philosophy of PCM." Proe. IRE, Vol.36 pp.1324-1331, Oct. 1948
2. Fde Jager, "Delta Modulation a method of PCM transmission using a 1 unit code," philips, Res. Rep. 7, pp.442-466, Dec. 1952
3. N.J. Jayant, "Digital coding of speech waveform: PCM. DPCM. and DM Quantizers" Proe. IEEE, Vol.62 pp. 611-632 May. 1974
4. H. Van de Weg, "Quantization noise of single integration delta modulation system with an N-digit code," philips Res. Rep. pp.367-385, Oct. 1953
5. Tawb and D.L. Schilling, "Principle of Communication system," McGraw-Hill, 1971