

Front Fillet Welds에서의 彈性應力の 舉動에 關한 研究

嚴 東 錫*

A Study on the Behavior of Elastic Stress Distribution
in Front Fillet Welds by Finite Element Method

by

Dong-suk Um*

Abstract

This paper investigates the distribution of stress and its behavior at the Root and Toe in fillet welding joint.

Furthermore, the stress components and principal stresses in the fillet welds are calculated by the finite element method.

The distribution of stresses obtained numerically by means of the finite element method is also compared with the experimental results of two dimensional photoelasticity.

A Cover plate type and Center block type of fillet welds are used as models for the numerical calculations covering the variations of $2W/M$ (thickness of main plate/thickness of cover plate) =1 through $2W/M=4$.

The results obtained in these studies are summarized as follows;

1) When $2W/M$ values become small, the stress concentration factors of the Root are larger than of the Toe in a C-type.

Its critical value is $2W/M=3.00$.

However, no critical value exists in a T-type.

2) For $2W/M$ Values being above 3.5 in a C-type and above 4.0 in a T-type, K_R and K_T become 1.

3) According to the differences of $2W/M$ values, the differences in stress become increasing in the Root but become decreasing in the Toe. These differences, however, disappear as the free boundary surface is approached.

4) The stress concentration factors of both the Root and Toe obtained by means of the finite element method have somewhat lower values than obtained by the photoelasticity.

But their principal stress directions coincide in either method.

5) It proves beneficial to employ the finite element method for two-dimensional plane stress analysis in front fillet welding joint.

1. 緒 論

熔接이음의 靜的強度에 대한 研究는 熔接發達初期로부터 여러 研究者들에 의하여 實驗的 或은 理論的으로 試圖되어 왔다. 特히 應力分布가 複雜한 Fillet Welding Joint에 있어서 理論的 解析으로는 Ben Kato [1] 등의 것을 볼 수 있는데, 極座標를 使用한 경우에 應力函數

를 導入한 適合條件式으로 부터의 應力解析은 Fillet 周邊의 外力分布를 均等分布로 假定하여 다루어 졌기 때문에 實際應力分布와는 差異가 있고 不合理한 點이 있어 應力解析을 힘에 滿足할만한 理論式이 못된다. 應力分布에 대해서는 理論보다 오히려 實驗的인 解析이 많이 試圖되어 왔으며 이중 光彈性實驗에 의한 研究로서는 A.G Solakian [2], E.G. Cocker [3] 등의 研究를

接受日字: 1975年 10月 31日

* 正會員: 釜山大學校 工科大學

와 같이 구해진다. 이와 같이 한개의 三角形要素에 대한 剛性 Matrix 가 구해진다면 이들을 서로 중첩하여 連續體 全體의 剛性 Matrix 를 구할 수 있다. 이들을 利用하면 다음과 같은 連續體 全體에 대한 平衡方程式을 구할 수 있다.

$$[K]\{\delta\} = \{F\} \quad (10)$$

여기서

$[K]$ = 全體剛性 Matrix

$\{\delta\} = [U_i, V_i, U_j, V_j, U_k, V_k]^T$

$\{F\} = [X_i, Y_i, X_j, Y_j, X_k, Y_k]^T$

(10)은 多元聯立方程式이고 이것을 풀면 節點變位가 구해진다. 즉 $\{\delta\}$ 에 節點拘束條件을 代入하고 $\{F\}$ 에 境界에서의 等價節點荷重들을 代入하여 上記平衡方程式의 Matrix 를 재배열한다. 지금 주어진 等價荷重을 $\{F_r\}$, 拘束節點의 變位를 $\{\delta_s\}$ 라 하면 (10)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} K_{rr} & K_{rs} \\ K_{sr} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\delta_r \\ \delta_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_r \\ R \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서 δ_r : 境界上에서의 節點變位

R : 支點反力

(11)을 展開하면

$$\begin{cases} K_{rr}\delta_r + K_{rs}\delta_s = F_r \\ K_{sr}\delta_r + K_{ss}\delta_s = R \end{cases} \quad (12)$$

첫째 式에서

$$\delta_r = K_{rr}^{-1}(F_r - K_{rs}\delta_s) \quad (13)$$

와 같이 되어 未知의 變位가 구해지고 이를 둘째 式에 代入하면 支持反력을 計算할 수 있다.

節點變位가 주어진다면 다음 式에 의하여 應力成分들 $\{\sigma\}$ 을 구할 수 있다.

$$\{\sigma\} = [D][B]\{\delta\} \quad (14)$$

여기서

$$[\sigma] = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T$$

이와 같이하여 應力成分이 구해지면 다음과 같이 主應力들과 그 方向들을 計算할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \\ \sigma_2 &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \\ \theta_1 &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \\ \theta_2 &= \theta_1 + \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

2.2 Modeling

Fig. 1에서 보는 바와 같은 前面 Fillet Welding Joint 를 C-type 과 T-type 인 두가지의 模型을 생각한다. 여기서는 模型의 形狀, 變形 및 外力의 條件들이 上下左右對稱이므로 割線으로 表示된 部分에 대하여 생각

한다. x, y 軸에 있어서의 境界條件을 設定하고 均等引張荷重은 이와 等價인 節點荷重으로 換算適用시키면 된다. table 1은 $2W/M$ 의 값을 系統的으로 變化시킨 모델의 次序를 나타내었다. Fig. 1과 같은 한개의 모델이 정해지면 三角形要素로서 平面內를 分割하고 特別 Root 및 Toe 부에 있어서는 應力集中이 豫想됨으로 이 근방에 있어서의 要素는 細分하였다. 그런데 program 상 電算機의 容量을 고려하여 節點數 42個로 設定함으로써 58個의 三角形要素들로 分割되고 各節點에 있어서의 自由度가 2이므로 節點變位의 未知數는 84個(節點數 \times 2)로 됨으로 全體剛性 Matrix 는 84 \times 84로 된다. 要素分割의 例를 Fig. 7, 8에 圖示하였다. 그리고 이 모델에 있어 變形條件과 對稱條件을 고려하여 剛體運動을 防止할 拘束境界條件으로서 C-type 에 있어서는 x 軸方向으로 拘束되는 假想支點 4, 5, 6과 k 軸方向으로 拘束되는 假想支點 1, 12, 13, 29, 42를 設定하였다. 節點 1, 2, 3은 主板이 서로 맞대이는 곳으로 x 軸方向으로는 拘束이 없다. 한편 T-type 에 있어서는 x 軸方向으로의 拘束節點 1, 2, 3, 4, 5와 y 軸方向으로의 拘束節點 1, 10, 11, 27, 29, 42를 擇하였다.

한편, T-type 에서는 slit 가 있어서 節點 11, 12, 13, 25, 26, 27 에 拘束이 없다. 그리고 主板의 平行部에 있어서 荷重作用點의 端部를 Toe 부로부터 W 의 1.5배, L 의 길이를 $L/(2W+M)=3$ 以上 되도록 취하였으며 이는 Saint-Venant의 原理에 의한 平均應力을 얻을 수 있는 거리로 생각된다[21]. 또 平均荷重을 節點荷重으로 變換시키면 荷重端에 있어서 節點數는 3個이고 等間隔으로 잡았으므로 節點荷重의 크기는 각각 f_1, f_2, f_3 라 하고 全荷重을 P 라 할때 $f_1+f_2+f_3=P$ 가 될은 명 확하고 모델을 均一하게 引張기 위해서는 兩端의 f_1, f_3

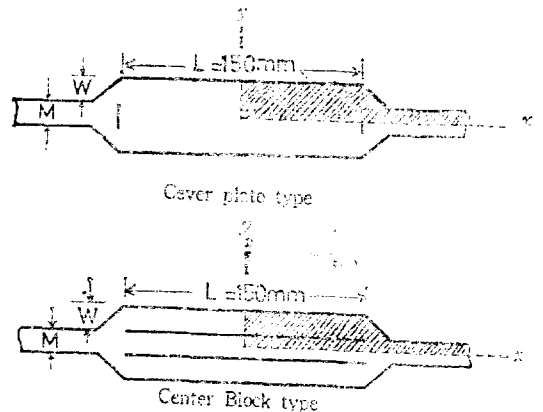


Fig. 1. The types used as a model for finite element method.

Table 1. Dimensions of Models

Type of Joint	Number of Model	Length of Cover plate (Center Block) (L)	Thickness of Main plate (M)	Thickness of Cover plate (W)	2W/M	L/(2W+M)
Cover plate type	C-1	150	16	8	1.00	4.68
	C-2	150	16	10	1.25	4.17
	C-3	150	10	7.5	1.50	6.00
	C-4	150	10	10	2.00	5.00
	C-5	150	10	11.25	2.25	4.62
	C-6	150	10	12.5	2.50	4.29
	C-7	150	10	13.75	2.75	4.00
	C-8	150	10	15	3.00	3.75
	C-9	150	10	16.25	3.25	3.53
	C-10	150	10	17.5	3.50	3.33
	C-11	150	10	20	4.00	3.00
Center Block type	T-1	150	32	—	1.00	4.68
	T-2	150	36	—	1.25	4.17
	T-3	150	25	—	1.50	6.00
	T-4	150	30	—	2.00	5.00
	T-5	150	32.5	—	2.25	4.62
	T-6	150	35	—	2.50	4.29
	T-7	150	37.5	—	2.75	4.00
	T-8	150	40	—	3.00	3.75
	T-9	150	42.5	—	3.25	3.53
	T-10	150	45	—	3.50	3.33
	T-11	150	50	—	4.00	3.00

는 $f_1=f_3=\frac{1}{2} \times \frac{P}{2}$ 이고 中間節點 f_2 는 $f_2=\frac{P}{2}$ 로 된다.

以上에서 要素分割, 拘束條件, 節點荷重들이 決定됨으로 이들 資料로 부터 Fig. 2에서 보는 바와 같은 Flow Chart에 依하여 順次計算을 행하여 各要素內의 應力, 節點의 反力, 變位 등을 얻을 수 있다.

3. 解析結果 및 考察

電子計算組織 CDC-3300을 使用하여 有限要素法에 의한 二次元 平面應力解析을 행한 結果를 光彈性模型 및 實物 試片에 대한 實驗結果[13][14]와 比較 檢討하면 다음과 같다.

3.1 應力集中率

有限要素法에 의하여 求해진 Root 부 및 Toe 부의 應力集中率과 2W/M值의 關係를 Fig. 3(C-type), Fig. 4(T-type)에 圖示하였다. 여기서 應力集中率은 主應力差($\sigma_{max}-\sigma_{min}$)의 主板斷面에 있어 平均應力(σ_{nom})에 對한 比이다. Toe 및 Root 부에 있어서는 節點이 共有하는 要素들의 應力值을 平均한 值를 그 節點에 對한 應力으로 取하는 것이 普通이나 本研究에서는 關聯要素中 最大值를 갖는 要素에 있어서의 應力值를 취하였다[18]. Fig. 3.4에서 알 수 있는 바와 같이 2W/M의

값이 작을수록 顯저하게 應力集中率이 크고 2W/M 값이 클수록 應力集中率이 작음을 알 수 있는데 이는 主板的 두께에 비하여 脚長이 작을수록 應力集中率이 کم을 말해 준다. 이 傾向들은 光彈性 實驗結果와 光彈性 被膜法을 利用한 實物試驗片에 있어서도 같다[13][14][15]. 또 2W/M值에 따른 K_R, K_T 의 大小關係를 살펴보면 C-type에 있어서는 2W/M가 작은 범위에서는 $K_R > K_T$ 이지마는 2W/M值가 어떤 값 以上이 되면 $K_R < K_T$ 가 됨을 알 수 있다.

이는 Macfalan이 행한 疲勞試驗에서 疲勞破斷位置가 2W/M值의 變化에 따라 Root 부 또는 Toe 부에서 發生함을 報告한 바가 있고[11], 著者도 疲勞試驗에 있어 破斷位置는 Root 및 Toe 부의 應力集中率의 大小에 依存함과 2W/M值에 어떤 臨界值가 存在함을 이미 指適한 바 있다[13]. 特히 2W/M值의 臨界值를 알고저 Front Fillet Welds에 있어 應力解析을 有限要素法에 의하여 系統的으로 解析을 행하여 Fig. 3, 4에서 보는 바와 같이 2W/M值가 C-type에 있어 2W/M=3.00이 臨界值가 됨을 알 수 있고 T-type에 대해서는 臨界值가 存在치 않고 2W/M值가 커지면 K_R, K_T 가 1에 接近함을 알 수 있다. 이것은 C-type인 경우에 있

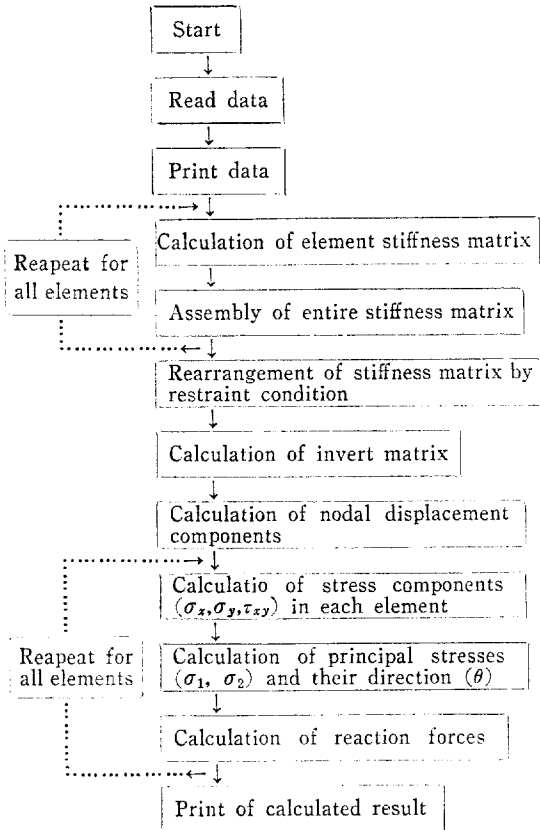


Fig. 2 Flow chart

이시도 臨界値는 存在하나 K_R, K_T 가 서로 接近함은 T-type 인 경우와 同一하다. 그래서 Front Fillet Welding Joint 에 있어 $2W/M=3.5$ (C-type 인 경우)와 $2W/M=4.0$ (T-type 인 경우) 以上이 되는 경우에 있어서 Root, Toe 부에 대한 應力集中 現象을 거론함은 無意味함은 알 수 있다.

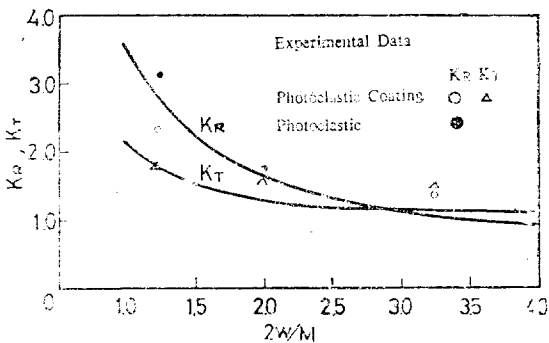


Fig. 3 Relations between stress concentration factors, K_R and K_T , of C-type

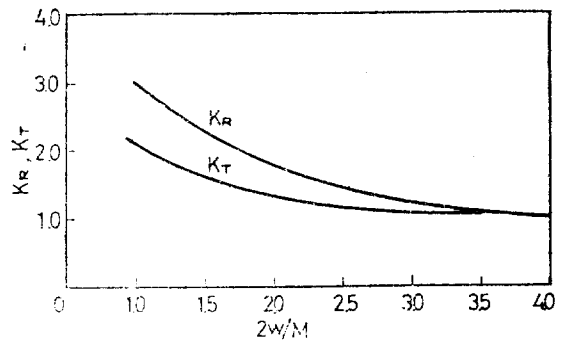


Fig. 4. Relations between stress concentration factors, K_R and K_T , of T-type

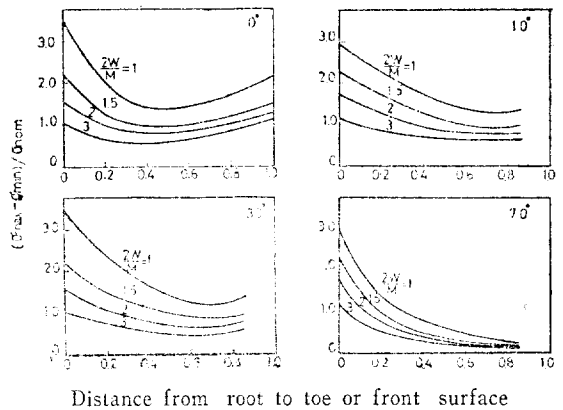


Fig. 5. Stress distribution of C-type

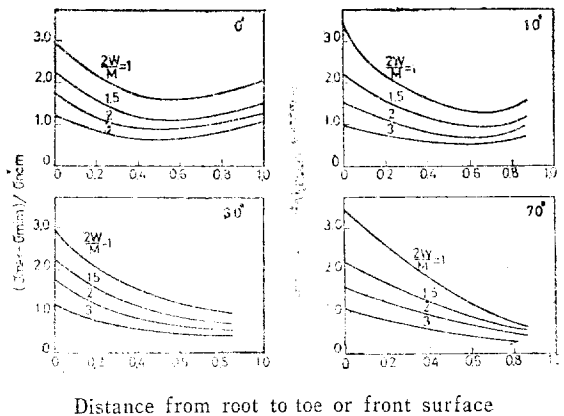


Fig. 6. Stress distribution of T-type

3.2 Fillet 부에 있어서의 應力分布

Fillet 부에 있어서의 應力分布에 關한 理論的 研究에서는 引張面, 剪斷面 等의 一定面上的 應力分布을 均等分布, 直線分布 或은 拋物線分布等으로 假定하여 解析하고 있으므로 이들 結果들은 實驗結果와 一致되지 않는 不合理한 것이 많으며 應力分布을 나타내는 滿足

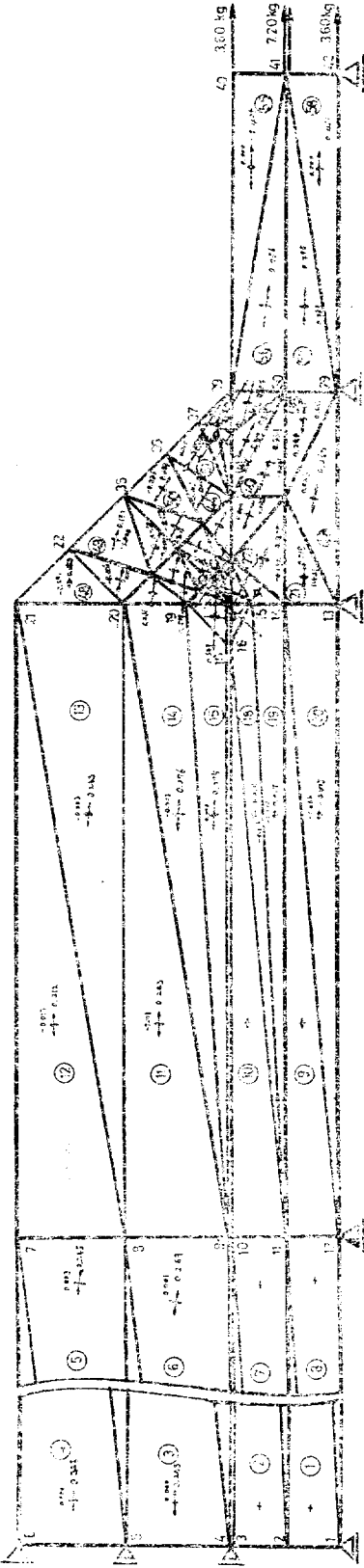


Fig. 7. Principal stress distribution of C-type.

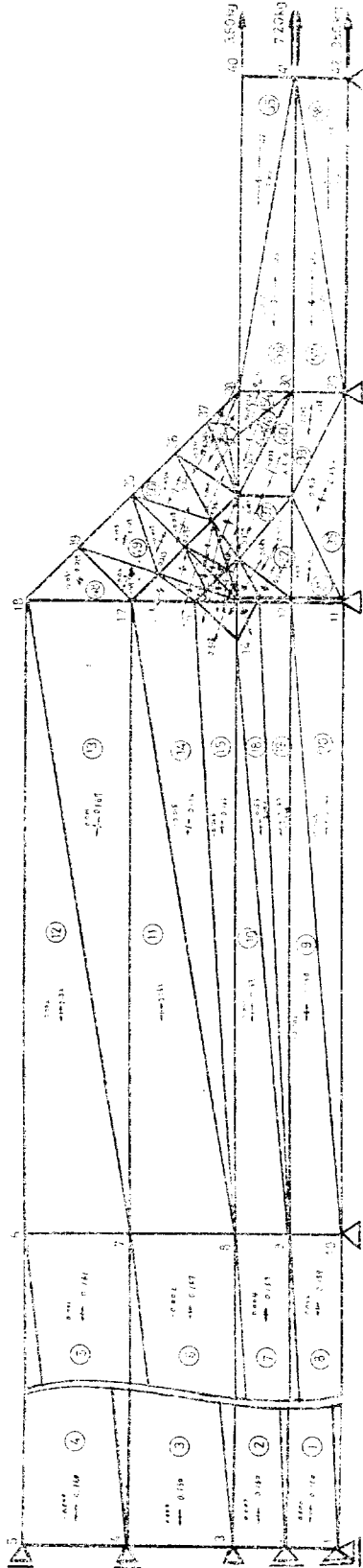


Fig. 8. Principal stress distribution of T-type.

할만한 理論式은 없고 증대까지는 오히려 實驗的 方法에 의한 研究가 많이 試圖되어 왔다. Fig. 7, 8은 여러 模型中 代表的인 例($2W/M=2$)에 대한 C 및 T-type에 있어서의 主應力의 크기 및 方向을 圖示하였다. 主應力의 方向 및 應力分布는 著者가 報告한 바 있는 光彈性實驗에서 구한 結果[14]들과도 잘 一致됨을 알고 T-type은 C-type인 경우와는 對照的으로 主應力方向들이 Root 부에 있어 差異가 있고 應力의 흐름이 攪亂됨을 알 수 있다. 이는 Stress Concentration in Plate with Ellipse Hole[22]과 같은 類似性에서 오는 것이라 생각된다.

Fig. 5, 6은 Fillet 부에 있어서 Root를 基點으로 하여 外力作用方向으로 부터 $0^\circ, 10^\circ, 30^\circ, 70^\circ$ 로 된 各線分上에 있어서의 應力集中率들이 $2W/M$ 值의 變化에 따른 應力分布의 變動을 圖示하였다. 이때 橫軸에 있어서 Root 부로 부터 Toe 부 및 自由境界面까지의 距離는 各 모델마다 W 의 값이 變함으로 距離에 대한 비를 택하였다. Root 부에 있어 $2W/M$ 值의 差에 따라 應力集中率의 差가 현저하고 Toe 부에 있어서는 그 差는 작아짐을 알 수 있다. 그리고 T-type에 있어서는 C-type보다 應力分配는 크고 또 이와 같은 傾向이 角度가 증가할 수록 自由境界面에 있어 一定값으로 모두 가 가까워짐을 알 수 있다. 즉 Fillet에 있어서 自由境界面에서는 $2W/M$ 值의 變化에 큰 影響을 받지 않음을 알 수 있다. Fig. 3, 4에서 볼 수 있는 바와 같이 有限要素法에서 구한 값들이 實驗值 보다 多少 낮은은 要素分割을 電算機의 容量 때문에 적게 취하였기 때문이라 생각되며 適切한 個數의 要素分割을 하면 有限要素法에서 구한 값들이 有用함이 期待된다.

4. 結 論

(1) Fillet의 脚長 W , 主板의 두께를 M 이라 할때 $2W/M$ 值가 작으면 C-type에 있어서 Root 부의 應力集中率이 Toe 부보다 크고 $2W/M$ 值가 큰 경우는 Toe 부의 應力集中率이 Root 부보다 큰데 $2W/M=3.00$ 에서 兩者는 同一해진다. T-type에 있어서는 Root 部의 應力集中率이 $2W/M$ 值에는 關係없이 Toe 部의 그것보다 크나 $2W/M$ 의 增加에 따라 同一한 一定值에 接近한다

(2) C-type에 있어서 $2W/M > 3.5$, T-type에 있어서 $2W/M > 4.0$ 일때 應力集中現象은 없어진다.

(3) Root 부에 있어 $2W/M$ 值의 差에 따라 應力值의 差가 현저하고 Toe 부에 있어서는 그 差가 멀어짐을 알 수 있고 自由境界面에 갈수록 一定한 값으로 된다.

(4) 有限要素法에 의하여 얻어진 Root 및 Toe 부의 應力集中率이 光彈性 및 光彈性被膜法에 의한 것보다 다소 낮은 값을 가지나 主應力方向은 잘 一致한다.

(5) 前面 Fillet Welding Joint에 對한 二次光平面應力 解析에 있어 有限要素法의 適用이 有用함을 알았다

參 考 文 獻

- [1] Takeo Naka, B. Kato, "Deformation and Strength of End Fillet welds" *J. of the Faculty of Engineering University of Tokyo (B)* Vol. XXVIII No. 3 (1966)
- [2] A.G. Solakian, "Stresses in Transverse Fillet Welds by Photoelastic Methods" *J. of the American Welding Soci. Jun.* 1934.
- [3] E.G. Cocker, "The Stresses in Fusion Joints" *J. of Ameri. Welding Soci. Jun.* 1931.
- [4] T.R. Higgins & F.R. preece, "Proposed Working Stresses for Fillet Welds in Building Construction" *AISC Engineering Journal Jan.* 1939.
- [5] Ben Kato & Kojimorita, "Strength of Transverse Fillet welded Joint" *Ameri. weld. Research Supplement Feb.* 1974.
- [6] A Tsuruta, A. Minow & I. Funakashi, "Experimental Study on Stress Distribution of Front Fillet" *Jou. of the Japan weld. Soci. Vol. 27 No. 4* 1958.4.
- [7] S. Ohta "Consideration on the Strength of Inclined Fillet weld" *J. of the Japan weld. Soci. Vol. 27 No. 7* 1958.
- [8] S. Ohta "On the Strength Calculation for Deep Fillet Weld" *J. of the Japan weld Soci. Vol. 32 No. 4* 1963.
- [9] K. Sathoh & K. Seo, "Mechanical Behaviour and Strength of Front Fillet Welded joint" *J. of the Japan weld. Soci. Vol. 41 No. 41 No. 10* 1972.
- [10] K.Satoh & K. Seo, "Mechanical Behaviour and Strength of Fillet Weld under Tension (part 2)" *J. of Japan weld. Soci. Vol. 41 No. 4* 1972.
- [11] D.S. Macfarlan & J.D. Harrison "Some Fatigue Test of Load Carrying Transverse Fillet Welds" *British weld. Journal Dec.,* 1965.
- [12] M. Watanabe, K. Nagai, A. Otsuka, & Y. Nagata, "A Study of Fatigue Strength in Weld Metal and H.A.Z. of Mild Steel Weld" *J. of Japan weld. Soci. Vol. 36 No. 4* 1967.
- [13] K. Nagai, D.S. Um & T. Hashimoto, "Elastic Stress Concentrations in Front Fellet Welds" *J. of Naval Archi. of West Japan No. 35* Feb. 1968.

- [14] D.S. Um, "Study on Deformation and Strength of Fillet welds" *J. of the Soci. of Naval Archi. of Korea*. Vol. 7 No. 2 1970.
- [15] D.S. Um "Study on Plastic Strain Distribution of Front welds" *University Journal Busan University* Vol. 10 1969.12.
- [16] M. Otani, "Rigidity of Fillet Welded T-Joint" *J. of Japan Weld. Soci.* Vol. 26 1956.
- [17] S.Sakurai, "On Comparison with Fillet Welded Joints" *J. of Japan Weld. Soci.* Vol. 21 No. 1
- [18] O.C. Zienkiewicz & Y.K. Cheung, "The Finite Element Method in Structural and Continuous Mechanics" MacGraw-Hill Book Co. N.Y 1968.
- [19] Ivar Holand & Kolbein Bell, "*Finite Element Methods in Stress Analysis*" Published by TAPIR The Technical University of Norway 1969.
- [20] 三本木茂夫, 吉村信敏, "有限要素法による構造解析プログラム" 培風館 1974.
- [21] 西田正孝 "应力集中" 森北出版 p28 1967.
- [22] Timoshenko *Strength of Materials*" Vol. II p218