

回轉磁性體內에서의 電磁波 傳播特性

EMW Propagation Characteristics in Waveguides Loaded with Gyromagnetic Materials

한 문
25~1~3

禹 亨 疇*
(Hyung Joo Woo)

Abstract

Recently there exist many reports about the results of the theoretical analysis on the influence of screw symmetry structure to the characteristics of EMW propagation in the cylindrical waveguides loaded with ferrite and, in this paper, an attempt is made to analyze applying symmetry analysis the wave propagation characteristics in the dual turnstile structure.

And one of the results obtained is the values of wave vectors become, in general, different according to the orientation of the geometry in the case of the dual turnstile structure.

I. 緒 論

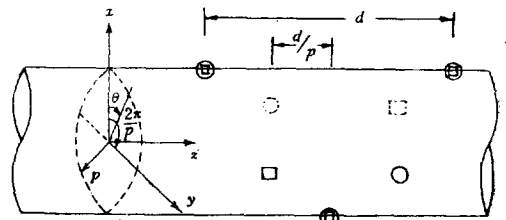
여러가지 形式의 障害物(obstacles), 誘電體, ferrite 등 各種材料들이 周期的으로 裝荷된 microwave 導波管은 microwave 系統 즉 antenna, filter, TWT, BWO, 기타 많은 beam interaction device에 應用되고 있다^{1), 2), etc.}

이와 같이 周期的으로 裝荷된 導波管에 대한 解析의 方法에는 界方程式을 직접 틀든가, 또는 等價傳送回路로 置換하여 두는 것이 常例였으나, 이들 方法은 個個問題에 대하여 境界值問題로 解析하여야 하며, 경우에 따라서는 그 解를 얻는 過程에서 超越函數가 나와³⁾, 매우 복잡해져 非能率의인 點이 많아, 이들을 對稱性立場에서 解析하려는 研究가 近年에 많이 進行되고 있다^{1), 3), -5)}.

이 試圖는 界方程式 自體가 內包하고 있는 對稱性과 導波管의 幾何學的 對稱性이 群論과 關聯性을 갖는데 起因하고 있다⁶⁾.

並進의인 周期構造에 關한 界의 解理論에 대하여는 物理學에서 이미 Bloch 定理가 넓이 사용되고 있는바⁷⁾ 이 定理에 群論을 併用하므로, 高次對稱構造問題를 擴張解析하여, 波動의 傳播特性을 보다 容易하게 究明할 수 있다^{1), 4)}.

本 論文에서는 上記의 對稱解析法의 結果를 應用하여 ferrite가 雙對稱 turnstile構造形式으로 裝荷된 圓筒形 導波管(그림 참조)內에 存在하는 界의 Brillouin diag.



□ : clock wise turnstile structure
△ : counter clock wise turnstile structure

그림 雙對稱 turnstile 構造
Fig. Dual Turnstile Structures

am을 求하여 傳播特性을 解析하고자 한다.

이 경우 考察對象인 各 mode에 대한 energy flow는 ±z의 2方向을 가질 것이나, 波의 傳播特性 考察에 있어서는 反對方向의 것은 傳播定數의 符號만을 交換하면 充分하므로 本 論文에서는 +z方向만을 對象으로 하였다.

II. 解析의 考察 및 結果

圓筒形 導波管內에 存在하는 界는 Maxwell 方程式

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{V} \times \mathbf{E} &= -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \mathbf{V} \times \mathbf{H} &= \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \mathbf{V} \cdot \mathbf{E} &= 0 \\ \mathbf{V} \cdot \mathbf{H} &= 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

에서 界가 harmonic time dependence인 경우 얻어지는 Helmholtz 方程式

* 正會員 · 서울工大教授(當學會終身理事)

接受日字: 75年 12月 2日

$$V^2 \left\{ \begin{matrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{matrix} \right\} + k^2 \left\{ \begin{matrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{matrix} \right\} = 0 \quad (2)$$

k : wave vector

을 圓筒座標系에 적용한 후, 境界條件을 考慮하여 longitudinal component

$$\left. \begin{aligned} E_z(\rho, \theta, z) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_{nm} I_m(\gamma_n \rho) e^{-jm\theta} e^{-j\beta_n z} \\ H_z(\rho, \theta, z) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} B_{nm} I_m(\gamma_n \rho) e^{-jm\theta} e^{-j\beta_n z} \end{aligned} \right\} (3)$$

를 얻을 수 있으며, 이 解로부터 transverse component

$$\left. \begin{aligned} E_r(\rho, \theta, z) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left[J \frac{\beta_n}{\gamma_n} A_{nm} I_m'(\gamma_n \rho) \right. \\ &\quad \left. + \frac{k_0 Z_0}{\gamma_n^2} \frac{m}{\rho} B_{nm} I_m(\gamma_n \rho) \right] \\ &\quad \times e^{-jm\theta} e^{-j\beta_n z} \\ E_\theta(\rho, \theta, z) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\beta_n}{\gamma_n^2} \frac{m}{\rho} A_{nm} I_m(\gamma_n \rho) \right. \\ &\quad \left. - J \frac{k_0 Z_0}{\gamma_n} B_{nm} I_m'(\gamma_n \rho) \right] \\ &\quad \times e^{-jm\theta} e^{-j\beta_n z} \\ H_r(\rho, \theta, z) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left[j \frac{\beta_n}{\gamma_n} B_{nm} I_m'(\gamma_n \rho) \right. \\ &\quad \left. - \frac{k_0}{Z_0 \gamma_n^2} \frac{m}{\rho} A_{nm} I_m(\gamma_n \rho) \right] \\ &\quad \times e^{-jm\theta} e^{-j\beta_n z} \\ H_\theta(\rho, \theta, z) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\beta_n}{\gamma_n^2} \frac{m}{\rho} B_{nm} I_m(\gamma_n \rho) \right. \\ &\quad \left. + j \frac{k_0}{Z_0 \gamma_n} A_{nm} I_m'(\gamma_n \rho) \right] \\ &\quad \times e^{-jm\theta} e^{-j\beta_n z} \end{aligned} \right\} (4)$$

등이 구해진다. 1)2)8)

本論文에서는 Brillouin diagram을 얻는데 目的이 있으므로, 式(3)의 $E_z(\rho, \theta, z)$ 성분만을 考察키로 한다. 즉 式(3)에서

$$\left. \begin{aligned} E_z(\rho, \theta, z) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} E_{znm}(\rho) e^{-jm\theta} e^{-j\beta_n z} \\ \beta_n &= \beta_0 + 2\pi \frac{n}{d}, \quad -\frac{\pi}{d} \leq \beta_0 \leq \frac{\pi}{d} \quad n=1, 2, 3, \dots \end{aligned} \right\} (5)$$

여기서 β_n 는 傳播定數, d 는 併進周期이며

$$E_{znm}(\rho) = A_{nm} I_m(\gamma_n \rho)$$

에서 $I_m(\gamma_n \rho)$ 는 第1種 modified Bessel 函數이며, 積分常數 A_{nm} 은 normalization condition

$$\iint_{\text{cross section}} |E_{znm}(\rho)|^2 dS = 1 \quad (6)$$

에 의하여 定해진다.

一般的으로 圓筒形導波管에 ferrite가 screw symmetry structure를 가질때 screw symmetry operation S_ρ 는

$$S_\rho \equiv \begin{cases} \rho \rightarrow \rho \\ \theta \rightarrow \theta + \frac{2\pi}{p} \\ z \rightarrow z + \frac{d}{p} \end{cases} : \text{正整數} \quad (7)$$

로 定義되는데, 本論文에서는 ferrite가 그림에서와 같이 雙對稱 turnstile 構造의으로 裝荷된 경우를 考慮하여, 이 경우의 dual screw symmetry operation S_{pd} 를

$$S_{pd} \equiv \begin{cases} \rho \rightarrow \rho \\ \theta \rightarrow \theta \pm \frac{2\pi}{p} \\ z \rightarrow z + \frac{dp}{p} \end{cases} \quad (8)$$

와 같이 定義한 후, 이를 式(5)의 $E_z(\rho, \theta, z)$ 에 operation 시키면 對稱性條件으로부터

$$\begin{aligned} S_{pd} E_z(\rho, \theta, z) &= (E_z(\rho, \theta \pm \frac{2\pi}{p}, z + \frac{d}{p})) \\ &= S_{pd} E_z(\rho, \theta, z) \end{aligned} \quad (9)$$

와 같은 固有值方程式이 成立하게 된다. 여기서 固有值 S_{pd} 는 對稱性構造가 一次元表現인 경우, screw operation을 p 회 거듭하면, one translation이 됨으로써 $S_{pd} = e^{+js}$

$$(10)$$

로 놓을 수 있다. 한편 S_{pd} 와 translation operation T 와의 사이에는

$$S_{pd}^p E_z(\rho, \theta, z) = T E_z(\rho, \theta, z) \quad (11)$$

가 成立하므로, 境界條件을 考慮하여 式(5), (10), (11)로부터

$$\delta_\rho = 2s\pi, \quad s=0, 1, 2, \quad (12)$$

로 놓을 수 있다.

이를 式(5)(9)에 적용하므로

$$\frac{\beta_0}{2\pi} d = -n \mp m - s \quad (13)$$

의 結果가 얻어진다.

따라서 式(13)의 結果는 雙對稱 turnstile 構造에 있어서 $|n| = |m|$ 의 條件下에서는 圓筒形導波管에 裝荷되는 ferrite의 配列方向에 따라, 電磁波의 傳播定數가 相異하여짐을 알 수 있다.

그리고 wave vector k 와 傳播定數 β_n 및 分離定數 γ_n 사이에는

$$k^2 = \beta_n^2 + \gamma_n^2 \quad (14)$$

의 關係가 成立하므로, 지금 $\rho = -sth = 0$ 의 條件이 만족되는 $n=1, m=2$ 인 E_{z12} mode에 대하여 式(12)(13)의 關係를 式(5)에 적용시키면

$$\beta_n d = 2\pi(-n \mp m + \rho), \quad \rho = -sth \quad (15)$$

가 얻어지는데, 이를 式(14)에 代入하면

$$(kd)^2 = (\gamma_n d)^2 + (6\pi d)^2 = k_1^2 \quad (\theta \rightarrow \theta + \frac{2\pi}{p})$$

$$(kd)^2 = (\tau_n d)^2 + (2\pi d)^2 = k_2^2 \left(\ell \rightarrow \theta - \frac{2\pi}{p} \right) \quad (16)$$

와 같은 Brillouin diagram이 얻어진다. 이 결과는 wave vector의 값이 圓筒形導波管內에 裝荷되는 ferrite의 配列方向에 따라 相異함을 提示하고 있다.

III. 結 論

圓筒形導波管에 ferrite를 雙對稱 turnstile構造로 裝荷한 경우, 電磁波 傳播特性을 對稱解析法을 이용하여 이의 解析을 試圖한 結果

雙對稱 turnstile構造에 있어서 mode number가 $|n| \neq |m|$ 인 경우, ferrite의 配列方向에 따라 電磁波 傳播定數가 相異하다는 點과 $n=1, m=2$ mode에 대한 Brillouin diagram에서 wave vector의 값이 ferrite의 配列方向에 따라 相異하여 證을 究明하였다.

本 論文에서는 雙對稱turnstile構造에서 있을 수 있는 電磁波 相互間의 coupling 問題에 대하여는 言及치 않았음을 附記하는 바이다.

本 研究는 1975年度 文敎部 研究費 補助에 의한 것으로 文敎部當局에 深甚한 謝意를 表하는 바이다.

參 考 文 獻

- 1) P.J. Crepean and P.R. Mc Isaac, "Consequences of Symmetry in Periodic Structures Proc. IEEE p.33~43 Jan. 1964.
- 2) C.C. Johnson, "Field and Wave Electrodynamics. N.Y. Mc Graw-Hill, 1965. Chs. 4,7.
- 3) C.F. Vasile and R.L. Rosa, "The Character of Modes in Small Axially Magnetized Ferrite-Filled Waveguides." Journal of Applied Physics, Vol. 39, No.5. pp.2380~2391 April. 1968.
- 4) J.B. Knorr and P.R. Mc. Isaac, "A Group Theoretical Investigation of the Single-Wire Helix." IEEE Trans on MTT, Vol. MTT-19, No.11 pp.854-861 Nov.1971.
- 5) A. Hessel, M.H.Chen, R.C.M.Li and A.A. Oliver, "Propagation in Periodically Loaded Waveguided with Higher Symmetries," Proc. of the IEF, Vol.61, No.2 pp.183~195 Feb.1973.
- 6) C.G. Montgomery, R.H. Dike and E.M. Purcell, "Principles of Microwave Circuits" N.Y. Mc Graw-Hill, 1948 ch.12.
- 7) F.P. McKelvey, "Solid State and Semiconductor Physics." N.Y. Harper & Row, 1966 ch.8.
- 8) R.E. Collin. "Field Theory of Guided Waves." N.Y. Mc Graw-Hill, 1960. ch.5.