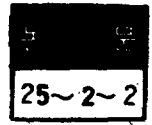


矩形波交流電壓으로 制御되는 AC 서어보 電動機의 特性解析



Analysis of AC Servo Motor Characteristics Controlled by AC Square Waves

千 熙 英* · 申 鉉 國**
(Hee Young Chun) (Hyun Kook Shin)

Abstract

The dynamic characteristic analysis of AC Servomotor which is controlled by AC square voltage is studied in this paper.

Although nonconventional sampling method is proved to be effective in controlling the output by changing square voltage width, it is difficult to attack the problem by the classical method.

In order to solve the problem easily, the state transition method is introduced in this paper. One of the important advantages of this approach is that the analysis procedure is of a recursive nature and this can readily be programmed on a digital computer to yield a quick, accurate solution.

Various output characteristics are identified by changing the square voltage width and much improved output response is obtained when the square voltage widths are modulated for the initial period.

1. 序 論

一般的으로 自動制御系에서는 電氣의 에너지를 機械의 에너지로 또는 그와 反對形態의 에너지로 變換시키는 電氣機械要素를 使用하고 있다. 制御應用에 있어서 D.C서어보 電動機나 A.C서어보 電動機는 制御要素를 驅動하여 要求되는 條件으로 早速히 目標値에 到達케 하는 動力裝置로서 使用되며 특히 數(W)내지 數百(W)의 작은 出力의 制御用으로서는 A.C서어보 電動機가 많이 使用된다. 이것은 AC서어보 電動機가 比較的 簡單한 回路로 構成되고 가볍고 튼튼하며 또한 브러쉬가 없고 動力變換機器로서 回轉力과 速度를 쉽게 制御할수 있기 때문이다. 制御系에서 使用되는 AC서어보 電動機는 二相誘導電動機이며 固定相과 制御相으로 構成되어 있다. 이 電動機에서는 制御相에서 電壓의 크기와 極性및 波形을 變化시켜 出力을 制御한다. 本論文에서는 이 制御電壓에 矩形波交流電壓을 入力으로 擇하였다. 矩形波는 交流直流一變換裝置나 on-off

스위치 등으로 얻어지며 正弦波 入力과 달리 한週期內에서 電壓幅을 여러가지로 調節하여 出力을 制御할수가 있다. 二相誘導電動機의 回轉力-速度特性은 非線型的이나 高抵抗回轉子를 使用한 경우와 같이 直線特性으로 線形化하여 解析한다.

AC서어보 電動機에 대한 解析方法으로는 古典的方法和 信號흐름線圖에 의해서 解를 求하는 方法 등이 一般的으로 使用되어 왔었다. 그러나 古典의인 方法은 矩形波를 Fourier級數로 展開하여 定常値를 求하는 것은 比較的 쉬우나 過渡解는 展開된 式이 많은 正弦項·餘弦項 및 常數項으로 構成되어 있기 때문에 미분방정식을 풀기가 매우 複雜하며 數值計算이 어려운 短點이 있다. 또한 信號흐름線圖에 의한 解法도 狀態遷移信號 흐름線圖에서 얻어진 狀態遷移方程式을 求하여 이를 逆 Laplace 變換하면 時間領域應答을 얻을 수 있으나 變換公式에 의해 解를 求한다 해도 매우 複雜하므로 이 方法 역시 解法으로 適合하지 않다.

本論文에서는 이러한 短點을 개선하기 위해 狀態空間法을 使用한 Nonconventional sampling system 中 pulse width modulated control system¹⁾ (PWM) 方

* 正會員·高麗大教授(工博)·當學會財務理事
** 正會員·韓國原子力研究所電子機器室研究員
接受日字·1976年 1月 19日

式으로 解析하였다.

이 解法의 特徵은 行列計算의 反復의 性質을 digital computer를 使用하여 빠르고 쉽게 그리고 正確하게 解를 求할 수 있는 것이다. 또 이 서어보電動機를 單位饋還系로 하였을 때의 安定度에 關하여서도 考察하였다.

2. 本 論

2-1 Nonconventional Method에 의한 解法

一般的으로 AC서어보電動機의 傳達函數 $G(s)$ 는 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{K_m/\tau_m}{S(S+1/\tau_m)} \tag{1}$$

여기서 K_m : 電動機利得定數

τ_m : 電動機時定數

矩形波交流電壓의 一方向 sampling 週期를 T , 電壓이 加해지는 期間 즉 電壓幅을 P_w 라고 한다면 AC서어보電動機는 direct program method에 의해서 이 制御系로서 그림 1. 과 같은 狀態變數圖로 描될 수 있다 여기서 P_{wn} 은 n 번째 Sampling 週期동안 制御信號의 電壓幅을 나타낸다.

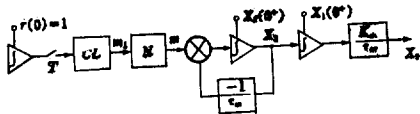


그림 1. PWM方式에 의한 狀態變數線圖

Fig. 1. State variable diagram for PWM system

問題를 쉽게 다루기 위하여 矩形波電壓의 크기를 1(V)로 假定한다면 制御電壓의 크기도 1이다. 狀態變數線圖에서 n 번째 Sampling 間隔동안 P_{wn} 은 다음과 같이 表示된다.

$$|m_1(nT^+)| < 1 \text{ 일 때 } P_{wn} = |m_1(nT^+)| \tag{2}$$

$$|m_1(nT^+)| \geq 1 \text{ 일 때 } P_{wn} = T \tag{3}$$

$m_1(nT^+)$ 는 nT 直後의 制御信號이다.

狀態벡터 V 와 初期條件벡터 $V(0)$ 는 다음과 같다.

$$V = \begin{pmatrix} r \\ X_1 \\ X_2 \\ m_1 \end{pmatrix} \tag{4}$$

$$V(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

週期區間 $nT < t \leq nT + P_{wn}$ 동안 P_{wn} 을 (2), (3) 식과 같이 定義하였으므로 電壓의 크기는 다음과 같다.

$$m = +1 \quad m_1(nT^+) > 0 \tag{6}$$

$$m = -1 \quad m_1(nT^+) < 0 \tag{7}$$

Sampling 週期동안 이 系의 狀態方程式은 다음과 같

은 一定한 벡터 A 로서 表示할 수 있다.

$$\frac{dV(\lambda)}{d\lambda} = AV(\lambda) \tag{8}$$

여기서 $\lambda = t - nT \quad 0 < \lambda \leq T$

$V(\lambda)$: 한 週期內에서의 狀態벡터

A : 系의 係數벡터行列

그리고 狀態方程式에 對한 初期條件은 다음과 같다

$$V(nT^+) = B_0 V(nT) \tag{9}$$

B_0 : 初期係數正方形行列

이들 正方形行列 A 와 B_0 는 系의 狀態變數線圖에서 얻을 수 있다.

(8)式을 Laplace變換하면

$$SV(s) = AV(s) + V(0^+) \tag{10}$$

$$V(s) = [SI - A]^{-1} V(0^+) \tag{11}$$

(11)式을 逆變換하면

$$V(\lambda) = \phi(\lambda) V(0^+) \tag{12}$$

$\phi(\lambda)$: 遷移行列

$$\phi(\lambda) = L^{-1}\{[SI - A]^{-1}\} \tag{13}$$

區間 $nT < t \leq (n+1)T$ 에서

$$V(t) = \phi(t - nT) V(nT^+) \tag{14}$$

여기에 (9)式을 代入하면 狀態벡터 $V(t)$ 는

$$V(t) = \phi(t - nT) B_0 V(nT) \tag{15}$$

그런데 區間을 세분하여 $nT < t < nT + P_{wn}$ 일 때는 $= nT + P_{wn}$ 이라 놓고 $\phi = \phi_0$ 라 하면

$$V(nT + P_{wn}) = \phi_0(P_{wn}) B_0 V(nT) \tag{16}$$

을 얻게 된다. 그림 1.에서 상태미분 방정식을 얻으면 다음과 같다.

$$\dot{r} = 0 \tag{17}$$

$$\dot{x}_1 = \frac{R_m x_2}{\tau_m} \tag{18}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{\tau_m} x_2 + \frac{1}{|m_1(nT^+)|} m_1 \tag{19}$$

$$\dot{m}_1 = 0 \tag{20}$$

위의 方程式에서 係數行列을 얻을 수 있다.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_m}{\tau_m} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_m} & \frac{1}{|m_1(nT^+)|} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{21}$$

또 初期條件을 求하면

$$r(nT^+) = r(nT) \tag{22}$$

$$x_1(nT^+) = x_1(nT) \tag{23}$$

$$x_2(nT^+) = x_2(nT) \tag{24}$$

$$m_1(nT^+) = P_w r(nT) \tag{25}$$

위 條件式에서 B_0 正方形行列을 求하면

$$B_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ P_w & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

$0 < t - nT \leq P_w$ 期間중의 全體遷移行列 Φ_0 를 求한다
면

$$\Phi_0(\lambda) = L^{-1}\{[SI - A]^{-1}\}의 關係에서$$

$$\Phi_0(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & K_m(1 - e^{-\frac{1}{\tau_m \lambda}}) & \frac{1}{|m_1|} (\tau_m K_m e^{-\frac{1}{\tau_m \lambda}} + K_m \lambda - \tau_m K_m) \\ 0 & 0 & e^{-\frac{1}{\tau_m \lambda}} & \frac{\tau_m}{|m_1|} (1 - e^{-\frac{1}{\tau_m \lambda}}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (27)$$

가 決定된다.

다음에 같은 週期內的 入力이 0되는 다음區間인 $nT + P_w < t < (n+1)T$ 期間에서

$\Phi = \Phi_1$ 이라고 하면

$m=0$

$$V(t) = \Phi_1(t - nT - P_w) V(nT + P_w) \quad (28)$$

$t = (n+1)T$

$$V(n+1T) = \Phi_1(P - P_w) V(nT + P_w) \quad (29)$$

이 期間중의 狀態方程式은

$$\dot{x} = 0 \quad (30)$$

$$\dot{X}_1 = \frac{K_m}{\tau_m} X_2 \quad (31)$$

$$\dot{X}_2 = -\frac{1}{\tau_m} X_2 \quad (32)$$

$$m=0 \quad (33)$$

위의 狀態方程式에서 A 係數行列을 求하면

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_m}{\tau_m} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (34)$$

(13)式的 關係式에서 遷移行列 $\Phi_1(\lambda)$ 를 求할 수 있다

$$L^{-1}\{\Phi_1(s)\} = L^{-1}\{sI - A\}^{-1}$$

$$\Phi_1(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & K_m(1 - e^{-\frac{1}{\tau_m \lambda}}) & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\frac{1}{\tau_m \lambda}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (35)$$

즉 Sampling 週期 T 와 Sampling duration P_w 가 定해지면 $\Phi_0(P_w)$ 와 $\Phi_1(T - P_w)$ 가 決定되므로 $n=0, 1, 2 \dots$ 일때의 $V(P_w), V(T), V(T + P_w), V(2T), \dots$ 등을 計算할 수 있다.

2-2 計算例

本 論文에서 計算例에 使用된 AC서어보 電動機는

KEARFOTT會社 製品인 R-160型서어보 電動機이며 그 特性은 다음과 같다.

電動機의 特性

周波數: 60HZ

回轉子慣性: 4.0Gm-Cm²

停止回轉力: 3.48OZ-in

無負荷速度: 3400rpm

最大出力: 2.5Watt

時定數: 0.00584sec

入力電壓: 固定相-115Volt

制御相-40Volt

(電壓-速度曲線은 KEARFOTT Facilities R-160型을 参照바람)

電動機의 利得定數를 求해보면⁵⁾ 다음과 같다.

$$K_m = \frac{\partial N_0}{\partial V_c} \times \frac{2\pi}{60} \quad (\text{rad/sec/V}) \quad (36)$$

여기서 V_c 는 定格電壓 20%以下의 變化電壓에서의 制御電壓이며, 回轉數를 N_0 라고 하면 서어보電動機 R-160型의 特性曲線에서 $N_0 \approx 1750$ (rpm)과 $V_c \approx 8$ (V)를 取하여 利得定數를 計算할 수 있다.

$$K_m \approx 23 \text{ (rad/sec/volt)}, \quad \tau_m \approx 0.006 \text{ (sec)}$$

지금까지 展開한 理論과 特性資料를 使用하여 다음과 같은 computer flow chart에 適用하여 狀態벡터 $V(P_w), V(T), V(T + P_w), \dots$ 를 計算하였다.

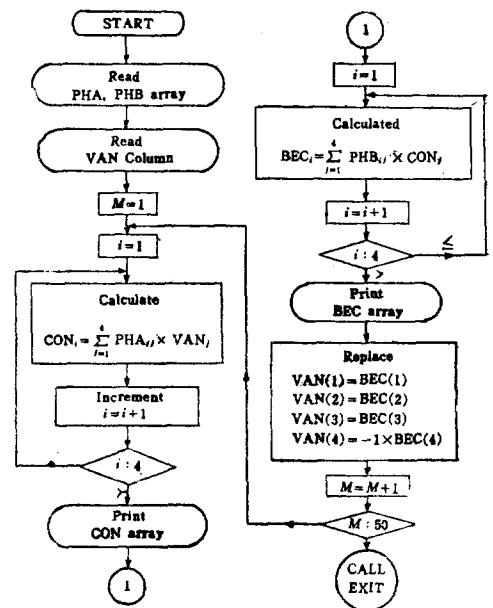


그림 2. 電子計算 flow chart

Fig. 2. Flow chart for calculus of state vector.

週期 $T=0.01(\text{sec})$ 이고 電壓幅 $P_w=0.003(\text{sec})$ 인 경우 利得定數 $K_m=23(\text{rad/sec/V})$, 時定數 $\tau_m=0.006(\text{sec})$ 이므로 式(27)과 (35)에 의해서 ϕ_0 와 ϕ_1 이 다음과 같이 計算된다.

$$\phi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 9.051 & 4.767 \\ 0 & 0 & 0.607 & 0.787 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

그리고 式(16)에서

$$V(0.003) = \phi_0(0.003) B_0 V(0^+) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.0143 \\ 0.00236 \\ 0.003 \end{pmatrix}$$

式(29)에 의해서

$$V(0.01) = \phi_1(0.007) V(0.003)$$

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 15.824 & 0 \\ 0 & 0 & 0.312 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$V(0.01) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.0516 \\ 0.0075 \\ 0.003 \end{pmatrix} = V(T)$$

$$V(T+0.003) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.04422 \\ -0.0019 \\ -0.003 \end{pmatrix} \quad V(2T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.01406 \\ -0.0006 \\ -0.003 \end{pmatrix}$$

$$V(2T+0.003) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.02283 \\ 0.00199 \\ 0.003 \end{pmatrix} \quad V(3T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.05437 \\ 0.00063 \\ 0.003 \end{pmatrix}$$

$$V(3T+0.003) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.04586 \\ -0.00197 \\ -0.003 \end{pmatrix} \quad V(4T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.01459 \\ -0.00063 \\ -0.003 \end{pmatrix}$$

$$V(4T+0.003) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.02314 \\ 0.00197 \\ 0.003 \end{pmatrix} \quad V(5T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.05447 \\ 0.00063 \\ 0.003 \end{pmatrix}$$

이와같은 方法으로 電壓幅을 調節하였을 때의 AC서우보 電動機의 出力角變位를 綜合하면 表 1과 같다.

表 1. 入力變化에 따른 出力角變位

Table 1. output angular displacement caused by input change

(T : 週期, P_w : 電壓幅)

出力角變位 (rad)	$P_w = 0.005$ (sec) 일 때	$P_w = 0.01$ (sec) 일 때	電壓幅을 初期에 變調시킨 경우: $T = 0.01$ (sec), $P_{w1} = 0.01$ (sec), $P_{w2} = 0.005$ (sec) 일 때
P_w	0.0368		
T	0.08699	0.118	0.0736
$T + P_w$	0.06337		0.19879
$2T$	0.0275	0.090	0.28135

$2T + P_w$	0.04873		0.28038
$3T$	0.08617	0.135	0.25173
$3T + P_w$	0.06562		0.27610
$4T$	0.02848	0.094	0.3149
$4T + P_w$	0.049616		0.29494
$5T$	0.08636	0.135	0.25805

電子計算機에 의해서 算出된 出力角變位의 값을 그림으로 表示하면 다음과 같다.

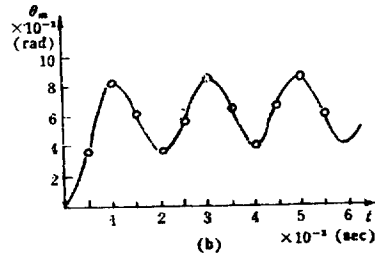
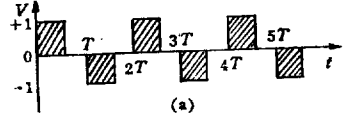


그림 3. 入力電壓波形(a)의 電動機軸의 出力角變位 曲線(b) ($T=0.01\text{sec}$, $P_w=0.005\text{sec}$)

Fig. 3. Input voltage wave form and output angular displacement curve of AC servo-motor

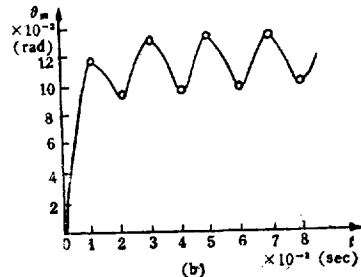
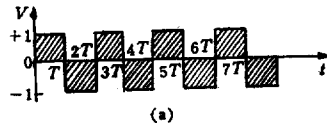


그림 4. 入力電壓波形(a)과 電動機軸의 出力角變位 曲線(b) ($T=0.01\text{sec}$, $P_w=0.01\text{sec}$)

Fig. 4. Input Voltage wave form and output angular displacement curve of AC servo-motor

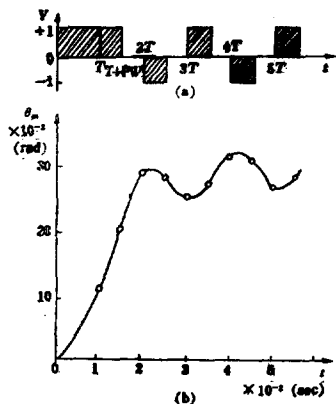


그림 5. 變調된 入力電壓波形(a)과 電動機軸의 出力角變位曲線(b)

($T=0.01\text{sec}$, $P_{W1}=0.01\text{sec}$, $t \geq 0.01$ 일때 $P_{W2}=0.005\text{sec}$)

Fig. 5. modulated input voltage wave form and output angular displacement curve of AC servomotor

다음은 電壓幅이 變하였을때 入力에 따라 正常狀態에 도달하는 過程에 있어서 遲延時間 T_d 와 첫번째 尖頭值 M_1 , 두번째 尖頭值 M_2 가 일어나는 時間 T_{M1} ; T_{M2} 및 그 尖頭值 M_1, M_2 를 각각 다른 電壓幅에 對해서는 比較한것이 表 2이다.

表 2. 過渡應答 相互問의 比較

Table 2. Comparison of transient responses corresponding to each pulse width

電壓幅 P_W 區分	$P_W=0.003$	$P_W=0.005$	$P_W=0.007$	初期變調된 경우 $P_{W1}=0.01,$ $P_{W2}=0.005$
T_d	0.43×10^{-2} (sec)	0.5×10^{-2} (sec)	0.7×10^{-2} (sec)	1.2×10^{-2} (sec)
T_{M1}	1×10^{-2} (sec)	1×10^{-2} (sec)	1.5×10^{-2} (sec)	2.15×10^{-2} (sec)
T_{M2}	3×10^{-2} (sec)	3×10^{-2} (sec)	3.5×10^{-2} (sec)	4.1×10^{-2} (sec)
M_1	0.0516 (rad)	0.0809 (rad)	0.103 (rad)	0.2813 (rad)
M_2	0.0543 (rad)	0.0861 (rad)	0.112 (rad)	0.3149 (rad)

矩形波의 電壓幅이 0.003(sec)일 경우 出力特性인 回轉角變位曲線은 날카로운 돌니과 形態를 取하고 있으며 回轉角變位の 最大値는 0.054(rad)이다. 入力電壓幅의 크기에 따라 平均回轉角變位가 增加되었다. 그림 4

와 같이 한週期 다 치는 電壓幅이 印加되었을때의 出力特性은 현저하게 改善되어서 最大값과 最小값의 差異가 全體出力에 비해 아주 적어졌으므로 平均回轉角變位는 거의 一定한 값을 維持하며 最大回轉角變位の 값은 0.135(rad)에 達하고 있다. 그림 5.에 보여주듯이 變調된 矩形波를 入力으로 하였을때 出力特性曲線은 현저히 改善되어서 매우 安定된 狀態의 運轉特性을 갖게 된다. 이것은 第1週期에서 入力直流成分의 影響을 받아 回轉角變位가 거의 脈動하지 않고 動作하기 때문이다. 이때의 回轉角變位는 다른 入力波形과 比較할수 없을 만큼 크고 安定하였다. 즉 平均回轉角變位는 0.29(rad)가량이므로 電壓幅이 0.01(sec)일때의 回轉角變位보다 약 3배의 出力이 發生하였다. 다음에 첫번째와 두번째의 尖頭值 M_1, M_2 가 일어나는 時間을 比較해보면 各波形이 대체로 비슷하나 變調시킨 波形을 入力으로 하였을 경우에만 약 2배 가가이 늦게 尖頭值가 發生하였다. 또한 첫번째 尖頭值와 두번째 尖頭值와의 間隔은 電壓幅이 커질수록 많이 差異가 나며 變調波形일 경우에 가장 큰 差異가 나고 있다.

2-3 아나로그 電子計算機에 의한 Simulation

앞에서 行한 理論的解析法의 妥當性을 立證하기 위해 AC서어보 電動機의 特性에 관한 한에를 아나로그 電子計算機에 의해 近似的으로 Simulation하므로써 再確認하였다. 入力電壓 $e(t)$ 와 出力角變位 $\theta(t)$ 를 다음과 같이 假定한다.

$$e(t)=f(t), \theta(t)=y(t)$$

AC서어보 電動機의 傳達函數 $G(s)$ 를 微分方程式으로 表示하면 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{K_m}{\tau_m S(S + \frac{1}{\tau_m})}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{1}{\tau_m} \frac{dy}{dt} = \frac{K_m}{\tau_m} f(t) \tag{37}$$

여기에 $\tau_m=0.006(\text{sec})$, $K_m=23$ 을 代入하면

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 166.66 \frac{dy}{dt} = 3833.3f(t) \tag{38}$$

$t = \frac{1}{50} T$ 로 定하면

$$\ddot{Y} = \frac{dy}{dt} = 50 \frac{dy}{dT} \tag{39}$$

$$Y = \frac{d^2y}{dt^2} = 2500 \frac{d^2y}{dT^2} \tag{40}$$

(39), (40)식을 (38)식에 代入하면

$$Y = -3.32 \frac{dy}{dT} + 1.532f(T/50) \tag{41}$$

(41)식에서 다음과 같은 並列 아나로그 電子計算機프

로그래를 얻을 수 있다.

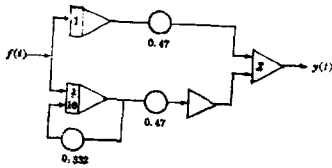


그림 6. 아나로그 電子計算機 프로그램
Fig. 6. Analog computer program

그림 6.의 프로그램에 AC矩形波入力を 供給해야 하지만 HITACHI-505 아나로그 電子計算機에서는 AC矩形波入력을 利用하기가 어려워 矩形波 대신 矩形波와 實効値가 같은 正弦波로 近似하였다.

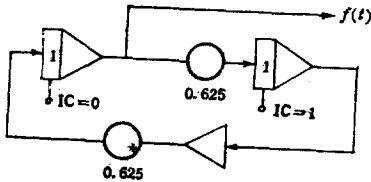


그림 7. 正弦波發生 아나로그 電子計算機 프로그램
Fig. 7. Analog computer program for sine wave

그림 6, 7의 아나로그 電子計算機프로그램에 의해 求한 出力角變位曲線은 그림 8의 實線과 같이 表示된다.

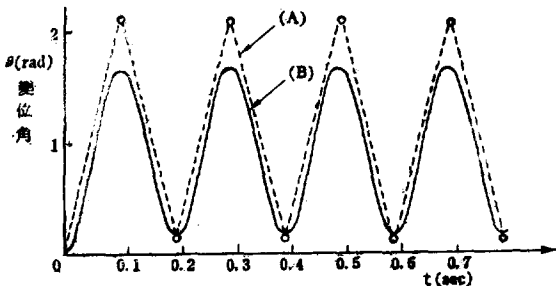


그림 8. 角變位の 理論的計算值(A)와 近似 Simulation 結果曲線(B)

Fig. 8. Out put angular displacement curves for calculated value(A) and analog simulation(B).

이 실험에서는 아나로그 電子計算機와 기록장치의 應答速度特性을 考慮하여 正弦波入力量壓을 10[V], Sampling 週期를 0.1[sec]로 하였으며 이것에 의한 실험 曲線(그림 8의 實線)과 理論的 曲線과의 差異를 比較하기 위해서 디지털 電子計算機로 AC矩形波入力量壓의 크기를 10[V], Sampling 週期 0.1[sec]로 하여 出力角變位 값을 求하여 그림(8)에 점선으로 나타내었다. 실험에 의한 近似的 出力角變位 曲線과 理論的 角變位 計算 曲線을 比較하면 두 曲線의 變化하는 狀態가 대체로 일치 하고 있으며 그 差異는 AC矩形波대신에 實効値가 같은 正弦波를 入內으로 取한데 그 原因이 있다. 이 아나로그 電子計算機의 Simulation으로 앞에서의

理論的 解析法의 妥當性을 近似的으로 確認 할수 있다

2-4 安定度

AC서우보 電動機가 自動制御系에 適用된 경우의 安定度를 求하기 위하여 單位饋還을 狀態變數線圖에 추가하고 그 特性을 Z 平面上에 判別하고자 한다.

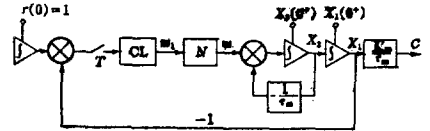


그림 9. 單位饋還을 추가한 PWM方式 狀態變數線圖
Fig. 9. State variable diagram with unity feed back

그림 9.의 狀態變數線圖에서 이series의 狀態方程式을 얻으면 다음과 같다.

$$\dot{r} = 0 \tag{42}$$

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{43}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{\tau_m} x_2 + \frac{1}{|m_1|} m_1 \tag{44}$$

$$m_1 = -x_1 \tag{45}$$

위의 狀態方程式으로 부터 係數行列을 얻으면

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_m} & \frac{1}{|m_1|} \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{46}$$

그림 9.에서 初期條件式을 求하면

$$r(nT^+) = r(nT) \tag{47}$$

$$X_1(nT^+) = x_1(nT) \tag{48}$$

$$X_2(nT^+) = x_2(nT) \tag{49}$$

$$m_1(nT^+) = P_W r(nT) - P_W x_1(nT) \tag{50}$$

위의 式들로 부터 係數行列 B_0 을 얻으면

$$B_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ P_W & -P_W & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{51}$$

(13)式에 의해 다음 關聯式으로 $\Phi(\lambda)$ 를 求하면

$$\Phi(\lambda) = L^{-1}[(sI - A)^{-1}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{|m_1|} (\frac{\tau_m^2 e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}}}{\tau_m^2} + \tau_m \lambda - \tau_m) & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\Phi(\lambda)$ 에 B_0 行列을 곱하여 $H(T)$ 行列을 얻으면 $H(T) = \Phi(\lambda) B_0^T$

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ \frac{1}{|m_1|}(\tau_m^2 e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}} + \tau_m \lambda - \tau_m^2) & \{1 - \frac{P_W}{|m_1|}(\tau_m^2 e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}} + \tau_m \lambda - \tau_m^2)\} \\ \frac{\tau_m}{m_1}(1 - e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}}) & \{ \frac{1}{|m_1|}(\tau_m^2 e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}} + \tau_m \lambda - \tau_m^2) - \frac{P_W}{|m_1|}(1 - e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}}) \} \\ P_W & -P_W(\lambda + 1) \end{array} \right] \\
 & \left[\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ \tau_m(1 - e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}}) & 0 \\ e^{-\frac{1}{m\tau}\lambda} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \quad (53)
 \end{aligned}$$

定義에 의해 $H(T)$ 는 다음과 같다.

$$H(T) = \begin{bmatrix} \alpha(T) & 0 \\ \gamma(T) & \beta(T) \end{bmatrix} \quad (54)$$

이때 $\beta(T)$ 는 3次元 狀態變數에 의해 3×3 行列을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\beta(T) = \begin{bmatrix} \{1 - \frac{P_W}{|m_1|}(\tau_m^2 e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}} + \tau_m \lambda - \tau_m^2)\} & & \\ & \tau_m(1 - e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}}) & 0 \\ \{ \frac{1}{|m_1|}(\tau_m^2 e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}} + \tau_m \lambda - \tau_m^2) - \frac{P_W}{|m_1|}(1 - e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}}) \} & & e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}} \\ & & 0 \\ -P_W(\lambda + 1) & & 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

(53)式을 使用하여 特性方程式을 求하면

$$\det[\mathbb{I} - Z^{-1}\beta(T)] = 0$$

$$\begin{bmatrix} \{1 - [1 - \frac{P_W}{|m_1|}(Z_m^2 e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}} + \tau_m \lambda - \tau_m^2)]Z^{-1}\} & & \tau_m(1 - e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}})Z^{-1} & 0 \\ \{ \frac{1}{|m_1|}(\tau_m^2 e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}} + \tau_m \lambda - \tau_m^2) - \frac{P_W}{|m_1|}(1 - e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}}) \} Z^{-1} & & (1 - e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}})Z^{-1} & 0 \\ -P_W(\lambda + 1)Z^{-1} & & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (56)$$

위의 行列을 풀게되면

$$\begin{aligned}
 & \{1 - [1 - \frac{P_W}{|m_1|}(\tau_m^2 e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}} + \tau_m \lambda - \tau_m^2)]Z^{-1}\} \\
 & \quad \times (1 - e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}}Z^{-1}) \\
 & - \{ \tau_m(1 - e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}})Z^{-1} \} \times \{ [\frac{P_W}{|m_1|}(\tau_m^2 e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}} + \tau_m \lambda - \tau_m^2)
 \end{aligned}$$

$$- \frac{P_W}{|m_1|}(1 - e^{-\frac{\lambda}{\tau_m}})]Z^{-1} \} = 0 \quad (57)$$

(57)式에서 電壓幅變化에 따른 相對安定度를 求하기 위해 特性方程式을 求하고 特性根을 얻으면 다음과 같다.

(1) 電壓幅 $P_W = 0.003(\text{sec})$, $\tau_m = 0.006(\text{sec})$ 일때

(71)式에 의해서

$$Z^2 - 1.604Z + 0.607 = 0$$

$$Z_1 = 0.611, Z_2 = 0.99$$

(2) $P_W = 0.005(\text{sec})$, $\tau_m = 0.006(\text{sec})$,

$$Z^2 - 1.432Z + 0.435 = 0$$

$$Z_1 = 0.439, Z_2 = 0.99$$

(3) $P_W = 0.007(\text{sec})$, $\tau_m = 0.006(\text{sec})$, 일때

$$Z^2 - 1.309Z + 0.313 = 0$$

$$Z_1 = 0.314, Z_2 = 0.99$$

(4) $P_W = 0.01(\text{sec})$, $\tau_m = 0.006(\text{sec})$, 일때

$$Z^2 - 1.186Z + 0.1907 = 0$$

$$Z_1 = 0.193, Z_2 = 0.99$$

위의 特性根을 表 3에 綜合하면 아래와 같다.

表 3. 特性方程式의 根

Table 3. Roots of characteristic equation

電壓幅 P_W (sec)	週期에 대한 電壓幅의 百分率	特性方程式의 根	
		Z_1	Z_2
0.003	30%	0.611	0.99
0.005	50%	0.4398	0.99
0.007	70%	0.314	0.99
0.01	100%	0.193	0.99

위의 結果는 特性根이 單位圓內에 있으므로 이系는 安定하다. 그러나 電壓幅이 증가함에 따라 特性方程式의 根이 單位圓境界線에 가까워짐으로 相對的 安定度는 低下함을 알 수 있다.

3. 結論

矩形波 交流電壓으로 制御되는 AC서어보 電動機의 特性解析에 狀態空間法을 適用하여 다음 結論을 얻었다.

(1) 特性解析에 電子計算機를 使用함으로써 古典의 解法이나 信號 흐름線圖의 解法보다도 迅速하고 簡潔한 結果를 얻었으며 이 解法은 또 어떤 波形的 入力에 대해서도 電動機 特性解析에 適用할 수 있다.

(2) AC서어보 電動機의 制御相에 電壓幅이 다른 矩形波電壓을 印加한 경우 電動機軸角變位(出力)는 良好한 制御特性을 나타내며 電壓幅이 클수록 遲延時間, 尖頭值 및 그 尖頭值가 일어나는 時間등이 커져 目標值

에 迅速하게 到達하며 또 初期週期에 變調된 波形波電壓을 印加한 경우 그 特性이 현저하게 改善된다. 또 解析의 結果는 analog computer simulation 結果와도 잘 一致한다.

(3) 이 방식에 의한 AC서우보 電動機를 單位饋還系로 構成하였을때 相對的 安定度는 制御相의 電壓幅이 적을수록 低上한다.

參 考 文 獻

- 1) M. Raman Moorthy and B. Ilango, "The transient response of a thyristor-controlled series motor," IEEE transactions on power apparatus and power, vol-pas-90, No. L, pp.289-297, Jan/Feb 1971
- 2) "Thyristor 直流 chopper方式으로 驅動되는 直流他勵磁式 電動機의 過渡特性 解析法", 大韓電氣學會誌 第21卷 2號 (1972)
- 3) K. Nitta, H. Okitsu, etal, "Dynamic characteristics of separately excited D.C. motor operated by a thyristor pulsating power supply," Vol.90,

- No.8, pp.1577~1584, IEEJ, 1970
- 4) Nitta koki chi, etal, "Characteristics of D.C. series motor operating with thyristor chopper source," 日本計測制御學會論文集, Vol.8, .No 4, pp.422~430 1972.
- 5) 渡邊徹, "制御用 電動機" Automation 第15卷 6號 (1970)
- 6) "Thyristor 電源으로 運轉되는 直流他勵磁式 電動機의 analog simulation; 日本電氣學會論文集, Vol.94-13, No.5, May(1974)
- 7) J.T. Tou, Modern Control theory, McGraw Hill N.Y, 1964
- 8) Melsa and Schultz; Linear control systems, McGraw-Hill, N.Y. 1958
- 9) B.C. Kuo, Automatic Control System, Prentice Hall 1967.
- 10) B.C. Kuo, Linear networks and system; McGraw-Hill:N.Y, 1967
- 11) KEARFOTT company INC;"kearfott facilities."