

原子爐 自動制御系の 最適設計에 관한 研究

(A Study of Optimum design for Reactor Control System)

高 丙 俊* · 申 鉉 國**

(Koh, Byung Joon and Shin, Hyun Kook)

要 約

原子爐制御系에 필요한 電力要求量을 過去方法과는 달리 原子爐不規則雜音을 最少化하는 N. Wiener解法과 Bode-Shannon 方法을 利用하여 最適化하였고 原子爐內部饋還을 考慮하므로써 더 複雜한 System의 利用을 可能하게 하였다.

決定된 Lagrange 未定乘數 값은 1.2였으며, 이에 對한 時間應答를 HITACHI-505 Analog計算機로 立證하였다.

Abstract

The power requirements for reactor control System are Optimized by using N. Wiener solution and Bode Shannon's method that make reactor noise minimum. In consideration of interal feedback, complex reactor control systems are available to optimize.

A determined Lagrangian multiplier coefficient is 1.2 which is optimum value, and its time response is identified by HITACHI-505 Analog computer.

1. 序 論

一般的으로 自動制御系는 入力이 變化할 때 出力도 線型的으로 같이 變化하고 또 外亂이 加해질 때 出力은 아무런 影響을 받지 않고 一定出力으로 維持되어야 함이 要求된다.

그러나 實際原子爐制御系는 原子爐運轉中에 驅動裝置나 原子爐속에서 不規則한 雜音이 發生하여 饋還作用을 하므로써 原子爐出力이나 壓力에 不安定한 影響을 미치고 있다. 이러한 雜音을 除去하여 制御誤차를 줄이기 위해서 原子爐 最適制御設計에 對한 研究가 활발히 進行되어 왔었다. 특히 Lynn E. Weaver氏와 Kenneth R. Katsma氏는 Nobert Wiener氏의 數學的解析方法을 利用하여 原子爐 雜音을 最少로 한 最適制御系의 設計方法¹⁾을 發表하였다. 그러나 이 方法은 數學的 複雜性 때문에 解를 求하기가 어려우며, 특히 原子爐 內部饋還을 考慮하지 않았었다.

本 論文에서는 위의 短點들을 除去하기 위해 Lagrange 未定乘數를 使用²⁾한 log-log plot의 圖識的方法²⁾과

N. Wiener, Bode-Shannon의 最適 filter理論을 適用하여 複雜한 model, 즉 原子爐內部饋還回路를 考慮하고 雜音을 最少로 하는 最適制御系를 決定하였다.

2. 本 論

內部饋還을 考慮한 原子爐의 自動制御系의 構成은 一般的으로 그림 1과 같고 入力 및 外亂과 出力사이의 傳達函數는 式(1), (2)와 같이 된다.

$$F_R(s) = \frac{\text{出力}}{\text{入力}} = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_C(s)G_P(s)}{1 + G_C(s)G_P(s)[1 + H(s)]} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$F_D(s) = \frac{\text{出力}}{\text{外亂}} = \frac{C(s)}{D(s)} = \frac{1}{1 + G_C(s)G_P(s)[1 + H(s)]} \quad \dots\dots\dots(2)$$

위의 두식에서 最適化되는 條件은 $F_R(s)=1$, $F_D(s)=0$ 를 滿足시키는 것이 理想的인 것이다.

이 條件에 의해서

$$G_C(s)G_P(s) = 1 + G_C G_P [1 + H(s)] \quad \dots\dots\dots(3)$$

이 된다. 여기서 誤差는 거의 없으므로 $1 + H(s) \approx 1$ 이 되고 (3)식은

$$G_P = \frac{1}{G_C} + G_P \quad \dots\dots\dots(4)$$

와 같이 된다. (4)식을 볼때 G_P 는 固定要素이기 때문에 制御裝置인 G_C 는 無限大가 된다. 그러나 G_C 는 原

* 正會員, ** 原子力研究所 電子機器室
Korea Atomic Energy Research Institute.
接受日字: 1975年 12月29日

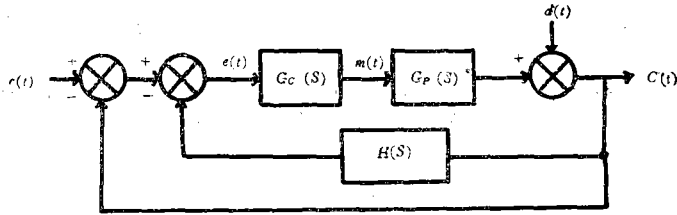


그림 1. 自動制御系의 構成
Fig. 1 Block Diagram of Reactor Control System

子爐의 驅動裝置에 該當되는 操作量의 傳達函數이므로 物理的으로는 無限大로 취할 수 없다. 따라서 誤差의 제품평균치가 最少가 되며 操作量 $m(t)$ 의 函數가 $J_m < M$ 되는 制限條件을 滿足시키는 G_C 값을 求하면 된다.

制御誤差 $e(t)$ 와 操作量 $m(t)$ 을 各各의 評價函數 (5), (6)과 같이 표시하고 여기에 Lagrange의 未定數 k 를 導入하여 全體評價函數 J 를 (7)식과 같이 考慮하였다.

$$J_e = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} [e(t)]^2 dt \dots\dots\dots (5)$$

$$J_m = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} [m(t)]^2 dt \dots\dots\dots (6)$$

$$J = J_e + kJ_m \dots\dots\dots (7)$$

그림 1에서 制御誤差 $E(s)$, 操作量 $M(s)$, 는 다음과 같은 관계가 있다.

$$E(s) = \{1 - F_R(s)\} R(s) + F_D(s) D(s) \dots\dots\dots (8)$$

$$M(s) = \frac{1}{G_P} F_R(s) R(s) + \frac{\{1 - F_D(j\omega)\}}{G_P} D(s) \dots\dots\dots (9)$$

(8), (9)식에서 스펙트럼 密度를 求하면

$$\Phi_{ee}(\omega) = |1 - F_R(j\omega)|^2 \Phi_{rr}(\omega) + |F_D(j\omega)|^2 \Phi_{dd}(\omega) \dots\dots\dots (10)$$

$$\Phi_{mm}(\omega) = \left| \frac{F_R(j\omega)}{G_P(j\omega)} \right|^2 \Phi_{rr}(\omega) + \left| \frac{1 - F_D(j\omega)}{G_P(j\omega)} \right|^2 \Phi_{dd}(\omega) \dots\dots\dots (11)$$

이때 入力와 外亂의 自己스펙트럼 密度는 各各 $\Phi_{dd}(\omega)$, $\Phi_{rr}(\omega)$ 로 표시하였다.

따라서 評價函數 J 는

$$\begin{aligned} J &= J_e + kJ_m \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{ee}(\omega) d\omega + \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{mm}(\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ |1 - F_R(j\omega)|^2 \Phi_{rr}(\omega) + |F_D(j\omega)|^2 \frac{k \Phi_{rr}(\omega)}{|G_P(j\omega)|^2} \right\} d\omega \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ |1 - F_D(j\omega)|^2 \frac{k \Phi_{dd}(\omega)}{|G_P(j\omega)|^2} + |F_D(j\omega)|^2 \Phi_{dd}(\omega) \right\} d\omega \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

로 誘導된다.

(12)식은 右邊의 제 1항과 제 2항의 $F_R(j\omega)$, $F_D(j\omega)$ 의 選定에 따라 評價函數 J 를 最少로 할 수 있고, 또 Wiener hof의 積分方程式 解法과 Bode-shannon의 設計法을 適用하여 豫測 filter의 最適條件을 滿足시킬 수 있다.

(12)식에서 最適 filter 順序⁶⁾에 依하여 等價의 雜音成分과 信號成分을 求하면

$k \frac{\Phi_{rr}(\omega)}{|G_P(j\omega)|^2}$ 이 제 1항의 等價의 雜音成分이 되고, $k \frac{\Phi_{dd}(\omega)}{|G_P(j\omega)|^2}$ 는 제 2항의 等價의 信號成分, 그리고 $\Phi_{dd}(\omega)$ 는 等價의 雜音成分에 該當하게 된다.

따라서 제 1항의 入力스펙트럼 密度는

$$\Phi_{rr}(\omega) + k \frac{\Phi_{rr}(\omega)}{|G_P(j\omega)|^2} = \Phi_{rr}(\omega) \times \left[1 + \frac{k}{|G_P(j\omega)|^2} \right] \dots\dots\dots (13)$$

이며 제 2항에 대한 入力스펙트럼 密度는

$$\Phi_{dd}(\omega) + \frac{k \Phi_{dd}(\omega)}{|G_P(j\omega)|^2} = \Phi_{dd}(\omega) \times \left[1 + \frac{k}{|G_P(j\omega)|^2} \right] \dots\dots\dots (14)$$

로 된다. 따라서 (12)식의 評價函數가 最少가 되기 위한 條件은 다음과 같다.

$$F_R(j\omega) = \frac{1}{[\Phi_{rr}(\omega)]^+ \times \left[1 + \frac{k}{|G_P(j\omega)|^2} \right]} \left\{ \frac{+\Phi_{rr}(\omega)}{[\Phi_{rr}(\omega)]^- \times \left[1 + \frac{k}{|G_P(j\omega)|^2} \right]} \right\}^+ \dots\dots\dots (15)$$

$$F_D(j\omega) = \frac{k}{[\Phi_{dd}(\omega)]^+ \left[1 + \frac{k}{|G_P(j\omega)|^2} \right]^+} \left\{ \frac{[\Phi_{dd}(\omega)]^+}{|G_P(j\omega)|^2 \left[1 + \frac{k}{|G_P(j\omega)|^2} \right]} \right\}^+ \dots\dots\dots (16)$$

위 식의 $[\]^+$, $[\]^-$ 記號는 $[\]$ 內의 어떤 函數의 極 및 零點을 LHP 및 RHP로 分離시키는 表示이며, $\{ \}$ 記號는 $\{ \}$ 內의 어떤 有理函數를 部分分數로 展開하여 LHP에 있는 極을 分離하는 作業이다.

(15), (16)식을 간단히 하기 위해서

$$1 + \frac{k}{|G_P(j\omega)|^2} = G(j\omega)G(-j\omega) \dots\dots\dots(17)$$

$$\Phi_{rr}(\omega) = \Phi_{rr}^+(j\omega) \cdot \Phi_{rr}^-(j\omega) \dots\dots\dots(18)$$

$$\Phi_{dd}(\omega)\Phi_{dd}^+(j\omega) \cdot \Phi_{dd}^-(j\omega) \dots\dots\dots(19)$$

로 定하여 다시 整理하면

$$F_R(j\omega) = \frac{1}{\Phi_{rr}^+(j\omega)G(j\omega)} \left[\frac{\Phi_{rr}^+(j\omega)}{G(-j\omega)} \right]_+ \dots\dots(20)$$

$$F_D(j\omega) = \frac{k}{\Phi_{dd}^+(j\omega)G(j\omega)} \left[\frac{\Phi_{dd}^+(j\omega)}{G_P(j\omega)G_P(-j\omega)G(-j\omega)} \right]_+ \dots\dots\dots(21)$$

이 된다.

(20), (21)式은 J_e, J_m 評價式을 最少로 되게 하는 條

件式이므로 여기서 $H(s)$ 와 $G(s)$ 를 求해 보면 (1)式과 (2)式으로부터 饋還의 最適傳達函數를 (22)式과 같이 얻을 수 있다.

$$H(s) = \frac{1}{F_R(s)} - 1 - \frac{1}{G_C(s)G_P(s)} \dots\dots\dots(22)$$

또한 制御裝置의 傳達函數를 (23)式과 같이 求하게 된다.

$$G_C(s) = \frac{F_R(s)}{G_P(s)F_D(s)} \dots\dots\dots(23)$$

위의 理論에 依해서 Triga Mark II 原子爐의 不規則 外亂에 의한 反應度雜音을 白雜音으로 할 때 最適制御 루프를 求해 보면 다음 그림 2와 같다.

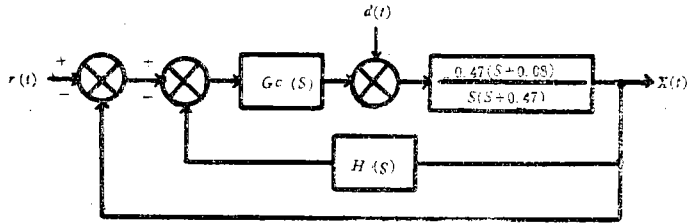


그림 2. Triga Mark II 原子爐의 制御系

Fig. 2. Reactor Control System of Triga Mark II

여기서 入力와 雜音은 다음과 같다.

$$\Phi_{rr}(\omega) = \Phi^+ \Phi^- = \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{1}{-j\omega}$$

$$\Phi_{dd}(\omega) = N^2 = \text{Constant}$$

$$G_P(s) = \frac{\beta(s+\lambda)}{s(s+\frac{\beta}{l})} = \frac{0.47(s+0.08)}{s(s+0.47)}$$

$$G(j\omega)G(-j\omega) = 1 + k \frac{1}{|G_P|^2} = (\sqrt{1+0.9725k} + j\omega\sqrt{4.5k})(\sqrt{1+0.9725k} - j\omega\sqrt{4.5k})$$

이들을 最適條件式 (20)에 代入하면

$$F_R(j\omega) = \frac{1}{\Phi_{rr}^+(j\omega)G(j\omega)} \left[\frac{\Phi_{rr}^+(j\omega)}{G(-j\omega)} \right]_+ \dots\dots\dots(24)$$

이 된다.

처음 設定한 外亂의 位置와 Triga Mark II 原子爐制御系의 外亂의 位置를 考慮해서 雜音의 相關函數를 求하면

$$\Phi_{dd}^+(j\omega) = \frac{0.47(j\omega+0.08)N}{j\omega(j\omega+0.47)} \dots\dots\dots(25)$$

이 되며, 이식을 (21)식에 代入하면

$$F_D(j\omega) = \frac{k}{\Phi_{dd}^+(j\omega)G(j\omega)} \left[\frac{\Phi_{dd}^+(j\omega)}{G_P(j\omega)G_P(-j\omega)G(-j\omega)} \right]_+ \dots\dots\dots(26)$$

이와 같이 평가함수 J 를 最少로 되게 하는 條件式 F_R 과 F_D 를 求하였다. 여기서 實際問題의 解를 얻기 위해 Lagrange 未定乘數 k 값을 決定하려면 우선 평가함수의 J_e 와 J_m 을 求해야 한다.

求해진 最適條件式 F_R, F_D 를 評價基準式 (12)에 代入하여 풀면 다음과 같다.

$$J_e = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \{ |1 - F_R(j\omega)|^2 \Phi_{rr}(\omega) + |F_D(j\omega)|^2 \Phi_{dd}(\omega) \} d\omega \dots\dots(27)$$

$$J_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{|F_R(j\omega)|^2}{|G_P(j\omega)|^2} \Phi_{rr}(\omega) + \frac{|1 - F_D(j\omega)|^2}{|G_P(j\omega)|^2} \Phi_{dd}(\omega) \right\} d\omega \dots\dots\dots(28)$$

단 N^2 은 편의상 1로 계산하였다.

評價基準式 $J = J_e + kJ_m$ 에서 制御誤差를 크게하면 制御系에 要求되는 電力은 적지만 制御誤差를 작게 하려면 制御系에 要求되는 電力은 커지게 된다. 이와 같은 問題를 考慮할 때 k 값은 $J_e \approx J_m$ 라는 條件이 필요하게 된다. 따라서 (27), (28)식에 여러가지 數를 k 값으로 代入하여 J_e 와 J_m 이 일치하는 點을 찾아서 求하고자 하는 最適값이 된다. Table 1에 이에 對한 計算값이 있으며, 그림 3에 k 값에 對한 J_e, J_m 의 曲線이 그려져 있다.

표 1. J_e 와 J_m 의 計算값

Table 1. The Value of J_e and J_m

k	J_e	J_m
10^{-3}	0.0424	39,057
10^{-2}	0.1287	15.9
10^{-1}	0.3942	7.318
10^0	0.8975	1.508
10^1	2.6479	0.01
10^2	23.7377	0.0036

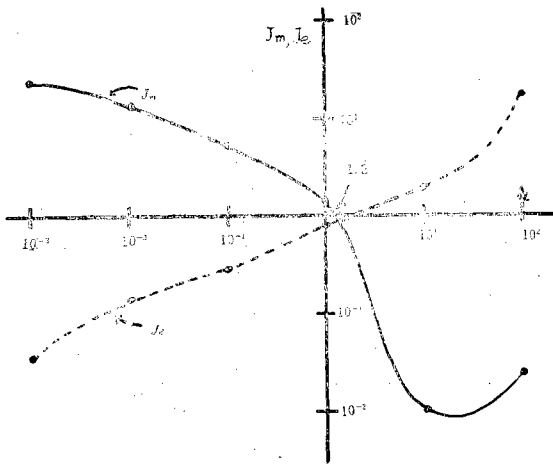


그림 3. 계단형 入刀에 對한 J_e 와 J_m 曲線
Fig.3 Graph of J_e and J_m for the Step Input

그림 3에 J_e 와 J_m 의 曲線을 比較해보면 誤差評價曲線 J_e 는 k 값의 增加와 함께 增加하는데, 반대로 制御系에 要求되는 電力評價曲線은 처음에 큰값을 갖다가 k 값의 增加에 따라 下降하고 있다. 두값의 增加와 減少는 결국 약 $k=1.2$ 에서 交替하게 된다. 그림 3에 나타난 두 曲線은 앞에서 展開한 理論과 일치하고 있다. 즉 오차가 적어지려면 制御系에 要求되는 電力量이 커지게 되며 반대로 誤差가 큰 경우에는 電力要求量이 적어진다.

그림 3에서 求한 最適값 1.2를 使用하여 $F_R(s), F_D(s), G_C(s), H(s)$ 를 求하면 다음과 같다.

$k=1.2$ 일 때

$$F_R(s) = \frac{1}{3.45(s+0.638)}$$

$$F_D(s) = \frac{1.09s(s+0.47)}{(s+0.08)(s+0.638)}$$

$$G_C(s) = 0.56$$

$$H(s) = \frac{s(s+0.47)}{0.47(s+0.08)} \left\{ \frac{1.62(s+0.08)(s+0.34)}{s(s+0.47)} - \frac{1}{G_C} \right\}$$

이값들에 의해서 制御系 block線圖는 그림 4와 같다. 最適값을 比較檢討하기 위해 最適값 근처의 任意값 0.5와 3에 대해서 制御要素와 饋還要素의 값을 求하면 다음과 같다.

$k=0.5$ 일 때

$G_C \approx 1.6$

$$F_R(s) = \frac{1}{1.84(s+0.67)}$$

$$F_D(s) = \frac{0.53b(s+0.47)}{(s+0.08)(s+0.67)}$$

$$H(s) = \frac{s(s+0.47)}{0.47(s+0.08)} \left\{ \frac{0.86(s+0.13) \times (s+0.08)}{(s+0.47)} - \frac{1}{G_C} \right\}$$

$k=3$ 일 때

$G_C = 0.17$

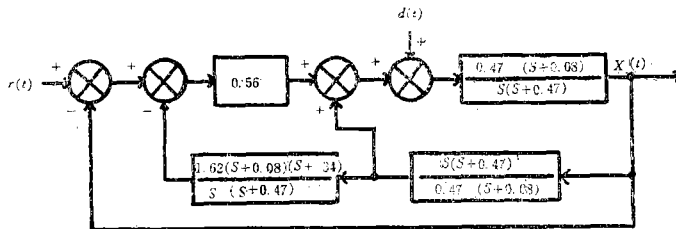


그림 4. 最適制御系의 block線圖
Fig. 4 Block Diagram of Optimum Control System

$$F_R(s) = \frac{1}{7.35(s+0.94)}$$

$$F_D(s) = \frac{1.74s(s+0.47)}{(s+0.08)(s+0.54)}$$

$$H(s) = \frac{s(s+0.47)}{0.47(s+0.08)} \left\{ \frac{3.45(s+0.8)(s+0.08)}{s(s+0.47)} - \frac{1}{G_C} \right\}$$

3. Analog Computer Simulation

지금까지 展開한 理論을 確認하기 爲해서 内部饋選을 考慮한 最適制御系의 出力特性을 HITACHI505 analog computer와 Hewlettpackad model 8057A precision white noise generator에 의한 實驗을 통하여 다음과 같이 立證하였다. 그림 4를 analog계산기의 Program으로 고치면 다음 그림 5와 같다.

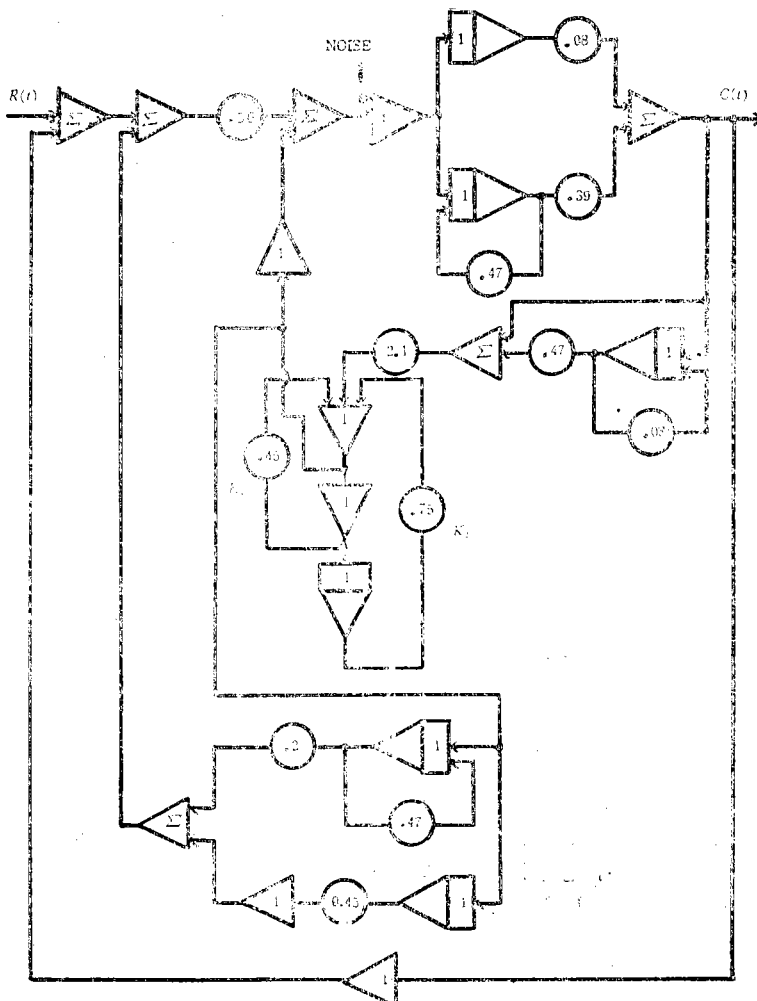


그림 5. 아나로그 컴퓨터 프로그램
Fig. 5 Analog Computer Program

여기서 實驗에 使用한 白色雜音은 다음과 같으며 그 크기는 1(V)이다. 이때 入力의 크기는 약 8(V)의 계단형으로 하였다. 이것은 실제 入力의 8%에 해당한다.

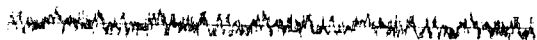


그림 6. 白色雜音
Fig.6 White noise

그림 5의 analog computer program으로 最適制御系를 Simulation하여 그 應答을 그림 7, 8, 9에 보였다.

그림 7과 같이 最適 값 1.2인 경우 中性子束의 rise time이 빠르고 正常狀態에 도달하는 시간의 매우 빠르며 overshoot가 없이 安定하나 약간의 誤差가 있다. 그러나 이것은 制御裝置에 필요한 電力과 誤差間

에最適화된 것이므로 적은 誤差가 있다고 해도 매우 좋은 應答이 된다. 그림 8과 같이 k 값이 적은 경우 誤

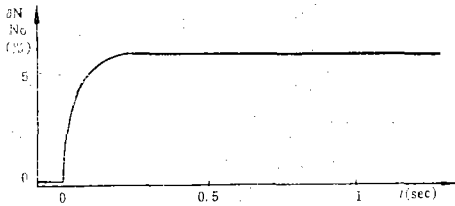


그림 7. 계단형 입력에 대한 應答曲線($k=1.2$)
Fig. output response for step input

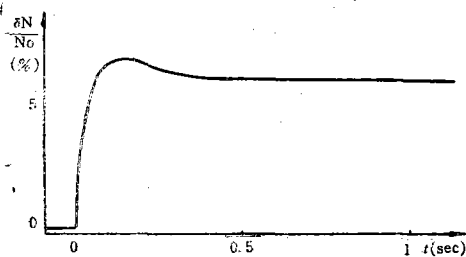


그림 8. 계단형 입력에 대한 應答曲線($k=0.5$)
Fig. 8 output response for step input

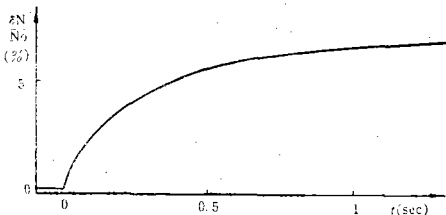


그림 9. 계단형 입력에 대한 應答曲線($k=3$)
Fig. 9 output response for step input

차는 매우 적지만 여기에 필요한 電力의 量이 크고 또 制御棒이 매우 급한 동작을 하기 때문에 Overshoot가 發生하였다. 그림 9와 같이 k 값이 큰 경우에는 制御裝置에 필요한 電力이 적어서 制御棒이 천천히 동작하므로 正常狀態에 도달하는 시간이 비교적 길었다. 그러나 이 경우에도 正常狀態에 도달하는 시간이 약 2초이므로 매우 安定된 應答이라고 할 수 있다. 그리고 어느 경우에도 잡음에 대한 영향은 거의 없었으며 잡음의 크기를 입력의 값과 같게 利得을 높였을 경우에만 약간 영향을 받았다.

4. 結 論

原子爐에서 發生한 不規則雜音を 除去하고 出力誤差와 制御系의 電力要求量을 最適化시키기 위한 새로운 方法의 시도로서 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 지금까지는 여러가지 k 값을 求하여 그 出力特性을 比較하므로써 제일 타당성 있는 값을 求한 方法과

는 달리 本論文에서는 log-log방안지를 使用한 圖識的 方法으로 正確한 最適값을 求하였으며, 이 값은 出力誤差와 制御系에 要求되는 電力量간에 最適값임이 確認되었다.

2) N.Wiener, Bode-shannon filter理論으로 求한 最適條件에 의하여 內部饋還保償回路를 構成하므로써 原子爐運轉中 發生하는 白色雜音を 完全히 除去할 수 있었다. 白色雜音의 energy level을 入力의 크기와 같게 變化시켰을 경우에는 原子爐出力曲線에 무시될 정도의 적은 波紋이 나타났다.

3) 本論文에서 求한 最適값 1.2는 出力에 적은 誤차를 갖고 있기는 하지만 rise time이 빠르며, 原子爐運轉에 영향을 주는 overshoot가 없고 또한 制御系에 필요한 電力의 量도 비교적 적으므로 最適값의 設定으로 매우 妥當性 있다.

參 考 文 獻

1. L.E.WEAVER and K.R.Katsma: "mean square error minimization of Boiling Reactor noise" nuclear science and Eng. Vol.14, pp.380~383 (1962)
2. L.Relf Peterson and Lynn E.Weaver: "a graphical design of an Optimum control system to minimize Boiling Reactor noise" nuclear science and Eng. Vol.21, pp.40~48 (1965)
3. L.E. Weaver and W.E.Cooper: "minimization of Reactor noise through external control" IEEE Trans., AC-8, pp.366~370, (1963)
4. L.E.Weaver and H.S.Murray: "Minimization of Reactor noise through minimum Band width control" Univ. of flo. Symposium of(1963)
5. 고병준·김창효역: "원자로 동특성과 제어" 광문사(1974)
6. 權木義一外共著: "統計的自動制御理論" 그로나社(1966)