

週期의 Sample Skipping 과 標本化周波數 縮小에 依한 TDM 回線增加方式에서의 歪特性 解析

(Distortion Analysis for two TDM Channel Expansion Methods-
Periodic Sample Skipping and Sampling Frequency Reduction)

安 柄 星* · 金 在 均**

(Ahn, Byung Sung and Kim, Jae Kyoon)

要 約

TDM 回線을 增加하기 위한 두가지 方式——週期的 sample skipping 方法과 標本化周波數 縮小 方法——에 대한 歪特性을 解析比較하였다. 信號는 統計的으로 stationary 인 random 信號로 假定되었으며, 線路의 雜音과 回線相互 間의 간섭효과는 고려하지 않았다. 音聲信號에 대한 具體的 比較 결과, 週期的 sample skipping 方法이 實際的 設計條件에서 훌륭한 選擇이 될 수 있음을 보였다.

Abstract

Distortions are analyzed and compared for two TDM channel expansion methods- periodic sample skipping and sampling frequency reduction. Signal is assumed to be stationary random signal with zero-mean. Channel noise and interference are not considered in the analysis. For speech signal, it is shown that the periodic sample skipping method could be a better choice under practical design constraints.

1. 序 論

通信系에서 傳送路의 効率의 運用은 매우 중요한 課題이다. 특히 通信量이 많고 傳送路가 긴 경우에는 몇 개의 回線增加도 큰 效果를 가져올 수 있다. 時分割多重通信方式에서는 크게 두가지 回線增加方式을 생각할 수 있다. 즉 모든 回線이 각各 傳送量을 줄이는 方式과, 여러 回線이 合同으로 傳送量을 줄여 回線을 늘리는 方式이다. 前者에는 differential PCM, delta 變調, entropy 符號化¹⁾ 등이 있으며, 後者에는 美國

Bell 電話會社의 TASI(time assignment speech interpolation) 시스템²⁾, 美國衛星通信會社(COMSAT)가 개발한 SPEC (speech predictive encoding communications) 시스템³⁾ 등을 들 수 있다. 이 모든 方法이 가능하면 歪曲을 줄이고 充實한 信號를 많이 보내려는데 여러 問題點과 長短點이 있게 된다.

本 論文에서는 얼마간의 歪曲을 許容하는 매우 간편한 두가지 基本方式에 대한 歪特性을 解析比較하고 한다. 即 前者에 속하는 標本化周波數(sampling frequency) 縮小方法과 後者에 속하는 週期的 sample skipping 方法이다. 前者에서는 각回線의 傳送量이 減少되어 回線數를 增加시킬 수 있음을 쉽게 알 수 있다.

이때 각回線의 送受兩側에 있는 低域濾波器(low pass filter)의 帶域巾變更內容에 따라 이 方法의 複雜性과 歪特性이 크게 달라지게 된다. 後자는 送信側에서 週期的으로 標本(sample) 傳送을 빼고, 受信側에서는 다시 그 빠진 標本值를豫測 插入하는 方法이다. 이렇게 각回線에서 節約된 時間(time slot)을 活用하여 새로운 回線을 만들수 있다⁴⁾. 이 方法의 歪特性은 標本值

* 正會員, 韓國科學技術研究所 方式機器研究室

B. Ahn is with the Electronic Systems Lab., the Korea Institute of Science and Technology (KIST), Seoul, Korea.

** 正會員, 韓國科學院 電氣 및 電子工學科

本研究는 部分的으로 韓國科學院 自體研究費의 支援을 받았음.

J. Kim is with the Electrical Engineering Department, the Korea Advanced Institute of Science (KAIS), Seoul, Korea. This work was supported in part by the KAIS Internal Research Fund.

接受日字 : 1975年 4月 12日

豫測方法에 크게 左右되는데, 本 論文에서는 몇 가지 간단한 線形豫測을 考察하려고 한다.

歪特性 解析節次는 먼저 각 回線에 대한 歪曲을 考察한 다음 多重通信方式에서의 全體 歪特性을 比較하였다. Deterministic 信號 특히 single-tone 信號에 대한 週期的 sample skipping 方法의 歪特性은 이미 자세히 解析検討된 바 있으나⁶⁾, 本 論文에서는 더 實際의 random 信號를 解析하였다. 또한 이 信號의 平均值은 零이고 統計的으로 stationary이며, 周波數帶域巾이 制限되었다고 假定하였다. 變複調過程 그 自體보다도 非正常的*인 傳送方式으로 因한 歪特性에 主關心이 있으므로 理想의 複調가 된 경 우만을 考察하였다. 또한 信號 以外에 항상 存在하는 雜音의 영향과 回線相互間의 간섭효과등은 고려하지 않았다.

2. 週期的 sample skipping 方法

(1) 變複調波形

$g(t)$ 를 $(-W, W)$ Hz으로 帶域巾이 制限된 信號波라 하면, 標本週期가 T 秒인 평스振巾變調(PAM)된 信號 $v(t)$ (flat-topped sampled signal)는 다음과 같이 表示될 수 있다⁵⁾.

$$v(t) = \{g(t) * s_a(t)\} * p(t) \\ \triangle g_T(t) * p(t) \quad (1)$$

여기서 $g_T(t)$ 는 flat-top 이 아닌 標本信號(sampled signal)이며 $*$ 는 convolution 積分을 표시한다. $s_a(t)$ 는 週期가 T 秒인 標本化函數이며 $p(t)$ 는巾이 T_p 秒인 평스로서 그 Fourier 變換은 각각 다음과 같다.

$$s_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT) \longleftrightarrow S_a(f) = f_o \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f-nf_o) \quad (2)$$

$$p(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq T_p/2 \\ 0, & |t| > T_p/2 \end{cases} \longleftrightarrow P(f) = T_p \frac{\sin(\pi T_p f)}{\pi T_p f} \\ \triangle T_p \text{sinc}(T_p f)$$

위에서 $f_o \triangle \frac{1}{T}$ 은 바로 標本化周波數이다.

따라서 PAM 信號의 Fourier 變換은 다음과 같다.

$$V(f) = G_T(f) * P(f) = \frac{T_p}{T} \text{sinc}(T_p f) \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(f-nf_o) \quad (3)$$

위에서 $G(f)$ 는 주어진 元信號(original signal) $g(t)$ 의 Fourier 變換이다.

이제 (1)식의 標本信號 $g_T(t)$ 에서 每 KT 秒마다 標

* TDM의 各回線은 信號의 帶域巾이 주어지면 最少限 Nyquist sampling rate로 標本化된 信號를 週期의으로 傳送하는 것이 普通이다. 이런 意味에서 위의 두가지 回線增加方式은 非正常的인一面을 갖는다.

本 $g(mKT)$ 를 傳送하지 않았다면 受信側에서는 이 位置에 近似한豫測值 $\hat{g}(mKT)$ 를 插入해야 할 必要가 있다⁶⁾. 이렇게 受信側에서 再構成한 標本信號 $\hat{g}_T(t)$ 는 다음 식으로 표시된다.

$$\hat{g}_T(t) = \sum_{n \neq mK} g(nT) \delta(t-nT) + \sum_{n=mK} \hat{g}(nT) \delta(t-nT) \\ = g_T(t) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} (\hat{g}(mT_s) - g(mT_s)) \delta(t-mT_s) \quad (4)$$

여기서 $T_s \triangle KT$ 는 傳送되지 않는 標本의 週期이다.

윗 식에서 實標本值와 그豫測值와의 差異를 $d(mT_s)$ 라 두면 (4)식의 Fourier 變換은 다음과 같다.

$$\hat{G}_T(f) = G_T(f) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} d(mT_s) e^{-j2\pi mT_s f} \\ \triangle d(mT_s) \triangle g(mT_s) - g(mT_s) \quad (5)$$

따라서 sample skipping 으로 因하여 變形된 PAM 信號 즉 受信側에서 볼 수 있는 變調波形은 (1)식의 $g_T(t)$ 를 (4)식으로 置換하여 얻을 수 있다. (3), (5)식으로 부터 이 信號의 Fourier 變換은 다음과 같다.

$$\hat{V}(f) = \frac{T_p}{T} \text{sinc}(T_p f) \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(f-nf_o) \right. \\ \left. + T \sum_{m=-\infty}^{\infty} d(mT_s) e^{-j2\pi mT_s f} \right\} \quad (6)$$

위 식에서 볼 수 있는 바와 같이, 만약 sample skipping 으로 因한 歪曲成分이 없었다면 標本周波數 $f_o \geq 2W$ 일 때 元信號 $g(t)$ 를 그대로 되 찾을 수 있다. 이때 必要한 複調필터의 傳送函數은

$$H(f) = \begin{cases} \frac{T_p}{T} \frac{1}{\text{sinc}(T_p f)}, & |f| \leq W \\ 0, & |f| > W \end{cases} \quad (7)$$

이지만, 實際로 sample-hold 時間인 T_p 가 $T_p \ll T$ 이므로 利得이 $\left(\frac{T}{T_p}\right)$ 인 低域濾波器로서 元信號 $g(t)$ 에 배우近似한 信號를 얻을 수 있다. 아동은 複調필터를 거쳐나온 最終 出力信號 $v_o(t)$ 는 (6), (7)식으로 부터 다음과 같이 된다.

$$v_o(t) = g(t) + d(t) = g(t) + F^{-1}[D(f)] \\ = g(t) + \left(\frac{2W}{f_o} \right) \sum_{m=-\infty}^{\infty} d(mT_s) \\ \text{sinc}(2W(t-mT_s)) \quad (8)$$

위에서 F^{-1} 는 逆 Fourier 變換을 뜻하며 $d(t)$ 는 複調後의 歪曲波이다. $d(t)$ 의 Fourier 變換인 $D(f)$ 도 역시 (6), (7)식으로 부터 얻을 수 있다.

$$D(f) = \begin{cases} \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} d(mT_s) e^{-j2\pi mT_s f}, & |f| \leq W \\ 0, & |f| > W \end{cases} \quad (9)$$

(2) 均歪曲電力(average distortion power)

週期의 sample skipping 方法으로 因한 出力歪波는

(8)식으로 얻었다. 이제 標本周波數를 바로 Nyquist周波數인 $2W=f_s$ 로 取하면 (8), (9)식으로부터 다음과 같이 歪曲에너지률 구할 수 있다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |D(f)|^2 df = \frac{1}{2W} \sum_{m=-\infty}^{\infty} d^2(mT_s) \quad (10)$$

위式에서 $d(t)$ 즉 (1)식의 信號 $g(t)$ 는 deterministic信號가 아니라 統計的으로 stationary인 random信號의 한 特定信號例라고 볼 수 있다. 따라서 信號의 stationarity를 적용하면 一定期間 $T_a \gg T_s$, 동안의 時間의 및 統計的 平均 歪曲에너지률은

$$\int_{-T_a/2}^{T_a/2} E[d^2(t)] dt = \frac{1}{2W} \frac{T_a}{T_s} E[d^2(mT_s)]$$

이 되며, 平均歪曲電力은 다음과 같다.

$$P_d(K) = \frac{1}{2W} \frac{1}{T_s} E[d^2(mT_s)] \\ = \frac{1}{K} E[(g(mT_s) - \hat{g}(mT_s))^2] \quad (11)$$

위에서 E 는 統計的 平均을 表示한다. $g(t)$ 가 stationary random信號이므로 $d(mT_s)$ 에서 m 는 사실상 別의 미가 없다. K 는 基本標本週期의 倍數를 表示하므로 그 값은 항상 2보다 큰 整數이다. 만약 $K=1$ 이면, 어떤回線 그 自體의 標本은 傳送하지 않는다는 결과가 되므로 K 의 下限值는 2가 된다. (11)식을 전개하면

$$P_d(K) = \frac{E[g_m^2]}{K} \left[1 + \frac{E[\hat{g}_m^2]}{E[g_m^2]} - 2 \frac{E[g_m \hat{g}_m]}{E[g_m^2]} \right]^*$$

이 된다. 여기서 $E[g_m^2] \triangleq P_s$ 는 바로 random信號 $g(t)$ 의 電力이므로 歪曲對信號電力比 $\frac{D}{S}(K)$ 는 다음과 같다.

$$\frac{D}{S}(K) = \frac{1}{K} \left\{ 1 + \frac{E[\hat{g}_m^2]}{P_s} - 2 \frac{E[g_m \hat{g}_m]}{P_s} \right\} \quad (12)$$

以上으로 알 수 있는 바와 같이 sample skipping週期가 정해지면 歪特性은 결국 標本豫測方法으로 左右된다. 다음은 몇 가지 線形豫測(linear prediction)의 경우를 檢討하겠다.

a) 最少平均自乘誤差 (minimum mean square error); 有限個의 過去標本值로부터 構成한 線形豫測은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{g}_{mT_s} = \sum_{i=1}^N h_i g_{mT_s-iT} \triangleq \underline{H}^T \underline{G}, \quad (13)$$

여기서 h_i 는 線形係數이며 $g_{mT_s-iT} \triangleq g_{m-i}$ 는豫測하려는 標本值의 時刻 mT_s 에서 iT 秒 以前의 標本值이다.

$$H^T = (h_1, h_2, \dots, h_N), \quad \underline{G}^T = (g_{m-1}, g_{m-2}, \dots, g_{m-N})$$

* 一般的으로 標本列 $\{g(mT)\}$ 는 편의상 $\{g_m t\}$ 혹은 $\{g_m\}$ 로 表記된다. 여기서 T 는 標本化週期이다.

여기서 \top 는 轉位(transpose)를 表示하는 vector나 matrix를 表示한다. (13)式으로부터 平均自乘誤差 $E[(g_{mT_s} - \hat{g}_{mT_s})^2]$ 를 最少로 만드는 係數벡터 H 는

$$\underline{H} = [E(\underline{G} \underline{G}^T)]^{-1} \cdot E(\underline{G} \underline{g}) \triangleq \underline{A}^{-1} \underline{B} \quad (14)$$

이 되며, 이때의 $\frac{D}{S}(K)$ 는 (12)식으로부터 다음과 같이 된다.

$$\frac{D}{S}(K) = \frac{1}{K} \left\{ 1 - \frac{\underline{B}^T \underline{A}^{-1} \underline{B}}{P_s} \right\} \quad (15)$$

여기서 A 는 (14)식에서 定義된 바와 같이 標本列 $\{g_{nT}\} = \{g_n\}$, $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, 的 correlation matrix이다.

(14), (15)식에서 특히 $N=1$ 인 경우는 g_{mT_s} 의 直前標本值로부터 最適豫測值

$$\hat{g}_{mT_s} = \hat{g}_m = \underline{H}^T \underline{G}_m = \rho_1 g_{m-1} \quad (16)$$

을 얻게 되며, 이때의 歪曲對信號電力比는 다음과 같다.

$$\frac{D}{S}(K) = \frac{1}{K} (1 - \rho_1^2) \quad (17)$$

여기서 $\rho_1 \triangleq \frac{R(i)}{R(0)}$ 로서 $\{g_n\}$ 의 相關係數(correlation coefficient)이며, $R(i)$ 는 autocorrelation $E[g_n g_{n-i}]$ 이다. 위에서 N 가 증가하면 점차로豫測誤差가 減少될것이나 대체로 $m=3$ 이면 充分한 것으로 알려져 있다.

b) 直前值(zero-order hold);豫測值를 바로豫測하려는 값의 直前值로 取한 경우 즉

$$\hat{g}_m = g_{m-1} \quad (18)$$

일때 (12)식으로부터 다음 歪曲對信號電力比를 얻을 수 있다.

$$\frac{D}{S}(K) = \frac{2}{K} (1 - \rho_1) \quad (19)$$

위의 a), b)의 경우에서는 $\frac{D}{S}(K)$ 가 결국 sample skipping週期와 信號의 相關係數에 의해서 決定됨을 알 수 있다.

c) 平均值;豫測值를 random信號 $g(t)$ 의 平均值로取한 때의 結果는 다음과 같다.

$$\hat{g}_m = E[g_m] \quad (20)$$

$$\frac{D}{S}(K) = \frac{1}{K} \left(1 - \frac{E[g_m^2]}{P_s} \right) \quad (21)$$

여기서 물론 平均值가 零인 경우에서는 (21)식의 둘째 항이 없어지게 된다.

以上 세 가지 線形豫測值에서 다음 몇 가지 結論을 얻을 수 있다. 첫째 (17)식의 값이 最適豫測值에 대한 結果이므로 (19)식의 값보다 작은것은 당연하다. 또한 相

** 定義에 의해서 $|\rho_1| \leq 1$ 이며, 또한 實測結果는 $W=4kHz$ 인 音聲信號에서 $\rho_1=0.86$ 임.

關係數 ρ_1 이 0.5보다 크면, **, 平均值가 零인 경우에 (19)식이 (20)식의 값보다 작은것을 쉽게 알 수 있다.

i) 關係는 單極性 PAM과 같이 零이 아닌 平均值를 갖이는 信號에서도 마찬가지로 成立된다*. 따라서 豫測值의 良好度는 (16), (18), (20)식의 順位이다. 둘째로 歪曲對信號電力比가 deterministic信號인 single-tone信號인 경우*(直前值에서 $\frac{2}{K}$, 平均值에서 $\frac{1}{K}$)에서 보다 각각 감소되었으나 그 良好度의 順位가 반대인 것은 매우 흥미있는 점이라 하겠다.

3. 標本化周波數縮小 方法

各回線이 傳送해야 할 標本數를 減少시키므로서 多重通信回線을 쉽게 늘릴 수 있다. 이때 생기는 歪曲은 信號의 電力周波數分布에서 구할 수 있으나, 送受信側에 있는 低域필터(low pass filter) 帶域巾에 크게 左右된다.

(1) 信號電力周波數分布(signal power spectrum);

Random 信號 $g(t)$ 의 電力스펙트럼 $S(f)$ 는 간단히 相關函數(correlation function)인 $R(\tau)=E[g(t)g(t+\tau)]$ 의 Fourier 變換으로 定義되지만 실제로 $R(\tau)$ 도 $S(f)$ 도 직접 구하기가 쉽지 않다. 反面에 一定週期의 correlation $R(nT)$, $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, 是 쉽게 측정되며, 이로부터 標本相關函數(sampled correlation function) $R_T(\tau)$ 는 다음과 같이 表示된다.

$$R_T(\tau)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} R(nT)\delta(\tau-nT) \\ = R(\tau) \cdot s_a(\tau) \quad (22)$$

여기서 $s_a(\tau)$ 는 (2)식의 標本化函數이며 標本週期는 $T=\frac{1}{2W}=\frac{1}{f_o}$ 이다. W 는 信號의 즉 電力스펙트럼 $S(f)$ 의 帶域巾이다. (22)식의 두 等式으로 부터 (5), (3)에서와 같이 다음 두 모양의 Fourier 變換을 얻을 수 있다.

$$S_T(f)=\int_{-\infty}^{\infty} R_T(\tau)e^{-j2\pi f\tau} d\tau=\sum_{n=-\infty}^{\infty} R(nT)e^{-j2\pi nTf} \\ = f_o \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(f-nf_o) \quad (23)$$

따라서 信號 $g(t)$ 의 電力스펙트럼은 다음과 같이 된다

$$S(f)=\frac{1}{f_o} S_T(f), \quad |f| \leq W \quad (24)$$

* 平均值 $= a \neq 0$ 이면, (19)(21)식에서

$\rho_1=\frac{R(1)+a^2}{R(0)+a^2}, \quad \frac{E^2[g_s]}{P_s}=\frac{a^2}{R(0)+a^2}$ 이므로

$\rho_1 \geq \frac{1}{2}$ 일때 (19) \leq (20)이 된다.

$$=\frac{1}{f_o} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R(nT)e^{-j2\pi nTf}, \quad |f| \leq W$$

$$=\frac{R(o)}{f_o} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n \cos \left(2\pi n - \frac{f}{f_o} \right) \right\}, \quad |f| \leq W$$

위에서 信號가 實 random函數이므로 $R(-nT)=R(nT)$ 인 관계를 적용했다. $g(t)$ 는 帶域巾이 제한된 信號이므로 $|f| > W$ 에서는 $S(f)=0$ 이다.

例로서 McDonald¹⁷⁾가 측정한 表 1의 相關係數 ρ_i 를 活用하면 그림 1과 같은 音聲信號의 電力周波數分布를 얻을 수 있다. 그림에 나타난 残留振動은 (24)식의 合算에서 첫 10項만을 取한 誤差때문인 것이다.

表 1. 標本化周波數=8KHz 일 때 音聲信號의 相關係數¹⁷⁾

n	0	1	2	3	4	5
ρ_n	1.00	0.8644	0.5570	0.2274	-0.0297	-0.1939
n	6	7	8	9	10	
ρ_n	-0.2788	-0.3030	-0.2823	-0.2208	-0.1330	

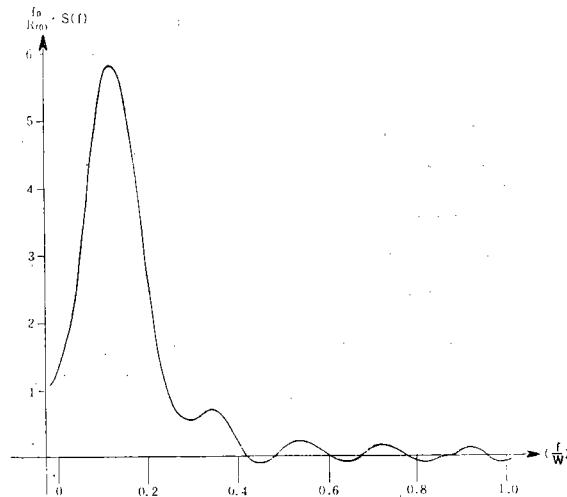


그림 1. 音聲信號의 電力스펙트럼, $S(f)$, $0 \leq f \leq W$

Fis. 1. Normalized power spectrum of speech signal, $\frac{f_o}{R(o)} S(f)$, for nonnegative frequency range only.

(2) 歪電力(distortion power)

回線增加를 위 해서 標本化周波數 f_o 를 $f_o \rightarrow f'_o = 2W$ $\leq f_o = 2W$ 로 낮추면 標本화週期 T 는 $T \rightarrow T' = \frac{1}{f'_o} \geq T = \frac{1}{f_o}$ 로 커진다. 이렇게 標本화된 信號 $g'_T(t)$ 의 電力스펙트럼 $S'_T(f)$ 는 (23)식으로 부터 그림 2와 같은 모양이 된다.

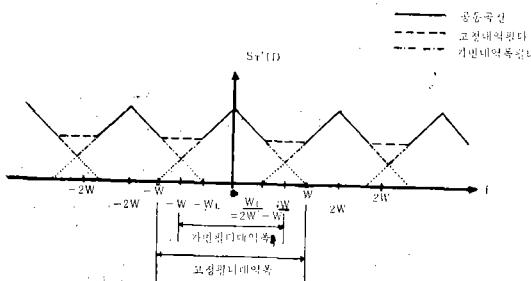


그림 2. 標本化周波數를減少시켰을때의 標本信號電力スペクトル $S_T(f) = f'_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(f - nf'_s)$. 여기서 $S(f) = \begin{cases} 1 - \frac{|f|}{W}, & |f| < W \\ 0, & |f| \geq W \end{cases}$

Fig. 2. Power spectrum of the sampled signal when the sampling frequency is reduced to be less than Nyquist Rate,

$$S_T(f) = f'_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(f - nf'_s),$$

$$\text{where } S(f) = \begin{cases} 1 - \frac{|f|}{W}, & |f| < W \\ 0, & |f| \geq W \end{cases}$$

그림 2에서와 같이 $f' < f_s$ 이면 항상 $S(f)$ 가 중첩되는 곳이 있으므로 歪曲이 생기는 것을 쉽게 알 수 있다. 또한 送受信側 低域필타의 帶域巾에 따라 歪電力이 크게 差異가 날 수 있음을 알 수 있다.

a) 可變帶域巾필타: 理想的인 경우로서 필타의 帶域巾을 標本化周波數에 比例하여 W 로 부터 W' 로 ($W \rightarrow W'$) 줄이면 歪電力은 그림 2와 (24)식으로 부터 다음과 같이 된다.

$$P_d(W') = 2 \int_{-W'}^W S(f) df, \quad 0 \leq W' \leq W$$

$$= R(o) \left[1 - \frac{W'}{W} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n \operatorname{sinc} \left(n \frac{W'}{W} \right) \right\} \right],$$

$$0 \leq W' \leq W \quad (25)$$

따라서 각回線當 歪曲對信號電力比는 다음과 같다.

$$\frac{D}{S}(W') = 1 - \frac{W'}{W} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n \operatorname{sinc} \left(n \frac{W'}{W} \right) \right\},$$

$$0 \leq W' \leq W \quad (26)$$

b) 固定帶域巾필타: 實際의인 경우로서, 필타의 帶域巾을 처음 設計된 W 로 วน체 標本化周波數만을 $2W \rightarrow 2W'$ 로 減少시키면 $[-W, W]$ 帶域안에는 많은 歪曲成分이 들어 갈 수 있다. 實際 歪電力이 信號電力보다 크게 되는 경우는 別 意味가 없으므로, 信號電力보다 작은 경우만을 考察한다면 이때의 歪電力은 그림 2로 부터 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

$$P_d(W') = 2 \int_{-W'}^W S(f) df, \quad 0 \leq W' \leq W$$

$$\Delta 2 \int_{-W}^W S(f) df, \quad \frac{W}{2} \leq W' \leq W \quad (27)$$

따라서 (27)식은 (25)식에서 W' 를 W_L 로 置換한 모양이 된다. 또한 (25), (27)식을 比較하면 같은 W' 값에 대해서 (27)식의 積分區間이 (25)식의 倍가 되어 歪電力이 훨씬 커짐을 알 수 있다. 이때의 歪曲對信號電力比도 (26)식에서 $W' \rightarrow W_L$ 로 置換한 값이 된다.

以上 a), b)의 경우는 送受信側 低域필타의 帶域巾이 같은 경우이지만, 서로 다른 경우에서도 쉽게 歪電力を 구할 수 있음을 물론이다.

4. 歪特性의 比較檢討

위에서는 回線增加를 위해서 週期的 sample skipping (=S.S. 方法)과 標本化周波數를減少시켰을때의 (=S.R. 方法) 각回線別 歪曲對信號電力比를 解析하였다.

이제 이 두 方法을 比較하기 위해서 時分割多重通信方式에서 全回線의 歪特性을 考察하겠다. 먼저 比較의便宜를 위해서 다음 몇 가지 定義를 사용하겠다.

$$\left. \begin{aligned} C_r &= \text{回線增加率} = \text{增加回線數} / \text{既存回線數} \\ D_r &= \text{歪率} = \text{全歪曲電力} / \text{全信號電力} \\ D_R &= \text{相對歪率} = D_r / C_r \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

주어진 傳送路의 傳送容量이 $2WM$ 標本 / 秒이라 두자. 여기서 W 는 各 信號의 帶域巾이며 M 는 多重通信回線數이다. 이제 各回線의 標本化周波數를 $2W$ 에서 $2W'$ 를 줄이면 즉 S.R. 方法을 쓰면 같은 傳送路가 M , 個의 回線을 收容할 수 있다.

$$M_r = \frac{2WM}{2W'} = \left(1 + \frac{W-W'}{W'} \right) M \quad (29)$$

이때 各回線마다 (25) 혹은 (27)식의 歪電力を 갖게 되므로 歪率은 各回線의 歪曲對信號電力比와 같게 된다. 위 식에서 回線增加率을 알 수 있으며 따라서 相對歪率도 쉽게 알 수 있다. 즉

$$\left. \begin{aligned} C_r(W') &= \frac{W-W'}{W'} \\ D_r(W') &= \frac{D}{S}(W) \\ D_R(W') &= \frac{W'}{W-W'} \cdot \frac{D}{S}(W') \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

위에서 $\frac{D}{S}(W)$ 는 바로 (20)식의 값이지만, 固定帶域巾필타의 경우에는 $\frac{D}{S}(W_L)$, $W_L = 2W' - W$ 이 됨은 (27)식에서 言及한바와 같다.

S.S. 方法에서는 信號標本化周波數 $2W$ 는 그대로 วน체, 各 信號回線에서 每 $KT = \frac{K}{2W}$ 秒마다 自體回線의 標本이 아닌 새로운 回線의 標本을 傳送하여 $\frac{M}{K}$ 個의 새로운 回線 (=擬似回線)¹⁴을 構成할 수 있다. 따라서 總回線數 M_r 는

$$M_i = M + \frac{M}{K} = 1 + \frac{1}{K} M \quad (31)$$

이 된다. 이때 追加된 $\frac{M}{K}$ 回線에서는 標本化週期가 $(1 + \frac{1}{M})T$ 秒이지만, 實際로 $M \gg 1$ 이므로 近似的으로 T 秒라고 볼 수 있다. 그러므로 이 回線增加方式에서는 既存 M 回線만의 歪電力이 고려 대상이 된다. 따라서 이때의 回線增加率, 歪率 및 相對比率은 (12), (28), (31)식으로부터 다음과 같다.

$$C_r(K) = \frac{1}{K}$$

$$D_r(K) = \frac{M \cdot P_d(K)}{M_s \cdot P_s} = \frac{K}{K+1} \cdot \frac{D_s(K)}{S} \quad (32)$$

$$D_R(K) = \frac{K^2}{K+1} \cdot \frac{D_s(K)}{S}$$

以上으로서 두 回線增加方式에서의 여러 歪特性을 考察하였다. 이제 그 具體的 比較를 위해서 表 1의 音聲信號에 대한 測定值를 活用하면 그림 3과 그림 4의 결과를 볼 수 있다. S.S. 方式에서의 諸特性을 표시한 그림 3은 二節에서 檢討한豫測方式 가운데서 直前值와 最適線形豫測值을 使用한 경우의 結果만을 나타낸다.

그림 3과 그림 4에 나타난 여러 가지 歪率과 相對歪率의 相互比較說明의 便宜를 위해서 다음과 같은 parameter를 사용하겠다.

$$D_r(K, N), D_R(K, N); N=0 \text{ 直前值} \quad \left. \begin{array}{l} \text{S.S. 方式} \\ N \geq 1 \text{ 最適豫測值} \end{array} \right\}$$

$$D_r(W', F), D_R(W', F); F=0 \text{ 固定帶域巾} \quad \left. \begin{array}{l} \text{F=0 固定帶域巾} \\ F=1 \text{ 可變帶域巾} \end{array} \right\} \quad \text{S.R. 方式}$$

回線增加率 $C_r(K), C_r(W')$ 는 (32), (30)식에 있는 바와 같이豫測值나 필타特性에 관계없이回線增加方式에 의해서 정해지는 값이다.

그림 3에서 K 가 減少해갈 때 즉 sample skipping 週期가 짧아질 때 $C_r(K), D_r(K)$ 가 增加하는 것은 당연한 일이지만, $D_R(K)$ 가 점차 減少하는 현상은 매우 흥미 있는 결과이다. 그러나 $C_r(K), D_r(K), D_R(K)$ 의 變化가 모두 완만하다. $D_r(K, 0), D_r(K, 1)$ 이 서로 비슷하고, $D_r(K, 2), D_r(K, 3)$ 가 또 서로 비슷한 것도 쉽게 설명될 수 있는 성질이다.

이 두 部類사이에서 相對歪率이 대개 3倍정도의 差異가 나타난다. 相對歪率 特性의 제일 좋은점은 K 가 下限值 2 일 때이며, 이때의 最高值는 $D_r(2, 0) = 0.18$, 最低值는 $D_r(2, 3) = 0.066$ 이다. K 가 增加함에 따라漸增하는 相對歪率 $D_R(K)$ 는 K 의 上限值 M 에서 最大值를 갖는다. 이 값은 $M \gg 1$ 인 實際의in 條件과 (34), (15), (19)식으로부터 다음과 같이 된다.

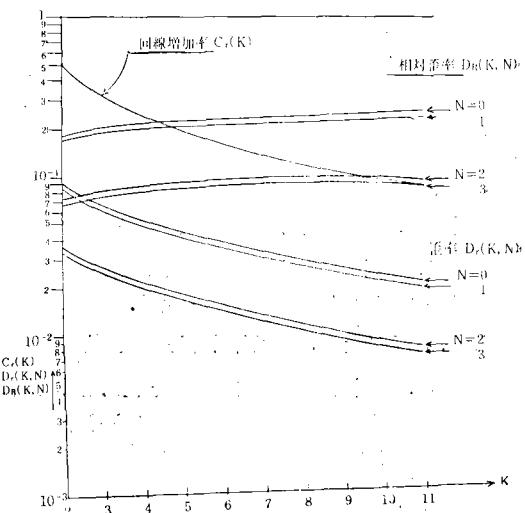


그림 3. 週期的 sample skipping 方式에서의 歪特性
Fig. 3. Distortion characteristics for the periodic sample skipping method.

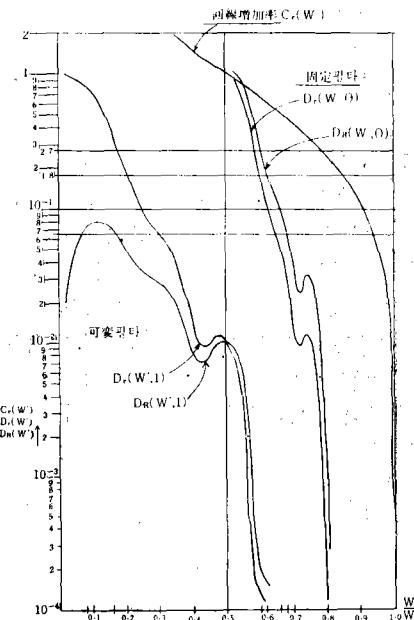


그림 4. 標本化周波數減少方式에서의 歪特性
Fig. 4. Distortion characteristics for the sampling frequency reduction method.

$$D_R(M, 0) \approx 2(1 - \rho_1) = 0.2712$$

$$D_R(M, 3) \approx 1 - \frac{B^T A^{-1} B}{P_s} = 0.0992 \quad (33)$$

S.R. 方式에서의 歪特性은 그림 4와 같다. 그림 3과 對照的으로 모든 特性的 變化率이 크다. 標本化周波數의 減少가 작을 때 歪率이 극히 작은 것은 그림 1의 電力스펙트럼으로부터 쉽게 알 수 있는 現象이다. 필타

帶域巾可變如否에 따라서 歪特性의 差異가 매우 큰것도 잘 나타나 있으며, 특히 固定帶域巾필타의 경우에 서는 標本化周波數 減少에 따라 歪率이 크게 增加함을 알 수 있다.

標本化周波數 減少 즉 W' 의 減少에 따라 대체로 $C_r(W')$, $D_r(W')$, $D_a(W')$ 모두가 增加하고 있으나 $D_r(W', 1)$ 이 $\frac{W'}{W} \leq 0.12$ 에서 부터 減少하는 異現象을 보이고 있다. 이제 그림 3의 S.S. 方式의 歪特性과 比較하면 다음 몇 가지 結論을 얻을 수 있다.

첫째, $0.08 \leq \frac{W'}{W} \leq 0.16$ 以外에서는 $D_r(W', 1) \leq D_r(2, 3)$ 이 된다. 따라서 可變帶域巾필타를 使用한다면 거의 항상 S.R. 方式이 거의 항상 S.S. 方式보다 우수하다. 둘째, 固定帶域巾필타의 경우에서 보면

$$\frac{W'}{W} \leq \begin{cases} 0.62 \\ 0.68 \\ 0.6 \\ 0.66 \end{cases} \text{에서 } D_r(W', o) \geq \begin{cases} D_r(K=2, 0) \\ D_r(K=2, 3) \\ D_a(K=M, 0) \\ D_r(K=M, 3) \end{cases}$$

이 된다. 따라서 標本化周波數가 위의 各 臨界值 以下로 減少되면 S.S. 方式이 S.R. 方式 보다 우수하게 된다.

以上의 相互比較는 相對歪率만을 생각한 경우이다. 그러나 實際 回線增加方式을 選擇하기 위해서는 回線增加의 目的, 增加回線數, 增加方式構成의 複雜性 등을 고려해야 할 것이다. S.R. 方式에서는 歪曲이 全回線에 均等하게 分布되는 反面에, S.S. 方式에서는 既存回線에만 局限되는 것은 이미 言及된 바 있다. 增加回線은 S.S. 方式에서 既存回線數의 半까지로 制限되나 S.R. 方式에서는 그 以上도 可能하다. S.S. 方式은 既存 시스템에 counter, comparator 등 몇 가지 追加로서 쉽게 構成할 수 있으나, 可變帶域巾필타를 사용할 S.R. 方式은 事實上 새로운 端末裝置를 만드는 것과 같은 결과가 된다.

5. 結論

두가지 回線增加方式 즉 週期的 sample skipping 方

法과 標本周波數 緩小 方法에 대한 回線增加率, 歪率等을 解析比較하였다. 音聲信號에 대한 相互比較例를 보면, 두 方法이 比等한 여러 特性을 갖고 있음을 알았다. 回線增加數를 既存回線數의 切半까지로 한족한다면, 시스템構成이 간편한 週期的 sample skipping 方法이 훌륭한 選擇이 될 수 있다.

參考文獻

1. Jayant, N. S., "Digital coding of speech waveforms: PCM, DPCM and DM quantizers," Proc. of IEEE, vol. 62, pp. 611-632, May, 1974.
2. Leopold, G.R., "TASI-B: A system for restoration and expansion of overseas circuits," Bell Labs. Record, pp. 299-306, Nov., 1970.
3. Sciulli, J. A. and Campanella, S. J., "A speech predictive encoding communications system for multichannel telephony," IEEE Trans. on Communications, vol. COM-21, pp. 827-835, July, 1973.
4. 安柄星, "分散配定法에 依한 時分割通信系의 容量增加에 關한 研究" 공학박사 학위 논문, 인하대학교 1975년 2월.
5. Stein, S. and Jones, J. J., Modern Communications Principles, New York: McGraw-Hill, 1967, p. 195.
6. Landau, H. J., Samplang, data transmission and the Nyquist rate," Proc. of IEEE, vol. 55, pp. 1701-1706, Oct., 1967.
7. McDonald, R.A., "Signal-to-noise and idle channel performance of differential pulse code modulation systems—particular applications to voice signals," Bell System Tech. Journal, vol 45, pp. 1123-1151, 1966.