有限幅平板에서 幅方向으로 移動하는 熱源으로 因한 熱應力

朴 鍾 殷*

Thermal Stresses due to a Heat Source Moving Crosswise on a Finite Breadth Plate

by

J. E. Park*

Abstract

The thermal stresses due to a heat source moving crosswise on a finite breadth plate, which is much more like to the practical welding problems, were studied.

The temperature distributions in the plate were obtained analitically using the mirror image method, and the thermal stresses were calculated by the finite-difference method.

Some numerical calculations for temperature distributions and thermal stresses were performed.

The temperature distributions were also obtained by experiment.

It was found that the theory was in good agreement with the result of experiment, and the calculated thermal stresses were reasonable.

記 號

[A] : $\bar{\phi}_{j,k}$ 의 係數 matrix
{B} : $(\bar{\alpha}\bar{E}\bar{T})_{j,k}$ 로서 計算된 column matrix
c : 比熱
d : 軟鋼板의 두께
E : 彈性係數
E_0 : 0°C 에서의 彈性係數
$\bar{E}$: 無次元彈性係數
h : 길이方向의 grid 間隔
I : 아아크電流
k : $\left(=\dfrac{\lambda}{c\gamma}\right)$: 熱擴散率
L : 板의 幅
l : x 軸方向의 方向餘弦
M : y 軸方向의 分割線數
m : y 軸方向의 方向餘弦
N : x 軸方向의 分割線數
n : 外法線方向座標
q : 線狀熱源의 세기
s : 境界周圍方向의 座標
T : 上昇溫度
t : 時間
V : 아아크電壓
v : 熱源의 移動速度
x_1, x_2, x_3 : 試驗片上의 x 軸方向距離
X, Y : stress vector 의 x 軸 및 y 軸方向의 成分
$\bar{X}$, $\bar{Y}$: 無次元直交座標
x, y : 直交座標
y_1, y_2, y_3 : 試驗片上의 y 軸方向距離
α : 線膨脹係數
α_0 : 0°C 에서의 線膨脹係數
$\bar{\alpha}$: 無次元線膨脹係數
γ : 密度
η : 아아크熱效率
λ : 熱傳導率
π : 圓周率
σ_x, σ_y : x 軸 및 y 軸에 平行한 法線應力
$\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y$: x 軸 및 y 軸에 平行한 無次元法線應力
$(\bar{\sigma}_x)_{j,k}$, $(\bar{\sigma}_y)_{j,k}$: j, k 交點에서의 x 軸 및 y 軸에 平行한 無次元法線應力
τ : 熱源의 移動時間
τ_{xy} : x 軸에 垂直한 平面上에서 y 軸에 平行한 剪斷應力
$\bar{\tau}_{xy}$: x 軸에 垂直한 平面上에서 y 軸에 平行한 無次元 剪斷應力
$(\bar{\tau}_{xy})_{j,k}$: j,k 交點에서의 x 軸에 垂直한 平面上에서 y 軸에 平行한 無次元剪斷應力
ϕ : 熱應力函數
$\bar{\phi}$: 無次元熱應力函數
$\bar{\phi}_{j,k}$: j, k 交點에서의 無次元熱應力函數
$\{\bar{\phi}\}$: $\bar{\phi}_{j,k}$ 의 column matrix

接受日字 : 1975年 5月 2日
* 正 會 員 : 서울大學校 工科大學

I. 緖 論

이 硏究에서는 兩端面이 斷熱된 有限幅平板上을 한쪽 端面에서 다른쪽 端面으로, 一定한 速度로서 幅方向으로 移動하는 熱源에 依한, 板內部의 溫度分布와 熱應力을 解析하였다. 이 問題는 實際에 있어서는 熔接에서 많이 取扱되는 butt joint의 境遇에 該當한다.

工業이 發達함에 따라 熔接이 많이 利用되게 되었고, 따라서 熔接에 隨伴되는 많은 問題點들이 나타나게 되었다. 이들 問題들을 材料의 接合에 屬하는 一次的인 것과, 接合後에 나타나는 二次的인 現象에 屬하는 것으로 나누어 볼 수 있겠다. 熔接方式自體가 比較的 近來에 發展한 技術이고, 또 金屬材料의 發展이 先行되어야 하기때문에, 前者에도 未解決點이 많으나 後者에는 더욱 많다. 後者에는 熔接熱傳達, 熔接熱應力, 熔接殘留應力 및 殘留變形 等의 問題가 包含되는데, 이 모든 問題들이 熔接熱에 起因되고 있다. 特히 많이 利用되는 鐵鋼의 熔接에 있어서는, 一次的인 問題에 屬하는 接合問題는 거이 解決된 狀態라 할 수 있으나, 이 境遇에도 熔接後에 나타나는 問題에는 未解決點이 大端히 많다. 이것은 熔接이 가지는 特性, 即 熔接熱은 瞬間的이고 局部的이며 移動한다는 事實로 因하여 問題의 解析이 어렵기 때문이며, 따라서 特殊한 境遇를 除外하고는 硏究되어 있지 않다.

이러한 問題들의 始發點으로 볼 수 있는 熔接熱傳達은, D. Rosenthal이 1935年에 처음으로 數學的인 解析을 試圖하였고, N.S. Boultin 및 H.E. Lance Martin은 1937年에 아아크熔接때의 溫度分布를 發表하였다. 그後 D.Rosenthal [1] 이 1941年에 熔接 및 切斷에 關聯된 여러가지 境遇에 대한 理論을 確立하였고, 그 後 다시 1946年에 더욱 擴張하여 發表하였는 데 [2] 이들 硏究中에서 特히 注目되는 點은 準定常狀態로 볼 수 있는 移動熱源으로 因한 熔接部 附近의 溫度分布에 關한 解이며, 이것은 現在까지도 有用하게 利用될 만큼 큰 貢獻을 하였다. 이 以後 熔接熱傳達에 關한 硏究는 活潑해 졌다.

R.J. Grosh 및 E.A. Trabant [3]는, 1956年에 熔接材料의 物性을 溫度의 函數로 取扱하여, 하나의 特定材料의 아아크熔接에 따른 溫度分布를 求하여, D. Rosenthal 의 結果보다 5—15%程度 計算結果가 向上됨을 보이고 있다. C.M. Adams, Jr.[4]는, 1958年에 準定常狀態에 있어서의 最高溫度와 冷却速度를, D. Rosenthal의 式을 利用하여 近似式을 세웠는데 實驗과 잘 一致한다고 發表하고 있으며, 또 이 [4]의 結果를 利用하여 P. Jhaveri, W.G. Moffatt 및 C.M. Adams, Jr. [5]는 1962年에 板두께와 輻射熱의 影響을 考慮한 最高溫度와 冷却速度等에 關한 線圖를 求함으로서 實際作業에 理論解析의 結果가 利用되도록 하였다. W. Soedel 및 R. Cohen [6]은 1970年에 D. Rosenthal의 理論式을 圓形으로 Mapping 함으로서 圓板內에서의 溫度分布를 求하였다. 이들 外에도, 特殊한 熔接方式에 關한 E.F. Nippes, et al.[7] 및 C.J. Cheng [8]의 硏究等을 包含한 比較的 많은 硏究가 있다. 우리나라에서도 近年에 와서. 이 方面의 硏究에 熔接熱傳達問題가 取扱되기에 이르렀는데, 金曉哲 [9] 은 抵抗點熔接時에 일어나는 冷却溫度履歷에 對한 硏究를, 著者[10]는 瞬間的인 아아크熔接熱로 因한 一次元的 溫度分布에 關한 硏究를 各各 發表하고 있으며, 또 이들 兩者[11]의 熔接管을 熔接할때의 溫度分布에 關한 硏究가 있다.

實用上의 問題로서 가장 重要하다고 생각되는, 熔接後 完全 冷却된 狀態에서의 殘留應力 및 變形에 관한 硏究로는, N.S. Boultin 및 H.E. Lance Martin이 1936年에 發表한, 아아크熔接된 板內의 殘留應力에 關한 硏究가 最初라고 할 수 있다. 그後 K. Masubuchi와 D.C. Martin [12, 13] 等의 硏究를 비롯하여 많은 硏究가 遂行되기에 이르렀으나, 問題取扱에 있어서 解析的인 方法이 어렵기 때문에, Sachs의 逐次穿孔法에 依한 A.G. Cepolina 및 D.A. Canonico [14] 의 硏究에서와 같이, 實驗的인 것이 大部分이다. 이들中 最近의 것에는 R.A. Chihoski [15] 에 依한 알루미늄板을 butt 熔接할 境遇의, 移動熱源에 依한 變形度의 硏究가 있다.

殘留應力의 發生에는 많은 原因이 있으나, 그主因은 冷却溫度履歷에 依한 熱應力履歷이라 할 수 있다. 따라서 殘留應力의 硏究에는, 熔接熱應力의 硏究가 必然的으로 先行되어야 한다. 그러나 前述한바와 같이 熔接熱의 特性이 解析的으로 解를 求하기가 어려울뿐 아니라, 殘留應力의 境遇 實際問題에서는, 實驗的인 方法의 導入이 比較的 容易하기 때문에, 熔接熱應力部分의 硏究는 가장 늦어지고 있다.

Watanabe [16]는 1950年에 熔接으로 因한 熱應力 및 殘留應力을 一次元的 問題로서 理想化한, 簡單한 境遇에 對한 彈塑性解析을 하였고, Watanabe 및 Sato [17]는 1955年에, 無限平板上에서 定速度로 移動하는 熱源에 依한 熱應力을 彈性的으로 解析하였다. N. Fox [18]는 1964年에 無限平板上에서 定速度로 移動하는 熱源에 依한 溫度分布와 熱應力을 解析하였는데, 移動熱源에 依한 準定常狀態에 있어서의 E. Melan, et al. 의 式을 若干修正해야 한다고 發表하고 있으며, Naka 및 Okumula는 軸對稱의 境遇에 있어서의 熱應力의 解를 求하고 있다.

우리나라의 硏究로는 最近에 와서, 金在瑾 및 金曉哲[19]의 알루미늄合金의 抵抗熔接에 따른 熱應力 및 殘留應力의 解析과, 金曉哲 및 著者[20]의 瞬間的으로 加熱된 strip의 熱應力을 解析한것 等이 있을 程度다.

이와 같이 熔接熱應力 問題는, 只今까지는 一次元 또는 軸對稱으로서 理想化가 可能한 境遇에 對해서만 解가 얻어지고 있음을 알 수 있다.

그러나 熔接의 實際問題에 있어서는 直四角形板을 butt 熔接하는 境遇가 大端히 많다. 그래서 著者는 이 境遇를 模型化한, 有限한 幅을 갖는 平板上에서, 幅方向으로 定速으로 移動하는 熱源으로 因한 溫度分布와 熱應力을 解析하였다. 溫度分布의 解析에서는 板의 兩端面에서 境界條件을 滿足시키는 鏡像法을 導入하였으며, 熱應力의 解析에서는, 材料의 線膨脹係數와 彈性係數를 溫度의 函數로 取扱하고, 差分法을 適用하여 問題를 다루었다.

2. 理 論

2.1 溫度分布

緖論에서 言及한 여러 硏究들과 같이 熔接熱傳達問題의 解析에서는, 材料의 物理的 性質을 溫度變化와 無關한 定數로 取扱하는 것이 通常이므로, 本硏究에서도 다음과 같은 假定을 設定할 수 있었다.

1) 比熱, 密度, 熱傳導率等의 材料의 物理的 性質은 溫度變化와 無關한 定數로 取扱한다.
2) 熔接熱로 因한 溫度分布는, 두께 方向으로는 均一하다.
3) 表面 및 端面으로 부터의 熱損失은 無視할 수 있다.
4) 板內部에서의 熱의 發生은 이러나지 않는다.

以上의 假定에 依하면 本硏究에서의 熱傳導는 2次元問題로 取扱할 수 있고, 다음 式(1)과 같은 熱傳導方程式을 使用할 수 있다.

$$\frac{\partial T}{\partial t}=k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad (1)$$

여기서 세기 q cal/cm·sec의 線狀熱源에 依한 無限平板에서의 溫度分布는 다음 式(2)와 같은 條件을 滿足하여야 한다.

$$x\to\pm\infty \text{ 일 때} \qquad \frac{\partial T}{\partial x}\to 0 \qquad (2a)$$

$$y\to\pm\infty \text{ 일 때} \qquad \frac{\partial T}{\partial y}\to 0 \qquad (2b)$$

$$t\to 0,\ r\to 0 \text{ 일 때} \qquad -\frac{\partial T}{\partial r}\,2\pi\lambda r\to q \qquad (2c)$$

여기서 $r=\sqrt{x^2+y^2}$

따라서 無限平板上의 任意의 點 $P(x,y)$에서의, 瞬間熱源 qdt에 依한 溫度上昇은 다음式 (3)과 같이 얻어진다[21].

$$dT=\frac{qdt}{4\pi\lambda}\,\frac{\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{4kt}\right)}{t} \qquad (3)$$

그런데, Fig.1과 같이 有限한 幅을 가지며 兩端面에서 斷熱된 平板에 있어서는, 假定 3)에 依하여 鏡像法을 適用할 수 있고, 式 (2a) 代身에 다음式 (4)를 取하여야 한다[1].

$$x=0 \text{ 에서} \qquad \frac{\partial T}{\partial x}=0 \qquad (4a)$$

$$x=L \text{ 에서} \qquad \frac{\partial T}{\partial x}=0 \qquad (4b)$$

本硏究에서는 Fig.1에 表示한바와 같이, 有限한 幅을 갖는 平板上에서 세기가 q인 熱源이, x軸上을 $x=0$에서 부터 $x=L$인 端面을 向하여 定速度 v cm/sec로서 移動하고 있으며, 熱源은 現在 P_0로 表示된 點에 와 있고, 出發한 時點으로 부터 現在까지는 τ sec가 걸렸다고 생각한다. 그러면, 現在로부터 t sec前에 微少한 時間 dt동안에 熱源 qdt가 存在하였던 x軸上의 任意의 點P_t로 부터, 板上의 任意의 點 P까지의 距離는 Fig.1에서 보는 바와 같이

$R=\sqrt{(x-v\tau+vt)^2+y^2}$

으로 表示된다.

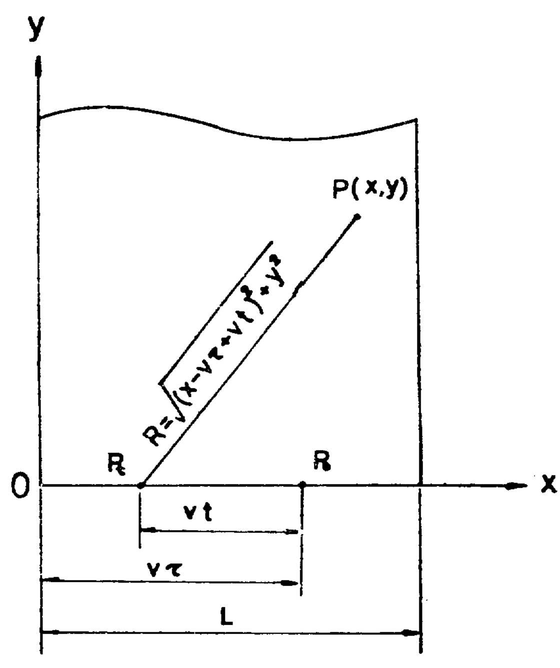


Fig.1 Coordinate system

또 $x=0$ 및 $x=L$ 에서의 境界條件을 滿足시키는 鏡像法에 依한 假想的인 熱源을, 鏡像熱源이라 稱하기로 하고 그熱源들을 Fig.2 와 같이 表示하기로 하면, P點과 實熱源 및 各鏡像熱源과의 距離들은 다음式 (5)로 주어진다.

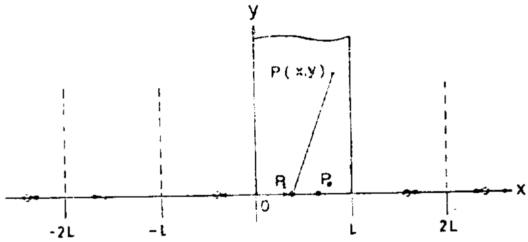


Fig.2 Image array of heat sources

$$R_{pn}=[\{2nL+(-1)^p x-v\tau+vt\}^2+y^2]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

여기서 $p=1,2$

$n=-\infty \cdots\cdots -2,-1,0,1,2,\cdots\cdots \infty$ 이다.

따라서 熱源 qdt 에 依한, 板上의 任意의 點 P에서의 溫度上昇 dT 는, 이 모든 熱源에 依한 溫度上昇을 全部 合하면 되므로, 式(3)을 適用하여 다음 式(6)으로 주어진다.

$$dT=\frac{qdt}{4\pi\lambda t}\sum_{p=1}^{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\exp\left(-\frac{R^2_{pn}}{4kt}\right) \quad (6)$$

여기서 $t=0$ 은 除外하고 생각한다.

그런데 熱源은 τ sec 동안 移動하였음으로, 그間의 全入熱로 因한, 任意의 點 P에서의 溫度上昇은 式(6)을 積分함으로서 다음 式(7)과 같이 求할 수 있다.

$$T=\frac{q}{4\pi\lambda}\sum_{p=1}^{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_0^\tau \frac{1}{t}\exp\left(-\frac{R^2_{pn}}{4kt}\right)dt \quad (7)$$

이 式(7)의 積分項은 다음 式(8)에 依하여 式(9)로 置換된다.

$$\left.\begin{aligned}
&W_{pn}=2nL+(-1)^p x-v\tau\\
&\beta=\frac{v^2}{4k}\\
&R'_{pn}=\left(\frac{v}{4k}\right)^2 (W^2_{pn}+y^2)\\
&\zeta=\beta t\\
&m=\beta\tau
\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

$$\int_0^\tau \frac{1}{t}\exp\left(-\frac{R^2_{pn}}{4kt}\right)dt=\exp\left(-\frac{vW_{pn}}{2k}\right)$$
$$\times\int_0^m \frac{\exp\left(-\zeta-\frac{R'_{pn}}{\zeta}\right)}{\zeta}d\zeta \quad (9)$$

여기서 式(9)의 右邊의 積分項을 다음 式(10)과 같이 定義한다.

$$_mS_0(R'_{pn})\equiv\int_0^m \frac{\exp\left(-\zeta-\frac{R'_{pn}}{\zeta}\right)}{\zeta}d\zeta \quad (10)$$

따라서 式(7)은 다음 式(11)과 같이 表示된다.

$$T=\frac{q}{4\pi\lambda}\sum_{p=1}^{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\exp\left(-\frac{vW_{pn}}{2k}\right)_m S_0(R'_{pn}) \quad (11)$$

또 式(11)을 다음 式(12)와 같이 놓아 無次元化하면 式(13)으로 表示된다.

$$\left.\begin{aligned}
&\bar{X}=\frac{x}{L},\quad \bar{t}=\frac{v}{L}t\\
&\bar{Y}=\frac{y}{L},\quad \bar{\tau}=\frac{v}{L}\tau\\
&\bar{W}_{pn}=\frac{W_{pn}}{L}\quad \bar{T}=,\frac{4\pi\lambda}{q}T
\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

$$\bar{T}=\sum_{p=1}^{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\exp\left\{-\left(\frac{vL}{2k}\right)\bar{W}_{pn}\right\}_m S_0(\bar{R}'_{pn}) \quad (13)$$

2.2 熱 應 力

熱應力의 解析에 있어서, 考慮해야 할 材料의 線膨脹係數 α 와 彈性係數 E 는, 많은 硏究에서는 溫度變化에 無關係한 定數로 取扱하고 있다. 그러나 實際問際에 있어서는 溫度變化에 따라 많은 差異가 있다. 한 例로서, 많이 使用되는 材料인 軟鋼에 對해서 이들 數値를 보면, 線膨脹係數 α 는 700°C 에서의 數値가 50°C 에서의 數値의 約 1.4倍가 되며, 溫度變化에 따라 增加하고 있고 [23], 彈性係數 E 는 705°C 에서의 數値가 38°C 에서의 數値의 約 1/3이 되도록 溫度變化에 따라 減少하고 있다. 그以後는 溫度上昇에 따라 材料가 軟化, 溶融됨으로 漸次 減少하여 零에 達한다[27]. 따라서 本硏究에서는 線膨脹係數 α 와 彈性係數 E 를 溫度의 函數로 取扱하기로 하였다.

2次元 平面熱應力問題의 解析에 있어서, 線膨脹係數 α 와 彈性係數 E 를 溫度의 函數로 보면, 熱應力函數 ϕ 는 다음 式(14)를 滿足하여야 한다[28].

$$\nabla^4\phi=-\nabla^2\alpha ET \quad (14)$$

本硏究에 있어서 式(14)를 푸는데 適用될 境界條件은 附錄 I, 式(A-18) 및 (A-19)로 부터 다음과 같다.

$$x=0,\ x=L \text{ 에서 } \phi=0,\ \frac{d\phi}{dx}=0 \quad (15)$$

$$y=+\infty \text{ 에서 } \phi=0,\ \frac{d\phi}{dy}=0 \quad (16)$$

또 熱應力函數 ϕ 는 x 軸에 대해서 對稱이므로

$$y=0 \text{ 에서 } \phi(x,y)=\phi(x,-y) \quad (17)$$

式(14)를 다음과 같이 하여 無次元化한다.

$$\bar{\alpha}=\frac{\alpha}{\alpha_0} \quad (18)$$

여기서 α_0 : 0°C 에서의 線膨脹係數

α : 任意溫度에서의 線膨脹係數

$\bar{\alpha}$: 無次元線膨脹係數

$$\bar{E}=\frac{E}{E_0} \quad (19)$$

여기서 E_0 : 0°C 에서의 彈性係數

E ：任意溫度에서의 彈性係數

$\bar{E}$ ：無次元彈性係數

$$\bar{\sigma}_x = \frac{4\pi\lambda}{\alpha_0 q}\frac{\sigma_x}{E_0} \tag{20}$$

$$\bar{\sigma}_y = \frac{4\pi\lambda}{\alpha_0 q}\frac{\sigma_y}{E_0} \tag{21}$$

$$\bar{\tau}_{xy} = \frac{4\pi\lambda}{\alpha_0 q}\frac{\tau_{xy}}{E_0} \tag{22}$$

여기서 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$: 次元을 갖는 熱應力

$\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\tau}_{xy}$: 無次元된 熱應力

無次元 熱應力函數 $\bar{\phi}$ 는 式(12)를 適用하여 다음과 같이 誘導된다.

$$\sigma_x = \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2\phi}{\partial(LY)^2} = \frac{\partial^2\phi}{L^2\partial Y^2}$$

이것을 式(20)에 代入하면

$$\bar{\sigma}_x = \frac{4\pi\lambda}{\alpha_0 E_0 q}\frac{\partial^2\phi}{L^2\partial Y^2} = \frac{\partial^2\left(\frac{4\pi\lambda}{L^2\alpha_0 E_0 q}\phi\right)}{\partial Y^2}$$

여기서

$$\bar{\phi} = \frac{4\pi\lambda}{L^2\alpha_0 E_0 q}\phi \tag{23}$$

라 하면

$$\bar{\sigma}_x = \frac{\partial^2\bar{\phi}}{\partial Y^2} \tag{24}$$

마찬가지로

$$\bar{\sigma}_y = \frac{\partial^2\bar{\phi}}{\partial X^2} \tag{25}$$

$$\bar{\tau}_{xy} = -\frac{\partial^2\bar{\phi}}{\partial X\partial Y} \tag{26}$$

無次元化된 $\bar{\Gamma}^2$, $\bar{\Gamma}^4$ 과 次元을 갖는 Γ^2, Γ^4 의 關係는 다음과 같이 誘導된다.

$$\Gamma^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial(LX)^2} + \frac{\partial^2}{\partial(LY)^2} = \frac{1}{L^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2}\right)$$

여기서

$$\bar{\Gamma}^2 = \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \tag{27}$$

이라하면

$$\Gamma^2 = \frac{1}{L^2}\bar{\Gamma}^2 \tag{28}$$

또 마찬가지 方法으로서

$$\Gamma^4 = \frac{1}{L^4}\bar{\Gamma}^4 \tag{29}$$

여기서 $$\bar{\Gamma}^4 = \frac{\partial^4}{\partial X^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial X^2\partial Y^2} + \frac{\partial^4}{\partial Y^4} \tag{30}$$

이와 같이 하여 式(14)에 式(29), (23), (28), (18), (19) 및 (12)를 代入하면 다음 式 (31)을 얻는다.

$$\bar{\Gamma}^4\bar{\phi} = -\bar{\Gamma}^2\bar{\alpha}\overline{ET} \tag{31}$$

境界條件 및 式(17)을 無次元化하면 다음 式(32), (33) 및 (34)가 된다.

$$\bar{X}=0,\ \bar{X}=1 \text{ 에서 } \quad \bar{\phi}=0,\ \frac{d\bar{\phi}}{d\bar{X}}=0 \tag{32}$$

$$\bar{Y}=+\infty \text{ 에서 } \quad \bar{\phi}=0,\ \frac{d\bar{\phi}}{d\bar{Y}}=0 \tag{33}$$

$$\bar{Y}=0 \text{ 에서 } \quad \bar{\phi}(\bar{X},\bar{Y})=\bar{\phi}(\bar{X},-\bar{Y}) \tag{34}$$

Fig. 1과 같은 有限幅平板上에서, y軸으로 부터 x軸의 正의 方向으로 y軸에 나란하게 等 間隙 h로서 M個의 分割線을 긋고, x軸으로 부터는 y軸의 正의 方向으로 x軸에 나란하게 亦是 等 間隙 h로서 N個의 分割線을 그으면 $(M+2)\times(N+1)$個의 交點(nodal points)을 얻게된다. 여기서 M, N의 數를 늘려가면 h는 작아지고, 따라서 計算된 數値는 더욱 正確해진다. 또 N은 理論的으로는 無限히 커야하나, 實際計算에 있어서는, x軸으로 부터 無限遠點과 境界條件이 同等하다고 認定되는 곳까지를 N等分하면 된다. 이러한 位置는 本硏究의 境遇에는 數値計算의 結果 얻어질 수 있다.

交點의 番號를 x軸方向으로는 j, y軸方向으로는 k로서 表示하기로 하면, j, k번째의 交點의 熱應力函數 $\bar{\phi}$는 $\bar{\phi}_{j,k}$로서 表示된다. 이와 같이 하여 式(31)을 difference equation으로 表示하면

다음 式(35)와 같다.

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{h^4}(\bar{\phi}_{j-2,k} - 8\bar{\phi}_{j-1,k} + 20\bar{\phi}_{j,k} - 8\bar{\phi}_{j+1,k} + \bar{\phi}_{j+2,k} \\
&\quad + 2\bar{\phi}_{j-1,k+1} - 8\bar{\phi}_{j,k+1} + 2\bar{\phi}_{j+1,k+1} \\
&\quad + 2\bar{\phi}_{j-1,k-1} - 8\bar{\phi}_{j,k-1} + 2\bar{\phi}_{j+1,k-1} \\
&\quad + \bar{\phi}_{j,k+2} + \bar{\phi}_{j,k-2}) \\
&= -\frac{1}{h^2}[(\bar{\alpha}\overline{ET})_{j-1,k} - 4(\bar{\alpha}\overline{ET})_{j,k} \\
&\quad + (\bar{\alpha}\overline{ET})_{j+1,k} + (\bar{\alpha}\overline{ET})_{j,k+1} \\
&\quad + (\bar{\alpha}\overline{ET})_{j,k-1}]
\end{aligned} \tag{35}$$

境界條件式(32), (33)으로 부터는 다음式(36), (37)이 얻어진다.

$\bar{X}=0$, $\bar{X}=1$ 上의 任意의 한交點上의 熱應力函數를 $\bar{\phi}_{j,k}$라 하면 式(32)로 부터

$$\left.\begin{aligned}
&\bar{\phi}_{j,k}=0, \\
&\cdots\ \bar{\phi}_{j-1,k-1}=\bar{\phi}_{j+1,k-1},\ \ \bar{\phi}_{j-1,k}=\bar{\phi}_{j+1,k}, \\
&\bar{\phi}_{j-1,k+1}=\bar{\phi}_{j+1,k+1}\ \cdots
\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

$y=+\infty$에서 x軸에 나란하게 그어진 直線上의 任意의 한交點上의 熱應力函數를 $\bar{\phi}_{j,k}$라 하면

式 (33) 으로부터

$$\left.\begin{aligned}
&\bar{\phi}_{j,k}=0, \\
&\cdots\ \bar{\phi}_{j-1,k-1}=\bar{\phi}_{j-1,k+1},\ \ \bar{\phi}_{j,k-1}=\bar{\phi}_{j,k+1}, \\
&\bar{\phi}_{j+1,k-1}=\bar{\phi}_{j+1,k+1}\ \cdots
\end{aligned}\right\} \tag{37}$$

x軸上의 任意의 한交點上의 熱應力函數를 $\bar{\phi}_{j,k}$라 하면 式(34)로 부터

$$\cdots\ \bar{\phi}_{j-1,k-1}=\bar{\phi}_{j-1,k+1},\quad \bar{\phi}_{j,k-1}=\bar{\phi}_{j,k+1},$$

$$\bar{\phi}_{j+1,k-1}=\bar{\phi}_{j+1,k+1}\ \cdots \tag{38}$$

式(36)및 (37)의 境界條件과 (38)을 適用하고, 式(35)를 平板上에 그어진 finite-difference grid의 各 交點에 適用하여 $\bar{\phi}_{j,k}$에 關한 多元聯立方程式을 세우고, 이것을 matrix形으로 表示하면 다음 式(39)와 같다.

$$[A]\{\bar{\phi}\}=\{B\} \tag{39}$$

여기서 $[A]$는 $\bar{\phi}_{j,k}$의 係數로서 이루어지는 square matrix이고 $\{\bar{\phi}\}$는 各 交點의 熱應力函數를 나타내는 column matrix이며, $\{B\}$는 各交點의 $(\bar{\alpha}\bar{E}\bar{T})$로서 計算된 column matrix이다.

式(39)를 電子計算組織을 利用하여 풀면 finite-difference grid의 各交點의 $\bar{\phi}_{j,k}$를 얻을 수 있고, 이것을 다음 式(40), (41) 및 (42)에 넣어 計算하여 各交點의 熱應力을 求할 수 있다. 即

$$(\bar{\sigma}_x)_{j,k}=\frac{1}{h^2}(\bar{\phi}_{j,k+1}-2\bar{\phi}_{j,k}+\bar{\phi}_{j,k-1}) \tag{40}$$

$$(\bar{\sigma}_y)_{j,k}=\frac{1}{h^2}(\bar{\phi}_{j-1,k}-2\bar{\phi}_{j,k}+\bar{\phi}_{j+1,k}) \tag{41}$$

$$(\bar{\tau}_{xy})_{j,k}=\frac{-1}{4h^2}(-\bar{\phi}_{j-1,k+1}+\bar{\phi}_{j+1,k+1}+\bar{\phi}_{j-1,k-1}-\bar{\phi}_{j+1,k-1}) \tag{42}$$

式 (40), (41) 및 (42)에서 얻어진 數值를 式(20), (21) 및 (22)에 代入하면 次元을 갖는 熱應力 σ_x, σ_y 및 τ_{xy}를 얻을 수 있다.

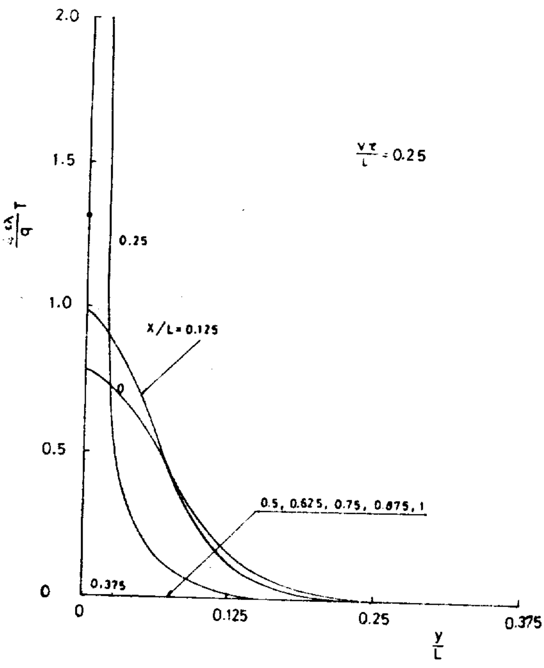


Fig.3 Temperature distribution in y direction

3. 數值計算 및 結果

板內部의 溫度分布와 熱應力에 대한 數值計算은 서울大學校 工科大學의 電子計算組織 IBM 1130 및 韓國電子計算所의 IBM 370을 使用하여 遂行하였다.

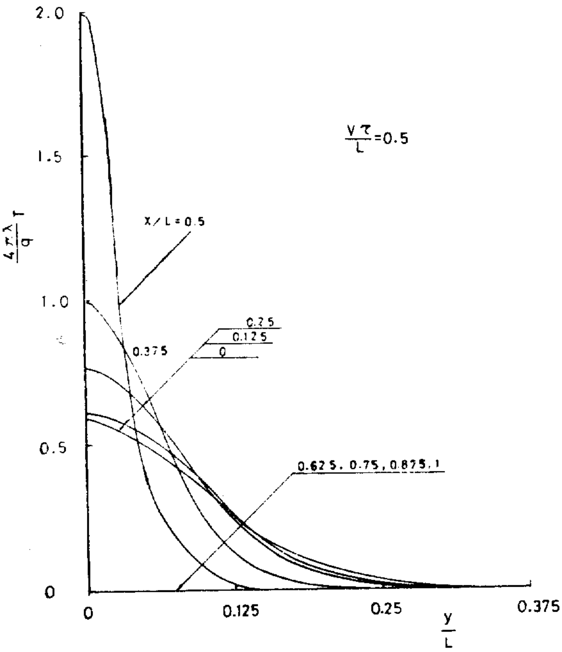


Fig.4 Temperature distribution in y direction

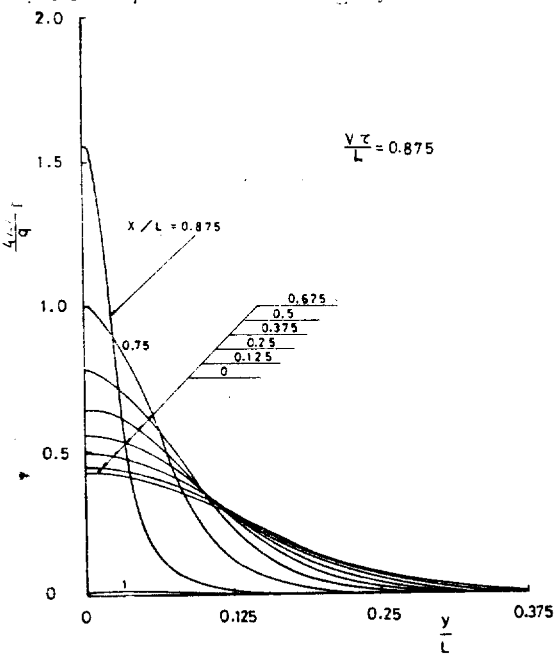


Fig.5 Temperature distribution in y direction

3.1 溫度分布

溫度分布의 計算에 있어서, 式(10)으로 주어지는 數値積分은 Simpson의 第1法則을 使用하였고, 이때 區間數는, 200까지 여러가지 값을 넣어 計算한 結果에서, 充分한 正確性을 認定할 수 있는 最少 區間數로 判定되는 60을 選擇하였다.

또 式(13)의 計算에 있어서는, n의 變化에 따른 收斂度를 檢討하기 위하여, n의 값을 −1부터 2까지 漸次 하나씩 增加시켜가며 計算해 보았다. 그 結果 n의 값을 0, 1, 둘만 取했을 때와 그以上을 取했을 때가 小數點以下 6자리까지 같은 값이 였음으로, n의 값은 0, 1, 두개만을 取하였다. 또 指數項 및 式(10)의 數値積分에 있어서는, IBM 370에서는 10^{-64}까지 計算組織이 取扱할 수 있었으나 under flow가 나타나므로 e^{-90}에서 truncate 하였다.

$2k/\nu$의 값은, 實際熔接作業條件과 計算後의 檢討를 考慮하여 1/2이 되도록 $\nu=4$ cm/sec, $k=1$ cm²/sec로 定하였으며, 計算 model 板의 幅, L은 相當히 높은 溫度範圍에서, 板의 中央部에 端面의 影響이 大端히 작은 部分이 存在한다고 認定할 수 있는 $L=20$cm을 擇하였다. 熱源이 x軸上에서 移動할 때, 板內部의 $x=0$ 始端近處에서는 $x=0$ 端面의 影響을, $x=L$ 終端近處에서는 $x=L$ 端面의 影響을 많이 받으며, 中間部分에서는 端面들의 影響을 거이 받지 않는다. 그래서 이들 3區間內의 한位置에 熱源이 到達한 時間에 該當하는 $\bar{\tau}=0.25$, 0.5, 0.875를 擇하여 溫度分布를 計算하므로서 Fig. 3 − Fig. 6을 얻었다.

3.2 熱 應 力

熱應力의 數値計算에 있어서 對象材料로는, 가장 많은 熔接對象이 되는 軟鋼을 選擇하였다.

式(39)의 計算에서 $\{B\}$의 算出에 必要한 $(\bar{\alpha}\bar{E}\bar{T})$는 다음과 같이 計算되었다. 即 線膨脹係數 $\bar{\alpha}$는 附錄 II 式(A-21)로 부터 計算되었으며, 熱傳導率 λ는 軟鋼의

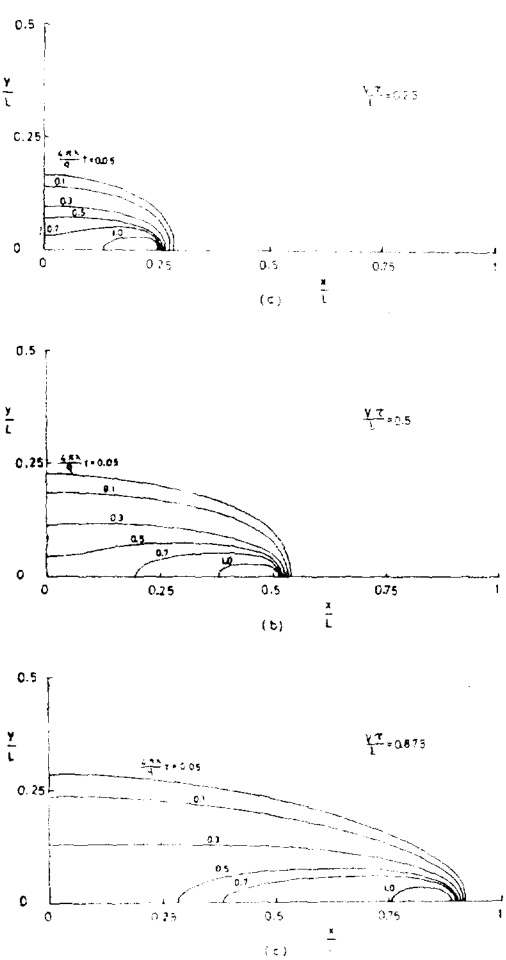


Fig.6 Instantaneous temperature distribution

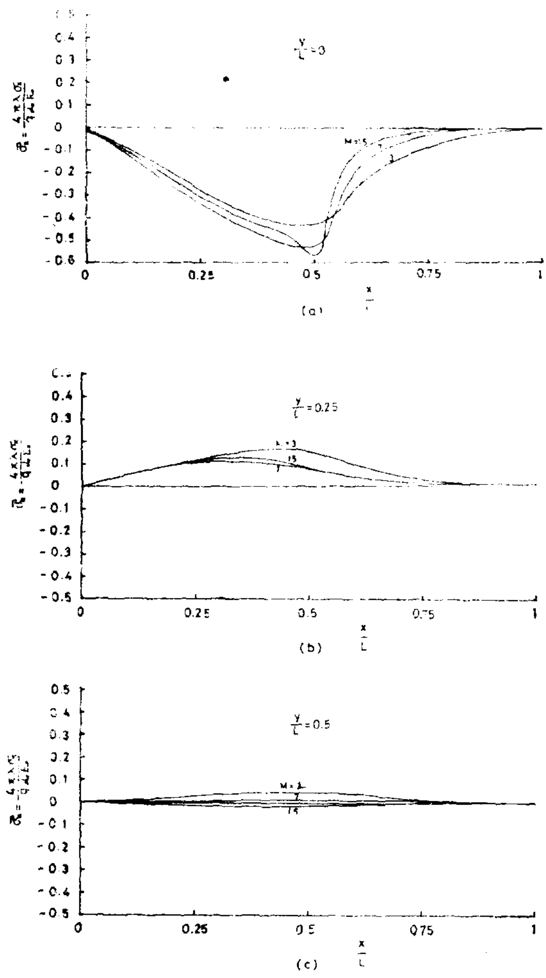


Fig.7 $\bar{\sigma}_x$ in y direction

$\lambda=0.1$ cal/cm·sec·°C 을 擇하였고[22], 線狀熱源의 세기 q 는 本硏究의 實驗結果에서 $q=647.35$cal/cm·sec 를 適用하였으며 T 는 式(13)에서 얻어진 값을 使用하였다.

彈性係數 E는 附錄 Ⅱ 式(A-23)으로 부터 計算되었으며, λ와 q의 값은 線膨脹係數計算에서 使用한 값과 같다. E는 溫度가 上昇함에 따라 漸次減少한다. 實驗値는 705°C 까지 얻어져 있으므로 이 以上의 溫度에서의 값은 705°C 에서의 값으로서 代用하였다. 溫度分布線圖에서 보는바와 같이, 高溫部에서는 溫度變化가 大端히 急激하므로 705°C 以上되는 部分은 極히 좁은 部分이 된다.

式(39)의 $[A]$의 構成은, 分割線 및 境界線의 各交點에 式(35)의 左邊의 $\bar{\phi}_{j,k}$의 係數를 適用하여 이루어졌는데. 電子計算組織에 依하였고, 計算 program 에서는 分割線의 數 M, N을 3個以上 任意의 自然數까지 늘릴수 있게 하였다. 2個以下의 境遇는 式(35)를 適用할 수가 없다.

이와 같이 하여 $[A]$와 $\{B\}$를 求하고, elimination method 를 利用하여 多元聯立方程式을 풀기 爲하여 program 된 IBM 의 Subrutine SIMQ 에 依하여 $\bar{\phi}_{j,k}$ 를 얻고, 이 $\bar{\phi}_{j,k}$ 를 式(40), (41) 및 (42)에 代入하여 熱應力을 計算하였다.

熱應力의 本計算을 實施하기에 앞서 等分線數 M, N

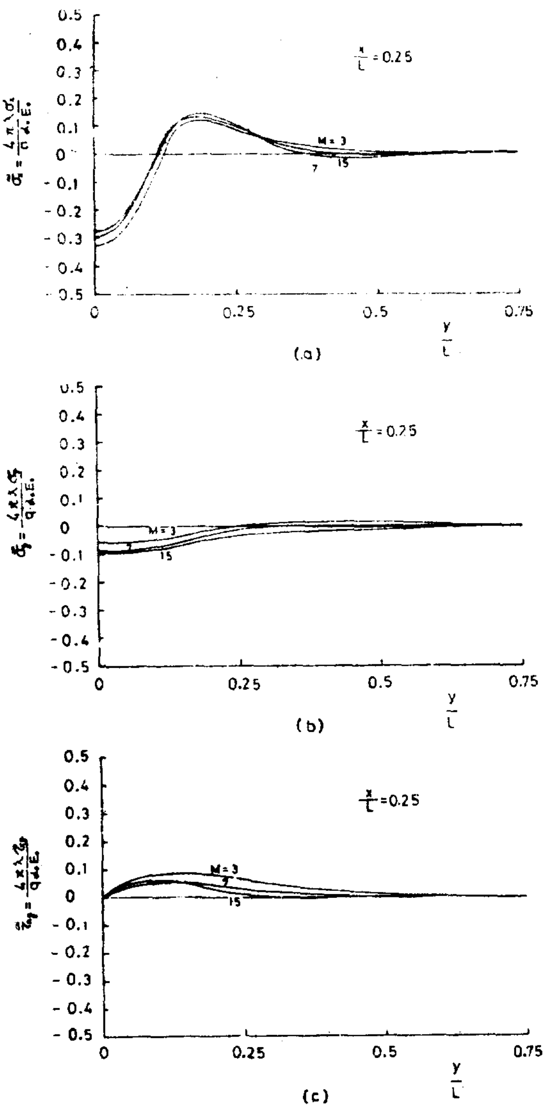


Fig.8 $\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\tau}_{xy}$ in y direction

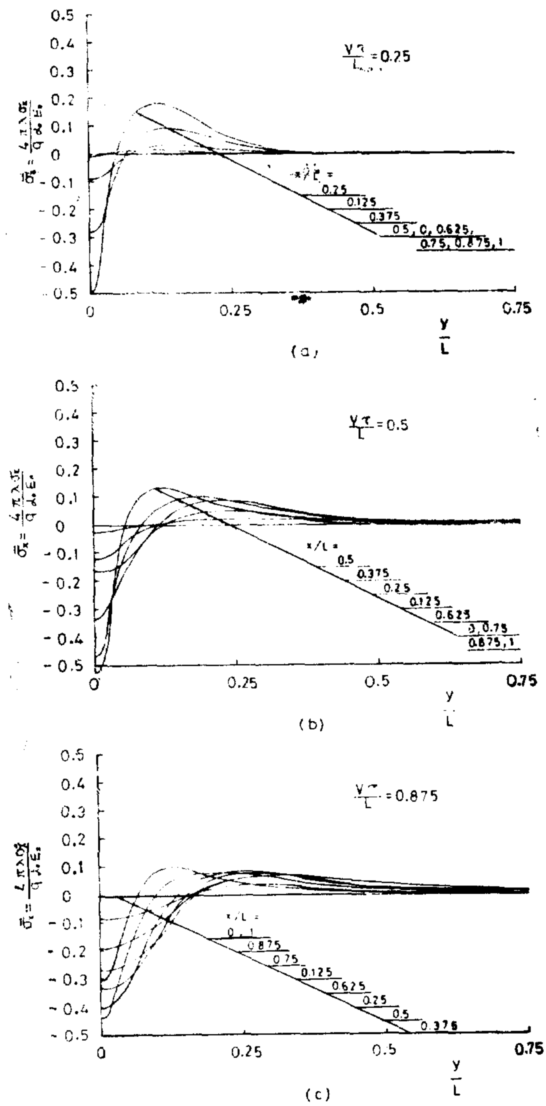


Fig.9 $\bar{\sigma}_x$ in y direction

Table 1 Thermal stresses by changing number of meshes

Ratio \ M	3	5	7	9	11	15	Point where evaluated
$\left\lvert\frac{(\bar{\sigma}_x)_M-(\bar{\sigma}_x)_{M=15}}{(\bar{\sigma}_x)_{M=15}}\right\rvert\times 100$	22.78	10.97	5.86	3.39	2.64	0	$\overline{X}=0.5$ $\overline{Y}=0$
$\left\lvert\frac{(\bar{\sigma}_y)_M-(\bar{\sigma}_y)_{M=15}}{(\bar{\sigma}_y)_{M=15}}\right\rvert\times 100$	17.58	9.33	2.87	0.79	1.62	0	$\overline{X}=0.5$ $\overline{Y}=0$
$\left\lvert\frac{(\bar{\tau}_{xy})_M-(\bar{\tau}_{xy})_{M=15}}{(\bar{\tau}_{xy})_{M=15}}\right\rvert\times 100$	17.97	21.24	3.28	1.95	2.34	0	$\overline{X}=0.5$ $\overline{Y}=0.25$

note, $(\bar{\sigma}_x)_M$, $(\bar{\sigma}_y)_M$, $(\bar{\tau}_{xy})_M$: $\bar{\sigma}_x$, $\bar{\sigma}_y$, $\bar{\tau}_{xy}$ for each M respectively

$(\bar{\sigma}_x)_{M=15}$, $(\bar{\sigma}_y)_{M=15}$, $(\bar{\tau}_{xy})_{M=15}$: $\bar{\sigma}_x$, $\bar{\sigma}_y$, $\bar{\tau}_{xy}$ for $M=15$ respectively

이 增加함에 따라 熱應力値가 어떻게 收斂하는가를 確認하기 爲하여 $M=N=3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 15$($M. N$은

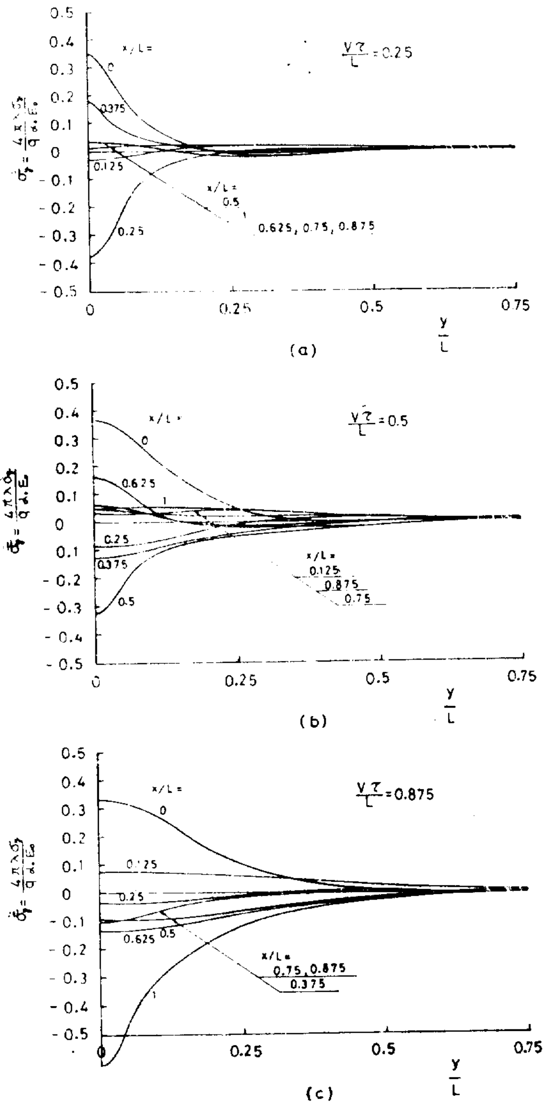


Fig.10 $\bar{\sigma}_y$ in y direction

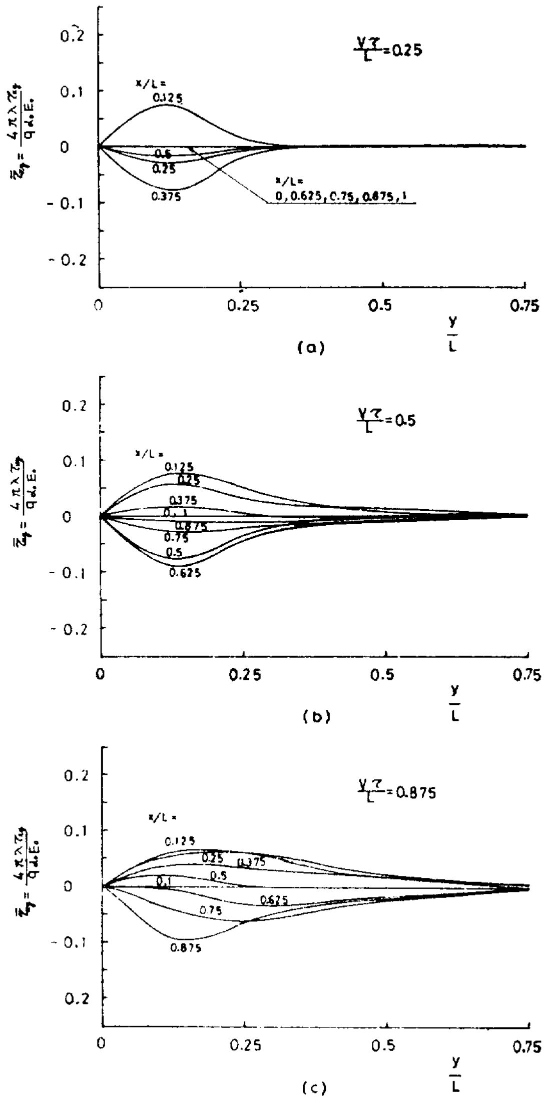


Fig.11 $\bar{\tau}_{xy}$ in y direction

같은 수를 取하였음으로 以下 M만으로서 표기하기로 한다)의 境遇를 計算하였다.

한 例로서 $\bar{\tau}=0.5$일 때의 熱應力의 값들中, 熱應力이 相當히 큰 部分에 屬하는, 點 $\bar{X}=0.5$, $\bar{Y}=0$과 點 $\bar{X}=0.5$, $\bar{Y}=0.25$의 두 點을 擇하여 그點에 對한, 주어진 M 값에 對한 熱應力과 $M=15$일 때의 熱應力과의 差가, $M=15$일 때의 熱應力에 對한 比를 計算하여 Table 1과 같은 結果를 얻었다.

Table 1을 보면 $M=3$일 때는 그 값이 相當히 크나 $M=5, 7, 9\cdots$로 增加하면서, 처음에는 急激히, $M=7$부터는 緩慢히 減少하여, M이 增加함에 따라 잘 收斂하여 誤差가 減少함을 보이고 있다. 이래서 $M=7$을 擇하면 工學的인 見地에서 充分히 有用한 熱應力值를 얻을 수 있다고 生覺된다.

이들 경우중, M이 홀수인 境遇는 板內部中央에서 分割線이 全部 一致하는 곳이 하나 있어서 數值를 잘 比較할 수 있었고, M이 짝수인 境遇는, 分割線이 一致하는 곳이 없어서 傾向만을 比較할 수가 있었다. 이들 計算中 特히 $M=3, 7, 15$의 境遇는 M이 3에서 7로, 또 7에서 15로 增加함에 따라, 分割區間數는 各各前者의 2倍가 되고, 따라서 交點間의 間隙 h는 各各 前者의 1/2로 되므로, 圖表의 複雜性을 考慮하여 他의 境遇는 除外하고 이 3가지 境遇만을 擇하여 圖示하면 Fig.7 및 Fig.8과 같다. Fig.7은 $\bar{\sigma}_x$의 x軸方向의 變化狀態를 $\bar{Y}=0,\ 0.25,\ 0.5$의 3까지 境遇에 對해서 表示한 것이며, Fig.8은 x軸上의 任意의 한點인 $\bar{X}=0.25$에서 y軸方向으로 熱應力의 變化狀態를 表示한 것이다. 여기서 $\bar{\sigma}_x$의 最高值를 比較해보면 $M=15$일 때의 값에 比해서 $M=3$일 때는 22.78% 작고, $M=7$일 때는 5.86% 작음을 볼 수 있다. 이와 같이 應力值는 M의 增加에 따라 잘 收斂함을 알 수 있다.

이러하므로 IBM 1130으로서 計算可能한 $M=7$의 境遇를 擇해서 ($M=N=15$일 때는 $[A]$의 크기는 240×240이었음) 次後의 計算을 遂行하였다.

計算의 境遇는 溫度分布때와 같이 $\bar{\tau}=0.25,\ 0.5,\ 0.875$의 3境遇를 擇하여 熱應力分布를 求함으로서 Fig.9—Fig.11를 얻었다.

4. 實 驗

熱應力은 溫度分布에서 起因되므로 溫度分布가 決定되면 熱彈性學理論에 依하여 解析的으로 求할 수 있다. 따라서 著者는 溫度分布를 檢證하기 爲하여 다음과 같이 實驗을 實施하였다, 實驗에 있어서는 板內部의 몇個의 固定點에 對하여, 熔接을 始作하여 끝날때까지 이들點에 있어서의 時間的變化에 따른 溫度變化를 測定하고 理論式에 依한 計算值와 實驗值를 比較코저 하였다.

4.1 實驗裝置

全 實驗裝置를 Fig.12에 표시한다.

아아크 熔接機는 A.C. 單相 熔接機이며 2次最大電流는 295 amp.였다.

아아크 電壓과 아아크 電流를 測定하기 爲하여 clamp meter를 使用하였으며, 熔接入熱에 큰 影響을 주는 아아크 電流值는, current transformer로서 補正하였다. recorder는 Varian Associates Instrument Division의 Graphic Recorder Model G-10을 使用하였는데 recorder의 誤差限界는 span의 1% 였으며 chart speed는 4 inches/min.로 하여 使用하였다. 測定할 溫度範圍가 800°C 以下였기 때문에 thermocouple의 emf와 span을 考慮하여 第2, 3段 amplifier tube를 12AT7로 交換하여 使用하였다. recorder의 linearity는 물의 氷點과 沸點 및 鉛點, 錫點을 利用하여 確認하였고, 또 물의 氷點과 沸點 및 鉛點으로서 溫度의 calibration을 하였다. 熔接棒은 KS E4301에 屬하는 ilmenite系의 1種인 F—100, 4mmφ를 使用하였다.

本 實驗에서 重要한 位置를 차지한 定速運棒裝置와 試驗片支持台 및 試驗片에 對한 說明은 다음과 같다.

1) 定速運棒裝置 : 手動熔接에서는 熔接棒을 定速으로 移動시키기는 不可能하므로, 本研究에서는 定速으로 移動하는 自動切斷機에 切斷 tip 代身에 홈이 있는 solid tip을 만들어 付着하고, 熔接棒을 그 홈에대고 移動시키므로서 定速運棒을 할 수 있었다. 여기서 使用한 自動切斷機는 田中製作所製의 KT5型으로서 速度變化範圍는 50 - 1,000mm/min. 였다.

2) 試驗片支持台 : 試驗片은 Fig.13 및 Fig.14에서 보는 바와 같은 支持台를 만들어 支持하였다. Fig.13의 支持台에 있는 작은 볼트는 試驗片을 움직이지 않도록 固定하기 爲한 것이며, 試驗片으로 부터의 熱傳導를 極少化 하기 爲하여 試驗片에 닿는 볼트 끝은 뾰족하게 갈아 놓았다. Fig.13의 試驗片 支持台의 上部보에 뚫은 구멍은 프라스틱호스 안에 들어 있는 thermocouple 線을 通過시키므로서 支持하기 爲함이였다.

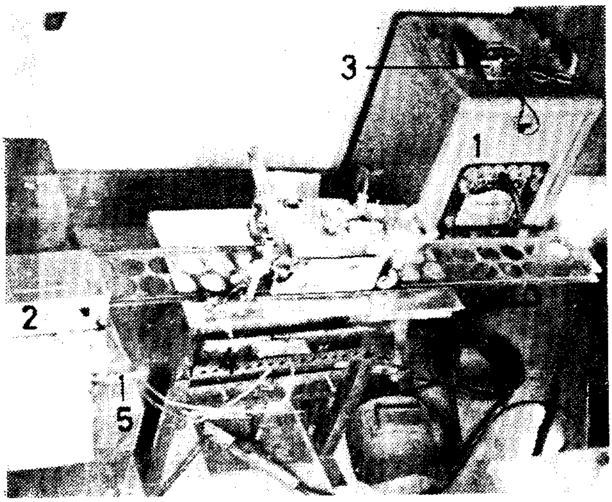
3) 試驗片 : 試驗片으로는 두께 12mm, 幅 240mm, 길이 242mm의 KS SB41의 一般構造用 軟鋼板이 使用되었으며, 試驗片 端面의 平滑度는 0.025mm 程度로 매끈하게 切削加工하여 使用하였다.

Thermocouple은 熱的慣性을 줄이기 爲하여 B & S gage 30番(直徑 0.312mm)의 Iron-Constantan을 使用하였는데, 0.6mm 直徑의 drill로서 試驗片에 깊이 約

2-3mm 程度의 구멍을 뚫고, 꼬은 thermocouple을 이 구멍에 꽂고 silver brazing 하므로서 thermocouple을 試驗片에 付着시켰다. 이렇게 thermocouple을 連結한 경우와, 酸素—아세틸렌 火炎으로서 thermocouple 連結部 끝에 적은 球를 만들어서 連結한 경우에 對하여, 測定溫度를 比較하니, 兩者間에 認定할만한 誤差가 없음을 確認하였다. 또 thermocouple 및 recorder에 依한 time lag는 0.002sec/°C 程度로서 無視할 수 있었다.

4.2 實驗方法

Fig.12와 같이 實驗裝置가 整理되면, recorder의 電



1. Welder
2. Recorder
3. Clamp meter
4. Specimen and specimen support
5. Thermometer

Fig.12 Experimental arrangement

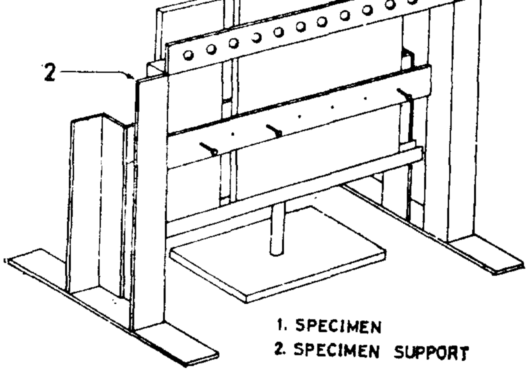


Fig.13 Specimen support

源 스위치를 넣고 數分동안 recorder가 더워지고 安定됨을 기다려서 recorder의 零點을 調整하고, 試驗片을 熔接하는데 必要한 時間을, 미리 chart paper 上에 線을 그으므로서 測定해 두었다. 試驗片上에서의 熔接에 있어서는 먼저 補助試驗片上에서 아아크를 發生시켜서 定速移動을 해 오다가 熔接棒中心이 試驗片 始端에 왔을때 recorder의 chart on-off 스위치를 넣어서 記錄을 始作하고, 熔接進行中에 clamp meter로서, 아아크 電壓과 아아크電流를 測定하였고, 熔接이 끝나는 時間은 미리 그어둔 線에 依해서 알 수 있었다. 熔接이 끝나는 即時 水銀棒溫度計에 依하여 thermocouple의 冷接點인 室內溫度(recorder 앞 位置)를 읽었다.

Fig.14에서 보는바와 같이 thermocouple의 位置의 x座標는 x_1, x_2, x_3이고, 各 試驗片에는, recorder에 pen이 하나밖에 없었으므로, thermocouple을 하나식 接續하였다. thermocouple의 位置의 y座標는 各 x座標마다 溫度分布의 特性을 고려하여 適切한 點 5個式을 選擇하였다. y_1, y_2, y_3 등의 y의 값의 變更은, 먼저 y의 값이 가장 큰 點에서 熔接을 하고 그다음 작은 값은, 熔接된 試驗片 上端을 切削 除去하므로서 이루어졌다. 이렇게 하므로서 各點마다 thermocouple을 附着시키므로 因한 各點마다의 附着誤差를 最少限으로 減少시키도록 하였다. 또 實驗의 正確을 期하기 爲하여 같은 點을 2個의 試驗片으로서 2回 實驗하였다.

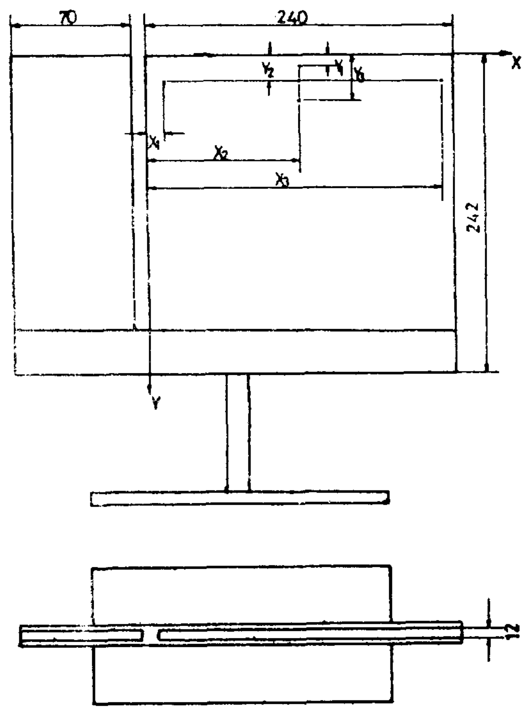


Fig.14 Supported specimen

4.3 實驗結果 및 檢討

實驗値와 理論値를 다음과 같이 比較하였다. 5個點의 實驗 data는 Table 2와 같으며 chart paper에 記錄된 溫度와 時間은 Fig.15와 같았다.

理論値의 計算에는 Table 2의 數値와 다음과 같이 選定된 定數들을 使用하였다.

熔接入熱 q는 다음 式(43)에 依하여 計算되었다.

$$q=0.239\eta VI/d \tag{43}$$

여기서 0.239는 일의 熱當量이다.

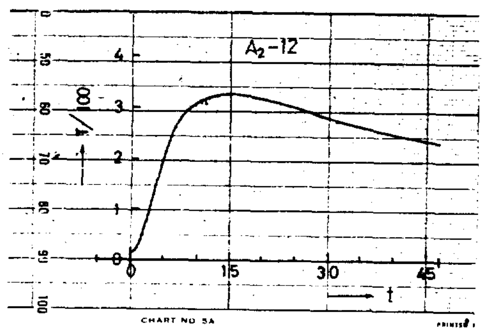
q의 값은 V, I의 測定中 指針의 振動에 依하여 ±8.75%以內의 誤差를 認定할 수 있었다.

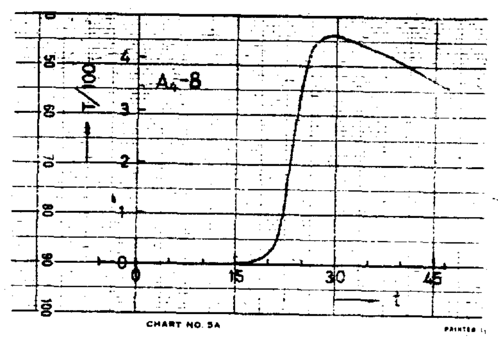
아아크 熱効率 η는 硏究者에 따라서 若干의 差異가 있다. 즉 D. Rosenthal은 63.2%—64%를 取하였고 [22] Naka 및 Masbuchi는 69%를 取하였으며, Ando 및 Miki는 73%—84%를 提案하고 있으며[25], R. J. Grosh 및 E.A. Trabant는 74% 및 85%를 採擇하고 있다[3].

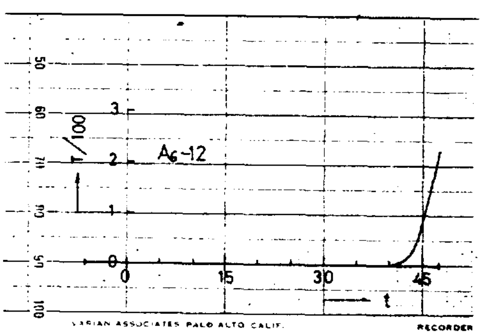
이들中 Ando 및 Miki는 이, 아아크 熱効率에 對한

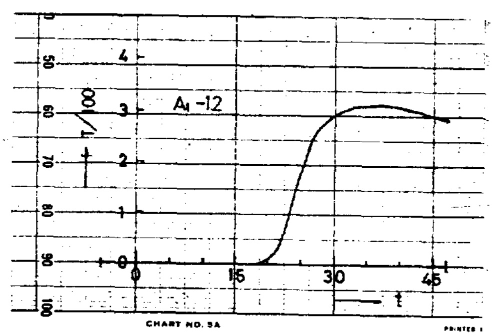
Table 2 Experimental Data

speci-men	position of thermocouples (cm)		arc voltage (volts)	arc current (amp.)	welding speed (cm/sec)	room tempe-rature (°C)
	x	y				
A_1—12	12.045	1.200	28	139	0.510	13.0
A_2—12	1.311	1.200	29	139	0.511	13.5
A_4—35	12.045	3.495	28	140	0.508	14.0
A_4— 8	12.045	0.800	33	133	0.515	14.0
A_6—12	23.167	1.181	32	133	0.504	13.5









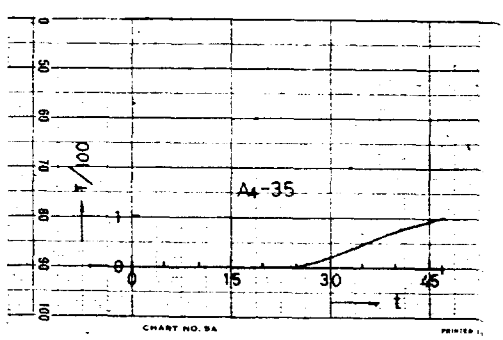


Fig. 15 Recorded temperature on chart paper

研究를 하였는데, 이들은 그 研究에서 誤差의 補正을 生覺할 수 있는 範圍에서 實驗하였으며, 아아크物理學的인 實驗値도 考慮하였다. 그래서 다른 數値보다는 가장 信憑性이 높다고 볼 수 있다. 또 그들이 使用한 實驗條件과 本研究에서의 條件을 比較하면, 熔接棒이 같은 ilmenite系이고, 極性도 같은 交流極性의 경우가 實驗되어 있음을 볼 수 있다.

그래서 本研究에서는 그 結果를 利用하여 本研究에서의 實驗値에 該當하는 η인 79%를 選擇하였다.

熱傳導率 λ는 溫度의 變化에 따라 많은 變化를 하지 않으므로 $\lambda=0.1$을 擇하였다[22].

熱擴散率 k는 緖論에서 言及한바와 같이 熔接熱傳達問題에서는 通常 定數로 取扱하고 있다. 그래서 他 研究에서는 다음과 같이 決定 使用하고 있다. 即 D. Rosenthal은 各 等溫線마다 그 溫度에 適合한 값을 選擇하였으며, Naka 및 Masubuchi는 仔細한 說明없이 0.071을 擇하였고, Watanabe 및 Sato는 0.065, 0.100, 0.146을 取하여 比較하고 있는데 0.100은 實驗値와 比較的 잘 一致하고 있음을 보이고 있다[23].

그러나 Fig.16에 보는바와 같이 鐵의 熱擴散率 k는 溫度에 따라 相當히 變한다. Fig.16(a)는 參考文獻[24]에 揭載된 것이고, Fig.16(b)는 이것을 普通 눈금으로 變換해서 그린것이다.

本研究에서는 Fig.16(b)에 依하여 室溫(14°C) 부터 融點(1537°C)까지의 平均値인 0.088을 選定하여 使用하였다. 이와같이 하여 選定한 定數와 實驗數値들을 理論式에 代入하여 計算하였다.

計算된 理論値와 實驗値를 比較하면 다음 Fig.17과 같이 잘 一致하였다. 이 結果는 P.S. Myers 外 3人의 結果와도 잘 一致함을 볼 수 있다[26].

5. 檢　討

實驗에 依하여 理論解析이 立證되었으므로, 溫度分布와 熱應力을 앞에서 計算한 結果로서, 檢討해 보기로 한다.

5.1 溫度分布

溫度勾配는 Fig.3—Fig.5에서 보면 y軸方向으로는 熱源에서 가까운 곳에서는 急激하고 먼곳에서는 緩慢함을 볼 수 있고, x軸方向으로는 Fig.6에서 보는 바와 같이 熱源前方에서는 急激하고 後方에서는 緩慢함을 알 수 있다.

熔接熱에 依한 溫度上昇範圍는, 熔接이 進行되면서 漸次 넓어짐을 알 수 있다.

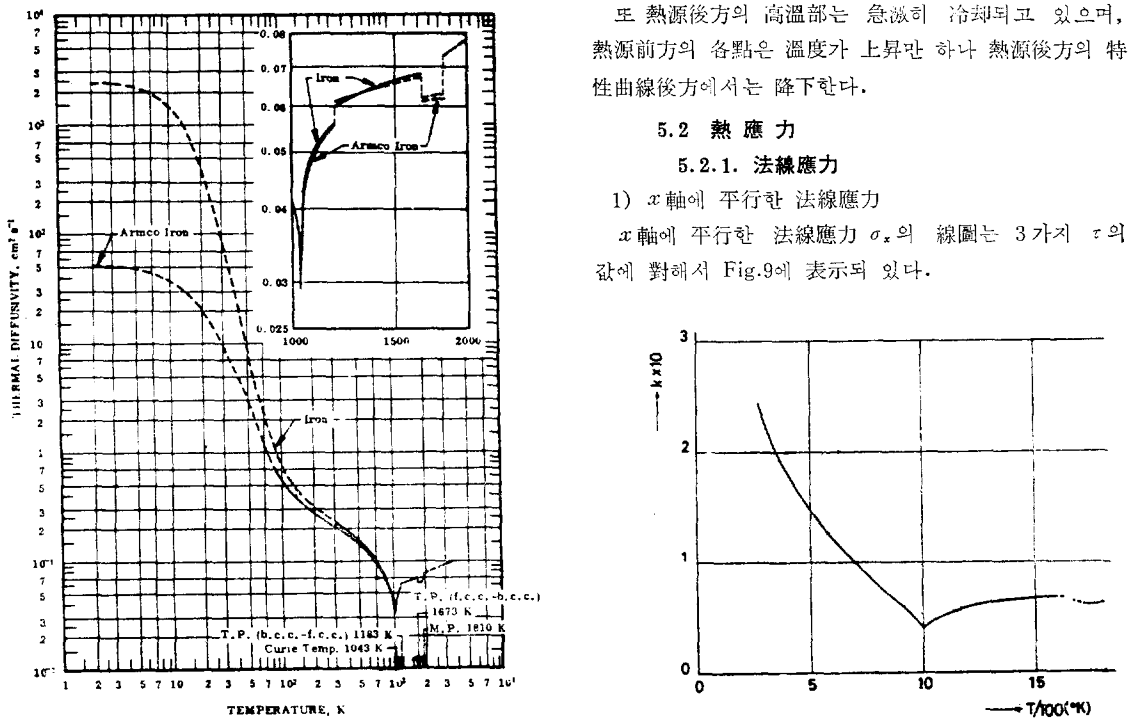
또 熱源後方의 高溫部는 急激히 冷却되고 있으며, 熱源前方의 各點은 溫度가 上昇만 하나 熱源後方의 特性曲線後方에서는 降下한다.

5.2 熱應力

5.2.1. 法線應力

1) x軸에 平行한 法線應力

x軸에 平行한 法線應力 σ_x의 線圖는 3가지 τ의 값에 對해서 Fig.9에 表示되 있다.



(a)　　　　(b)

Fig. 16 Recomended thermal diffusivity of iron

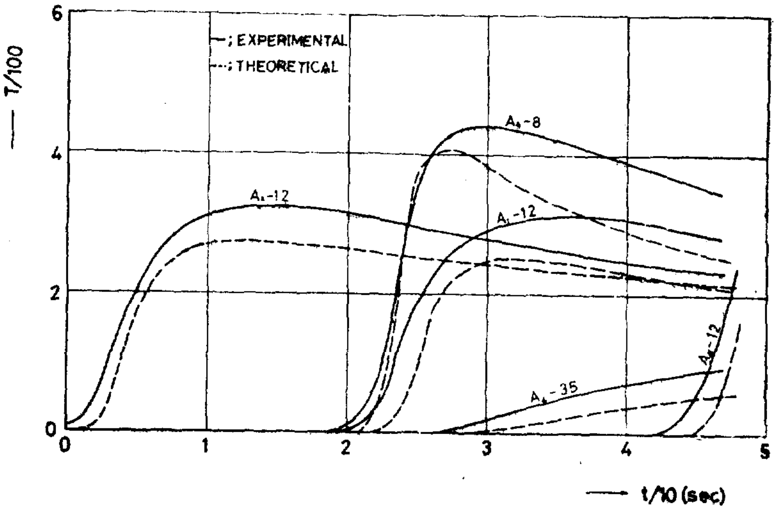


Fig. 17 Comparison of theory and experiment for the temperature history on the fixed points

$\frac{4\pi\lambda\sigma_x}{q\alpha_0 E_0}(=\bar{\sigma}_x)$의 값을, 먼저 $\bar{\tau}=0.5$의 境遇(Fig.9b)에 對해서 考察하기로 한다. 먼저 x軸과의 交點上에 熱源이 存在하는 $x/L(=\bar{X})=0.5$인 境遇를 보면, $\bar{Y}=0$에서 $\bar{\sigma}_x=-0.5308$이라는 큰 값을 取하다가 $\bar{Y}$의 값이 增加하면서 絶對値는 漸次 減少하여 零에 達하고, 그 後는 차츰 陽의 값으로서 增加하여 最大値에 達한 後, 다시 徐徐히 減少하여 零에 接近하고 있다. 이것은 高溫部가 膨脹하므로서, 高溫部에서는 壓縮應力을 받고, 어느程度 떨어진 곳에서는 高溫部의 膨脹에 依하여 引張應力을 받는다는 物理的 事實을 잘 表現하고 있다. 이와같은 性質은 $x/L=0.5$일 때 뿐만 아니라, 모든 x/L의 값에 對해서 $\bar{\sigma}_x$의 값은 $\bar{Y}$의 값이 커지면서 零에 收斂하고 있다. 圖表에서 보면 $\bar{Y}=0.875$에서 거이 零이되고 있다. 또 $x/L=0.5$에서부터 $x/L=0.375$, 0.25, 0과 같이 熱源에서 後方으로 멀어지면서 熱應力은 漸次 減少하고, $x/L=0$에서는 零이되어, 境界條件을 잘 만족시키고 있다. 熱源後方에서는 熱源에서 멀어지면서 應力의 變化는 緩慢하지만 큰 應力의 範圍가 넓어지고 있는데, 이것은 熱源後方에서 高溫範圍가 넓어지는 事實과 잘 一致한다.

熱源前方에서도, y軸方向으로는 後方과 마찬가지 變化狀態를 나타내나, x軸方向으로는 後方보다 急激한 減少를 보이며, $\bar{X}=1$에서는 零이되어 亦是 境界條件을 잘 滿足시키고 있다. x軸方向으로 應力의 變化가 熱源後方에서는 緩慢하고 前方에서 急激함은 溫度分布의 性質과 잘 一致한다.

$\bar{\tau}=0.25$, 0.5, 0.875의 3가지 境遇를 比較해 보면, x軸 및 y軸方向의 變化의 傾向은 모두 같으나, 高溫領域이 增加함에 따라 큰 熱應力의 範圍도 넓어지고 있음을 알 수 있다.

2) y軸에 平行한 法線應力

y軸에 平行한 法線應力 σ_y의 線圖는 3가지 τ의 값에 對해서 Fig.10에 表示되 있다.

$\frac{4\pi\lambda\sigma_y}{q\alpha_0 E_0}(=\bar{\sigma}_y)$의 값을, 먼저 $\bar{\tau}=0.5$의 境遇(Fig.10 b)에 對해서 考察하기로 한다.

x軸과의 交點上에 熱源이 存在하는 $x/L=0.5$인 境遇를 보면, $\bar{Y}=0$에서 $\bar{\sigma}_y=-0.3204$라는 큰값을 取하다가 $\bar{Y}$의 값이 增加함에 따라 絶對値가 漸次 減少하여 零에 達한다. 이것은 高溫部가 膨脹하므로 因하여 y軸方向으로 壓縮應力을 받는다는 物理的 事實을 잘 表現하고 있다.

熱源後方에 있어서는, 熱源에서 멀어지면서, 어느程度의 位置까지는 이러한 應力狀態를 나타내다가, $x=0$인 端面(境界面)에 가까워지면서, 應力値는 陽의 값으로되고, $x=0$인 端面에서는 가장큰 陽의 값이 x軸上에 나타나고, $\bar{Y}$의 값이 增加함에 따라 漸次 減少한다. 이것은 가장 溫度가 높은 x軸上의 部材가 x軸方向으로 膨脹함에 따라 板內部의 材料는 他應力과 같이 引張應力을 받기 때문이다.

이러한 變化狀態는 熱源前方에서도 나타나는데 前方에서는 溫度降下가 急激하므로 熱源에서 부터의 距離가 같은 곳에서는 훨씬작게 나타난다. 이와같이 $\bar{Y}$의 값이 增加함에 따라, 熱源에서 가까운 部分에서는, 陰의 큰값으로부터, 境界面에서 가까운곳에서는 陽의 큰 값으로 부터, 熱應力値는 漸次 그 絶對値가 減少하여 零에 到達한다.

$\bar{\tau}=0.25$, 0.5, 0.875의 3가지 境遇를 比較해 보면, x軸 및 y軸方向의 變化의 傾向은 모두 같으나, 高溫

領域이 넓어짐에 따라 큰 熱應力의 範圍도 넓어지고 있음을 볼 수 있다.

5.2.2. 剪斷應力

剪斷應力 τ_{xy}의 線圖는 3가지 τ의 값에 對해서 Fig. 11에 表示되 있다. τ_{xy}에 對해서도 앞의 2가지 法線應力때와 비슷한 方法으로 檢討해 보기로 한다.

$\frac{4\pi\lambda\tau_{xy}}{q\alpha_0 E_0}(=\bar{\tau}_{xy})$의 값을, 먼저 $\bar{\tau}=0.5$의 境遇에 對해서 考察하기로 한다. x軸과의 交點上에 熱源이 存在하는 $x/L=0.5$인 境遇를 보면, $\bar{Y}=0$에서 $\bar{\tau}_{xy}$의 값은 零이고, $\bar{Y}$의 값이 增加함에 따라 陰의 값으로서 그 絶對値가 漸次 增加하다가 $\bar{Y}=0.125$ 近處에서 絶對値는 最大가 되고 그 以後는 漸次 減少하여 零에 達하고 있다. 또 $x/L=0.25$때를 보면 $\bar{\tau}_{xy}$의 값은 陽의값으로서 $\bar{Y}=0$에서는 零이고, $\bar{Y}$가 增加함에 따라 漸次 增加하여 $\bar{Y}=0.125$ 近處에서 最大가 되고 그 以後는 漸次 減少하여 零에 達하고 있다. 이러한 變化狀態는 x/L의 다른 값에서도 마찬가지이다.

圖表에서 보면 $\bar{Y}$의 값의 增加에 따른 $\bar{\tau}_{xy}$의 變化狀態는 熱源前後方에 있어서 거이 같은 傾向이나, 前方과 後方은 應力値의 符號가 다르다. 이것은 x軸上에서 熱源이 移動하고 있기때문에, x軸上의 溫度가 가장 높고, 따라서 x軸上에서 兩端方向으로 가장 많이 膨脹하기 때문이라고 생각된다.

또 $x/L=0$, 1에서는 다 같이 $\bar{\tau}_{xy}$의 값은 零으로서, $x=0$, $x=L$에서 $\tau_{xy}=0$이라는 境界條件을 잘 滿足시키고 있다.

$\bar{\tau}=0.25$, 0.5, 0.875의 3가지 境遇를 比較해 보면, 熱應力의 變化傾向은 모두 같으나 高溫領域이 넓어짐에 따라 큰 熱應力의 範圍도 넓어지고 있음을 볼수 있다.

5.2.3. 實際數値에 依한 檢討

溫度分布와 熱應力의 數値計算 結果에 實際의 數値를 代入하여 檢討해 본다.

軟鋼의 彈性限界溫度는 250°C 이다[23]. 한 例로서 $v\tau/L=0.5$인 境遇(Fig.4)를 보면, 250°C 以上으로 加熱되는 部分은 $y/L=0.075$($L=20$cm 이면 $y=1.5$cm) 以內領域이고 $y/L=0.075$에서 σ_x의 값은 $\sigma_x=11.7336$ kg/mm^2 이다.

室溫에서 250°C 까지의 軟鋼의 降伏點의 平均値는 28.95kg/mm^2[23]이니, 이 境遇는 彈性限界點에서 σ_x의 값은 降伏點以下임을 알 수 있다.

溫度分布線圖 Fig.3—Fig.5에 依하면, 250°C 以上으로 加熱되는 部分은 $y/L=0.08$($L=20$cm 이면 $y=1.6$cm) 以內部分이다. 따라서 本硏究의 結果는 아주 좁은 部分을 除外하고는 正確히 適用됨을 알 수 있다.

6. 結 論

有限한 幅을 갖는 平板上에서 幅方向으로 定速移動하는 熱源으로 因한, 板內部의 溫度分布와 熱應力을 硏究하여, 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

1) 板內部의 溫度分布는, 鏡像法을 適用하여 理論解析을 하고, 理論解析을 檢證하기 爲하여 實驗을 하였든바, 理論値와 實驗値가 잘 一致하였다.

2) 熱應力分布는, 線膨脹係數와 彈性係數를 溫度의 函數로 取扱하여, 差分法을 適用하여 解析하였는데, 熱源近傍의 極히 좁은 部分을 除外하고는, 合理的인 값을 가진다.

3) x軸方向의 法線應力과 y軸方向의 法線應力은 서로 비슷한 크기의 값을 가지나, 兩者는 剪斷應力보다는 훨씬 큰값을 가진다.

後 記

本 硏究를 遂行함에 있어서 親切하신 指導를 해주신 李澤植敎授任을 비롯하여 李樂周, 任尙鉀, 李海京, 盧承卓, 金曉哲 敎授任들과, 끊임없는 激勵와 많은 助言과 도움을 주신 金東垣, 金鳳枰, 黃宗屹, 金極天敎授任과 學內 여러敎授任들께 깊히 感謝드리는 바이며, 電子計算過程에서 많이 도와주신 電子計算所의 朴演勳氏와 李根伯氏에게 깊은 感謝를 드립니다.

參 考 文 獻

〔1〕D. Rosenthal, "Mathematical Theory of Heat Distribution During Welding and Cutting" *Welding Journal* R.S. pp.220-234, Vol.20, No.5, 1941.

〔2〕D. Rosenthal, "The Theory of Moving Sources of Heat and its Application to Metal Treatments" *Transactions of the A.S.M.E.* pp.849-866, 1946.

〔3〕R.J. Grosh and E.A. Trabant, "Arc Welding Temperatures" *Welding Journal* R.S. pp.396-399, Vol.35, No.8, 1956.

〔4〕C.M. Adams, Jr., "Cooling Rate and Peak Temperatures in Fusion Welding" *Welding Journal* R.S. pp. 210-215, Vol.37, No.5, 1958.

〔5〕P. Jhaveri, W.G. Moffatt and C.M. Adams, Jr., "The Effect of plate Thickness and Radiation on Heat Flow in Welding and Cutting" *Welding Journal* R.S. pp.12-16, Vol.41, No.1, 1962.

〔6〕W. Soedel and R. Cohen, "Arc Welding Temperatures in a Circular Disk Structure" *Welding*

Journal R.S. pp.337-340, Vol.49, No.7, 1970.

[7] E.F. Nippes, W.F. Savage, H. Suzuki and W.H. Chang, "A Mathematical Analysis of the Temperature Distribution During Flash Welding" *Welding Journal* R.S. pp.271-285, Vol.34, No. 6, 1955.

[8] C.J. Cheng, "Transient Temperature Distribution During Friction Welding of Two Dissimilar Materials in Tubular Form" *Welding Journal* R.S. pp.233-240, Vol.42, No.5, 1963.

[9] Hyochol Kim, "Transient Temperature Distributions in an Adiabatic plate due to Resistance Spot Welding" *Journal of the S.N.A.K.* Vol.9, No.1, pp.15-20, 1972.

[10] J.E. Park, "One Dimensional Temperature Distribution in the Base Metal due to Transient Arc Welding Heat" *Journal of the S.N.A.K.* Vol.9, No.2, pp.49-55, 1972.

[11] H. Kim and J.E. Park, "On the Arc Welding Temperature in a Metal Tube" *Journal of the S.N.A.K.* Vol.10, No.2, pp.3-8, 1973.

[12] Koichi Masubuchi, "Analitical Investigation of Residual Stresses and Distortions due to Welding" *Welding Journal* R.S. pp.525-537, Vol.39, No.12, 1960.

[13] Koichi Masubuchi and D.C. Martin, "Investigation of Residual Stresses by Use of Hydrogen Cracking" *Welding Journal* R.S. pp.553-563, Vol.40, No.12, 1961.

[14] A.G. Cepolina and D.A. Canonico, "The Measurement of Residual Stresses" *Welding Journal* R.S. pp.31-38, Vol.50, No.1, 1971.

[15] R.A. Chihoski, "The Character of Stress Fields Around a Weld Arc Moving on Aluminum Sheet" *Welding Journal* R.S. pp.9-18, Vol.51, No.1, 1972.

[16] M. Watanabe, "Thermal Stress and its Residual stress of Rectangular plate under one-dimensionally Distributed Temperature" *Journal SOC. Naval Architects* (Japan) No.86, pp.173-184, 1950.

[17] M. Watanabe and K. Sato, "Theoretical Analysis of Thermal Stress due to Moving Heat Source" *Journal SOC. Naval Architects*(Japan) No.96 pp.87-97, 1955.

[18] N.Fox, "Stresses Associated with a Moving Line Source of Heat" *Quart. Journ. Mech. and Applied Math.*, Vol.XVII, pt. I. 1964.

[19] Z.G. Kim and H. Kim, "On the Thermal Stress and Residual Stress Distributions in a Aluminum Alloy Plate due to Resistance Spot Welding" *Journal of the S.N.A.K.* Vol.9, No.2, pp.21-32, 1972.

[20] J.E. Park and H. Kim, "Thermal Stress Analysis in the Vicinity of Butt Welded Joint of Strip" *Journal of the S.N.A.K.* Vol.10, No.1, pp.15-20, 1973.

[21] H.S. Carslaw and J.C. Jaeger, "*Conduction of Heat in Solids*" p.258, Oxford University Press, 1973.

[22] D. Rosenthal and R. Schmerber, "Thermal Study of Arc Welding" *Welding Journal* R.S. pp.2-8, Vol.17, No.4, 1938.

[23] M. Watanabe and K. Sato, "Plastic Study on Residual stresses due to Welding" *Technology Reports of The Osaka University* No.13, pp.179-190, 1951.

[24] Y.S. Touloukian, et al., "*Thermophysical Properties of Matter The TPRC Data Series* Vol.10" p.82, 1972.

[25] K. Ando and I. Miki, "On the Thermal Efficiency and Specific Deposited Heat of Welding Arc" *Technology Reports of the Osaka University* Vol.3 No.68, pp.143-157, 1953.

[26] P.S. Myers, et al., "Experimental and Computed Temperature Histories in Gas-Tungsten Arc Welding of Thin Plate" *Welding Journal* R.S. pp.295-305, Vol.48, No.7, 1969.

[27] A.W.S., "*Welding Handbook*" p.5.29, American Welding Society, 1968.

[28] B.E. Gatewood, "*Thermal Stresses*" p.17, Mc Graw-Hill Book Co., 1957.,

[29] R.M. Rivello, "*Theory and Analysis of Flight Structures*" pp.66-67, McGraw-Hill Book Co. 1969.

[30] S.S. Manson, "*Thermal Stress and Low-cycle Fatigue*" p.17, McGraw-Hill Book Co. 1966.

附　錄

I. 境界條件

板에 物體力은 作用하지 않으므로 板의 端面에서의 表面平衡條件은 다음式 (A—1), (A—2)와 같다[29, 30].

$$X=\sigma_x l+\tau_{xy}m \quad (A—1)$$

$$Y=\sigma_y m+\tau_{xy}l \quad (A—2)$$

여기서 X 및 Y는 端面에 作用하는 stress vector의 x軸 및 y軸方向의 成分이고, l 및 m은 端面의 外法線 n에 對한 x軸 및 y軸方向의 方向餘弦(direction cosine)으로서, 境界周圍方向의 座標를 s라 할 때, 다음式 (A—3)과 같이 表示된다[29].

$$l=\frac{dy}{ds}=\frac{dx}{dn},\quad m=-\frac{dx}{ds}=\frac{dy}{dn} \quad (A—3)$$

應力函數를 ϕ라하면 다음式 (A—4)가 成立한다.

$$\sigma_x=\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\quad \sigma_y=\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}\quad \tau_{xy}=-\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y} \quad (A—4)$$

式(A—3), (A—4)를 式(A—1), (A—2)에 代入하면

$$X=\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\frac{dy}{ds}+\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}\frac{dx}{ds}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)\frac{dy}{ds}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)\frac{dx}{ds} \quad (A—5)$$

$$Y=-\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}\frac{dx}{ds}-\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}\frac{dy}{ds}=-\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\frac{dx}{ds}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\frac{dy}{ds}\right] \quad (A—6)$$

式 (A—5)및 (A—6)으로 부터

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)=X \quad (A—7)$$

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)=-Y \quad (A—8)$$

式 (A—7), (A—8)을 境界에 따라서 積分하면

$$\frac{\partial\phi}{\partial y}=\int_0^s Xds+C_1=A+C_1 \quad (A—9)$$

여기서 $A=\int_0^s Xds$ (A—10)

$$\frac{\partial\phi}{\partial x}=-\int_0^s Yds+C_2=-B+C_2 \quad (A—11)$$

여기서 $B=\int_0^s Yds$ (A—12)

또 $$\frac{d\phi}{ds}=\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{dx}{ds}+\frac{\partial\phi}{\partial y}\frac{dy}{ds} \quad (A—13)$$

式(A—13)에 式(A—9), (A—11) 및 (A—3)을 代入하면

$$\frac{d\phi}{ds}=Bm-C_2m+Al+C_1l$$

s에 關해서 積分하면

$$\phi=\int_0^s(Al+Bm)ds+C_2x+C_1y+C_3 \quad (A—14)$$

式(A—4)에서 보면 應力은 應力函數 ϕ의 x, y에 關한 2次導函數에 依해서 決定됨으로, x, y의 1次項이나 定數項은 應力에 아무런 影響을 주지 않는다. 따라서 $C_1=C_2=C_3=0$으로 取할 수 있다. 따라서 式(A—14)는 다음 式(A—15)와 같이 表示된다.

$$\phi=\int_0^s(Al+Bm)ds \quad (A—15)$$

ϕ의 外法線方向의 導函數 $\frac{d\phi}{dn}$은 다음 式(A—16)과 같다.

$$\frac{d\phi}{dn}=\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{dx}{dn}+\frac{\partial\phi}{\partial y}\frac{dy}{dn} \quad (A—16)$$

式(A—16)에 式(A—3), (A—9) 및 (A—11)을 代入하면 다음 式(A—17)이 얻어진다.

$$\frac{d\phi}{dn}=Am-Bl \quad (A—17)$$

本硏究의 境遇인 有限幅平板에 있어서는, $x=0$ 및 $x=L$인 端面은 自由表面이므로 $X=Y=0$, 따라서 式(A—10) 및 (A—12)에 의해서 $A=B=0$, 그러므로 式(A—15) 및 (A—17)로부터

$$\phi=0,\quad \frac{d\phi}{dn}=\frac{d\phi}{dx}=0 \quad (A—18)$$

이 式(A—18)이 $x=0$, $x=L$에서의 境界條件이다.

또 $y=+\infty$에서는

$$\phi=0,\quad \frac{d\phi}{dn}=\frac{d\phi}{dy}=0 \quad (A—19)$$

을 境界條件으로 한다.

II. 線膨脹係數

數值計算에 適用된 軟鋼의 線膨脹係數 α는 實驗數値들[23]로 부터 다음 式(A—20)과 같이 溫度의 2次式으로 表示할 수 있다.

$$\alpha=10.192\times10^{-6}+0.01186\times10^{-6}T-7.1\times10^{-12}T^2 \quad (A—20)$$

여기서 $\alpha_0=10.192\times10^{-6}$

이라 表示하고, 本文式(12)에 依하여 T에 $\boldsymbol{T}$를 代入하고, 式(18)에 따라 α를 無次元化하여 나타내면 다음 式(A—21)과 같이 된다.

$$\bar{\alpha}=1+114.17\frac{q\alpha_0}{4\pi\lambda}\boldsymbol{T}-6525.735\left(\frac{q\alpha_0}{4\pi\lambda}\right)^2\boldsymbol{T}^2 \quad (A—21)$$

III. 彈性係數

軟鋼의 彈性係數 E는 實驗値들[23, 27]로 부터 다음 式(A—22)와 같이 溫度의 2次式으로 表示할 수 있다.

$$E=22372.33-20.931T-0.00193T^2 \quad (A—22)$$

여기서 $E_0=22372.33$

이라 表示하고, 本文式(12)에 依하여 T에 $\boldsymbol{T}$를 代入하고, 式(19)에 따라 E를 無次元化하면 다음 式(A—23)과 같이 表示된다.

$$\bar{E}=1-91\frac{q\alpha_0}{4\pi\lambda}\boldsymbol{T}-816.067\left(\frac{q\alpha_0}{4\pi\lambda}\right)^2\boldsymbol{T}^2 \quad (A—23)$$