

高速艇 推進器 設計

嚴 道 宰*

1. 개 요

선박 추진기의 설계는 다른 수력기계의 설계보다 매우 어렵다. 그것은 고려되어야 할 요소가 많을 뿐만 아니라, 추진기 주위의 유체흐름을 정확히 해석하기 힘들기 때문이며, 이 문제를 해결하기 위하여 많은 지혜와 노력이 소비되었으나 아직도 정확한 해석은 못하고 있는 실정이다. 문제해결을 위한 한가지 방법으로 모형시험을 이용한 추진기 시리즈가 있다. 저속선의 경우 이 시리즈를 이용하여 추진기를 설계할 경우 매우 간단하고 또 좋은 결과를 얻을 수 있다. 그러나 이 시리즈는 고속추진기에서의 문제점인 Cavitation에 관하여는 그처럼 방법이 이론적이 못하고 처리결과 또한 만족스럽지 못할 뿐만 아니라, 추진기 효율도 Model Propeller의 효율을 넘지 못하는 약점이 있다. 고속추진기 시리즈로서 뉴톤레이다의 제한된 시리즈가 있으나 이것 역시 Cavitation 문제를 완전히 해결하지 못한다.

이 시간에는 Hydrodynamic Principle에 의거, 고속이며 Cavitation이 없는 고정 피치 추진기 설계의 한 방법을 소개한다.

이 글의 주요 내용은 참고문헌들의 내용을 인용하였음을 천언한다.

2. 설계자료

추진기 설계에 필요한 자료와 구해야 하는 자료의 종류에 따라 설계 문제형을 요약하면 표 1과 같다.

일반적으로 문제 형에 따라서 그 문제를 푸는데 사용될 추진기 시리즈의 형이 선택된다. 예를 들면 문제 1의 경우 K-J, B- δ , C-J, (Fig. 20, 21, 22 참조) 어느 형을 사용해도 쉽게 풀 수 있으나, 문제 8의 경우는 B- δ 형, 문제 10의 경우는 C-J형을 사용해야만 용이하게 풀린다. Vortex 이론에 의거 프로펠러를 설계 할 경우, 문제 1의 형태 즉 속력, 직경, 유효마력 및 회전수 등이 주어져야 한다. 이들 주어지는 자료의 정확성과 적합성은 설계의 성공여부와 관련되므로 그 결정과정

에서 고려되어야 할 점을 요약하면 :

1) 설계점과 속력

먼저 설계점의 설정이다. 다시 말하면 어느 속도에서 추진기의 최대 효율을 얻을 것인가 하는 문제다. Fixed Pitch Propeller에서 최대 효율은 이론적으로 한 점 뿐이다. 따라서 상선에서 연속항해 속력, 예인선에서는 예인 속력이 설계점이 되겠다. 고속정의 경우 최대 속력을 택한다.

2) 직경과 회전수

추진기 직경은 Tip Clearance를 0.15D—0.2D를 허용하는 범위에서 결정되고 이 직경에 Optimum R.P.M.을 결정한다. Optimum R.P.M.의 결정은 보통추진기 시리즈에 의한다. 추진 기관은 이 회수에서 필요한 마력을 낼 수 있도록 설계한다. 이 때 주의할 것은 추진기 시리즈에 의하여 결정된 R.P.M은 약간의 여유가 필요하다. 왜냐하면 추진기 시리즈는 자항시험 (Open Water Test)의 결과로서 선체 후부에서 작동할 때와는 다르기 때문이다. 참고문헌 (1)에서 이유를 다음과 같이 규정하고 있다.

추진축이 한개인 경우 : 3%

추진축이 두개인 경우 : 2%

3) EHP, Thrust

EHP는 모형시험을 거쳐 결정한다. 고속정 특히 선형이 Planing Type일 경우 정확한 EHP를 구하기는 힘들다. 모형과 실선간의 유체동력학적 상사성이, 선체가 활주할 경우 즉 양력이 부족다 우세한 경우에도 성립하는지는 의문이며 이 문제는 앞으로 연구되어야 할 과제중의 하나이다. 모형시험없이 EHP를 결정하는 한 방법은 참고문헌 (7)에 소개 되어 있다. 시험에 의하든 해석적인 방법에 의하든 그 결과의 타당성 여부를 신중히 검토하여 사용하여야 한다.

4) Blade 수

Blade 수의 주요 결정 요소는 선체의 고유 진동 및 Wake Field의 변화 등이다. 이 두 요소는 모두 측정하기 힘들 뿐만 아니라 추진기의 부하 및 배의 속력에 따라 변한다. 따라서 Blade 수는 진동문제와 무게, 가

* 正會員, 海軍本部

적 등을 고려하여 결정한다.

5) Hub 직경

Hub의 직경은 Shaft 직경과 Blade 수에 따라 다르나 가능한 작게 해야 한다. 보통 0.15D~0.2D를 사용한다.

6) Rake 및 Skew

Rake는 고속에서 무게 중심의 변위에 의하여 추가 Bending Stress를 주게 된다. 따라서 Rake는 주지 않는 것이 유리하다. Skew의 영향은 아직도 미지수이며 연구해야 할 문제중의 하나이다. 공작성을 고려하여 주지 않는 것이 좋다.

박용추진기의 기하학적 모양과 그 동작에 관련된 원리 및 용어들은 그림 23에 설명되어 있다.

3. 계 산

추진기가 수중에서 운동할 경우 세 방향의 속도 즉 추진기의 지름방향, 원주방향, 축방향의 속도가 유기된다.

이 3가지 유기속도는 추진기의 전진 속력에 비하여 작으나, 정확히 해석하기는 매우 어렵다. 이 어려움을 극복하기 위하여 몇가지 가정을 설정하여 근사적인 해석을 한다.

(i) 추진기 날개를 비점성 유체에서 운동하는 하나의 Lifting line으로 생각한다 (Fig 1 참조). 이 가정으로써 지름 방향의 속도를 무시할 수 있다.

(ii) 유기속도 U와 실제 유입속도 Vr과는 서로 직각이라 생각한다 (Fig 2 참조). 이 가정으로써 유기속도 두 성분 Ut와 Ua를 Goldstein function k와 단순한 삼각함수로서 계산이 가능하다. (그림 3~7 참조)

(iii) 임의 추진기의 x=0.7에서의 효율은 Optimum Propeller의 Open Water efficiency와 같다고 생각한다.

이 가정으로써 Fig 8. $C_{Ti} = \lambda - \eta_i$ 곡선을 이용하여 실제 추진기의 x=0.7에서의 효율 및 β_i 를 구할수 있고 이 값을 기준으로 여타 날개 단면에서의 β_i 를 추정할 수 있다. 이때 각 단면 피치의 분포는 Hub에서의 피치값을 꼭지점으로 하고 x=0.7에서의 피치값을 통과하는 이차 곡선 모양을 이루도록 분포시키되 날개 끝 부분에서는 Tip Cavitation이 없도록 약간 감소시킨다.

1) Hydrodynamic Pitch Angle β_i 의 결정

앞에서 도입한 가정하에서 β_i 를 결정하는 방법은

$$V_A = V_s[1 - \omega_0] \tag{1}$$

$$\lambda = 101.27 \frac{V_A}{\pi n D} \tag{2}$$

$$T = \frac{325.86 \text{ eh} \rho}{V(1-t) \cos \phi} = \frac{R_s}{(1-t) \cos \phi} \tag{3}$$

$$C_i = \frac{T}{\frac{\rho}{2} \frac{D^2 \pi}{4} (1.688 V_A)^2} \tag{4}$$

$$C_{Ti} = \frac{C_T}{1 - 2\epsilon \lambda_i} = (1.02 \sim 1.06) C_T \tag{5}$$

$$\lambda_i = x \tan \beta_i \tag{6}$$

$$\tan \beta = \frac{101.27 V}{\pi n D x} = \frac{\lambda}{x} \tag{7}$$

$$\tan \beta_i = \frac{\tan \beta}{\eta_i} = \frac{(P/D)_i}{\pi x} \tag{8}$$

$$\lambda_i = \frac{\lambda}{\eta_i} \tag{9}$$

$$C_{Ti} = 8 \int_{x_i}^1 x k \frac{u_i}{2V_A} \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{u_i}{2V_A} \right) dx \tag{10}$$

$$\frac{u_i}{2V_A} = \frac{\sin \beta_i \sin(\beta_i - \beta)}{\sin \beta} \tag{11}$$

여기서 식 (11)에서 계산한 C_{Ti} 와 식 (5)에서 계산한 C_T 가 일치할 때까지 β_i 를 변경하면서 계산을 되풀이 한다. 이때 β_i 의 추정은 매우 중요하다.

새로운 β_i 의 추정은 식 (12)를 사용한다.

$$(\tan \beta_i)_{\text{요구}} = (\tan \beta_i)_{\text{계산}} \left[1 + \frac{(C_{Ti})_{\text{요구}} - (C_{Ti})_{\text{계산}}}{5(C_{Ti})_{\text{요구}}} \right] \tag{12}$$

일단 각 반경에서 정확한 $\tan \beta_i$ 가 결정되면 날개치수의 결정을 위한 계산에 들어간다. 이상은 Wake의 영향을 무시할 경우이다. Wake를 고려할 경우도 Wake가 반경에 따라 변한다고 가정하고 다음과 같이 계산이 가능하다.

$$\lambda_s = \frac{101.27 V}{\pi n D} \tag{13}$$

$$\tan \beta = \frac{\lambda_s}{x} (1 - \omega_x) \tag{14}$$

$$C_{Ts} = \frac{T}{\frac{\rho}{2} \frac{D^2 \pi}{4} (1.688 V)^2} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \tan \beta_i &= \frac{\tan \beta}{\eta_i} \left(\frac{1 - \omega_0}{1 - \omega_x} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\lambda_s (1 - \omega_0)^{\frac{1}{2}} (1 - \omega_x)^{\frac{1}{2}}}{x \eta_i} \end{aligned} \tag{16}$$

$$C_{Tsi} = (1.02 \sim 1.06) C_{Ts} \tag{17}$$

$$C_{Tsi} = 8 \int_{x_i}^1 k x \frac{u_i}{2V} \left(\frac{x}{\lambda_s} - \frac{u_i}{2V} \right) dx \tag{18}$$

$$\frac{u_i}{2V} = \frac{(1 - \omega_x) \sin \beta_i \sin(\beta_i - \beta)}{\sin \beta} \tag{19}$$

2) 날개 치수의 결정

날개 치수를 결정하려면 먼저 어떤 형태의 포일형을 사용한 것인가를 결정해야 한다. 박용 추진기에 적합한 Foil Section은 많다. 특히 NACA 16 및 NACA 66 단면과 중심선 a=0.8 및 a=1.0의 특성은 그압력 분포가 단면길이에 따라 일정하여 박용 추진기 날개로 많이 사용된다. (table 2 및 Fig 9 참조)

Foil Section의 임의 점에서의 예견 되는 Minimum Pressure와 Stagnation Pressure와의 비를 그 점에서의 Cavitation Number σ 라 할때 σ 와 C_L, l, t_x, m_x 와의 관계를 그림 10, 11, 12에 도표화 하였다. 이 표들은 σ 를 횡축, $C_L l/t_x$ 를 종축으로 나타내고 있다.

이 두 값 σ 와 $C_L l/t_x$ 를 알면 Cavitation을 피하는 t_x/l 및 m_x/l 를 이표에서 찾는다. 이때 σ 는 추진기주위의 유체 흐름이 균일하지 못한 점을 고려하여 20%의 여유를 준다. 즉 0.8σ 를 사용한다. σ 와 $C_L l/t_x$ 의 계산은,

$$\frac{C_L l}{D} = \frac{4\pi}{z} \frac{x\kappa}{\lambda} \frac{u_i}{2V_A} \cos\beta_i \quad (20)$$

Wake를 고려할 경우

$$\frac{C_L l}{D} = \frac{4\pi}{z} \frac{x\kappa}{\lambda_s} \frac{u_i}{2V} \cos\beta_i \quad (21)$$

$$\sigma = \frac{\gamma}{\frac{\rho}{2} (1.688 V_A)^2} \left[\frac{(p+p_0) \sin^2 \beta}{\cos^2(\beta_i - \beta)} \right] \quad (22)$$

Wake를 고려할 경우

$$\sigma = \frac{\gamma}{\frac{\rho}{2} (1.688 V)^2} \left[\frac{(p+p_0) \sin^2 \beta}{(1-u_x)^2 \cos^2(\beta_i - \beta)} \right] \quad (23)$$

$$\frac{t_0}{D} = \frac{1}{D} \sqrt[3]{\frac{C_L P_s}{4.123 n S_C}} \quad (24)$$

$$\frac{t_x}{D} = 0.003 + f \left[\frac{t_0}{D} - 0.003 \right] \quad (25)$$

f 는 Table 3 참조

C_L 은 Fig 13 참조

S_C 는 사용하는 재료의 최대 허용응력 (Table 4 참조)

$$\frac{C_L l}{t_x} = \frac{C_L l}{D} \times \frac{D}{t_x} \quad (26)$$

$$\frac{l}{D} = \frac{l}{t_x} \times \frac{t_x}{D} \quad (27)$$

$$C_L = \frac{C_L l}{D} \times \frac{D}{l} \quad (28)$$

이상 결정된 Blade의 치수는 오직 Cavitation에 대하여 고려되었고 다음은 응력에 대한 고려가 필요하다.

3) 응력계산

추진기의 정확한 응력계산은 대단히 복잡하다. 여기서는 TBM Report 919 호에 의거한 간이방법을 소개한다.

원심력에 의한 응력은 Thrust 및 Torque에 의한 Bending Stress에 비하여 미소하므로 무시한다. Bending Stress를 얻기 위하여 Bending Moment를 구한다. 이 Bending Moment는 두 성분, 즉 Foil Section의 Nose와 Tail을 연결하는 선에 평행하는 축에 대한 Moment

M_x 와 이에 수직인 축에 대한 Moment M_y 로 분류하여 생각한다.

두 축 x 및 y 는 Section의 중심을 통과하도록 잡고 Pitch Angle ϕ 와 Thrust Moment M_T 와 Torque Moment M_Q 를 알면,

x 축 및 y 축에 관한 Bending Momen는

$$M_x = M_T \cos\phi + M_Q \tan\phi \quad (29)$$

$$M_y = M_T \sin\phi - M_Q \cos\phi \quad (30)$$

$$M_T = \frac{\rho}{2} \frac{R^3 \pi}{z} (1.688 V_A)^2 \int_{x_0}^1 (x-x_0) (1-\epsilon \tan\beta_i) \frac{dC_{Li}}{dx} dx \quad (31)$$

$$M_Q = \frac{\rho}{2} \frac{R^3 \pi}{z} (1.688 V_A)^2 \int_{x_0}^1 (x-x_0) (\tan\beta_i + \epsilon) \frac{dC_{Ti}}{dx} dx \quad (32)$$

단 $x_0 = \frac{r}{R}$

I_x 및 I_y 를 x 축 및 y 축에 대한 Moment of Inertia라 하면 임의의 단면에서의 응력은 다음과 같다.

$$\text{앞부분 응력} = -\frac{y_1 M_x}{I_x} - \frac{x_1 M_y}{I_y} \quad (33)$$

$$\text{꼬리부분 응력} = -\frac{y_2 M_x}{I_x} - \frac{x_2 M_y}{I_y} \quad (34)$$

$$\text{제일 두꺼운 곳의 배면응력} = -\frac{y_3 M_x}{I_x} - \frac{x_3 M_y}{I_y} \quad (35)$$

Fig. 15에서 보는바와 같이 x_1, x_2, x_3 를 nose, tail 및 제일 두꺼운 곳의 x 축 방향의 거리라 하고 y_1, y_2, y_3 를 y 축의 거리라 하면, 다음과 같은 식을 얻는다.

중양선을 NACA $a=0.8$ NACA $a=1.0$ 을 가진 NACA 16 단면의 기하학적 성질은,

$$A = 0.986 \left(\frac{at_x}{l} \right)^2 \quad (a=\text{Fig. 16 참조}) \quad (36a)$$

$$x_1 = \left(0.4838 - 0.026 \frac{m_x}{l} \right) l \quad (36b)$$

$$x_2 = x_1 - l \quad (36c)$$

$$x_3 = x_1 - 0.5l \quad (36d)$$

$$y_1 = \left(0.113 \frac{t_x}{l} + 0.782 \right) \left(\frac{m_x}{l} \right) l \quad (36e)$$

$$y_2 = y_1 \quad (36f)$$

$$y_3 = \left(0.5 \frac{t_x}{l} + \frac{m_x}{l} \right) l + y_1 \quad (36g)$$

$$I_x = 0.9925 \left[b \left(\frac{w_x}{l} \right)^2 + 0.04487 \left(\frac{t_x}{l} \right)^3 \right] l^4 \quad (b=\text{Fig. 17 참조}) \quad (36h)$$

$$I_y = 0.946 \left(\frac{ct_x}{l} \right) l^4, \quad (C=\text{Fig. 18 참조}) \quad (36i)$$

NACA 66 앞부분에다 포물선 모양의 꼬리부분(Par

abolic tail)을 가진 단면의 기하학적 성질은,

$$A = 0.963 \left(\frac{at_x}{l} \right) \quad (a = \text{Fig. 16 참조}) \quad (37a)$$

$$x_1 = \left(0.473 - 0.026 \frac{m_x}{l} \right) l \quad (37b)$$

$$x_2 = x_1 - l \quad (37c)$$

$$x_3 = x_1 - 0.45l + 0.12 \left(\frac{t_x}{l} \right) \left(\frac{m_x}{l} \right) l \quad (37d)$$

$$y_1 = - \left(0.115 \frac{t_x}{l} + 0.80 \right) \left(\frac{m_x}{l} \right) l \quad (37e)$$

$$y_2 = y_1 \quad (37f)$$

$$y_3 = \left(0.5 \frac{t_x}{l} + 0.99 \frac{m_x}{l} \right) l + y_1 \quad (37g)$$

$$I_x = 0.945 \left[b \left(\frac{m_x}{l} \right)^2 - 0.04489 \left(\frac{t_x}{l} \right)^2 \right] l^4, \quad (b = \text{Fig. 17 참조}) \quad (37h)$$

$$I_y = 0.914 \left(\frac{Ct_x}{l} \right) l^4, \quad (C = \text{Fig. 18 참조}) \quad (37i)$$

(36) 및 (37)은 $\frac{t_x}{l} < 0.21$, $\frac{m_x}{l} < 0.05$ 에만 적용된

다. 그리고 +부호는 인장, -부호는 압축을 의미한다. 응력 계산결과 사용하는 재료의 허용 응력에 알맞는 l 이 결정되면 다음은 Camber 및 Pitch 수정을 한다.

4) Lifting Surface 영향에 대한 Camber 수정

$$\left(\frac{m_x}{l} \right)_{\text{수정}} = k_1 k_2 \frac{m_x}{l} \quad (38)$$

$k_1, k_2 = \text{Fig. 14 참조}$

5) Pitch Correction

Pitch는 3가지 수정을 거쳐야 한다. 즉 Viscous effect, Mean Line의 ideal attack angel 및 lifting surface에 대하여 수정한다.

마찰과 attack angle 수정을 합하여 α_1 , lifting surface effect correction을 α_2 라 하면,

$$\text{NACA } a=1.0 \text{ 중앙선 (Mean Line)에 대하여} \quad \alpha_1 = 2.35C_L (\circ) \quad (39)$$

$$\text{NACA } a=0.8 \text{ 중앙선 (Mean Line)에 대하여} \quad \alpha_1 = 1.15C_L (\circ) \quad (40)$$

$$\alpha_2 = \alpha_b + \alpha_f - (\alpha_1 + \alpha_0) \quad (41)$$

$$\alpha_b = \frac{\sin \beta_i}{2} \sum \left[\left(\frac{l}{D} \right) \sin \mu - 0.7 \cos \beta_i \cos \mu \right] \int_{x^*}^1 \frac{Gdx}{(P/R)^3} \quad (42)$$

$$(P/R)^3 = \left[x^2 + \left(\frac{l}{D} \right)^2 + 0.49 - 2 \left(\frac{l}{D} \right) \cos \mu \cos \beta_i + 0.7 \sin \mu \right] x^{3/2} \quad (43)$$

$$G = \frac{2kx}{z} \frac{u_t}{2V_A} \quad (44)$$

$\mu = \text{Blade의 Auguar Position} (\circ)$

$$\alpha_f = \alpha_i \frac{2}{1 + \cos^2 \beta_i \left(\frac{2}{h} - 1 \right)} \quad (h = \text{Fig. 19 참조}) \quad (45)$$

$$\alpha_i = \beta_i - \beta \quad (46)$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{0.7D}{\tan \beta_i} \right) \quad (47)$$

$\alpha_0 = \text{Mean Line의 Angle of Zero lift of Mean Line}$

$$\text{NACA } a=1.0, \alpha_0 = 0.127 C_L (\text{rad.}) \quad (48)$$

$$\text{NACA } a=0.8, \alpha_0 = 0.139 C_L (\text{rad.}) \quad (49)$$

따라서,

$$\alpha_2 = 57.3 \left[\alpha_b + \alpha_i \left(\frac{2}{1 + \cos^2 \beta_i (h-1)} - 1 \right) - \alpha_0 \right] (\circ) \quad (50)$$

이 Pitch Correction은 $x=0.7$ 에 대하여 계산하고 같은 비율을 다른 다면에 적용한다.

$$1 + \frac{\Delta P/D}{P/D} = \frac{\tan(\beta_i + \alpha_2)_{0.7}}{(\tan \beta_i)_{0.7}} \quad (51)$$

최종 피치는

$$\frac{P}{D} = \pi x \tan(\beta_i + \alpha_1) \left(1 + \frac{\Delta P/D}{P/D} \right) \quad (52)$$

여기서 초기에 세운 가정이 옳은가를 검산하고 맞지 않을 경우 시행 오차법에 의거, 계산을 되풀이한다.

$$C_{r_i} = \frac{C_r}{1 - 2\varepsilon \lambda_i} \quad (53)$$

$$\varepsilon = 0.008/C_L \quad (54)$$

정확한 계산은

$$C_r = 8 \int_{x^*}^1 x k \frac{u_t}{2V_A} \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{u_t}{2V_A} \right) (1 - \varepsilon \tan \beta_i) dx = \int_{y^*}^1 (1 - \varepsilon \tan \beta_i) \frac{dC_{r_i}}{dx} dx \quad (55)$$

$$C_p = 8 \int_{y^*}^1 \frac{xk}{\tan \beta} \frac{u_t}{2V_A} \left(1 + \frac{u_a}{2V_A} \right) \left(1 + \frac{\varepsilon}{\tan \beta} \right) dx = \int_{x^*}^1 \frac{\tan(\beta_i + \varepsilon)}{\tan \beta} \frac{dC_{r_i}}{dx} dx \quad (56)$$

$$P_s = \frac{\sqrt{2}}{550} R^2 z (1.688 V_A)^3 C_p \quad (67)$$

$$\eta = \frac{C_r}{C_p} \quad (58)$$

이상으로 복잡한 추진기 문제를 몇가지 가정을 제외하고는 정연한 이론에 입각하여 풀었다. 참고문헌 (3)에서 이 방법에 의한 계산치와 실험 결과치와 비교하여 앞에서 도입한 가정이 허용됨을 증명하였다. 그러나 이 방법을 이용함에 있어서 중요한 점은 피치 분포를 어떻게 추정하는 것이 가장 이상적인가 하는 문제이다. 예제에서 알 수 있듯이 피치분포는 설계자의 주관성을 내포하고 있기 때문이다. 이문제는 추진기 축의 경사도가 추진기 효율 및 Cavitation에 미치는 영향과 더불어 연구되어야 할 과제이다.

<참고 문헌>

- [1] Fundamentals of Ship Resistance and propulsion Part B : propulsion by J.D. Van Manen.
- [2] Theory of Wing Section by Ira H. Abbott and Abbert E. Von Doenhoff.
- [3] A Propeller Design Method by M.K. Eckhardt and W.B. Morgan.
- [4] High Speed Propeller Hydrodynamics and Design by Claus F.L. Kruppa.
- [5] Performance Data of Propellers for High Speed Craft by R.N. Newton, and H.P. Rader.
- [6] The Wageningen B-Screw Series by W.P.A. Van Lammeren, J.D. Van Manen and M.W.C. Oosterveld.
- [7] Hydrodynamic Design of Planing Hulls by Daniel Savitsky.
- [8] Principle of Naval Architecture by H.E. Rossel and L.B. Chapman.

<기호 해석>

- A : 날개면적
- A_E/A_0 : 추진기 날개 전개 면적비
- a : Blade Section-Area Coefficient
- b : Moment of inertia(I_x) Coefficient
- C_1 : 날개 두께 추정계수
- C_p : Power Coefficient
- C_{p_i} : 비점성 마력계수
- C_{ps} : 배의 속력을 기준한 마력계수
- C_T : Thrust Coefficient
- C_{T_i} : 비점성 추진계수
- C_{T_s} : 배의 속력을 기준한 추진계수
- $C_{T_{si}}$: 비점성 유체에서의 배의 속력을 기준한 추진계수
- C : Moment of inertia (I_y) coefficient
- C_L : 날개 단면의 양력계수
- D : 추진기의 직경(ft)
- f : Blade thickness Coefficient
- G : Nondimensional Circulation per Blade
- h : Pitch Correction Coefficient
- k_1, k_2 : Camber Correctcon Coefficient
- I_x, I_y : 날개 단면적의 Moment of Inertia
- l : 날개 길이
- M_{0z}, M_{Tz}, M_x, M_y : Blade Section 의 Bending Moment
- m : Ordinate of Mean Line

- m_x : Maximum Camber of Mean Line
- m_x/l : Camber Ratio
- n : R.P.M.
- P_b : Power per Blade, HP
- P_e : E.H.P.
- P_s : S.H.P.
- P/D : Pitch Ratio
- P/D_i : 미수정 Pitch Ratio
- P : 날개의 임의 단면에서의 정압력(수두, ft)
- P_a : 대기압(ft)
- Q : Propeller torque (ft-lbs)
- R : Maximum Radius, ft)
- R_s : 배의 저항(lbs)
- r : 임의 Section 의 반경 (ft)
- S_c : 허용응력 (psi)
- T : 푸로펠러 추진력(lbs)
- T_b : 날개당 추진력(lbs)
- T_i : 비점성 유체속에서의 추진력(lbs)
- t : Thrust Deduction Fraction
- t_0 : Projected Thickness on Axis
- t_{rip} : 끝의 최대 두께
- U : Induced Velocity, (Knots)
- U_a : 축방향 유기속도(Knots)
- U_i : 원주방향 유기속도 Knots
- V : 배의 속력(Knots)
- V_A : 전진속력
- V_r : Inflow Vedocity to Blade Section Knots
- W_0 : Effective Wake Fraction
- W_x : 임의 반경에서의 평균적인 축방향 Wake
- x_i : 무차원 반경 r/R
- z : 날개수
- α_0 : Zero Lift Angel of Attack
- β : Advance Angle
- γ : 비중(lbs/ft³)
- ρ : 밀도(lbs-sec²/ft⁴)
- ϵ : Drag-Lift Ratio
- η : 푸로펠러 효율
- η_i : 이상적인 추진기 효율
- κ : Goldstein Function
- λ : 전진속력을 기준한 전진계수
- λ_i : $x \tan \beta_i$
- λ_s : 배의 속력을 기준한 전진계수
- σ : 유입속도를 기준한 Cavitation Number
- ϕ : 최종 피치각(°)
- ψ : 축 경사각(°)

Table 1. 설계 문제형

문 제	주어진 자료								구해야 할 자료					
	V	d	p	ehp	ehp vs V	n	shp	V	d	p	ehp	n	shp	
1	x	x		x		x				x			x	
2	x	x				x	x			x	x			
3	x	x		x						x		x	x	
4	x	x					x			x	x	x		
5		x			x	x	x	x		x				
6		x			x		x	x		x		x		
7		x	x		x		x	x				x		
8	x					x	x		x	x	x			
9	x			x		x			x	x			x	
10	x			x					x	x		x	x	

Table 2. NACA Sections and Mean Lines

x_i/l	16 Section y/t_x	Modified 66 Section y/t_x	$a=1$ mean line m/m_x	$a=0.8$ mean line m/m_x
0	0	0	0	0
0.125	0.1077	0.1155	0.097	0.091
0.025	0.1504	0.1530	0.169	0.159
0.050	0.2091	0.2095	0.287	0.271
0.075	0.2527	0.2540	0.384	0.366
0.10	0.2881	0.2920	0.469	0.448
0.20	0.3887	0.4002	0.722	0.699
0.30	0.4514	0.4637	0.881	0.863
0.40	0.4879	0.4952	0.971	0.961
0.45		0.5000	0.983	0.998
0.50	0.5000	0.4962	1.000	1.000
0.60	0.4862	0.4653	0.971	0.978
0.70	0.4391	0.4035	0.881	0.889
0.80	0.3499	0.3110	0.722	0.703
0.90	0.2098	0.1877	0.469	0.359
0.95	0.1179	0.1143	0.287	0.171
1.00	0.0100	0.0333	0	0

x_i =distance along section nose-tail line from nose
 y =ordinate of section measured perpendicular to mean
 line
 m =ordinate of the mean line.

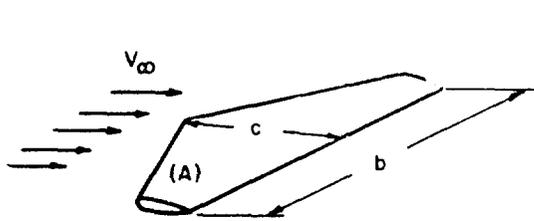
The leading-edge radius of the 16 section is $0.4t_x^2/l$, and of the modified 66 section is $0.64t_x^2/l$. The trailing edge of both sections should have a small radius.

Table 3. Coefficient for Radial Distribution of Maximum Thickness of Blade Elements

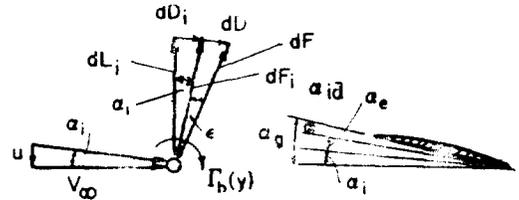
x	f
0.2	0.788
0.3	0.665
0.4	0.551
0.5	0.443
0.6	0.344
0.7	0.251
0.8	0.162
0.9	0.079
0.95	0.039

Table 4.

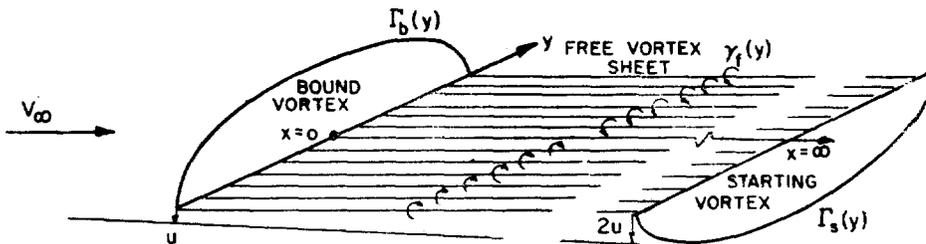
Material	Tensile strength in kg/cm ²	Elongation %	σ permissible in kg/cm ²	Resistance to seawater	Remarks
Cast iron	1,800—2,600	0	193—217 (tension)	none	irreparable; rough surface; sp. gr.=7,600;30 to 35% thicker than bronze screw
Graphite steel...	c. 4,000	normal 2—7 annealed 10—15	260—280	none	nodular cast iron, practically irreparable; sp. gr.=7,600;25 to 30% thicker than bronze screw
Manganese bronze (propeller bronze)	a. 4,000—4,500 b. 5,500	18—22	457—492	good	very smooth surface; fit to repair;sp. gr. =8,100; due to dezincing sometimes difficulties
Cunial bronze (Lips Propeller Works)	6,500	18	492—527	very good	copper-nickel-aluminum alloy; sp. gr.=7.65; saving of weight 12 to 20 %, as compared with manganese bronze due to lower sp. gr. and thinner blades
Cast steel.....	5,000—5,800	18	457—492	slight	fairly rough surface; sp. gr.=7.850; 10% allowance on calculated thickness due to risk of corrosion
Noyostone bronze (Stone).....	6,400	22	c. 100	very good	Cu-Mn-Al-Ni alloy; sp. gr.=7.5; saving of weight 12 to 20%, as compared with manganese bronze, due to lower sp.gr. and thinner blades
Nikalium bronze (Manganese Bronze st Brass Cy.).....	6,600	18	c. 500	very good	sp. gr.=7.65; saving of weight 12 to 20%, due to lower sp. gr. and thinner blades
Stainless steel...	c. 7,000	22	c. 500	very good	can be finished to a smooth surface; sp. gr.=7.85; difficult to cast, but highly resistant to corosion



Finite Aspect Ratio Foil



Induced Drag dD_i on Lifting Line Elements



Lifting Line of Finite Aspect Ratio with Elliptical Circulation Distribution ($u \ll V_\infty$, i.e. Effect of Downwash on Motion of Vortex Sheet Neglected)

Fig. 1 Flow Past Foils of Finite Aspect Ratio.

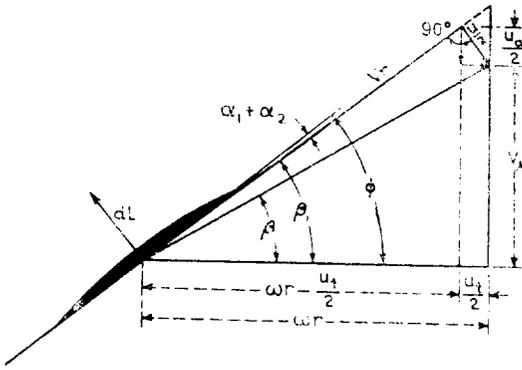


Fig. 2-1 Velocity Diagram for Nonviscous Flow at Blads Section

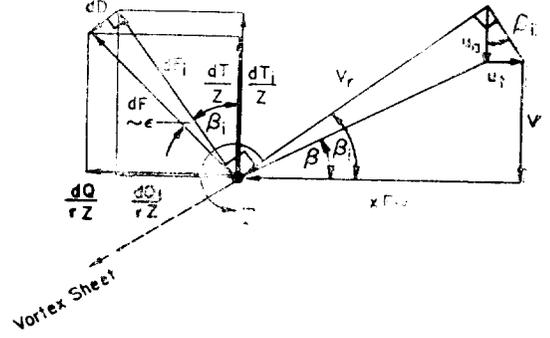


Fig. 2-2 Velocities and Forces on Blade Element of Modeately Loaded Optimum Propeller.

$$\int \phi = vds = Z\Gamma + 2 \int_{\theta=2\pi}^0 u_t(\theta) r d\theta = 0 \text{ for above path}$$

$$\int_{\theta=2\pi}^0 u_t(\theta) r d\theta = -2\pi r u_{tm}$$

$$\Gamma = \frac{4\pi r u_{tm}}{Z}$$

$$\kappa = \frac{\Gamma Z}{\Gamma_{\infty}} = \frac{u_{tm}}{u_t}$$

Γ_{∞} = Circulation for Propeller with Infinite Number of Blades

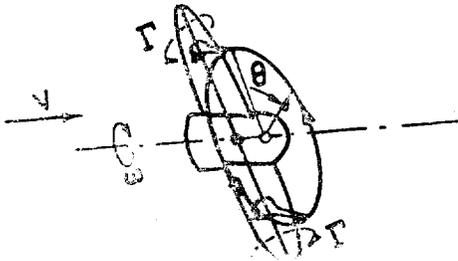


Fig. 3 Definition of Goldstein Factor κ .

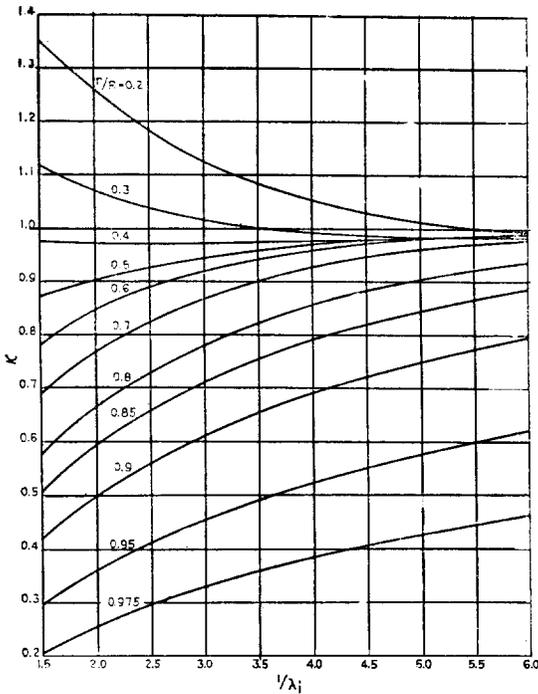


Fig. 4 Goldstein Functions (κ) for Three-Bladed Propellers

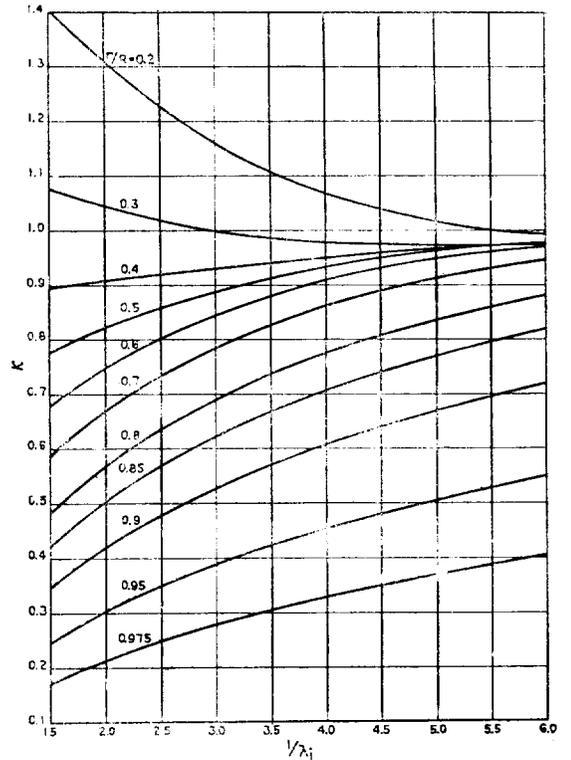


Fig. 5 Goldstein Functions (κ) for Four-Bladed Propellers

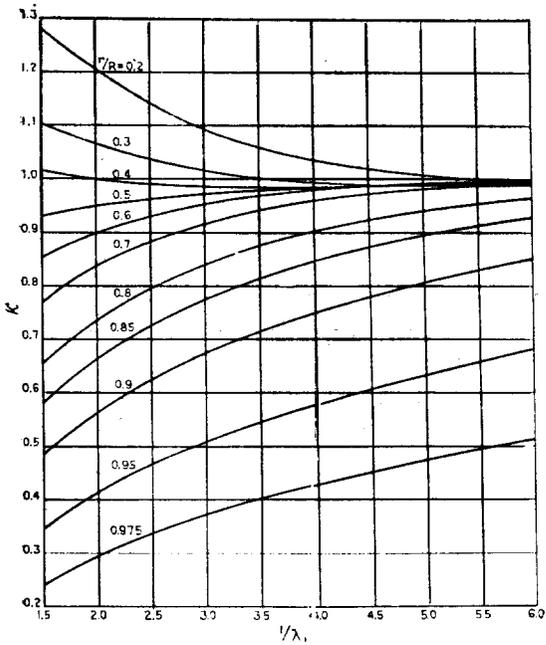


Fig. 6 Goldstein Functions (κ) for Five-Bladed Propellers

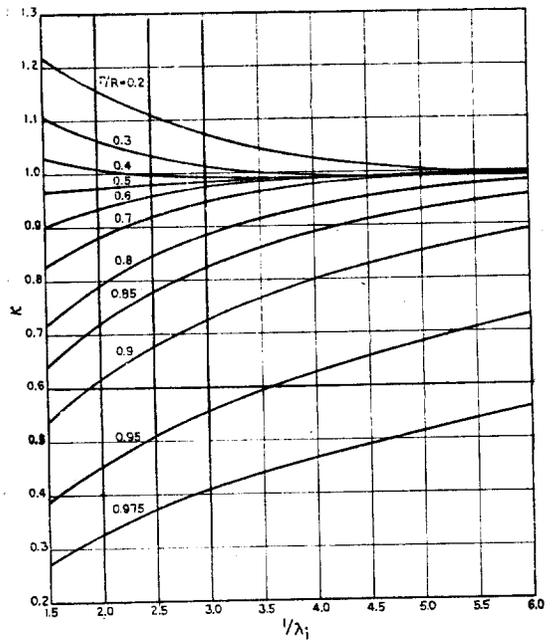


Fig. 7 Goldstein Functions (κ) for Six-Bladed Propellers

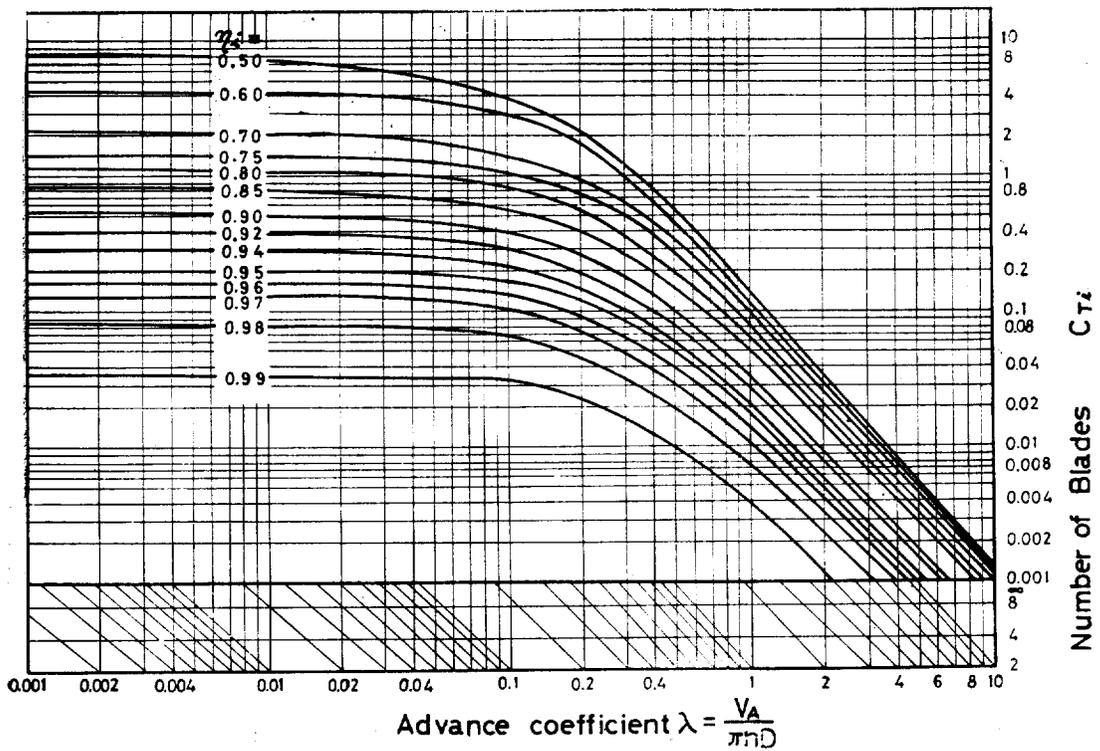
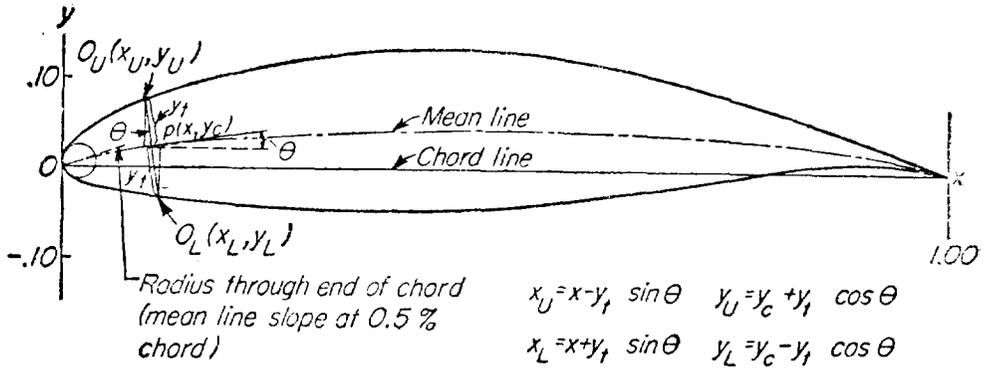


Fig. 8 Kramer's Thrust Coefficient Curves



Sample calculations for derivation of the NACA 65,3-818 airfoil ($a = 1.0$)

x	y_t^*	y_c^\dagger	$\tan \theta$	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$y_t \sin \theta$	$y_t \cos \theta$	x_U	y_U	x_L	y_L
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.005	0.01324	0.00200	0.33696†	0.31932	0.94765	0.00423	0.01255	0.00077	0.01455	0.00923	-0.01055
0.05	0.03831	0.01264	0.18744	0.18422	0.98288	0.00706	0.03765	0.04294	0.05029	0.05706	-0.02501
0.25	0.08093	0.03580	0.06996	0.06979	0.99756	0.00565	0.08073	0.24435	0.11653	0.25565	-0.04493
0.50	0.08593	0.04412	0	0	1.00000	0	0.08593	0.50000	0.13005	0.50000	-0.04181
0.75	0.04458	0.03580	-0.06996	-0.06979	0.99756	-0.00311	0.04445	0.75311	0.08025	0.74689	-0.00865
1.00	0	0	0	0	1.00000	0	1.00000	0

* Thickness distribution obtained from ordinates of the NACA 65,3-018 airfoil.

† Ordinates of the mean line, 0.8 of the ordinate for $c_t = 1.0$.

‡ Slope of radius through end of chord.

Fig. 9 Method of combining mean lines and basic-thickness forms.

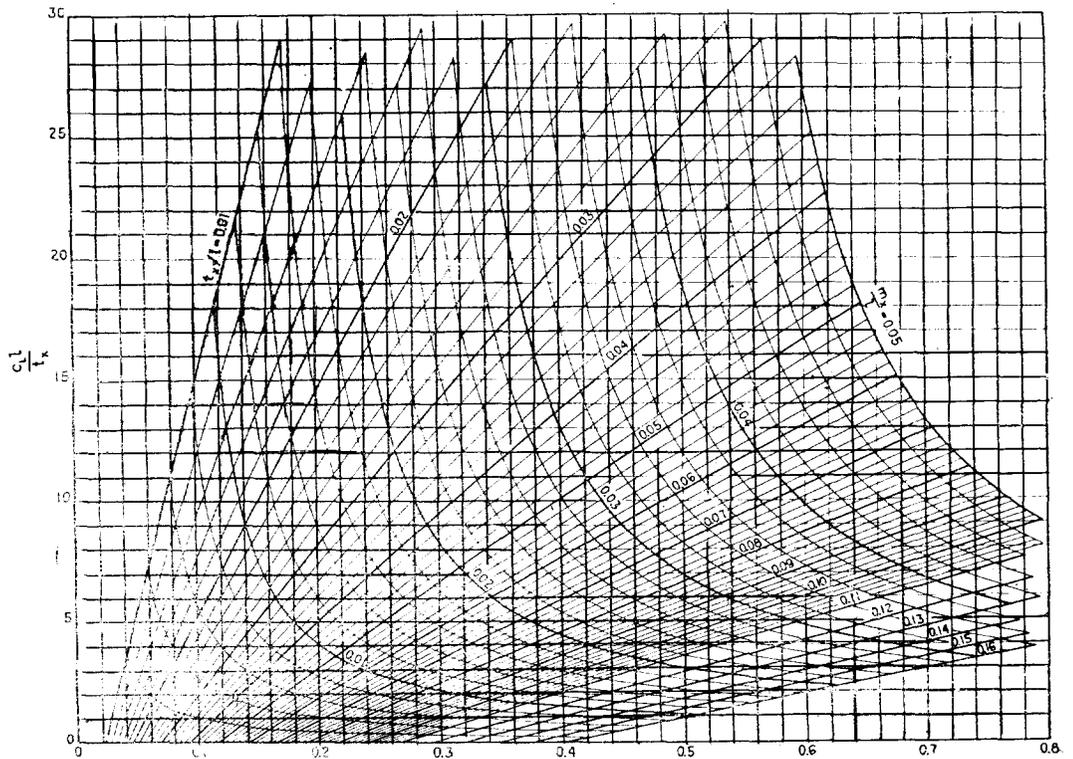


Fig. 10 Incipient Cavitation Curves for NACA 16 Section with $a=1.0$ Mean Line

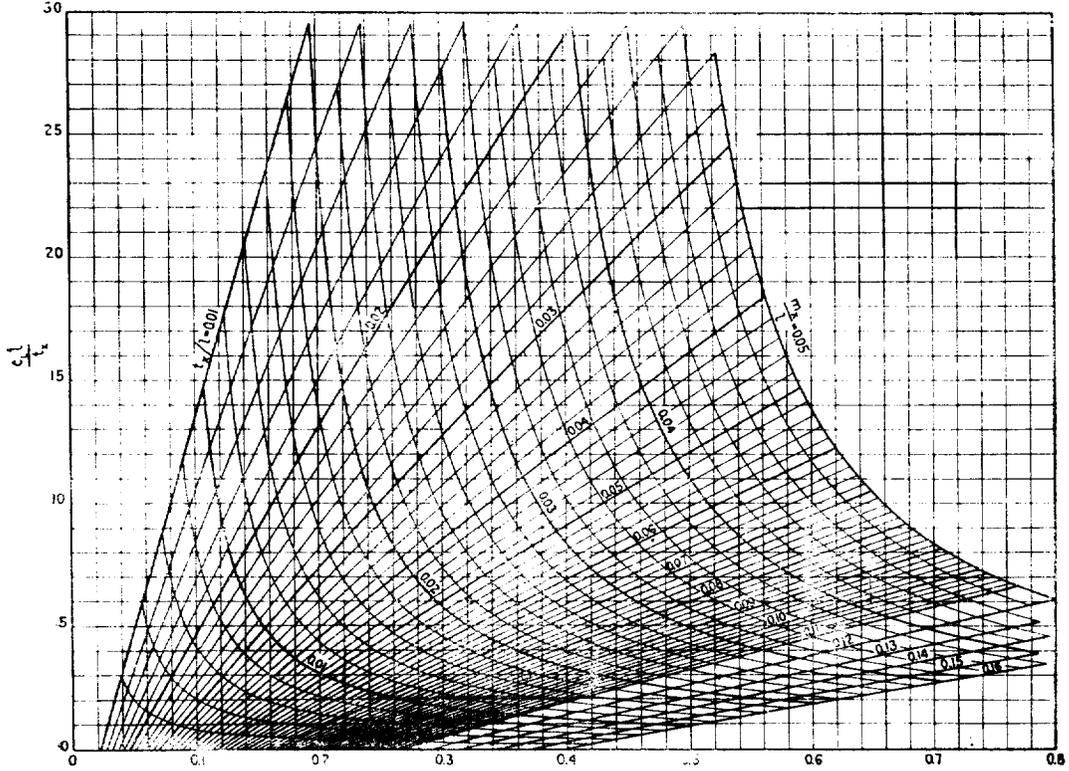


Fig. 11 Incipient Cavitation Curves for NACA 16 Section with $a=0.8$ Mean Line

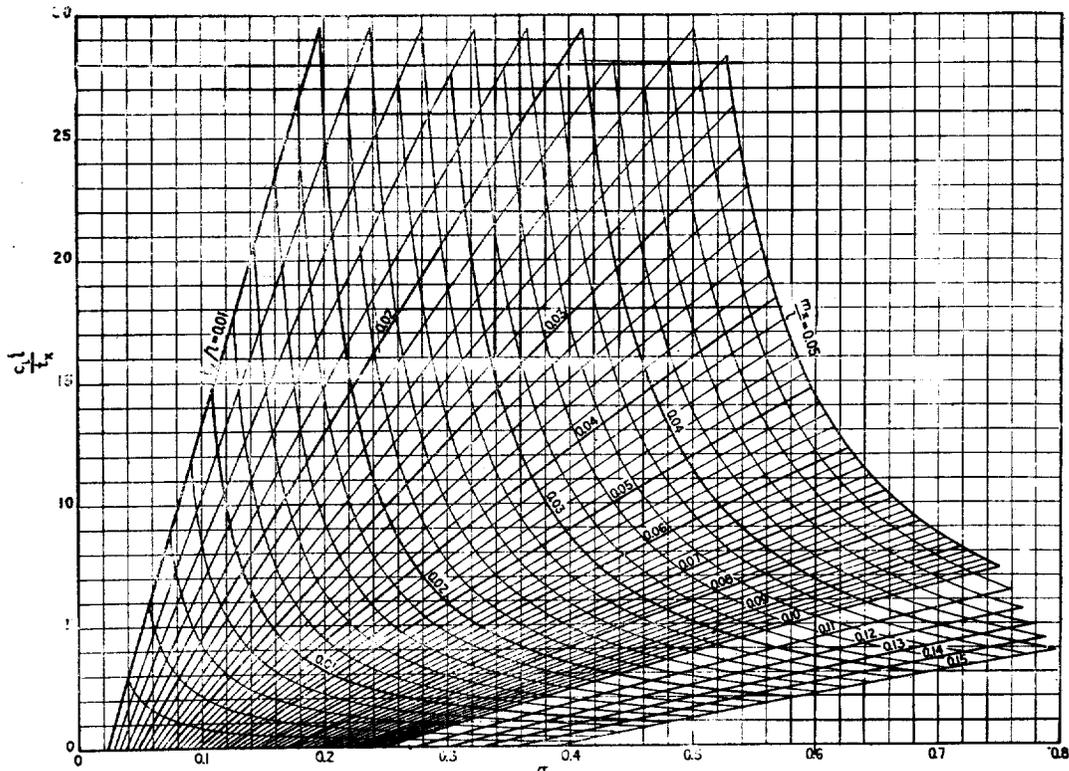


Fig. 12 Incipient Cavitation Curves for a Section with NACA 66 Nose and Parabolic Tail with $a=0.8$ Lines

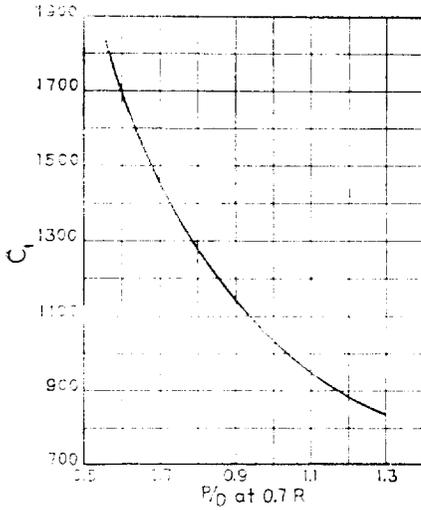


Fig. 13 Coefficient for Estimating Blade Thickness

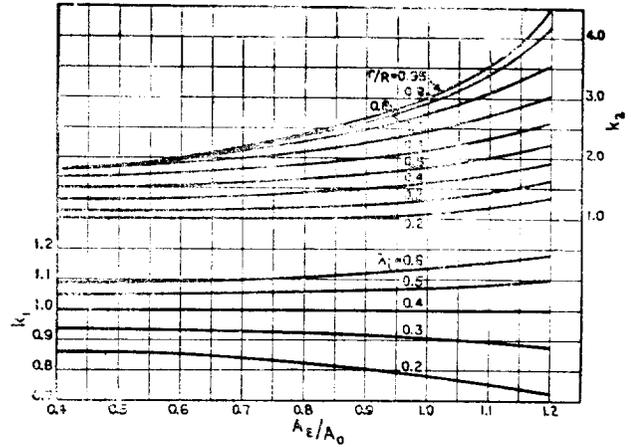


Fig. 14 Camber Correction Coefficients

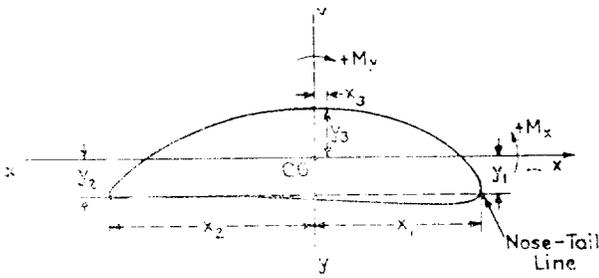


Fig. 15 Geometric Properties of a Blade Section

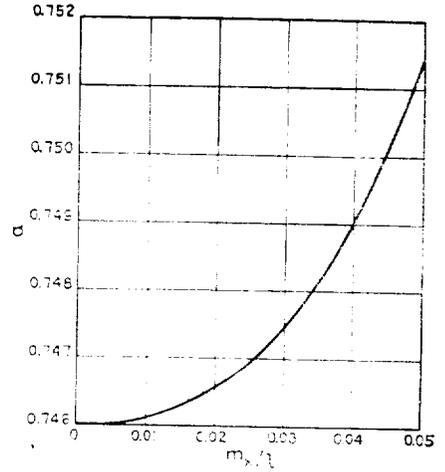


Fig. 16 Coefficient of Blade Section Area (a)

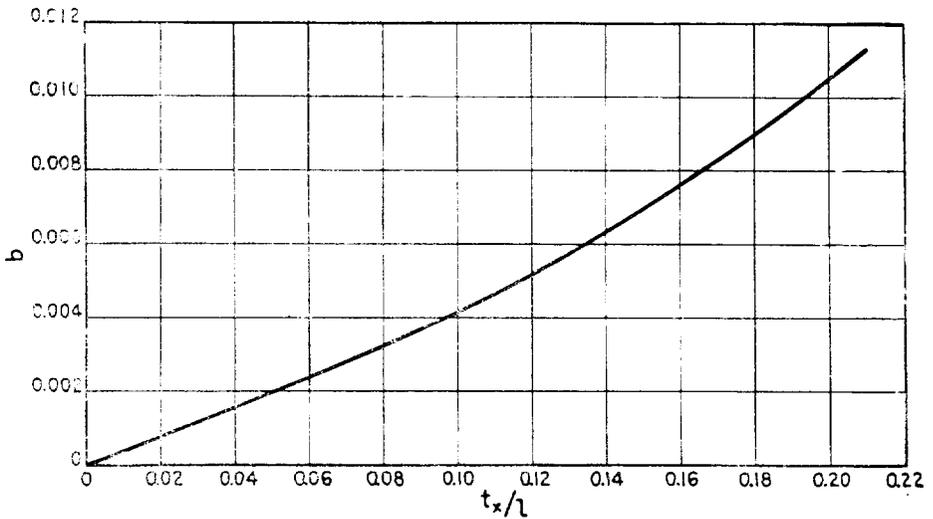


Fig. 17 Coefficient for I_{30} of Blade Section (c)

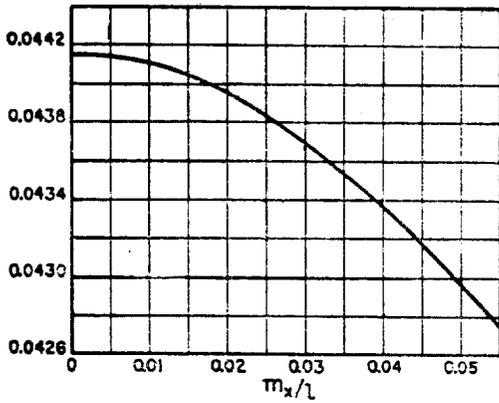


Fig. 18 Coefficient for I_{70} of Blade Section (c)

$$x_1 = (0.4838 - 0.026m_x/l)l \dots [54b]$$

$$x_2 = x_1 - l \dots [54c]$$

$$x_3 = x_1 - 0.5l \dots [54d]$$

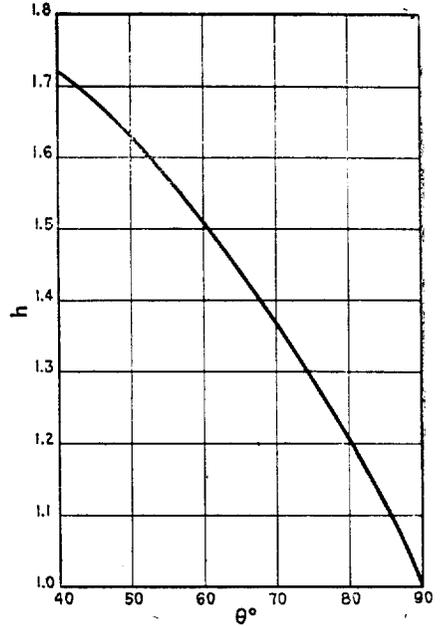


Fig. 19 Pitch Correction Coefficient (h) for $\tau/R=0.7$

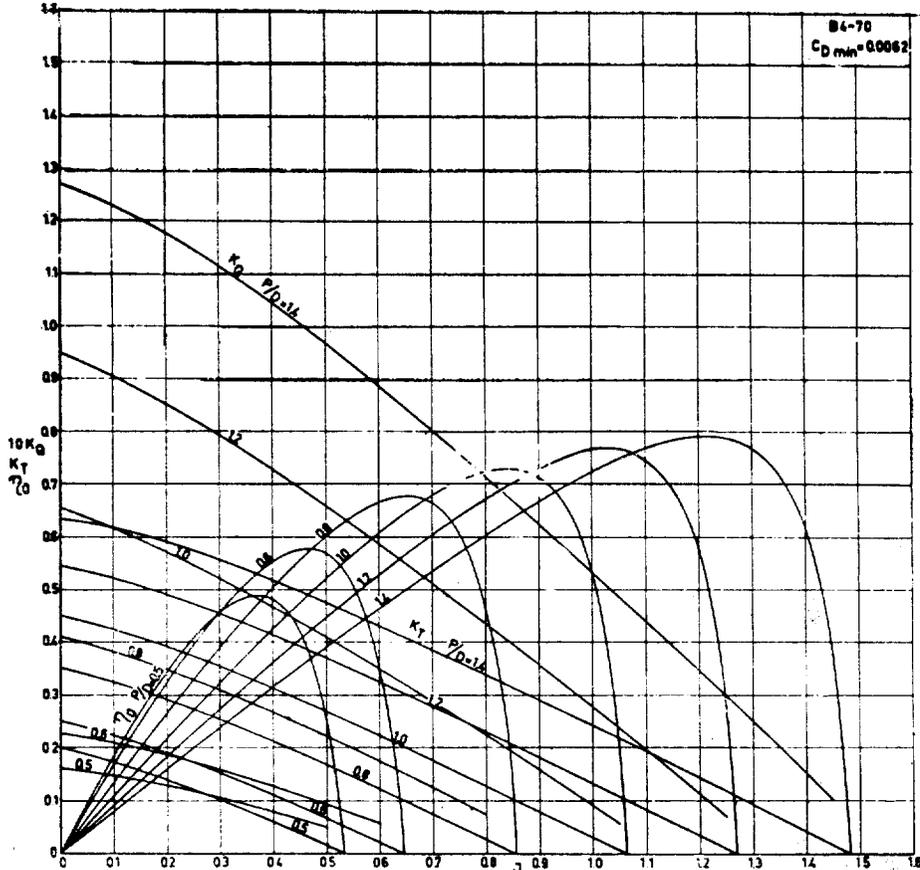
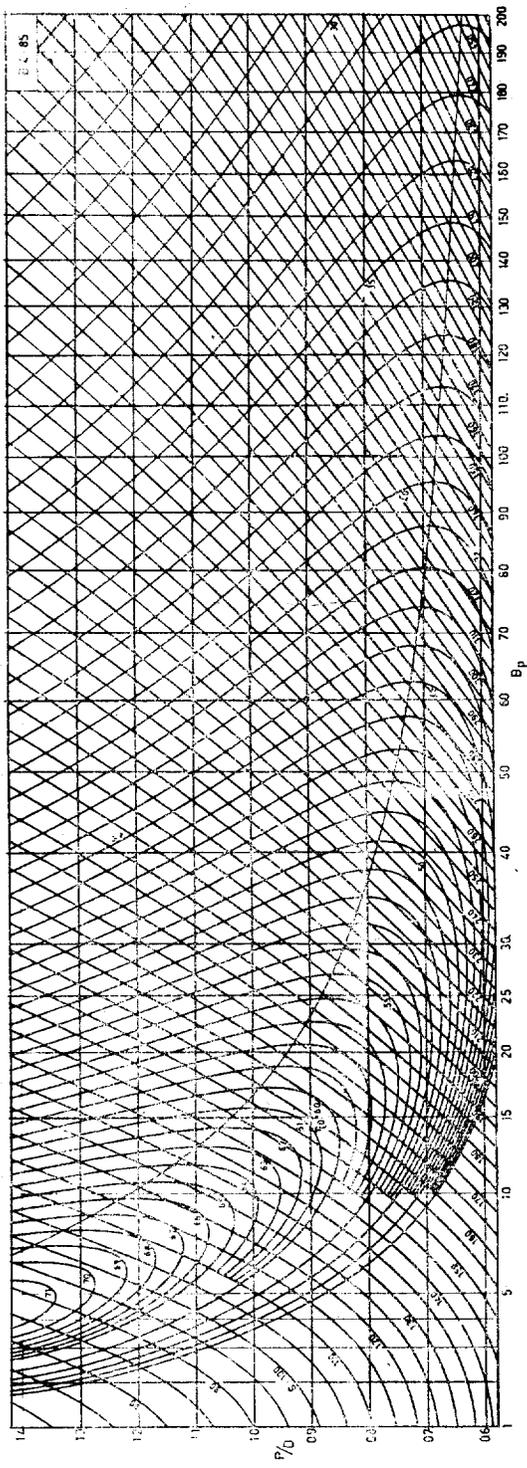
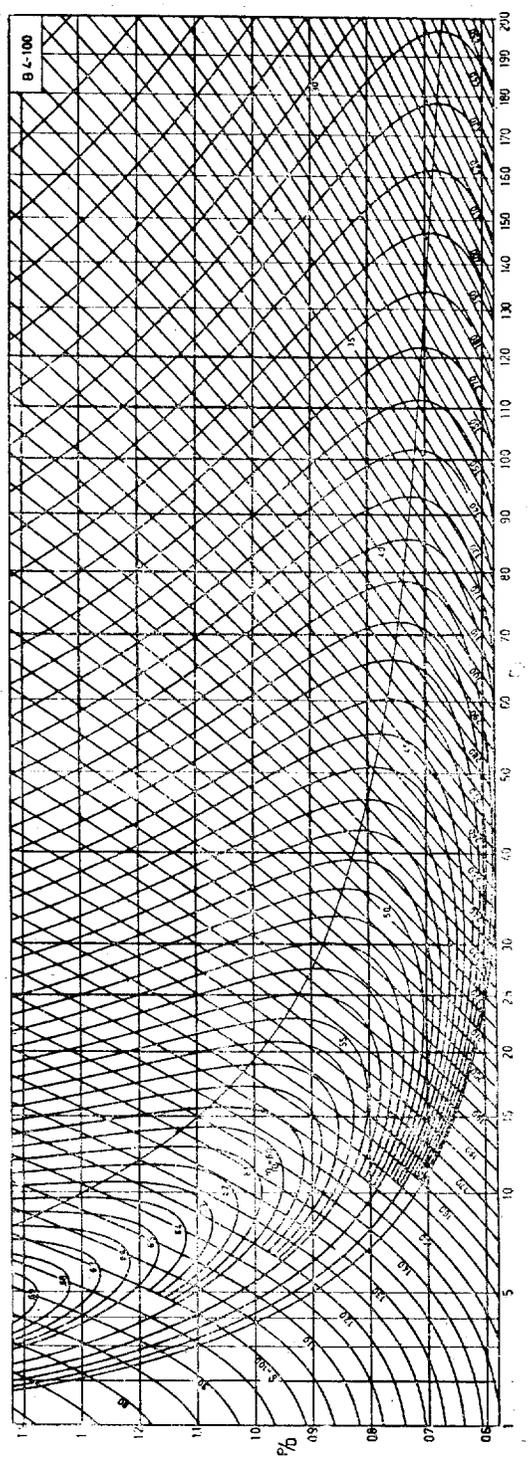


Fig. 20 Open-water test results of B 4-70 screw series extrapolated to $Re_{0.75}^R=10^7$; ($C_{Dmin}=0.0062$)



Open-water test results of B 4-85 screw series



Open-water test results of B 4-100 screw series

Fig. 21 The Wageningen B-Screw Series

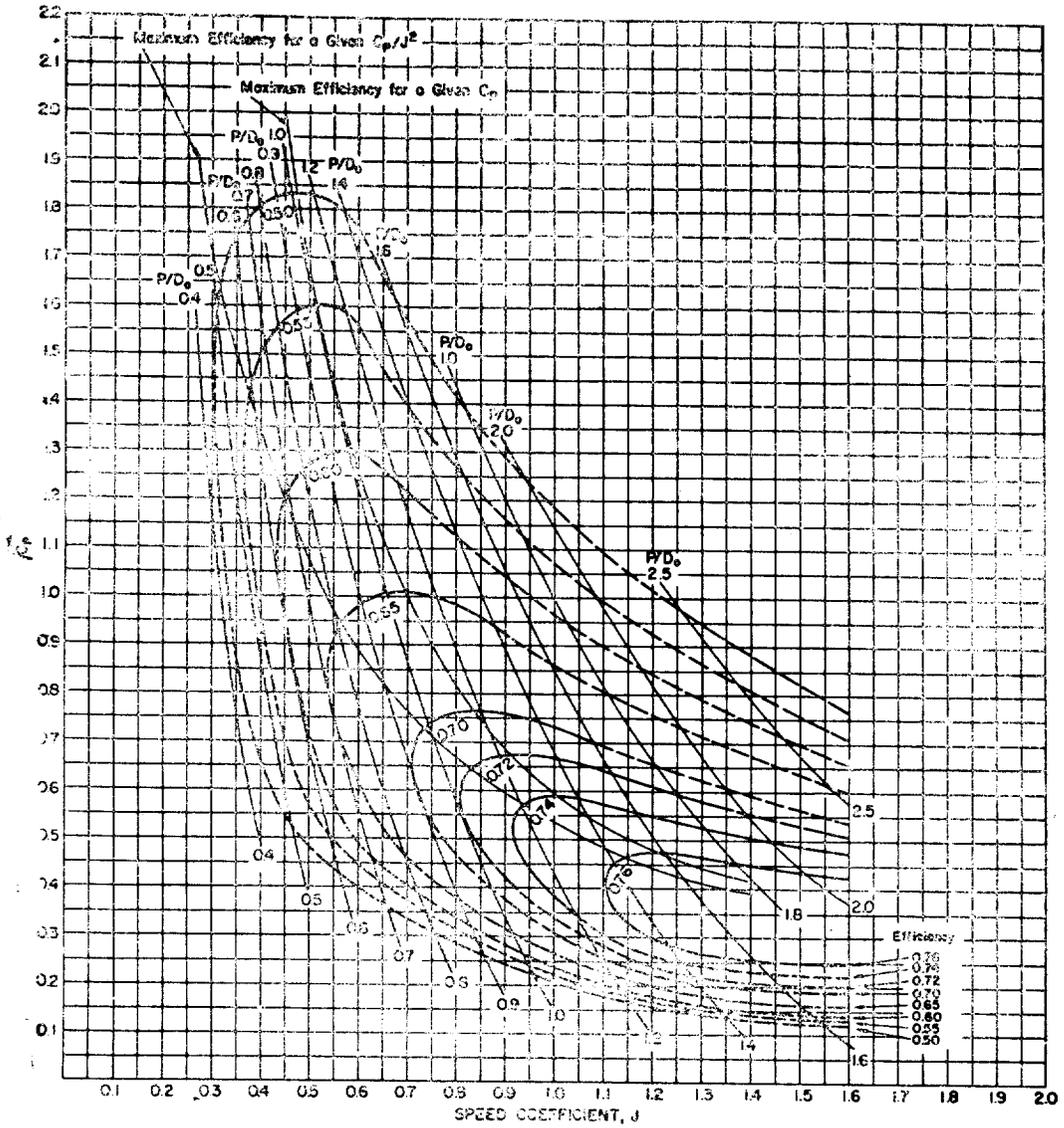


Fig. 22 C_p - J Diagram for TMB 4-Bladed SC Propeller Series, EAR=0.6

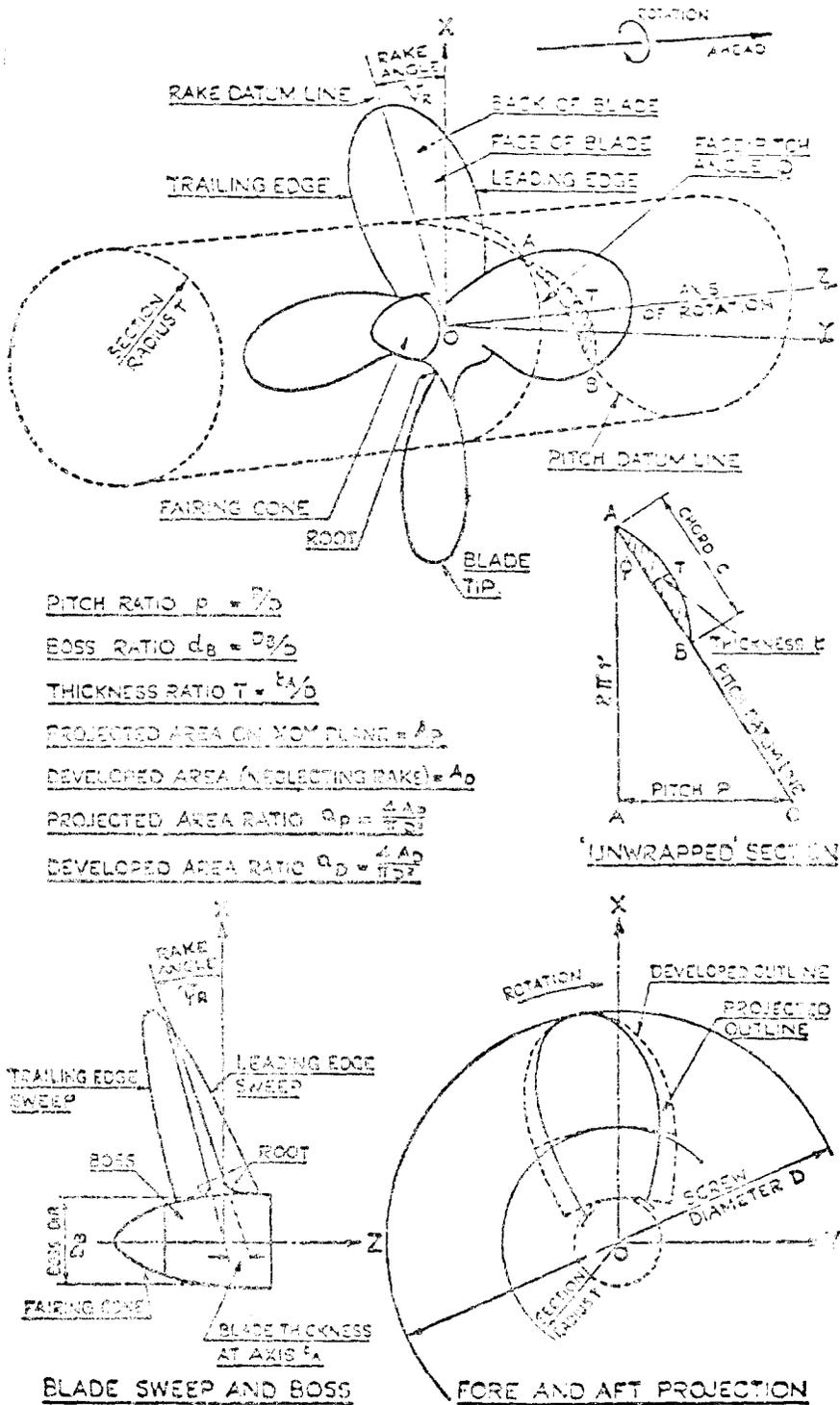


Fig. 23 Marine Screw Details

設計 計算例

$V_s=35$ KTS

$ehp=1300$ HP

$rpm=1950/2.03=975$

$975 \times .95=925$

$D=3.7767$ Ft(1.15M)

Hub dia=.2×3.7767=.7553

$Z=3$

$\lambda = \frac{101.27 V_A}{\pi n D} = .323$

$T = \frac{325.86 \times P_e}{V(1-t)\cos\phi} = 13545.71$

$G = \frac{T}{\frac{\rho D^4}{2} \frac{\pi}{4} (1.688 V_A)^2} = .3481$

$C_{T_i} = C_T \times 1.04 = .362$

$\eta = .85$

$\lambda_i = \lambda / \eta_i = .38$

$(P/D)_{.7} = \pi \times \lambda_i = 1.1938$

(1) 식 (7)

(2) $x=3.7$ 에서 식 (8)

(3) 식 (8)

(4) 식 (10)

(11) 식 (11)

(12) 1/식 (7)

(13) (12)-(11)

(14) 식 (6)

(15) 1/(14)

(16) 그림 4

(17) 식 (10)

(18) Simpson's Multiplier

(16) (17)×(18)

시행착오법에 따라 식 (12)를 이용 (3)~(19)를반복

(20) 식 (44)

(20) 식 (20)

(22) Table 3

(23) 식 (25)

(24) (21)/(23)

(25) $p_s=33$ ft, $p=(\text{추진축 길이})-r$

(26) (8)²

(28) 식 (22)

(29) (24)와 (28)을 이용하여 그림 12에서

(30) " " "

(31) (24)×(30)

(32) (21)/(31)

(33) Simpson's Multiplier

(34) (32)×(33)

(35) 그림 14

(36) "

(37) (29)×(35)×(36)

(38) (32)×D

(30)

(40) (37)×D

(41) (5)에서

(42) 식 (40)

(43) (41)+(43)

(45)(46)(47) 식 (43)

(48) (20)/(45)

(46) (20)/(49)

(50) (20)/(47)

(51) Simpson s Multiplire

(52) 식 (42) (45) (46) (47) (49) (50) 및 Fig 19

(53) 식 (52)

(54) (31)

(55) 식 54

(57) (17)

(58) (57)(59)

(56) Simpo s Multiplier

(65) 식 (56), (57), (58)

용력 계산

(65) Fig 16

(66) 식 (37a)

(67) 식 (37b)

(68) 식 (37c)

(69) 식 (37d)

(70) (37f)

(71) (37g)

(72) Fig 17

(73) 식 (37h)

(74) Fig. 18

(75) 식 (37i)

(76) (54)

(77) (52)

(109) $1.05 \times (108)$

(112) $(106) \times (110)$

(114) $(112) + (113)$

(117) $(115) + (116)$

(111) $(71) \times (114) / (73)$

(119) $(69) \times (117) / (75)$

(120) 식 (35)

- (121) (70) × (114) / (73)
- (122) (67) × (117) / (75)
- (123) 식 (33)

- (124) (70) × (114) / (73)
- (125) (68) × (117) / (75)
- (126) 식 (34)

x	① $\tan \beta$	② $(P/D)_i$	③ estimated $\tan \beta_i$	④ dC_{Ti}	⑤ corrected $\tan \beta_i$
.2	1.615	.9402	1.4964	-.9.398	1.5301
.3	1.0767	1.0489	1.1129	.0366	1.1380
.4	.8075	1.1104	.8836	.1651	.9035
.5	.6460	1.1500	.7321	.3285	.7486
.6	.5383	1.1753	.6235	.4982	.6376
.7	.4614	1.1938	.5429	.6506	.5552
.8	.4038	1.1990	.4771	.7066	.4879
.9	.3589	1.1910	.4212	.5978	.4307
1.0	.3230	1.1700	.3724	.1820	.3809

x	(6) $\sin \beta_i$	(7) $\cos \beta_i$	(8) $\sin \beta$	(9) $\cos \beta$	(10) $\sin(\beta_i - \beta)$
.2	.8371	.5471	.8502	.5264	-.0245
.3	.7512	.6601	.7327	.6805	.0275
.4	.6704	.7420	.6282	.7780	.0555
.5	.5993	.8005	.5426	.8400	.0690
.6	.5376	.8432	.4740	.8805	.0737
.7	.4854	.8743	.4190	.9080	.0744
.8	.4385	.8987	.3744	.9273	.0701
.9	.3956	.9184	.3378	.9412	.0621
1.0	.3559	.9345	.3074	.9516	.0514

x	(11) $\frac{u_i}{2V_A}$	(12) $\frac{x}{\lambda}$	(13) $\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{u_i}{2V_A}\right)$	(14) λ_i	(15) $1/\lambda_i$
.2	-.0241	.6192	.6433	.3060	3.2680
.3	.0282	.9288	.9006	.3414	2.9291
.4	.0592	1.2384	1.1792	.3614	2.7670
.5	.0762	1.5480	1.4718	.3743	2.6717
.6	.0836	1.8577	1.7741	.3826	2.6137
.7	.0862	2.1673	2.0811	.3886	2.5733
.8	.0821	2.4765	2.3944	.3903	2.5621
.9	.0727	2.7863	2.7136	.3876	2.5800
1.0	.0595	3.0960	3.0365	.3809	2.6254

x	(16) κ	(17) dC_{Ti}	(18) S.M	(19) Product	(20) G
.2	1.125	-.0279	1	-.0279	-.0036
.3	1.000	.0610	4	.2440	.0056
.4	.925	.2066	2	.4132	.0146
.5	.868	.3894	4	1.5576	.0220
.6	.810	.5766	2	1.1532	.0271
.7	.742	.7454	4	2.9816	0.298
.8	.643	.8090	2	1.6180	.0281
.9	.485	.6889	4	2.7556	.0216
1.0	.132	.1908	1	.1908	.0052

$\text{Pr}_{Ti} = \frac{1}{30} \sum \text{product}$
 $= \frac{1}{30} \times 10.8861 = .3629$

x	(21) C_L/D	(22) f	(23) t_x/D	(24) C_L/t_x	(25) $p+p_s$
.2	-.0192	.788	.0540	-.3556	38.7373
.3	.0258	.665	.0461	.5597	38.5485
.4	.0577	.551	.0387	1.4910	38.3597
.5	.0752	.443	.0317	2.3722	38.1708
.6	.0809	.344	.0253	3.1976	37.9820
.7	.0787	.251	.0193	4.0777	37.7932
.8	.0663	.162	.0135	4.9111	37.6043
.9	.0459	.079	.0081	5.667	37.4155
1.0	.0101	.039	.0055	1.8364	37.2266
x	(26) $\sin^2\beta$	(27) $\cos(\beta_i-\beta)$	(28) σ	(29) (m_x/l)	(30) t_x/l
.2	.7228	.994	.5194	—	—
.3	.5368	.9992	.3839	.005	.133
.4	.3946	.9969	.2815	.0084	.083
.5	.2944	.9952	.2093	.0088	.0539
.6	.2247	.9946	.1591	.0080	.0371
.7	.1756	.9946	.1237	.0071	.026
.8	.1402	.9951	.0982	.0063	.019
.9	.1141	.9961	.0795	.0055	.0142
1.0	.0945	.9974	.0654	.0024	.0191
x	(31) C_L	(32) l/D	(33) S.M	(34) $F(l/D)$	
.2	—	.228	1	—	
.3	.0744	.3468	4	1.3872	$\Sigma F(l/D)=12.9536$
.4	.1238	.4661	2	.9322	
.5	.1279	.5880	4	2.352	$A_E/A_0=\frac{1}{30}\times 12.9536$
.6	.1186	.6821	2	1.3642	
.7	.1060	.7425	4	2.9700	$\times \frac{6}{\pi}=.8235$
.8	.0933	.7106	2	1.4212	
.9	.0805	.5702	4	2.2808	
1.0	.0351	.2877	1	.2877	
x	(35) k_1	(36) k_2	(37) corrected m_x/l	(38) l	(39) t_x
.2	.9248	1.01	—	—	—
.3	.9528	1.17	.0056	1.3098	.1742
.4	.9688	1.41	.0115	1.7603	.1461
.5	.9792	1.65	.0142	2.2207	.1197
.6	.9864	1.90	.0150	2.5761	.0956
.7	.9912	2.15	.0151	2.8042	.0729
.8	.9920	2.31	.0144	2.6837	.0510
.9	.9904	2.42	.0132	2.1535	.0306
1.0	.9848	—	—	—	—
x	(40) m_x	(41) β_i	(42) α_i	(43) $\beta_i+\alpha_i$	(44) $\tan(\beta_i+\alpha_i)$
.2	—	56.8333	—	56.8333	1.5301
.3	.0073	48.6931	.0856	48.7787	1.1414

.4	.0202	42.0978	.1424	42.2402	.9080
.5	.0315	36.8185	.1471	36.9656	.7526
.6	.0386	32.5216	.1364	32.6580	.6410
.7	.04232	9.0390	.1219	29.1609	.5580
.8	.0386	26.0077	.1073	26.1150	.4902
.9	.0284	23.3015	.0926	23.3941	.4326
1.0	—	20.8518	.0404	20.8922	.3817

x	(45) BLADE No.1 $(P/R)^3$	(46) BLADE No.2 $(P/R)^3$	(47) BLADE No.3 $(P/R)^3$	(48) $G/(P/R)_1^3$	(49) $G/(P/R)_2^3$
.2	.7173	2.0356	.9946	-.0050	-.0018
.3	.5999	2.1748	1.0060	.0093	.0026
.4	.5136	2.6835	1.0477	.0284	.0054
.5	.4547	3.2709	1.1210	.0484	.0067
.6	.4205	3.9432	1.2279	.0644	.0069
.7	.4093	4.7063	1.3712	.0728	.0063
.8	.4205	5.5663	1.5533	.0668	.0050
.9	.4547	6.5290	1.7811	.0574	.0040
1.0	.5136	7.6005	2.0560	.0101	.0007

x	(50) $G/(P/R)_4^3$	(51) S.M	(52)	PRODUCT	
.2	-.0036	1	-.0050	-.0018	-.0036
.3	.0056	4	.0372	.0104	.0224
.4	.0139	2	.0568	.0108	.0278
.5	.0196	4	.1936	.0268	.0784
.6	.0221	2	.1288	.0138	.0442
.7	.0217	4	.2912	.0252	.0868
.8	.0181	2	.1336	.0100	.0362
.9	.0147	4	.2296	.0160	.0588
1.0	.0025	1	.0101	.0007	.0025

x	(53) FINAL P/D	(54) C_i	(55) ε	(56) $1 - \varepsilon \tan \beta_i$
.2	$\alpha_s = 0.0040$	1.0359	—	—
.3	$\alpha_i = .0745$	1.1591	.0744	.8777
.4	$\theta = 62.76^\circ$	1.2295	.1238	.9416
.5	$h = 1.47$	1.2738	.1279	.9532
.6	$\alpha_f = .1168$	1.3019	.1186	.9570
.7	$\alpha_o = .0140$	1.3222	.1060	.9581
.8	$\alpha_z = 1.8507$	1.3275	.0933	.9582
.9		1.3179	.0805	.9572
1.0		1.2921	.0351	.9132

x	(57) dC_{r_i}	(58) $\frac{dC_{r_i}}{(1 - \varepsilon \tan \beta_i)}$	(59) S.M	(60) $F(C_i)$
.2	-.0279	—	1	—
.3	.0610	.0535	4	.2140
.4	.2066	.1945	2	.3890

.5	.3894	.3712	4	1.4848	$C^r = \frac{1}{30} \sum F(C_r)$ $-\frac{1}{30} \times 10.4104$ $= .3470$
.6	.5766	.5518	2	1.1036	
.7	.7454	.7142	4	2.8568	
.8	.8090	.7752	2	1.5504	
.9	.6889	.6594	4	2.6376	
1.0	.1908	.1742	1	.1742	
<i>x</i>	(61) $\tan \beta_i + \epsilon$	(62) dC_p	(63) S.M	(64) $F(C_p)$	
.2	1.5301	-.0259	1	-.0259	$C^r = \frac{1}{30} \sum F(C_p)$ $= \frac{1}{30} \times 15.01$ $= .5003$
.3	1.2455	.0706	4	.2824	
.4	.9681	.2477	2	.4954	
.5	.8111	.4889	4	1.9556	
.6	.7051	.7553	2	1.5106	
.7	.6307	1.0189	4	4.0756	$P_s = 2091.396 \text{ HP}$
.8	.5736	1.1492	2	2.2984	$\eta = C_T / C_P = \frac{.3470}{.5003}$ $= .6936$
.9	.5301	1.0146	4	4.0584	
1.0	.6088	.3596	1	.3596	

STRENGTH ANALYSIS

<i>x</i>	(65) <i>a</i>	(66) <i>A</i>	(67) <i>x</i> ₁	(68) <i>x</i> ₂	(69) <i>x</i> ₃
.2	—	—	—	—	—
.3	.74603	.1639	.6193	-.6905	.0298
.4	.74613	.1847	.8321	-.9282	.0424
.5	.74628	.1909	1.0466	-.1.1711	.0501
.6	.74630	.1770	1.2175	-.1.3586	.0585
.7	.84631	.1469	1.3253	-.1.4789	.0633
.8	.74626	.0985	1.2684	-.1.4153	.0608
.9	.74622	.0473	1.0179	-.1.1356	.0488
1.0	—	—	—	—	—
<i>x</i>	(70) <i>y</i> ₁ = <i>y</i> ₂	(71) <i>y</i> ₃	(72) <i>b</i>	(73) <i>I</i> _x	(74) <i>c</i>
.2	—	—	—	—	—
.3	-.0060	.00883	.0059	.000295	.04413
.4	-.0164	.0767	.0035	.000237	.04409
.5	-.0254	.0659	.0022	.000170	.04405
.6	-.0311	.0551	.0014	.000109	.04404
.7	-.0340	.0442	.0010	.000053	.04404
.8	-.0310	.0329	.00075	.000022	.04405
.9	-.0228	.0207	.0006	.000004	.04407
1.0	—	—	—	—	—
<i>x</i>	(75) <i>I</i> _y	(76) <i>C</i> ^T	(77) ϵ	(78) $1 - \epsilon \tan \beta_i$	(79) $\tan \beta_i + \epsilon$
.2	—	—	—	—	—
.3	.0158	.0744	.1075	.8777	1.2455
.4	.0321	.1238	.0646	.9416	.9681
.5	.0528	.1279	.0625	.9532	.8111
.6	.0658	.1186	.0675	.9570	.7051

.7	.0647	.1060	.0755	.9581	.6307
.8	.0397	.0933	.0857	.9582	.5736
.9	.0123	.0805	.0994	.9572	.5301
1.0	—	.0351	.2279	.9132	.6088

x	(80) $\frac{dC_{Ti}}{(1-\varepsilon \tan \beta_i)}$	(81) $\frac{FOR_{x_0-2}}{x-x_0}$	(82) $\frac{(x-x_0)}{(1-\varepsilon \tan \beta_i)} dC_{Ti}$	(83) S.M	(84) $F(M_{Ts})$
.2	—	0	.0	1	.0
.3	.0535	.1	.00535	4	.0214
.4	.1945	.2	.03890	2	.0778
.5	.3712	.3	.11136	4	.4454
.6	.5518	.4	.22072	2	.4414
.7	.7142	.5	.35710	4	1.4284
.8	.7752	.6	.46512	2	.9362
.9	.6594	.7	.46158	4	1.8463
1.0	.1742	.8	.13369	1	.13936

x	(85) $\frac{(x-x_0)}{(\tan \beta_i + \varepsilon)} dC_{Ti}$	(86) (M_{0s})	(87) $\frac{FOR_{x_0-4}}{x-x_0}$	(88) $\frac{(x-x_0)}{(1-\varepsilon \tan \beta_i)} dC_{Ti}$	(89) S.M
.2	—	0			
.3	.0076	.0304			
.4	.0400	.0800	0	.0	1
.5	.0948	.3792	.1	.03712	4
.6	.1626	.3252	.2	.11036	2
.7	.2351	.9404	.3	.21426	4
.8	.2784	.5568	.4	.31008	2
.9	.2556	1.0224	.5	.32970	4
1.0	.0929	.0929	.6	.10452	1

x	(90) $F(M_{Ts})$	(91) $\frac{(x-x_0)}{(\tan \beta_i + \varepsilon)} dC_{Ti}$	(92) $F(M_{0s})$	(93) $\frac{FOR_{x_0-6}}{x-x_0}$	(94) $\frac{(x-x_0)}{(1-\varepsilon \tan \beta_i)} dC_{Ti}$
.2	—	—	—	—	—
.3	—	—	—	—	—
.4	0	0	0	—	—
.5	.1485	.0316	.1264	—	—
.6	.2207	.0813	.1626	.0	.0
.7	.8570	.1410	.5640	.1	.07142
.8	.6202	.1856	.3712	.2	.15504
.9	1.3188	.1826	.7304	.3	.19782
1.0	.1045	.0697	.0697	.4	.06968

x	(95) S.M	(96) $F(M_{Ts})$	(97) $\frac{(x-x_0)}{(\tan \beta_i + \varepsilon)} dC_{Ti}$	(98) $F(M_{0s})$	(99) $\frac{FOR_{x_0-8}}{x-x_0}$	(100) $\frac{(x-x_0)}{(1-\varepsilon \tan \beta_i)} dC_{Ti}$
.2	—	—	—	—	—	—
.3	—	—	—	—	—	—
.4	—	—	—	—	—	—
.5	—	—	—	—	—	—
.6	1	.0	.0	.0	—	—
.7	4	.28568	.0470	.1880	—	—

.8	2	.31008	.0928	.1856	0	.0
.9	4	.79128	.1096	.4384	.1	.06594
1.0	1	.06968	.0465	.0465	.2	.03484

x	(101) S.M	(102) $F(M_{T_b})$	(103) $\frac{(x-x_0)}{(\tan \beta_i + \epsilon)} dC_{T_i}$	(104) $F(M_{Q_b})$	(105) x_0	(106) M_{T_b}
.2	—	—	—	—	.2	4352.297
.3	—	—	—	—	.4	2669.7754
.4	—	—	—	—	.6	1189.4247
.5	—	—	—	—	.8	243.8129
.6	—	—	—	—		
.7	—	—	—	—		
.8	1	.0	.0	.0		
.9	4	.26376	.0365	.1460		
1.0	1	.03484	.0232	.0232		

x_0	(107) M_{Q_b}	(108) $\tan \beta$	(109) Approx. $\tan \phi$	(110) $\cos \phi$	(111) $\sin \phi$
.2	2798.4591	1.5301	1.6066	.5284	.8490
.4	1652.8814	.9035	.9487	.7255	.6880
.6	700.9824	.6376	.6695	.8310	.5563
.8	138.1552	.4879	.5123	.8900	.4559

x_0	(112) $M_{T_b} \cos \phi$	(113) $M_{Q_b} \phi \sin \phi$	(114) M_x	(115) $M_{T_b} \sin \phi$	(116) $M_{Q_b} \cos \phi$
.2	2299.7537	2375.8917	4675.6454	3695.1002	1478.7057
.4	1936.9221	1137.6783	3074.6004	1837.6064	1199.1655
.6	988.4119	389.9565	1378.3684	661.6770	582.5164
.8	216.9935	62.9850	279.9785	111.1543	122.9581

x_0	(117) M_y	(118) $y_3 M_x / I_y$	(119) $x_3 K_y / I_y$	(120) Stress at t_x	(121) $y_1 M_x / I_x$
.2	2216.3945	—	—	—	—
.4	638.4409	995,028.8	843.30	-995,872.1	-212,757.1
.6	79.1606	696,772.4	70.38	-696,842.8	-393,278.0
.8	-11.8038	416,802.8	-18.07	-416,784.7	-394,517.3

x_0	(122) $x_1 M_y / I_y$	(123) Stress at Leading Edge	(124) $y_2 M_x / I_x$	(125) $x_2 M_y / I_y$	(126) Stress at Trailing Edge
.2	—	—	—	—	—
.4	16,548.7	196,208.4	-212,757.1	-18,459.9	231,217.0
.6	1,465.4	391,812.6	-393,286.6	-1,635.3	394,921.9
.8	-337.0	394,894.3	-392,760.2	420.7	392,339.5

x_0	(137) $\frac{\text{maximum stress psi}}{\text{value}}$	location
.2	—	—
.4	-6915.	MAX. THICKNESS
.6	-4839.	MAX. THICKNESS
.8	-2894.	MAX. THICKNESS