

< 論 文 >

相變化를 同伴하는 熱傳達과 蓄熱에 관한 研究

(非定常熱線法에 의한 熱傳導率의 測定)

李 澤 植* · 盧 承 卓*

(1976年 6月 12日 接受)

Phase Change Heat Transfer and Storage of Thermal Energy

—Measurement of Thermal Conductivity by Non-steady Hot Wire Method—

Taik-Sik Lee · Sung-Tack Ro

Abstract

Non-steady hot wire method was adopted to measure thermal conductivity of paraffin wax in the phases of liquid and solid for the utilization of thermal energy storage. The instrument was tested with the measurement of thermal conductivity of water at various temperatures. The reproducibility of the instrument was found to be $\pm 2\%$, in which the results for water agree with the literature values.

The thermal conductivity of paraffin wax varies from 0.177 W/m C to 0.236 W/m C when the phase changes from liquid to solid near the melting temperature.

1. 序 論

相變化를 同伴하는 物質에서의 熱傳達은 學問的인 關心에서 뿐만 아니라 실제 應用 問題와 聯關되어 대단히 重要한 問題로 부각되어 왔다. 특히 근래들어 太陽熱에너지 利用을 비롯한 에너지의 効率的 利用과 聯關된 熱에너지의 저장방법수단으로 더욱 關心을 모으게 된 것이다. 熱에너지의 축적은 적제는 冷暖房, 크기는 發電所 設備까지 포함하여 다방면에 필요하게 되어 가장 보편적인 方法으로는 物質의 感熱을 利用한 方法이나 蓄熱 裝置의 크기가 過大하게 必要한 短點이 따름으로서 物質의 相變化時的 潛熱을 利用하는 方案이 대두되어 왔다. 이 相變化時的 熱傳達은 非定常熱傳達問題가 되어 여러 條件에 따른 問題의 解가 알려져 있으나¹⁻³⁾ 거의 無次元化된 形態로 실제 計算에 必要한 값을 提供 못하는 경우가 많다. 이는 특히 常溫 근처에서의 相變化物質

의 熱的性質이 알려져 있지 않은것으로 기인된다. 이 중 熱傳導率 또는 熱擴散率은 이러한 熱傳達過程을 解析하는데 必須的인 要件으로 되어 있다. 여기서는 大氣壓下에서 常溫으로부터 攝氏 數拾度の 範圍에서 相變化를 일으키는 物質의 熱傳導率을 相變化를 前後한 液體와 固體狀態에서 測定하고자 한다.

熱傳導率은 오랜동안 이미 定常熱傳達의 方式을 利用하여 많은 物質에 對하여 測定이 이루어져왔다. 그러나 이 方法은 一般的으로 實驗條件을 基本方程式과 적합시키는데 있어 周圍條件의 調整이 어렵고 測定時間이 比較的 오래 걸리는 缺點이 있다. 특히 流體의 測定에 있어서는 定常狀態를 滿足시키는데 따르는 自然對流의 現象에 對하여는 修正이 곤란하거나 不可能하므로 簡易한 實驗裝置로 신속하게 測定할 수 있는 非定常熱線法을 使用하여 物質의 熱傳導率을 測定하고자 한다. 이 方法은 液體와 固體에 同時에 使用할 수 있는 利點이 있기도 하다.

* 正會員, 서울大學校 工科大學

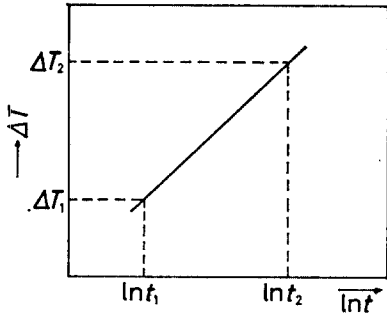


Fig. 1. Relation between temperature rise and time.

2. 非定常熱線方式의 基本方程式

最初 等溫狀態인 物質에서 無限의 線形熱源을 가졌을 때 생기는 溫度分布의 非定常傳導方程式과 初期 및 境界條件은 다음式들에 의하여 記述된다.⁴⁾

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \bar{q}, \tag{1}$$

여기서 $\bar{q} = -k \nabla T,$ (1a)

$$\Delta T(r, t) = 0, \quad t \leq 0, \tag{1b}$$

$$q = \lim_{r \rightarrow \infty} (k \cdot 2\pi r \frac{\partial T}{\partial r}), \tag{1c}$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Delta T(r, t) = 0. \tag{1d}$$

여기서 ρ, C_p, T, t 는 각각 密度, 定壓比熱, 溫度, 時間을 나타내며 q, k, r 는 熱線 單位 길이 當의 熱傳導量, 熱傳導率 및 熱源으로부터의 距離를 나타낸다. 또한 ΔT 는 最初 平衡溫度로 부터의 變化

$$\Delta T(r, t) = T(r, t) - T(r, 0)$$

를 表示한다.

이들 初期 및 境界條件을 滿足시키는 方程式 (1)의 完全解는 다음과 같이 計算된다.⁴⁾

$$T(r, t) = -\frac{q}{4\pi k} Ei(-x) \tag{2}$$

이고 $Ei(-x)$ 는 指數積分函數(exponential integral)를 나타내며⁵⁾

$$x = \frac{r^2}{4\alpha t} \tag{2a}$$

이다. 여기서 α 는 熱擴散率을 나타낸다. 半徑 r 이 at 에 比하여 작은 경우 ($x \ll 1$), 指數積分函數 $Ei(-x)$ 는 展開가 可能하여

$$Ei(-x) = \gamma + \ln x - x + \frac{1}{4}x^2 + 0(x^3) \tag{2b}$$

로 되며 $\gamma = 0.5772 \dots$ 로 Euler의 定數를 表示한다. 이 때 溫度變化 ΔT 는 近似的으로

$$\Delta T(r, t) = \frac{q}{4\pi k} \ln \frac{4\alpha t}{r^2} - \frac{\gamma q}{4\pi k} \tag{3}$$

로 된다. 따라서 半徑 $r = a$ 인 熱線 주위에서 充分한 時間이 지난후의 溫度上昇은

$$\Delta T(a, t) = \frac{q}{4\pi k} \ln \frac{4\alpha t}{a^2 C} \tag{4}$$

로 나타나게 된다. 여기서 $C = \exp \gamma$ 를 표시한다. 式 (4)에서 時間을 表示하는 $\ln t$ 와 溫度上昇 ΔT 간에 線形의 關係가 Fig. 1과 같이 나타난다.

따라서 式 (4) 또는 Fig. 1로 부터

$$\frac{q}{4\pi k} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln t_2 - \ln t_1} \tag{5}$$

이 되어 測定된 $t_1, t_2, \Delta T_1, \Delta T_2$ 및 q 로 부터 熱傳導率 k 의 計算이 可能하다.

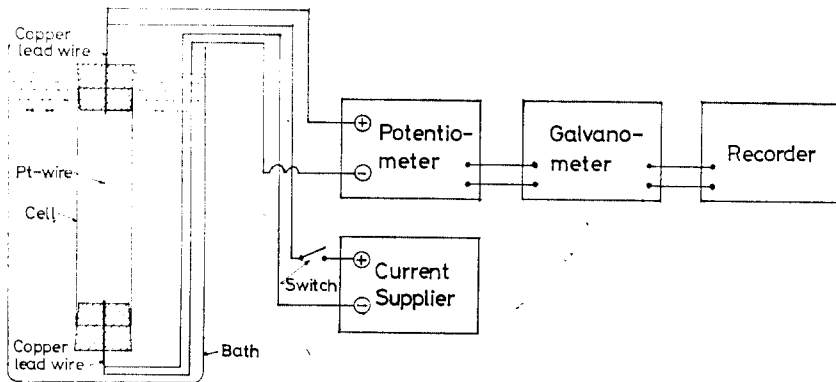


Fig. 2. Schematic presentation of experimental apparatus.

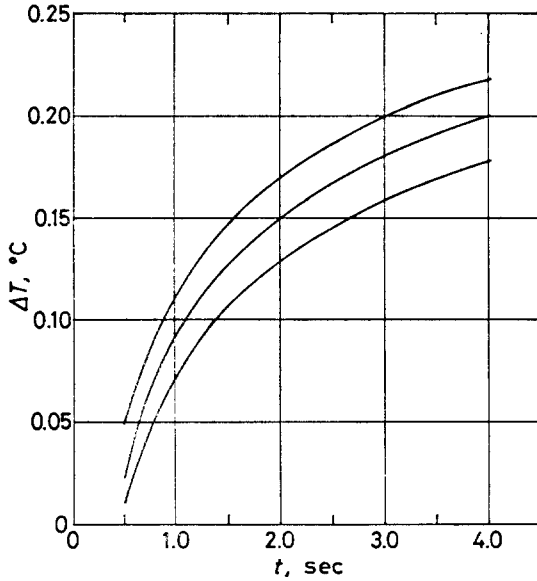


Fig. 3. Results of ΔT versus t for water.

3. 測定 및 裝置

(1) 裝置

實驗에 使用된 測定裝置의 主要部는 Fig. 2에 表示된 바와 같다. 被測定物은 直徑 約 2~3cm의 유리管에 投入되고 유리管內에는 길이 約 12~16cm, 直徑 30 μ m 또는 50 μ m의 純粹白金線이 銅線에 의하여 外部로 連結되어 있다. 白金線은 一定電流供給器로부터 30~100mA의 一定한 電流를 供給 받는다. $t=0^+$ 의 순간에 電流가 白金線에 供給됨에 따라서 一定溫度의 水槽에 있던 白金線 및 被測定物의 溫度가 上昇하게 되므로 白金線에서의 溫度上昇을 精密電位差計(Potentiometer), 檢流計(Galvanometer) 및 기록계(Recorder)를 使用하여 測定한다. 白金線은 日本 市村金屬株式會社에 의하여 提供되었다.

(2) 作動 및 基本原理

白金線의 抵抗에 따른 溫度變化를 利用하여 白金線의 抵抗熱源 檢 抵抗溫度計로 利用된다. 白金線의 抵抗은 溫度에 따라 거의 線形的으로 增加하므로 溫度 $T^{\circ}\text{C}$ 에서의 抵抗 R 는 0°C 때의 抵抗을 R_0 로 하였을 때

$$R=R_0(1+\beta T) \tag{6}$$

로 표시된다. 여기서 β 는 抵抗의 溫度係數로서 $\beta=$

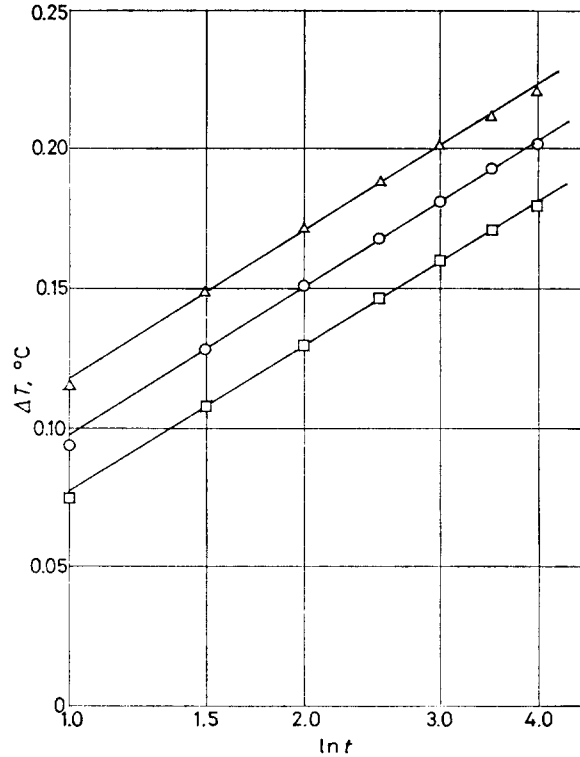


Fig. 4. Results of ΔT versus $\ln t$ for water. (Δ ; 23.2 $^{\circ}\text{C}$, \circ ; 23.3 $^{\circ}\text{C}$, \square ; 23.7 $^{\circ}\text{C}$)

0.00388/ $^{\circ}\text{C}$ 가 使用되었다⁶⁾.

被測定物과 溫度平衡狀態를 이루고 있는 白金線에 定電流 I 를 通過시킴에 따라 時間 $t=0^+$ 의 순간에 白金線의 兩端에 $V_0^+=IR_0^+$ 의 電壓이 發生된다. 이 電壓 V_0^+ 를 微小電位差計에 미리 측정하여 두면 $t=0^+$ 이후에 따르는 白金線의 溫度上에 따라 V_0^+ 로 부터 變化된 電壓 V 가 白金線의 兩端에서 추출되므로 이의 差가 檢流計에 나타난다. 使用된 電子式檢流計는 μV 單位の 電壓을 檢出할 수 있으며 入力の 1, 10 또는 100倍의 倍率로 擴大하여 記錄計에 出力을 보낼수 있어 이로부터 時間에 따르는 電壓上昇을 測定하여 抵抗變化를 計算할 수 있다. 따라서 式(6)으로 부터 溫度上昇의 計算이 可能하다. 實驗에 使用된 白金線의 抵抗은 $R_0=5\sim 15\Omega$ 이며 使用電流 30~100mA에 따라 微小電壓計에 의한 測定電壓은 150~500mV이다. 實驗에 消耗된 時間은 約 7約 秒以內이며 이 期間中의 溫度上昇은 大體로 0.2 $^{\circ}\text{C}$ 程度이다. 또한 熱源의 強度 q 는

$$q(t) = \frac{I^2 R(t)}{l} = \frac{I^2}{l} [R_i + \beta R_0 \Delta T(t)] \tag{7}$$

로 表示된다. 여기서 l 은 白金線의 길이, Ri 는 最初狀態에서의 抵抗이며 最高溫度上昇 $\Delta T \approx 0.2^\circ\text{C}$, $\beta \approx 0.004$ 에 對하여 $\frac{\beta R_0 \Delta T}{Ri} \approx 0.0008 < 0.1\%$ 에 불과하므로 $q = \frac{I^2}{2l} (R_1 + R_2) =$ 一定한 값을 據하여도 무방하다.

一定電流供給器는 0.1Ω , 1Ω , 10Ω 의 標準抵抗과 微小電位測定을 行함으로서 一定流의 값을 檢證하였으며 負荷 또는 時間에 따른 變化는 最高 $\frac{3}{10000}$ 以內에 있으므로 修正없이 使用될 수 있다.

따라서 測定 또는 計算된 q , $\Delta T_2(t_2)$ 와 $\Delta T_1(t_1)$ 으로부터 熱傳導率 k 가

$$k = \frac{q}{4\pi} \frac{\ln \frac{t_2}{t_1}}{\Delta T_2 - \Delta T_1} \quad (8)$$

으로 計算된다.

4. 修正 및 誤差의 限界

2節에서 說明된 數學的 모델과 3節의 實際實驗間의 差異로 생기는 修正 및 誤차는 다음의 3가지로 大別할 수 있다.

(1) 白金線의 有限한 直徑

3節의 計算式에서 白金線의 熱傳導率은 無限한것으로 假定됨으로 白金線內에서 半徑에 따르는 溫度分布는 均一하고 熱線의 半徑 $r=a$ 에서의 溫度는 $T(a, t)$ 로 주어진다. 따라서 熱源에 의한 流體로의 全熱量은 $\pi a^2 \rho_w C_w \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{r=a}$ 만큼 감소되어 式(1)에서의 境界條件 (1C)와는 다르게 된다. 여기서 添字 w 는 熱線을 表示한다. 즉 $r=a$ 에서

$$-2\pi a k \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_a = q - \pi a^2 \rho_w C_w \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_a \quad (9)$$

의 境界條件이 滿足하여야 한다. 이 條件을 滿足시키는 解는 Carslaw와 Jaeger⁴⁾에 의하여 주어져 있다. 이 式은 變形하면

$$\Delta T(a, t) = \frac{q}{4\pi k} \left[\ln \frac{4at}{a^2 C} \left(1 + \frac{\rho C - \rho_w C_w}{2kt} a^2 \right) + \frac{\rho C a^2}{2kt} + \dots \right] \quad (10)$$

로 表示된다. 修正量을 數値로 比較하기 위하여 물에 대한 物性值과 $2a=30\mu\text{m}$ 또는 $50\mu\text{m}$ 를 代入하면

$$\frac{\rho C - \rho_w C_w}{2kt} a^2 \approx \frac{0.0002}{t} \sim \frac{0.00006}{t}$$

로 되어 $t > 1\text{sec}$ 에 대하여 이 값은 1에 比하여 無視할

수 있다. 한편

$$\frac{\rho C a^2}{2kt} = \frac{0.0006}{t} \sim \frac{0.0002}{t}$$

로 되어 $\ln \frac{4at}{a^2 C} = (6.2 \sim 7.3) + \ln t$ 에 比하여 역시 無視할 수 있게 된다.

(2) 測定流體의 有限으로 인한 修正

測定計算에 使用된 式이 半徑方向으로 無限한 物體에 適用되는데 比해 實際 使用된 測定物은 自然對流의 영향을 減少시키기 위하여 直徑 $2b=2\sim 3\text{cm}$ 로 制限되었다. 이때 白金線과의 直徑比는

$$\frac{b}{a} = (400 \sim 1,000)$$

으로 되어 이 效果는 無視될 것이 豫想되며 有限한 半徑에 대한 一般解는 다시 Carslaw에 의하여 주어졌다.⁴⁾ 이때 式(4)의 값과의 差는

$$\delta T = \Delta T_{i,d}(a, t) - \Delta T_i(a, t) = \frac{q}{4\pi\lambda} \left[\ln \frac{4at}{b^2 C} + \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-p_n^2 at/b^2) \{ \pi Y_0(P_n) \}^2 \right] \quad (11)$$

으로 表示될 수 있다. 여기서 P_n 은 $J_0(P_n)=0$ 의 根을 나타낸다. 물의 경우에 대한 數値는 $t=4\text{秒}$ 에서 $\delta T \approx 0.002^\circ\text{C}$ 로 나타나며 뒤에 說明되는 理由로 無視될 수 있다.

한편 線形熱源의 有限한 길이로 인하여 생기는 白金線兩端部分에서의 修正項은 熱線端面積의 被測定物端面積의 比가 $\frac{1}{1,500} \sim \frac{1}{5,000}$ 程度이므로 考慮되지 않아도 좋을 것이다. 이의 檢證을 위하여 被測定物을 圓筒의 下端으로부터 白金線部分까지만 充塡하고 上部를 大氣狀態에 두는 경우와 連結銅線部分까지 充滿한 두 경우에 대하여 試驗에 의한 比較를 行하였으나 現實驗裝置에서는 檢出되지 않는 정도의 微小한 差를 보여 주었다.

(3) 自然對流의 영향

圓筒으로 對稱인 熱線部分에서의 自然對流의 影響은 近來 많이 研究되어,^{7,8)} 熱源에 供給된 후 特定時間 t_c 이후부터 3次元의 對流效果가 始作됨을 보이고 있으나 實驗의 檢證은 극히 어렵거나 不可能하다. [따라서 이 效果는 同一한 條件에서 數個의 實驗을 反復함으로서 時間溫度函數關係에서 非規則性이 發見되는 部分以後로 假定하였다.

위에서 說明된 修正項은 5節에서 序述된 測定結果의

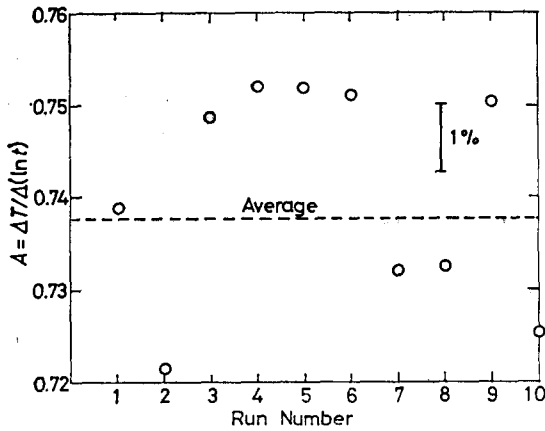


Fig. 5. Variation of Slope $\Delta T/\Delta(\ln t)$

Table 1. Some experimental results for water

t , sec	$\ln t$	ΔT , °C(1)*	ΔT , °C(2)*
0.5	0.6931	0.0478	0.0196
1.0	0.0000	0.1167	0.0686
1.5	0.4055	0.1504	0.0921
2.0	0.6931	0.1719	0.1066
2.5	0.9163	0.1885	0.1185
3.0	1.0986	0.2015	0.1275
3.5	1.2528	0.2117	0.1339
4.0	1.3863	0.2201	0.1406

* (1) $T=23.2^\circ\text{C}$, $d=50\mu\text{m}$, $l=123.5\text{mm}$,
 $I=100.0\text{mA}$, $V_0^+=693.1\text{mV}$
 (2) $T=24.2^\circ\text{C}$, $d=30\mu\text{m}$, $l=160.0\text{mm}$,
 $I=50.0\text{mA}$, $V_0^+=1247.0\text{mV}$

反復性에서 생기는 偏差(≈2%)에 比하여 無視할 程度의 값임으로 實際實驗條件이 理想的인 數學모델과 相異함으로 생기는 誤差는 따로이 考慮할 必要가 없는 것으로 나타난다.

5. 測定結果 및 分析, 比較

(1) 물

實驗裝置의 動作特性을 檢證하기 위하여 既存의 資料가 可能한 大氣壓狀態의 물을 25°C , 30°C , 45°C 에서

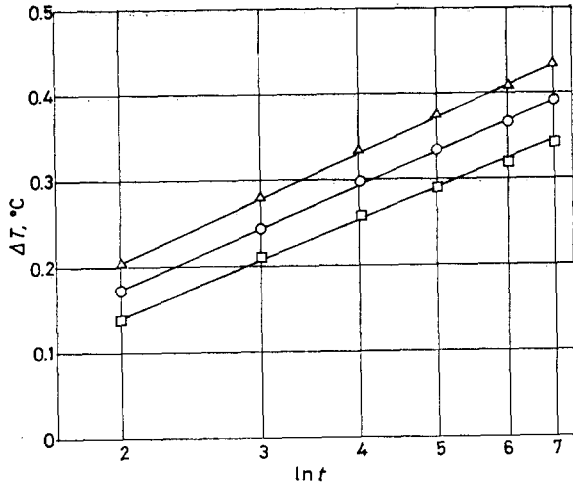


Fig. 6. Results of ΔT versus $\ln t$ for paraffin wax (Δ ; 63.0°C , \circ ; 57.2°C , \square ; 52.8°C)

Table 2. Experimental results for water and comparison with literature valves.

Run No.	1	2	3	4	5
Condition					
T , °C	23.2	23.7	30.8	43.5	24.2
d , μm	50	50	50	50	50
l , mm	123.5	123.5	125.6	123.5	160.0
I , mA	100.0	100.0	100.0	100.0	50.0
V_0^+ , mV	692.7	694.2	713.6	747.2	1247.0
k_{exp} (w/m. °C)	0.605	0.602	0.614	0.624	0.607
k_{lit} (w/m. °C)	0.6029	0.6038	0.6151	0.6324	0.6046

* Data are taken and interpolated from VDI-Wärmeatlas⁹⁾.

測定하였다. Fig. 3,4는 25° 에서 測定된 結果의 一部分을 $t \sim \Delta T$, $\ln t \sim \Delta T$ 의 그래프로 表示한 것이다.

여기서 거의 平行하게 나타내진 여러개의 線은 初期溫度의 差 내지는 微小電位差計에 미리 設定할 때 生じた 差로 인한것이나 結果의 分析에는 기울기만이 요구됨으로 아무런 差異를 주지 않는다.

資料의 分析은 實驗된 全資料에 對해 그래프상으로 均一性을 나타내는데 時間領域 t_1 , t_2 를 취하여 이 區間內의 數點을 취하여 各 實驗에 對하여

$$\Delta T = A(\ln t) + B \tag{12}$$

Table 3. Thermal conductivity of paraffin wax

Temperature °C	Thermal conductivity w/m. °C
52.8	0.236
57.2	0.196
63.0	0.177

에 의하여 最小誤差自乘法으로 A 를 計算하여 平均값을 구하였다. Fig. 5는 25°C에서 實驗回數에 따른 A 의 變化를 나타내며 平均值 A 와 熱傳達量의 平均值 \bar{q} 를 規算하여

$$k = \frac{\bar{q}}{4\pi A} \quad (13)$$

를 算出한다. Fig. 5로 부터 最大偏差는 $\pm 2\%$ 로 될 수 있고 이를 實驗誤差로 擇하여도 무방할 것이다. Table 1은 상이한 溫度, 熱線의 直徑, 長이를 使用한 경우의 結果中 一部를 表示한다.

Table 2에서는 相異한 實驗條件에 따라 算出된 熱傳導率을 表示한다.

Table 2에 제시된 測定된 물의 熱傳導率은 각 溫度에 對하여 文獻의 값^{9, 10)}과 比較할 때 測定の 誤差를 表示하는 $\pm 2\%$ 의 範圍에 있음을 알 수 있다.

(2) 파라핀 왁스(paraffin wax)

물의 測定에 使用된 同一한 熱線($l=160.0\text{mm}$)을 使用하여 파라핀 왁스의 液相 및 固相에서의 熱傳導率을 測定하였다. 實驗은 大氣壓下에서 파라핀 왁스의 融點附近인 53°C, 57°C 및 63°C에서 이루어 졌다. Fig. 6은 3個의 相異한 溫度에서 얻어진 $\ln t - \Delta T$ 의 關係를 나타내며 Table 3에서 測定된 熱傳導率을 表示한다.

파라핀 왁스는 構成成分에 따라 熱的性質이 相異할 것이 豫想되나. 여기서는 商用으로 購得 가능한 日本 Katayama Chemical Co.에 의하여 製造된 試藥一級을 使用하였다. 이의 融點附近과 液相 및 固相인 57.2°C, 63.0°C와 52.8°C에서 行하여 졌다. 實驗中 57.2°C는 液相과 固相이 混合된 狀態로 推측된다. 融點을 前後한 熱傳導率은 液相에서 固相으로 遷移하여 約 33%增加되었다. 이는 一般的으로 融點附近에서 相變化時에 갖는 熱的性質과 定性的으로 一致한다.

後 記

本 研究는 1975年度 產學協同財團의 研究費支援으로 이루어진 것이다. 研究費를 支援한 關係當局에 感謝를 하며 同時에 實驗裝置의 設置, 操作 및 計算을 補助한 서울大學校 大學院 機械工學科 李在憲, 李文柱 兩君에게 謝意를 表한다.

參 考 文 獻

1. N. Shamsundar and E.M. Sparrow, Storage of Thermal Energy by Solid-Liquid Phase Change-Temperature Drop and Heat Flux, J. Heat Transfer, Trans. ASME 96 Ser. C, 541 (1974).
2. S.H. Cho and J.E. Sunderland, Phase Change Problems with Temperature-Dependent Thermal Conductivity, J. Heat Transfer, Trans. ASME 96 Ser. C, 214 (1974).
3. E.I. Griggs, D.R. Pitts and W.R. Humphries, Transient Analysis of a Thermal Storage Unit Involving a Phase Change Material, ASME Paper No. 74-WA/HT-21 (1974).
4. H.S. Carslaw and J.C. Jaeger, Conduction of Heat in Solids, 2nd Ed., Oxford University Press (London, 1959).
5. M. Abramowitz and I.A. Stegun, Handbook of Mathematical Functions, Dover (New York, 1965).
6. M.W. Zemansky, Heat and Thermodynamics, 5th Ed. McGraw-Hill (New York, 1968).
7. R. J. Goldstein and D.G. Briggs, J. Heat Transfer, Trans. ASME 86. Ser. C, 490 (1964).
8. R.J. Goldstein and E.R.G. Eckert, Int. J. Heat and Mass Transfer 1, 208(1960).
9. VDI-Wärmeatlas, VDI-Verlag (Düsseldorf, 1957).
10. Proceedings of the Sixth International Conference on the Properties of Steam (Paris, 1964).