論文 75-12-4-3

Overshoot에 拘束條件을 갖는 原子爐의 時間最適制御

(Time Optimal Control of Nuclear Reactor with Constraint on Power Overshoot)

郭 殷 鎬*

(Kwack, Eun Ho)

要 約

原子爐의 出力을 初期狀態에서 要求標的 狀態로 增加시켜 주는 過渡期間中 出力의 Overshoot가 생기는데 이 Overshoot에 拘速條件을 두는 것은 原子爐를 制御함에 있어 安全上 매우 重要하다.

따라서 出力이 要求 最大許容 拘束領域을 넘지 않도록 反應度를 調節하면서 初期값(n_0, c_0)에서 最終값인 要求값($2n_0$, $2c_0$) 또는 ($1.5n_0$, $1.5c_0$)로 出力을 增加시키는데 最大原理(Maximum principle)를 適用하였다. 그리고 이때의 스위칭點, 스위칭時間 및 最適制御 反應度를 求하였다.

Abstract

The power overshoot is rised in the output during the transient period when the output of nuclear reactor is increased from the initial state to the desired target state and certain amount of constraint on power level is of primary importance for safety control of nuclear reactor.

Therefore, the maximum principle is applied to this process control in transfering its power from the initial state(n_0, c_0) to the final target state($2n_0$, $2c_0$ or $1.5n_0$, $1.5c_0$), adjusting the reactivity so that its overshoot is limited within the allowable constraint required. In this case, the switching points, switching times, optimal time and optimal control reactivity are calculated.

1. 緖 論

原子爐에 있어서 最大原理를 適用한 時間 最適制御에 관한 問題는 出力의 Overshoot를 許容하고 反應度의 制限만 가지고 考察해 왔었다.

그러나 出力에 있어서 약간의 Overshoot는 一般的으로 系統反應의 改善을 갖어오기는 하지만 Overshoot期間中 出力準位에 어떠한 制限을 둔다는 것은 制御系의 安全을 위하여 극히 바람직하다. 이 事實을 原子爐에 利用한다면 實上 核燃料를 經濟的으로 管理하게 되고 뿐만아니라 原子爐의 初期 稼動 또는 出力變化를 明確히 分析할수 있다는 것이다. 따라서 本 硏究는 原子爐를 初期出力狀態에서 標的 出力狀態로 制御하는 入力反應度를 拘束하고 過渡期間에 생기는 出力準位를 制限한 것이다. 그리고 原子爐에 대하여 展開한 時間最適制御를 最小時間內에 初期값에서 標的값으로 옮기는 制御系에 最大原理를 適用하여 解決하였다. 다시 말하면 時間最適制御는 中性子 準位를 $n_c=n_f(1+\epsilon)$(또는 $x_{1c}=x_{1f}(1+\epsilon)$)의 拘束領域(closure) ∂G 以內로 Overshoot를 拘束시키고 그리고 이에 대한 最適軌道, 스위칭點, 스위칭時間의 計算을 施行誤差方法을 써서 digital computer로 구하였다.

* 正會員, 韓國原子力硏究所.
member, Korea Atomic Energy Research Institute

接受日字 : 1975年 6月 12日

2. 原子爐 動特性

一般的으로 한點原子爐(point reactor) 動特性 方程式은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{dn}{dt}=\frac{\rho-\beta}{l}n+\lambda c+s \tag{1}$$

$$\frac{dc}{dt}=\frac{\beta}{l}n-\lambda c \tag{2}$$

이 方程式은 崩壞常數 λ, 遲發中性子分數 β, 反應度 ρ, 中性子壽命 l, 中性子密度 n 및 遲發中性子濃度 c의 相互 關係를 나타내고 있다. 反應度 ρ는 單位값으로부터 中性子의 成長因子(growth factor) k의 增加比이며 原子爐가 臨界狀態 近傍에서 動作하고 있을때 k의 값은 單位값 近傍이 된다[1)2)].

一般的으로 k가 單位값 近傍으로 制限되어 있을때 中性子의 壽命과 中性子 世代(generation)와의 差異는 無視된다. 原子爐에 있어서 遲發中性子는 核分裂 過程에서 生成되는 全體 中性子의 1%이하에 不過하지만 原子爐카이네틱스(kinetics)에서는 매우 重要한 役割을 한다.

만약 k가 充分히 커서 速發中性子만으로 連鎖反應을 持續시킬수 있을 때에는 遲發中性子는 별로 큰 役割을 하지 못하지만 原子爐가 臨界값에 到達하여 速發中性子만으로는 充分히 連鎖反應을 維持할수 없을 경우 遲發中性子는 매우 重要한 役割을 하게 된다. 그리고 原子爐의 正常狀態에서는 外部로부터 받는 中性子源 S는 無視된다. 여기에서는 便宜上 動特性 方程式을 定格化된 셀(set)로 簡略化시켰다[2)3)4)].

表 1. 核種과 爐變數
Table 1. Fuel nuclides and reactor parameters

Fuel nuclide	β	λ	l
U-235	0.0065	0.00748	0.0001
Pu-239	0.0021	0.686	0.001

$$\frac{dn}{dt}=\frac{\rho-\beta}{l}n+\frac{\beta}{l}c \tag{3}$$

$$\frac{dc}{dt}=\lambda n-\lambda c \tag{4}$$

또한 이 式이 나타내는 動特性 方程式은 單一群型에 대한 것이다.

3. 時間 最適制御

여기에서 時間最適制御란 原子爐의 出力을 初期狀態에서 標的狀態로 옮길때 制限된 Overshoot 내에서도 하자는 것이다. 또한 制御 벡타로 紹介되는 ρ의 크기는 물론 出力準位의 拘束에 따라서 어떠한 限界값(closed value)以內로 制限되었다.

그러므로 原子爐카이네틱스에 대한 反應度는 陰 또는 陽의 對稱的인 step 값은 아니다. 다시 말하면 出力軌道는 그림 1에서와 같이 3區域으로 나누어서 생각하여야 할것이다. 즉 出力 增加時 Overshoot에 拘束 $b-d$를 갖는 許容接近領域(allowable closed region) ∂G를 考慮하여 x_1-x_2 位相平面上에서의 時間最適制御 $a-b-d-e$를 구하여야 한다.

이때 時間最適制御 벡타는 最大到達領域 ∂G以內로 Overshoot를 拘束시키는 役割을 한다. 물론 制御벡타인 ρ 는 最到達反應度(most reachable reactivity)인 $\rho \leq |\gamma\beta|$가 되는 條件을 滿足시켜 주어야 한다. 다시 말하여 時間最適制御란 制御하고저 하는 原子爐의 出力을 初期平衡狀態에서 最許容反應度(most allowable reactivity)에 의하여 許容 Overshoot軌道를 따라서 最小時間에 要求標的 平衡狀態로 옮겨주는 것이 된다.

가. 非拘束領域上의 時間最適制御

出力準位에 制限이 없어 Overshoot가 許容되는 경우에 最大原理를 適用하는 時間最適制御에 관한 問題는 이미 取扱된바 있다[4)]. 바꾸어 말한다면 $a-b$ 및 $d-e$의 軌道에 대한 時間 最適制御 問題는 Overshoot에 아무런 拘束이 없을때 얻은 結果가 原理上 그대로 適用된다.

便宜上 原子爐카이네틱스셀方程式은 다음과 같은 매트릭스槪念을 導入 記述된다.

$$\dot{\mathbf{X}}=\mathbf{AX}(t) \tag{5}$$

단 $x_1(t)$와 $x_2(t)$는 $n(t)$와 $c(t)$에 對應되고 領域 $a-b$ 및 $d-e$에 있어서 時間最適制御에 대한 評價函數(functional)는 다음과 같다.

$$J=\int_{t_0}^{t_f} dt \tag{6}$$

단 最終時間 t_f는 固定된 값이 아닐수도 있으며 制御 벡타인 反應度는 全體 制御過程에 있어서

$$\rho \leq |\gamma\beta| \tag{7}$$

을 滿足시킨다. 또한 制御하고저 하는 系統에 대한 隨伴函數는 一般的으로

$$\dot{P}=-\mathbf{A}^T P(t) \tag{8}$$

로 定義되고 이에 대한 Hamiltonian 方程式은

$$\mathbf{H}=\langle \mathbf{X}'\mathbf{P}\rangle \tag{9}$$

로 定義된다.

x_1-x_2 位相平面上에서 最適條件인 Hamiltonian의 最大定數값을 滿足시키는 最適軌道 方程式은 다음과 같다[4)].

$$\left(\frac{a_{11}x_1-c_{12}x_2}{a_{21}x_{10}-a_{22}x_{20}}\right)^{1/\alpha_1}=\left(\frac{b_{11}x_1-b_{12}x_2}{b_{21}x_{10}-b_{22}x_{20}}\right)^{1/\alpha_2} \tag{10}$$

단 $a_{11}=x_{10}-(\alpha_1-\lambda)x_{20}$, $a_{12}=\left(\frac{\rho-\beta}{l}-\alpha^1\right)x_{10}+\frac{\beta}{l}x_2$ 。

$$a_{21}=\lambda x_{10}-\lambda x_{20}=b_{21},\quad a_{22}=\frac{\rho-\beta}{l}x_{10}+\frac{\beta}{l}x_{20}=b_{22}$$

$$b_{11}=\lambda x_{10}-(\lambda_2+\lambda)x_{20},\quad b_{12}=\left(\frac{\rho-\beta}{l}-\alpha_2\right)x_{10}+\frac{\beta}{l}x_{20}$$

x_{10}과 x_{20}은 各各 x_1과 x_2의 初期값이고 α_1과 α_2는 $x(t)$의 固有値이다.

一意的인 時間最適制御로써 反應度 ρ의 到達값은

表 2. 스위칭點, 스위칭時間 및 最適時間
Table 2. Switching points, Switching times, and Optimal times.

l: .0001; target($2n_0$, $2c_0$); constraint: $3n_0$;U-235;time(sec.)

Reactivity $	1st. S.W. x_{2a}	2nd. S.W. x_{2b}	1st. S.W. time	Constraint time	2nd. S.W. time	Final time
.5	1.4987	1.9995	5.2158	5.1770	10.893	.0058
.6	1.2094	1.9996	1.6668	7.4251	9.0919	.0052
.7	1.0101	1.9996	.0987	8.8705	8.8705	.0046
.8	1.0046	1.9996	.0529	8.8070	8.8599	.0041
.9	1.0031	1.9997	.0386	8.8168	8.8553	.0038

l: .001;target($1.5u_0$, $1.5c_0$); constraint: $2n_0$; Pu-239; time(sec.)

Reactivity $	1st. S.W. x_{2a}	2nd. S.W. x_{2b}	1st. S.W. time	Constraint time	2nd. S.W. time	Final time
.5	1.0957	1.4919	2.2726	8.4046	10.677	.0836
.6	1.0458	1.4927	1.2104	9.2091	10.420	.0756
.7	1.0308	1.4933	.8567	9.4530	10.310	.0687
.8	1.0233	1.4938	.6690	9.5797	10.249	.0628
.9	1.0188	1.4943	.5509	9.6593	10.210	.0578

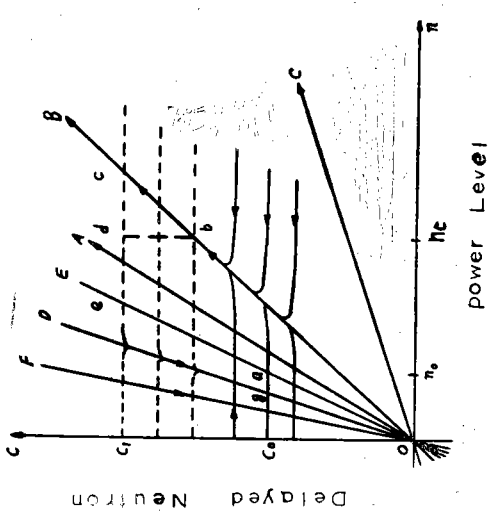

그림 1. 位相 平面에서의 最選狀態軌道
Fig. 1. Optimal state trajectory in phase plane.

Hamiltonian이 a—b 및 d—e 軌道上에서 恒常 最大定數를 維持할수 있도록 制御領域의 上限에 있어야 한다.

나. 拘束領域에서의 時間最適制御

原子爐의 出力 Overshoot拘束條件은 그림 1에서 垂直線 n_c로 表示된 바와 같고 中性子密度의 變化는 拘束領域上에서 時間에 關係없이 一定하지만 遲發中性子濃度는 늘 時間의 函數로 나타나므로 이에따른 時間 最適條件을 우선 구하여야 한다. 그러나 이 拘束領域에서의 時間 最適制御 條件은 Pontryagin의 最大原理를 만족시켜야 한다.

軌道 a—b와 d—e의 一部는 內域(interior region)에 存在하고 一部는 許容接近領域 ∂G에 놓여 있는데 內域軌道에 대한 必要條件은 Overshoot가 許容되었을때 最適軌道에 대한 必要條件과 同一함으로 一般的인 最大原理가 그대로 適用되며 ∂G상에서도 이를 適用하여야 함으로 b—d와 接點 b 및 d에서 最適制御를 위한 必要條件을 구하여야 한다[1)2)5)6)].

拘束領域 n_c(또는 x_{1c})의 近傍에서는 最大原理가 滿足됨으로 Hamiltonian 方程式은 다음과 같다.

$$H=\frac{\rho-\beta}{l}x_1p_1+\frac{\beta}{l}x_2p_1-\lambda x_1p_2-\lambda x_2p_2 \qquad (11)$$

이로 부터 다음의 狀態變數 方程式을 얻는다.

$$\dot{x}_1=\frac{\rho-\beta}{l}x_1+\frac{\beta}{l}x_2 \qquad (12)$$

$$\dot{x}_2=\lambda x_1-\lambda x_2 \qquad (13)$$

拘束領域에서 境界條件을 滿足시킨다면 Overshoot에 대한 다음의 條件이 成立되고

$$g(x_1)=x_1-x_{1f}(1+\epsilon)=0 \qquad (14)$$

境界上에서 스칼라 값인 函數 $\cdot g(x_1)$의 偏微分값은

$$\frac{\partial g}{\partial t}=\dot{x}_1=\frac{\rho-\beta}{l}x_1+\frac{\beta}{l}x_2 \qquad (15)$$

이다.

이 境界領域上에서는 中性子密度의 變化가 없기 때문에 時間에 대한 $g(x_1)$의 偏微分 값은 事實上 存在하지 않는다.

그리고 反應度 方程式은 (15)式으로부터 얻어진다.

$$\rho(t)=\beta-\frac{\beta}{x_{1f}(1+\epsilon)}x_2 \tag{16}$$

단 x_{1f}(또는 n_f)는 標的出力값이고 ϵ는 許容Overshoot를 나타낸다.

$t\epsilon[t_a, t_b]$에서 接近領域에서 遲發中性子濃度는 時間의 函數임으로 (3)式과 (4)式으로부터 구할수 있고

$$x_2=\lambda x_{1f}(1+\epsilon)-\lambda x_2 \tag{17}$$

$t>t_a$에서 이의 解는

$$x_2=x_{1f}(1+\epsilon)+[x_{2a}-x_{1f}(1+\epsilon)]Exp[-\lambda(t-t_a)] \tag{18}$$

이다.

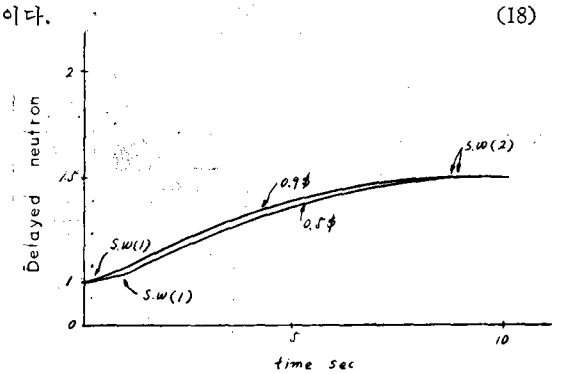

그림 2. u-235에 대한 境界 ∂G上에서의 遲發中性子의 變化

Fig. 2. Variation of delayed neutron on the boundary ∂G for u-235.

단 t_a는 拘束領域으로 들어가는 入口에서 일어나는 最初의 스위칭時間이고 t_b는 出口에서의 두번째 스위칭時間이며 x_{2a}는 $t=t_a$에서의 遲發中性子 값이다.

또한 (18)式을 時間에 대한 微分으로 表示하면

$$\dot{x}_2=\lambda[x_{1f}(1+\epsilon)-x_{2a}]Exp[-\lambda(t-t_a)] \tag{19}$$

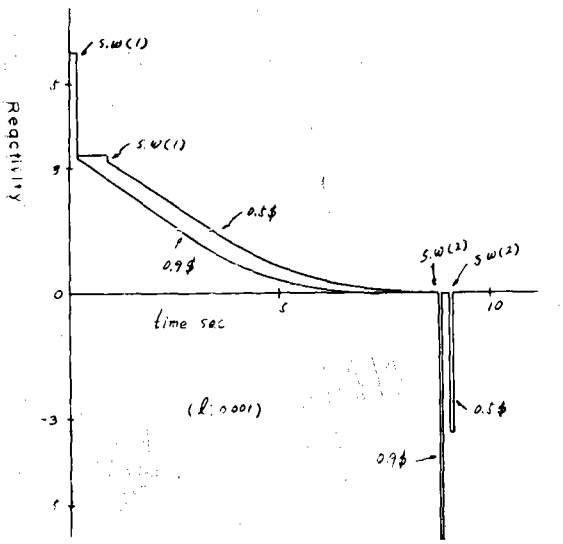

그림 3. 境界 ∂G上에서의 反應度

Fig. 3. Reactivity on constraint boundary ∂G.

이고 이로부터 反應度 方程式을 얻는다.

$$9(t)=\beta\left\{1-\frac{x_{2a}}{x_{1f}(1+\epsilon)}\right\}Exp[-\lambda(t-t_a)] \tag{20}$$

이는 곧 x_1의 最大許容 拘束領域에서의 時間最適制御의 解이다.

(18)式은 $t\epsilon[t_a, t_c]$에서 遲發中性子濃度의 時間變化를 나타내며 이때 原子爐의 出力은 一定한 값을 維持하게 되고 (19)式은 이의 速度를 나타낸다.

위의 두式으로 보아 $t\epsilon[t_a, t_b]$에서 遲發中性子濃度와 反應度는 常數가 아님을 쉽게 알수 있다.

遲發中性子濃度와 最適制御인 反應度의 時間變化는 digital computer로 구하여 그림 2와 3에 나타내었다.

그림에서 알수 있는 바와 같이 遲發中性子濃度는 增加函數이고 制御變數는 減少函數이다.

그러나 이 境界領域에서도 最大原理가 滿足하여야 하며 狀態變數方程式과 $x_{1f}(1+\epsilon)$와 連結되는 adjoint system은 반듯이 存在하여야 함으로 拘束領域上에서는 다음과 같이 定義된다.

$$\dot{\mathbf{P}}=-\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{X}}+(\alpha t)\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{X}} \tag{21}$$

이 方程式은 $\mathbf{H}(\mathbf{P}, \mathbf{X}, \rho)$=Max의 最大條件을 滿足시켜 주어야 한다.

단 $\alpha(t)$는 새로운 Lagrange multiplier이고 $\varphi(X, 9)$는 다음과 같이 주어지는 函數로써

$$\varphi(\mathbf{X}, \rho)=\left\{\frac{\partial g}{\partial \mathbf{X}}, \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t}\right\} \tag{22}$$

拘束領에서는 存在할수 없는 函數이다. 따라서

$$\frac{\partial \varphi}{\partial 9}=\frac{x_1}{l} \tag{23}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}=\begin{Bmatrix}(9-\beta)/l\\ \beta/1\end{Bmatrix} \tag{24}$$

(11)式의 Hamiltonian으로 부터 다음과 같은 式을 얻는다.

$$-\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{X}}=-\begin{pmatrix}\frac{\rho-\beta}{l} & \lambda\\ \frac{\beta}{l} & -\lambda\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p_1\\ p_2\end{pmatrix} \tag{25}$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \rho}=\frac{x_1}{l}p_1 \tag{26}$$

위의 結果를 利用하여 (21)式을 다시 고쳐쓰면

$$\dot{\mathbf{P}}(t)=-\begin{pmatrix}\frac{\rho-\beta}{l}\lambda\\ \frac{\beta}{l} & -\lambda\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p_1\\ p_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\frac{\rho-\beta}{l}\\ \frac{\beta}{l}\end{pmatrix}p_1 \tag{27}$$

이다. 이 方程式은 곧 $x_{1f}(1+\epsilon)$의 拘束이 주어졌을때 이 境界上에서의 原子爐카이네탁스에 대한 隨伴函數이다.

이 函數의 解를 얻기 위해서는 接點의 初期값이 주

어져야 한다. 다시 말하면 軌道上 b와 d의 두점에서 Hamilton ian을 最大定數로 하는 점프(jump) 條件을 滿足시켜야 한다.

時間 t_a때 最適軌道의 入口點에서 隨伴函數의 점프 條件은 다음과 같이 定義된다[5].

$$p_1(t_a^-)=p_1(t_a^+)+\mu\frac{\partial g}{\partial x_1} \tag{28}$$

$$p_2(t_a^-)=p_2(t_a^+)+\mu\frac{\partial g}{\partial x_2} \tag{29}$$

接近領域인 境界線上에서는 $g(x)=x_1-x_{1f}(1+\epsilon)=0$ 임으로 이의 一次偏微分函數는 $\frac{\partial g}{\partial x_1}=1$과 $\frac{\partial g}{\partial x_2}=0$이다. 따라서 隨伴函數는

$$p_1(t_a^-)=p_1(t_a^+)+\mu \tag{30}$$

$$p_2(t_a^-)=p_2(t_a^+) \tag{31}$$

이다.

入口點에서 $\frac{dx1}{dt}\ t=t_a=0$와 점프條件으로부터 Hamiltonian은 다음과 같은 값을 滿足시킨다[5].

$$\mathbf{H}(t_a^+)=\mathbf{H}(t_a^-)=\text{Max} \tag{32}$$

原子爐의 出力이 拘束領域 $c-d$上에서는 一定함으로

$$\frac{dx_1(t_a^+)}{dt}=0 \tag{33}$$

이며, 이 點에서 Hamiltonian은 다음과 같이 주어지고

$$\mathbf{H}(t_a^+)=\frac{dx_2(t_a^+)}{dt}p_2(t_a^+)$$

$$\mathbf{H}(t_a^-)=\frac{dx_1}{dt}p_1(t_a^-)+\frac{dx_2(t_a^-)}{dt}p_2(t_a^-) \tag{35}$$

$\mathbf{H}(t_a^+)=\mathbf{H}(t_a^-)$이고 이는 또한 最大값임을 意味한다[1].

(29)式과 (35)式으로 부터

$$\frac{dx_1(t_a^-)}{dt}p_1(t_a^-)=0$$

$$p_1(t_a^-)=0 \tag{36}$$

단 $\frac{dX_1(t_a^-)}{dt}$의 값은 0이 아니다.

最大原理에 따른다면 $t=t_a$에서 $\mathbf{H}(t_a^-)$가 最大定數를 維持하여야 함으로 Hamiltonian의 값은 곧 時間에 無關하고 $\frac{\gamma\beta}{l}p_1(o)sgn\,p_1$값을 갖게 되며 隨伴函數는 다음 形態로 表示된다.

$$\begin{pmatrix}\dot{p}_1\\ \dot{p}_2\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}o & \lambda\\ o & -\lambda\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p_1\\ p_2\end{pmatrix} \tag{37}$$

$t<t_a$에서 이들 方程式의 解는 다음과 같다.

$$p_1=p_{2a}(t_a^+)e\lambda^{(t-ta)}+p_{1a}(t_a^+)+p_{2a}(t_a^+) \tag{38}$$

$$p_2=p_{2a}(t_a^+)e\lambda^{(t-ta)} \tag{39}$$

그리고 (35)式과 (34)式을 利用 (17)式으로 부터 隨伴函數의 初期條件은 다음式으로 주어진다.

$$p_{2a}(t_a^-)=\frac{\mathbf{H}(t_a^-)}{\lambda[x_{1f}(1+\epsilon)-x_{2a}]}=p_{2a}(t_a^-) \tag{40}$$

$$p_1(t_a^+)=-\mu \tag{41}$$

結果的으로 $t<t_a$에서의 隨伴函數는

$$p_1=\frac{\mathbf{H}(t_a^-)}{\lambda[x_{1f}(1+\epsilon)-x_{2a}]}[1-e\lambda^{(t-t_a)}]-\mu \tag{42}$$

$$p_2=\frac{\mathbf{H}(t_a^-)}{\lambda[x_{1f}(1+\epsilon)-x_{2a}]}e\lambda^{(t-ta)} \tag{43}$$

이다.

그리고 $t>t_b$때 原子爐出力의 軌道가 $d-e$領域에 있을 경우에는 方程式 (10)式에서 反應度 ρ가 負의 값을 갖이며 이때 隨伴函數는 軌道 $a=b$에서와 같은 一般的인 函數로써 反應度 ρ만 負로 하는 拘束領域의 上限값이 된다.

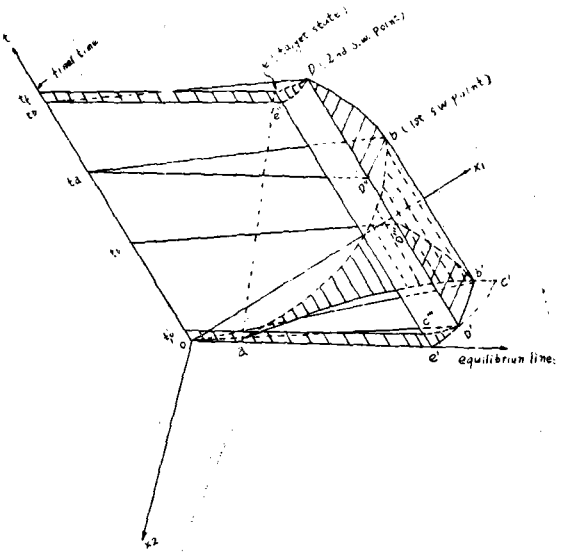

그림 4. 拘束條件을 갖는 時間最適制御
Fig. 4. Time optimal trajectory with constraint.

이상에서 $p_1(t)$는 減少函數로써 $p_1(t)$가 時間軸과 交車하는 즉 $p_1(t)$의 符號가 바뀌는 點에서 스위칭이 일어난다. $\frac{dp}{dt}$는 陽의 값이 아닌 函數이고 $H(t_a^+)$의 값은 陽의 最大定數이다.

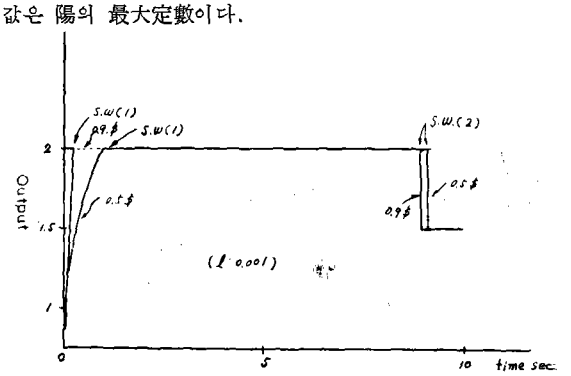

그림 5. 拘束條件을 갖는 出力(u-235)(標的값=1.5)
Fig. 5. Output with constraint(u-235)(target value =1.5)

軌道 $a-c-d-e$상에서 Hamiltonian 값이 最大定數를 維持하는 最大原理를 滿足시키므로 $\mathbf{P}(t)$는 $\mathbf{X}(t_f)$에서 $\mathbf{X}(t)$와 直交한다[1)7)]. 바꾸워 말한다면 軌道 $a-c-d-e$는 Transversality條件을 滿足시키는 時間最適軌道이다.

그림 4는 3次元 空間에서 본 原子爐의 出力을 拘束條件에 따라서 가장 짧은 時間내에 標的값으로 增加시키는데 모든 最適條件을 滿足시키는 最適軌道를 나타낸다.

3. 結 果

그림 1과 4에서의 $a-b-d-e$는 모든 最適條件을 滿足시키는 時間最適制御이며 또한 一意的이다. 다시 말하여 이 軌道는 最小時間에 原子爐의 出力을 初期狀態에서 標的狀態로 옮기는데 Pontryagin의 最大原理에 의하여 주어지는 最適 必要條件을 滿足시키는 唯一한 軌道이다.

最適 스위칭點, 스위칭時間, ∂G에서의 遲發中性子濃度, 制御變數 및 最適制御時間은 Digital computer로 구하였고 여기서 例示한 모든 爐變數는 u^{235} 또는 $p_u{}^{239}$를 核種으로 하는 原子爐의 境遇이다.

한 點 原子爐에 대한 反應度는 各各 0.2딸라에서 0.9딸라이며 表 1은 爐變數를 表示한다[8)9)].

그리고 爐出力을 初期狀態에서 標的狀態로 增加시키는데 그림 5와 같은 拘束이 주어졌을때 表 1에서 주어진 값에 대한 스위칭點, 스위칭時間 및 最適所要時間은 表 2에서 볼수 있다.

4. 結 論

表 2의 結果로 보아 拘束領域 $b-d$에서의 制御時間은 相當히 긴 반면에 內域인 $d-e$에서의 制御時間은 거의 無視될만큼 짧다. 따라서 全體 制御過程中 拘束領域에서 걸리는 時間이 支配的이라고 볼수 있고 內域인 $d-e$에서의 制御값은 負의 팔스에 가까울 만큼 所要時間이 짧으나 이 값은 無視할수 없는 重要性을 갖이고 있으므로 制御上 技術이 要求될 것이다.

그리고 出力 Overshoot에 拘束이 주어졌을때와 그렇지 않을 경우[4)]를 比較하여 보면 拘束이 주어 졌을때 制御時間이 一般的으로 긴것을 알수 있다.

原子爐 카이네틱스의 Process control에 最大原理를 適用하여 正確한 스위칭點, 스위칭時間, 最適軌道, 制御時間을 구하였으나 여기에서 取扱한 制御系는 open loop임으로 이 結果는 모든 制御系에 滿足할만한 充分條件을 주지는 못하나 出力 Overshoot에 任意의 拘束을 가함으로써 安全度를 어느 정도 改善할 수가 있다.

Acknowledgement

I am extremely grateful to Mr. G. Cocquyt in interesting discussion on this subject and to Mr. De Greef, and Mr. Beets in my computer works in C.E.N. (Centre d' Etuied de l' Energie Nucleaire)

參 考 文 獻

1. L.S. Pontryagin et el; The mathematical theory of optimal process, chapter 1,2.
2. Lynn E. Weaver; System analysis of nuclear reactor dynamics, chapter 2,5,7, Elevier 1965.
3. M.A. Schultz; Control of nuclear reactors and power plants, chapter 1,2; Mcgraw-Hill 1961.
4. E.H. Kwack; Time optimal control of the nuclear reactor using the maximum principle, 1974.11.3.
5. Monta and Funkutomi; Application of time optimal control for direct digital control algorithm of TTR pp. 191—219, OLS-8. National Automatic and computer control conference. Netherland 1970.
6. C. Leon Partain and Robert E. Bailey; An application of time optimal control theory to the nuclear power reactor start-up problem, Joint automatic control conference in, purdue, Univ. 1967.
7. M. Athans and P.L. Falb; Optimal control, chapter 5,6 mcgraw-Hill, 1966.
8. Daniel D. Mccracken and William S. Dorn; Numerical methods and fort ran programming.
9. Focal-8 programming manual for PDP-8/1, PDP-8/L, PDP-8/S, PDP-8, LINC-8, PDP-12, PDP-5i Digital equipment corporation; maynard, mass, 1969.