短　　論

論文 76-13-4-5

게이트周期函數에 관한 研究

(A Property of Periodic Gate Function)

李　　忠　　雄*

(Lee, Choong Woong)

Abstract

Complementary theorem and its corollaries are presented to describe properties of frequency spectrum of periodic gate function. The theorem shows that the frequency spectrum of a periodic gate function signal is the same as that of its complementary signal, and that a DC has no information.

定義～어떤 게이트周期函數를 다른 게이트周期函數에 보태서 常數(直流)가 되면 이 2個의 게이트函數는 서로 相補關係에 있다고 稱하기로 한다.

相補定理(Complementary theorem)～萬一에 게이트函數 $f_a(t)$와 $f_b(t)$ (그림 1 參照)가 相補關係에 있다면 $f_a(t)$의 周波數스펙트럼의 包絡線은 $f_b(t)$의 周波數스펙트럼의 包絡線과 같다.

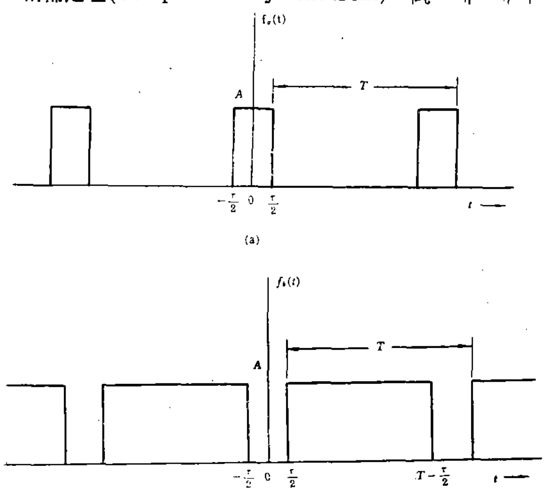

그림 1 게이트周期函數波形 $f_a(t)$와 $f_b(t)$의 相補關係圖

Fig. A Complementary relationship between the periodic gate function waveforms, $f_a(t)$ and $f_b(t)$ is shown.

證明～그림 1(a)와 (b)에 表示한 게이트周期函數를 후리어級數로 表示하면 다음과 같다. 卽,

$$f_a(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\alpha_n(\omega_n)e^{j\omega_n t} \tag{1}$$

$$f_b(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\beta_n(\omega_n)e^{j\omega_n t} \tag{2}$$

但,

$$\alpha_n(\omega_n)=\frac{1}{T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}Ae^{-j\omega_n t}dt$$

$$=\frac{A\tau}{T}\;\frac{\sin\left(\frac{\omega_n\tau}{2}\right)}{\frac{\omega_n\tau}{2}} \tag{3}$$

$$\beta_n(\omega_n)=\frac{1}{T}\int_{\frac{\tau}{2}}^{T-\frac{\tau}{2}}Ae^{-j\omega_n t}dt$$

$$=\frac{A(T-\tau)\cos n\pi}{T}\cdot\frac{\sin\left[\frac{\omega_n(T-\tau)}{2}\right]}{\frac{\omega_n(T-\tau)}{2}}$$

$\omega_n=2\pi n/T$

(1)式과 (2)式은 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

* 正會員, 서울大學校工大電子工學科
College of Engineering, Seoul National University.
接受日字：1976年 8月 30日

$$f_a(t)=\frac{A\tau}{T}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2A\tau}{T}\cdot\frac{\sin\left(\frac{\omega_n\tau}{2}\right)}{\frac{\omega_n\tau}{2}}\cdot\cos\omega_n t \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

$$f_b(t)=\frac{A(T-\tau)}{T}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2A\tau}{T}\;\frac{\sin\frac{\omega_n\tau}{2}}{\frac{\omega_n\tau}{2}}\cos\omega_n t \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

(5)式과 (6)式을 보태면 常數 A 卽 直流分을 얻게 됨으로 $f_a(t)$와 $f_b(t)$의 周波數스펙트럼은 크기가 같고 位相이 180°틀림을 알 수 있다. 따라서 $f_a(t)$와 $f_b(t)$의 周波數스펙트럼의 包絡線은 서로 같음을 알 수 있다.

系 1~그림 1에서 $(T-\tau)/\tau=N$이고 $\tau \ll T$이면 $f_b(t)$의 波形을 傳送하는데 必要한 周波數帶域幅은 $f_a(t)$의 波形을 傳送하는데 必要한 周波數帶域幅과 같으며 이때의 周波數帶域幅은 다음 式으로 表示된다.

$$B=\frac{1}{\tau}=\frac{N}{T-\tau} \qquad (7)$$

왜냐하면 그림 1의 $f_a(t)$와 $f_b(t)$의 두 波形은 서로 相補關係에 있으므로 $f_a(t)$와 $f_b(t)$의 周波數스펙트럼의 包絡線이 同一하지 않으면 안됨으로 $f_a(t)$와 $f_b(t)$의 波形을 傳送하는데 必要한 周波數帶域幅이 같으며 또 이 帶域幅이 (7)式으로 表示됨을 알 수 있다.

系 2~直流는 어떠한 情報도 包含하지 않는다.

相補關係에 있는 두 波形中에서 한 波形의 펄스幅이 零에 接近하면 다른 波形의 펄스幅은 점점 넓어져서 펄스波形이 서로 마주 붙게 된다. 이 境遇에 相補定理에 依해서 두 波形의 周波數스펙트럼의 包絡線은 서로 同一하겠으나 한쪽 波形의 펄스幅이 零이 되어서 없어졌으므로 다른 波形 卽 直流波는 아무런 情報를 갖고 있지 않음을 알 수 있다.

結論~相補關係에 있는 두 波形을 傳送하는데 必要한 周波數帶域幅은 同一하며 (7)式으로 表示된다. 또한 相補定理에 依해서 直流分은 아무런 情報를 갖고 있지 않음을 알 수 있다.