

周波數制御 帶域幅調整 帶域通過 濾波器에 관한 研究

(A Study on Frequency Controlled Bandwidth-adjustable Bandpass Filter)

崔 甲 石*

(Choi, Kap Seok)

要 約

本 論文에서는 4-path 濾波器로 構成된 帶域幅 調整 帶域通過 濾波기를 實現하였으며, 그 濾波기의 通過 帶域의 帶域幅은 周波數에 의하여 調整된다. 本 濾波기의 周波數 通過帶域 特性은 電磁結合 複同調 增幅器 와 같고 通過帶域의 中心周波數는 連續的으로 遷移시킬 수 있다. 帶域幅 調整의 範圍는 複同調의 雙峯特性의 경우와 單峯特性의 경우로 나누어 考察하였다. 이 system의 振幅應答을 實測하여 帶域幅 調整 理論을 뒷받침 하였으며 그 測定結果는 理論値와 잘 일치하였다.

Abstract

In this paper, a frequency controlled bandwidth adjustable bandpass filter consisting of 4-path system is presented. It is shown that this system has characteristics similar to those of the magnetically coupled double tuned amplifier and the center frequency of the passband is able to be shifted continuously. The adjustable range of the bandwidth of the filter system is analyzed for the case of the double and single tuned characteristics. The experiment has been conducted to verify the theory of this system and the experimental results are in good agreement with the theoretically calculated values.

1. 序 論

最近 濾波器 研究는 受動素子를 사용하여 濾波기를 만드는 方法이 거의 能力의 限界點에 도달함에 따라 能動濾波器 研究에 비중을 더해가고 있으며 IC技術의 發展과 더불어 더욱 加速되고 있다.

能動濾波器 中에서 N-path 濾波器는 電子의인 方法으로 波濾特性을 쉽게 調整할 수 있어 흥미를 끌고 있다. 이 濾波器는 變調에 의하여 信號를 低周波로 變換하여 低周波 濾波기를 통해 傳送한 다음 다시 信號周波數로 變換하며, 이러한 차변을 몇개 두어 일정한 位

相差로 보냄으로서 影像周波數를 감쇄시키는 방식으로 1947년에 2-path에 의하여 帶域通過 濾波기를 얻는 방식이 Barber⁽¹⁾에 의하여 최초로 발표되었다.

1960년에는 Franks와 Sandberg⁽²⁾에 의하여 일반 N-path 濾波器가 解析되었으며 그것에 대한 여러가지 應用이 提示되었다. 그후 2-path로 帶域通過 濾波기를 얻는 것은 여러 사람에게 의하여 研究되었다.^{(3),(4),(5),(6),(7)} 1969년에 Glaser, Halkias와 Meadows⁽⁸⁾는 同調 및 帶域幅調整 固體 回路 濾波기를 實現하였다.

그런데 減衰特性의 勻配가 크고, 中心 周波數를 調整할 수 있으며 또 帶域幅을 調整할 수 있는 帶域通過 濾波기를 實現하는 것은 어려운 일로서 앞으로도 研究 開拓되어야 할 것이다. 本 論文에서는 中心周波數와

* 正會員, 明知大學 電子工學科
接受日字: 1975年 1月 27日

帶域幅을 周波數에 의하여 制御할 수 있고, 帶域通過 特性의 感衰勻配가 큰 帶域通過 濾波기를 實現하려고 試圖하였다. 2-path로 된 system에 의하여 低域通過-帶域通過 變換을 하고 이러한 system을 한개 path으로 한것을 2개의 並列 path으로 하여 결국 4-path으로 함으로서 變調周波數에 따라서 帶域幅을 調整할 수 있다.

이 system을 解析함에 있어서는 먼저 일반적인 N-path system의 解析을 하고 다음 4-path의 경우를 解析하여 帶域幅의 調整 範圍를 찾고 實驗을 하여 이 system의 理論을 뒷받침 하였다.

2. N-path 回路의 傳達函數

N-path 濾波器^{(2),(6)}는 乘算器 또는 平衡變調器와 같은 時變素子로 濾波特性을 變化시킬 수 있는 특수한 方式이다. 그림 1은 N개의 並列 path으로 된 N-path 濾波器的 基本回路이다. 이 回路의 各 path은 時不變 path-回路網의 入力과 出力에 時變素子인 變調器를 가지고 있으며 또 各 path은 變調函數의 位相을 順次的으로 均一하게 移相시킨 것을 제외하고는 동일한 것으로 되어 있다.

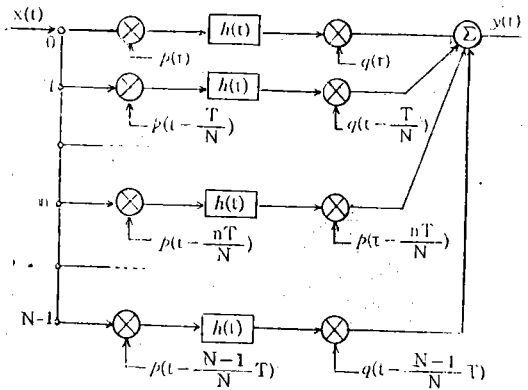


그림 1. N-path 濾波器 基本回路

그림 1에서 $h(t)$ 는 時不變 path-回路網의 입력스應答이다. 먼저 한개의 path을 생각해 보면 τ 순간에 入力에 單位 입력스應을 인가할 때 t 時間의 한개 path全體의 應答은

$$W(t, \tau) = p(\tau) h(t - \tau) q(t) \tag{1}$$

가 된다. 變調函數 $p(t)$ 및 $q(t)$ 를 일반적인 周期函數라고 하면 다음과 같이 표시 된다.

$$\left. \begin{aligned} p(t) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} P_m e^{j2\pi m t / T} = p(t + T) \\ q(t) &= \sum_{l=-\infty}^{\infty} Q_l e^{j2\pi l t / T} = q(t + T) \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

여기서 $l, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
 入力 $X(\tau) = e^{s\tau}$ 에 대한 應答은

$$\begin{aligned} y'(t) &= \int_{-\infty}^t p(\tau) h(t - \tau) q(t) e^{s\tau} d\tau \\ &= \sum_m \sum_l P_m Q_l e^{j2\pi m t / T} \int_{-\infty}^t e^{j2\pi n \tau / T} h(t - \tau) e^{s\tau} d\tau \end{aligned} \tag{3}$$

로 된다. 식 (3)에서 $\sigma = t - \tau$ 로 變數 置換하여 整理하면,

$$\begin{aligned} y'(t) &= \sum_l \sum_m Q_l P_m e^{j2\pi(l+m)t / T} e^{st} \int_0^{\infty} h(\sigma) e^{-s\sigma - 2\pi n \sigma / T} d\sigma \\ &= \left[\sum_l \sum_m Q_l P_m e^{j2\pi(l+m)t / T} H\left(s + j \frac{2\pi m}{T}\right) \right] e^{st} \end{aligned} \tag{4}$$

와 같이 된다. 여기서 $H(s)$ 는 $h(t)$ 의 라플라스變換이다. 또한 중괄호 안은 入力 $e^{s\tau}$ 에 대한 단인 path全體의 傳達函數이다. 한개의 path에서 path-回路網의 入力과 出力에 變調函數를 가해줌으로서 周波數 遷移가 일어나는 것을 알 수 있다.

N-path system의 입력스應答은 各 path의 입력스應答을 더해줌으로서 얻을 수 있음으로

$$W(t, \tau) = h(t - \tau) \sum_{n=0}^{N-1} p\left(\tau - \frac{nT}{N}\right) q\left(t - \frac{nT}{N}\right) \tag{5}$$

여기서

$$\begin{aligned} &\sum_{n=0}^{N-1} p\left(\tau - \frac{nT}{N}\right) q\left(t - \frac{nT}{N}\right) \\ &= \sum_m \sum_l P_m Q_l e^{j2\pi(m+l)t / T} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi n(l+m) / N} \end{aligned} \tag{6}$$

식 (6)에서 有限級數 部分의 和를 구해 보면

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi n(l+m) / N} &= \frac{1 - e^{-j2\pi(l+m)}}{1 - e^{-j2\pi(l+m) / N}} \\ &= \begin{cases} N & (l+m = kN) \\ 0 & (l+m \neq kN) \end{cases} \end{aligned} \tag{7}$$

여기서 k 는 整数이다. $l+m = kN$ 으로 하면 식 (5)는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} W(t, \tau) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{j2\pi k N \tau / T} \\ &\left[\sum_{l=-\infty}^{\infty} N P_{kN-l} Q_l e^{j2\pi l(t-\tau) / T} h(t - \tau) \right] \end{aligned} \tag{8}$$

식 (8)에서 中괄호 안은 $t - \tau$ 의 函數임으로 時不變 濾波特性을 가지며 이것을

$$W_k(t - \tau) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} N P_{kN-l} Q_l e^{j2\pi l(t-\tau) / T} h(t - \tau) \tag{9}$$

라고 놓으면 식 (8)은

$$W(t, \tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{j2\pi kN\tau/T} W_k(t-\tau) \quad (10)$$

로 된다. 식 (10)의 $W_k(t-\tau)$ 이외의 부분은 τ 에 따라서 달라짐으로 入力 變調函數를 나타낸다고 볼 수 있을 것임으로 식 (10)의 數學的 等價回路는 그림 2와 같이 표시된 N-path 回路이다.⁽⁶⁾

$$W_k(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} NP_{kN-i} Q_i e^{j2\pi i t/T} h(t)$$

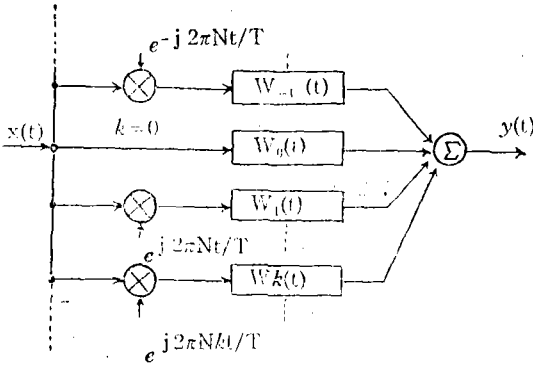


그림 2. 식 (10)의 等價回路

그림 2의 等價回路가 時不變으로 되기 위해서는 $k=0$ 의 path 이외의 path는 없어야 하므로 그림 1의 N-path 回路의 全 system에 대한 입력스應答은 그림 2의 $k=0$ 의 path에 대한 입력스 應答 만을 생각하면 되고 그것은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W(t, \tau) &= W_0(t-\tau) \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} NP_{-i} Q_i e^{j2\pi i(t-\tau)/T} h(t-\tau) \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} NP_{-i} Q_i e^{j2\pi i t/T} h(t) \\ &= h(t) C(t) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $C(t)$ 는

$$C(t) = N \sum_{i=-\infty}^{\infty} P_{-i} Q_i e^{j2\pi i t/T} \quad (12)$$

이며 N-path 回路網 全體의 입력스應答의 일부로써 periodical factor이다. 이것을 積分 形態로 바꾸면 다음 식과 같다(附錄 A 參照).

$$C(t) = \frac{N}{T} \int_0^T p(\sigma) q(t+\sigma) d\sigma \quad (13)$$

N-path 回路網의 入力 信號가 $X(t) = e^{st}$ 인 경우 出力은 $y(t) = W_0(s)e^{st}$ 이며 여기서 $W_0(s)$ 는 $W_0(t)$ 의 라플라스變換으로 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} W_0(s) &= \int_0^{\infty} h(t) C(t) e^{-st} dt \\ &= N \sum_{i=-\infty}^{\infty} P_{-i} Q_i H\left(s - j\frac{2\pi i}{T}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

이것은 N-path 回路의 傳達函數로서 path-回路網 特性 $H(s)$ 가 i 에 따라서 周期的으로 遷移되는 것을 말해 준다.

3. 帶域幅調整 N-path 濾波器

3-1. 帶域通過 特性 2-path system

제 2장의 식 (14)에 의하면 變調函數의 周波數에 따라서 path-回路網의 極과 零의 位置가 이동한다. 이것을 利用하여 低域通過特性을 帶域通過 特性으로 變換할 수 있다.

여기서는 低域通過 特性을 갖는 回路網으로서 가장 간단한 RC 低域通過 回路網을 택하여 path-回路網으로 사용하기로 한다. RC 低域通過 回路網의 傳達函數의 周波數 特性은 그림 3 (a)와 같이 나타나고 이 特性을 周波數 f_0 만큼 遷移시킬 때 帶域通過 特性으로 되며 그 特性은 그림 (b)와 같이 된다.

그림 1의 path-回路網 入力 및 出力 乘算器에 다음 식으로 주어지는 單一周波數의 sinusoidal 變調函數가 인가될 경우를 생각한다.

$$\left. \begin{aligned} p(t) &= p(e^{-j2\pi t/T} + e^{j2\pi t/T}) \\ q(t) &= q(e^{-j2\pi t/T} + e^{j2\pi t/T}) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

여기서 p, q 는 複素量이다.

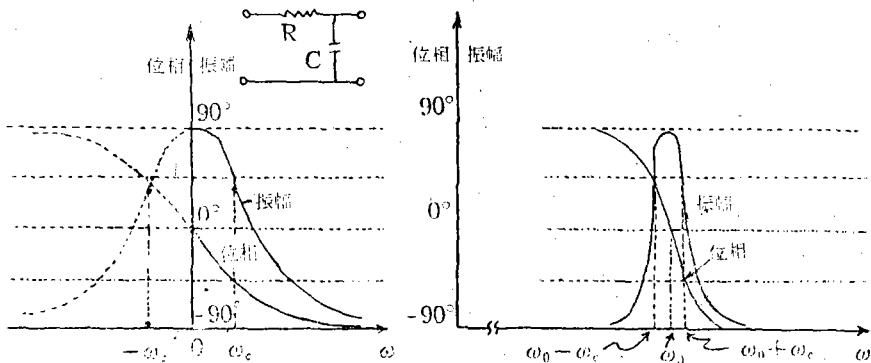


그림 3. RC低域通過 特性과 變換된 帶域通過特性

식 (21), (7), (10) 및 (15)로부터 다음과 같은 세가지 결과를 얻을 수 있다.

- (i) $l+m=kN$ (k : 整數)일 때만 信號가 通過한다.
- (ii) $k=0$ 이외의 path는 時變이 된다(그림 2 參照).
- (iii) $p(t), q(t)$ 가 單一周波數의 sinusoidal임으로 $l=\pm 1, m=\pm 1$ 이다.

위의 세가지 결과로부터 帶域通過 特性을 얻기 위한 N -path system의 N 의 限界는 $N \geq 3$ 이다. 가장 간단한 경우로서 $N=3$ 인 경우에는 位相을 120° 간격으로 지연시켜야 함으로 실제 回路網에 複雜性을 갖게 된다. 그러므로 $N=4$ 로 한다면 位相 지연은 90° 로 되어 실제 回路에서 얻는데 편리하다.

$N=4$ 인 경우 식 (7)을 展開해 보면.

$$\sum_{n=0}^3 e^{-j2\pi n(l+m)/4} = 1 + e^{-j2\pi(l+m)/4} + e^{-j4\pi(l+m)/4} + e^{-j6\pi(l+m)/4} \quad (16)$$

이 되며

$l+m=0$ 일 때

$$\sum_{n=0}^3 e^{-j2\pi n(l+m)/4} = 4 \quad (\text{傳送이 있음}) \quad (17)$$

$l+m=\pm 2$ 일 때

$$\sum_{n=0}^3 e^{-j2\pi n(l+m)/4} = (1-1) + (1-1) = 0 \quad (\text{傳送이 없음}) \quad (18)$$

식 (17), (18)로부터 $l=-m$ 일 때 만 信號가 通過함을 알 수 있다. 따라서 $p(t)=e^{+j2\pi t/T}$ 라면 $q(t)=e^{-j2\pi t/T}$ 로 되어야 하고 이때 傳達函數는 周波數 遷移를 갖게 되며 信號의 周波數에는 아무런 영향을 주지 않는다. 그런데 식 (18)이 0이 되는 것은 앞의 두번째 항까지 즉 $1+e^{-j\pi}$ 만 가지고도 가능하다. 따라서 $p(t), q(t)$ 의 시간 지연은 4-path의 것을 택하고 path의 數는 2로 하므로서 帶域通過 特性을 얻을 수 있다.

이제 path-回路網을 單純한 RC 低域通過 回路網으로 택하여 2-path 回路網을 構成해 보면 그림 4와 같으며, $p(t)=p\sin\omega_0 t, q(t)=q\cos\omega_0 t, \omega_0=\frac{2\pi}{T}$ 이다.

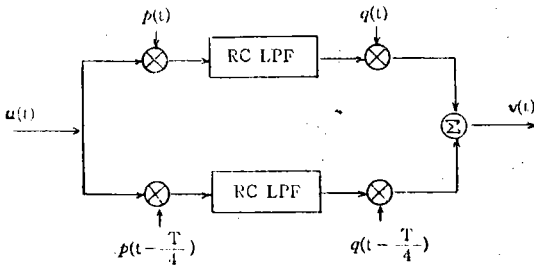


그림 4. 2path 回路網

그림 4의 path-回路網의 임펄스應答을 $h(t)$ 라고 하면 전체 回路網의 임펄스應答은 식 (11)과 같이 $B(t)=h(t)C(t)$ 일 것이며 이때 $C(t)$ 는 식 (13)에 의하여 다음과 같이 된다.

$$C(t) = \frac{2}{T} \int_0^T p q \sin\omega_0 \sigma \cos\omega_0 (\sigma+t) d\sigma = \frac{jpq}{2} (e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}) \quad (19)$$

周波數 領域에서의 傳達函數를 구해 보면

$$B(s) = \int_0^\infty \frac{jpq}{2} (e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}) h(t) e^{-st} dt = \frac{jpq}{2} H(s-j\omega_0) - H(s+j\omega_0) \quad (20)$$

로 된다. 여기서 $s=j\omega, H(s)=H_0 \frac{1}{s+\omega_0}$ 이라고 하면

$$B(j\omega) = \frac{jpqH_0}{2} \left[\frac{1}{j(\omega-\omega_0)+\omega_c} - \frac{1}{j(\omega+\omega_0)+\omega_c} \right] \quad (21)$$

로 되며, path-回路網 $H(s)$ 의 極은 $s=-\omega_c$ 에서 존재 하지만 전체 回路網의 極은 $s=-\omega_0+j\omega_c, s=-\omega_0-j\omega_c$ 로 나누어지시 나타나게 된다. 이 極들의 位置는 바로 그림 3 (b)와 같은 帶域通過 特性을 갖게 된다. 이때 變調函數 $p(t), q(t)$ 의 周波數 ω_0 을 바꾸어 줌으로서 同調가 가능하다. 그러나 실제 문제에서 位相差를 90° 일을 때 振幅 變化가 생기므로 同調의 限界는 이 振幅 變化를 감당할 수 있는 素子들 즉 乘算器 및 加算器의 機能에 依存하게 된다.

3-2. 帶域幅調整 帶域通過 特性 4-path system

앞절에서 RC 低域通過로부터 帶域通過로 變換하는 方法으로서 單一周波數를 갖는 變調函數를 이용해서 極의 位置를 이동시킨 것과 같이 帶域通過 特性을 또 다른 周波數(帶域幅 정도의 周波數)로서 變調시킴으로서 帶域通過 特性을 split시켜 주면 전체 帶域幅은 이 周波數에 따라서 變하게 될 것이다.

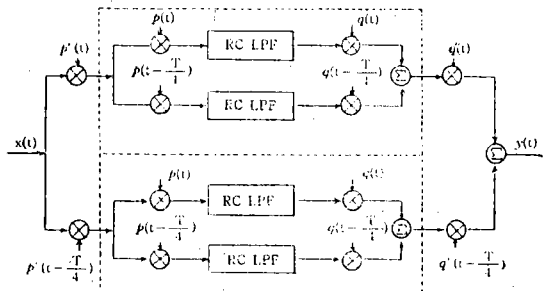
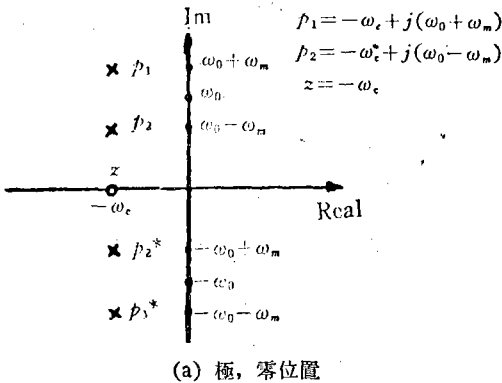
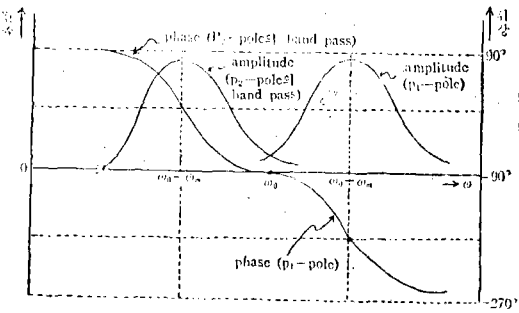


그림 5. 帶域幅調整 N-path 回路網



(a) 極, 零位置



(b) 位相 및 振幅特性

그림 6. 傳達函數 $W(j\omega)$ 의 極, 零의 位置, 帶域通過特性

그림 5의 두개의 破線 블록 내의 각 system은 帶域通過 特性을 갖는 그림 4와 同一한 基本 濾波器로서 帶域幅調整을 위한 主濾波器的 path-回路網으로 되고 있어 外見上으로는 全體적으로 4-path system으로 되어 있다. 그림에서 $p(t), q(t)$ 및 $p'(t), q'(t)$ 는 基本 濾波器 및 主濾波器的 入出力 變調函數로서 $p(t) = p \sin \omega_0 t$, $q(t) = q \cos \omega_0 t$, $p'(t) = p' \sin \omega_m t$, $q'(t) = q' \cos \omega_m t$ 이다.

그림 5의 破線 블록 내의 基本 濾波器的 傳達函數는 식 (20)으로 求해졌으며, 主濾波器 즉 全體 system의 入出力 變調의 periodical factor $C'(t)$ 를 求하면 식 (19)와 같은 형이 된다. 즉

$$C'(t) = \frac{jp'q'}{2} (e^{j\omega_m t} - e^{-j\omega_m t}) \quad (22)$$

따라서 全體 回路網의 入出力 變調는

$$W(t) = h(t)C(t)C'(t) \quad (23)$$

로 되고, 周波數 領域에서의 傳達函數를 求하면 다음 식으로 된다.

$$W(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)C(t)C'(t)e^{-st} dt$$

$$= -\frac{jp'q'q'}{4} \left[H(s-j\omega_0-j\omega_m) - H(s-j\omega_0+j\omega_m) - H(s+j\omega_0-j\omega_m) + H(s+j\omega_0+j\omega_m) \right] \quad (24)$$

여기서 $H(s) = H_0 \frac{1}{s+\omega_c}$, $s=j\omega$ 로 하면 식 (24)는 다음과 같이 된다.

$$W(j\omega) = -\frac{jp'q'q'H_0}{4} \left(\frac{1}{j\omega+\omega_c-j\omega_0-j\omega_m} - \frac{1}{j\omega+\omega_c+j\omega_0-j\omega_m} + \frac{1}{j\omega+\omega_c+j\omega_0+j\omega_m} \right) = -\frac{jp'q'q'H_0}{2} \left[\frac{j\omega+\omega_c}{(j\omega+\omega_c)^2+(\omega_0+\omega_m)^2} - \frac{j\omega+\omega_c}{(j\omega+\omega_c)^2+(\omega_0-\omega_m)^2} \right] \quad (25)$$

식 (24)의 極, 零의 位置를 s -平面에서 찾아보면 그림 6(a)와 같이 됨으로 ω_c 와 ω_0 가 固定되어 있을 때 ω_m 에 따라서 이들 極이 split되며 따라서 두개의 帶域通過 特性을 갖는다는 것을 알 수 있다. 이들 두개 帶域通過 特性의 각각에 대한 周波數에 따른 振幅 및 位相 特性 曲線은 그림 6(b)와 같이 되며 合性 特性은 각 周波數에 대한 複素和로 計算되어야 한다. 이때 變調周波數 ω_m 이 각 帶域幅 정도의 周波數 範圍에서 單一帶域通過 特性을 갖는다.

3-3. 帶域幅 調整 範圍

그림 5의 破線 블록 내 基本 帶域通過 濾波器 system에서 低域通過 特性을 갖는 path-回路網의 遮斷周波數를 f_c , 그 入出力 變調器의 變調周波數를 f_0 라고 하자. 만일 $f_0 \gg f_c$ 라고 하면 帶域通過 特性의 中心周波數 및 帶域幅은 거의 f_0 및 $2f_c$ 가 된다. 또한 이 帶域通過 特性의 選擇度는 $Q = \frac{f_0}{2f_c}$ 임으로 中心周波數 f_0 가 增加할수록 Q 는 增加한다.

식 (25)에 $Q = \frac{\omega_0}{2\omega_c}$ 의 關係를 넣어서 整理하면 다음과 같다.

$$W(j\omega) = -\frac{jp'q'q'}{4} \left[\frac{1}{1+j(f_n-2Q-f_r)} - \frac{1}{1+j(f_n-2Q+f_r)} - \frac{1}{1+j(f_n+2Q-f_r)} + \frac{1}{1+j(f_n+2Q+f_r)} \right] \quad (26)$$

여기서 $f_n = \frac{\omega}{\omega_c}$, $f_r = \frac{\omega_m}{\omega_0}$ 으로 無次元의 값이며,

$H_0 = \omega_c$ 이다. 또한 f_μ 는 두개의 帶域通過 特性을 격리시키는 간격이 됨으로 만일 $f_\mu \gg 1$ 인 때는 特性이 單一帶域通過 特性을 갖지 않고 雙帶域通過 特性을 갖게 되며, 單一帶域通過 特性을 갖기 위해서는 f_μ 는 1 근방의 적당한 값을 갖게 된다. 지금 $f_0 \gg f_c$ 라고 하면 $Q \gg 1$ 이고, 따라서 $2Q \gg f_\mu$ ($Q > 10$ 인 것으로 본다.)로 됨으로 $f_n = 2Q$ 근방에서 通過 特性을 갖게 된다. 즉 식 (26)의 제 3, 4項은 서로 상쇄된다고 보아도 오차는 거의 없다.

따라서 식 (26)은 제 1, 2項만으로 취급할 수 있으며 다음과 같다.

$$W(j\omega) \approx -\frac{pb'qq'}{4} \left[\frac{1}{1+j(f_n-2Q-f_\mu)} - \frac{1}{1+j(f_n-2Q+f_\mu)} \right] \quad (27)$$

여기서 $\eta = f_n - 2Q$ 로 놓으면

$$W(j\omega) = -j \frac{pb'qq'}{2} \frac{f_\mu}{(1+f_\mu^2-\eta^2)+j2\eta} = -\frac{pb'qq'}{2} \frac{f_\mu}{\sqrt{\eta^2-2(1-f_\mu^2)\eta^2+(f_\mu^2+1)^2}} \left[-90^\circ - \tan^{-1} \frac{2\eta}{1+f_\mu^2-\eta^2} \right] \quad (28)$$

식 (28)에서 $|W(j\omega)|$ 의 極點을 찾아 極大와 極小點을 비교하여 f_μ 의 限界값을 찾을 수 있으며 이것은 다음 식을 만족하는 값이다.

$$4\eta^3 + 4(1-f_\mu^2)\eta = 0 \quad (29)$$

따라서 極點은 $\eta = 0, \pm \sqrt{f_\mu^2 - 1}$ 이 된다. 極點이 $f_\mu > 1$ 인 때 3개가 나타나며 이 경우는 $\omega_n > \omega_c$ 인 때가 되고 振幅 特性은 雙峯으로 나타난다.

$\eta = 0$ 에서

$$|W(j\omega)|_{\eta=0} = \frac{pb'qq'}{2} \frac{f_\mu}{f_\mu^2+1} \quad (30-a)$$

$\eta = \pm \sqrt{f_\mu^2 - 1}$ 에서

$$|W(j\omega)|_{\eta=\pm\sqrt{f_\mu^2-1}} = \frac{pb'qq'}{2} \frac{1}{2} \quad (30-b)$$

따라서 식 (30-a), (30-b)로부터

$$\sqrt{2} |W(j\omega)|_{\eta=0} > |W(j\omega)|_{\eta=\pm\sqrt{f_\mu^2-1}}$$

이 되는 f_μ 값에서 單一帶域이 나타나게 됨으로 다음 식에서 f_μ 의 限界가 주어진다. 즉

$$\frac{\sqrt{2}f_\mu}{f_\mu^2+1} - \frac{1}{2} = 0 \quad (31)$$

여기서 $f_\mu = 2.41$ 혹은 0.41 이 얻어진다. 그러나 $f_\mu < 1$ 이면 식 (29)에 의하여 나타나는 極點의 η 값 중에서 $\pm \sqrt{f_\mu^2 - 1}$ 은 虛數가 됨으로 0.41 은 f_μ 의 限界값이 될 수 없다. 따라서 f_μ 는 上限값 2.41 만을 갖게 된다.

$f_\mu = 1$ 일 때는 $|W(j\omega)|$ 의 極點은 한개이며 이 f_μ 값을 臨界값으로 하여 $f_\mu < 1$ 인 경우 單峯, $f_\mu > 1$ 인 경우

雙峯의 特性이 나타난다. 그러므로 帶域幅을 $1 \leq f_\mu < 2.41$ 인 경우와 $0 < f_\mu \leq 1$ 인 경우로 나누어 고찰한다.

(i) $1 \leq f_\mu < 2.41$ 인 경우

$|W(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |jW(\omega)|_{\eta=\pm\sqrt{f_\mu^2-1}}$ 로부터 구한 η 의 값이 單一帶域特性의 遮斷點으로서 이것을 η_c 라고 하면 正規化 帶域幅 BW 는 $2\eta_c$ 로서 다음 식으로 표시된다.

$$BW = 2\sqrt{(f_\mu^2+1)^2-2} \quad (32)$$

실제 周波數에서의 帶域幅은 $2\eta_c f_c$ 로 구해지며 帶域幅 調整 範圍는 식 (32)에서 $f_\mu = 1$ 로부터 2.41 까지 임으로 실제 周波數에서는 $2\sqrt{2}f_c$ 로부터 $6.2f_c$ 까지이다.

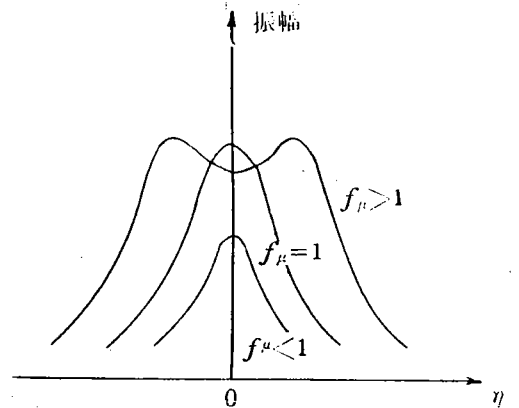
(ii) $0 < f_\mu \leq 1$ 인 경우

$|W(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |W(j\omega)|_{\eta=0}$ 으로부터 遮斷點이 구해지며 따라서 正規化 帶域幅은 다음과 같다.

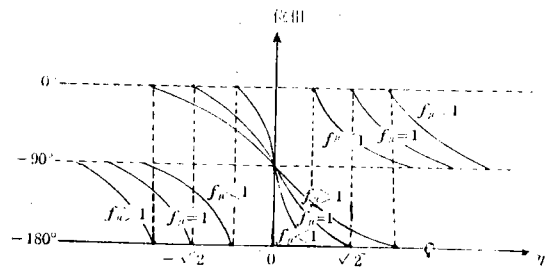
$$BW = 2\sqrt{2(f_\mu^4+1)^{1/2}+f_\mu^2-1} \quad (33)$$

실제 周波數에서 帶域幅의 範圍는 식 (33)에 의하여 $1.28f_c$ 로부터 $2\sqrt{2}f_c$ 까지로 된다.

또한 위에서 알 수 있는 바와 같이 그림 5의 system 의 帶域幅은 電磁結合復同調 增幅器와 같이 되며 여기서 f_μ 는 復同調 回路의 結合係數에 해당한다. $f_\mu > 1$ 인



(a) 振幅曲線



(b) 位相曲線

그림 7. f_μ 에 대한 振幅 및 位相曲線

대 雙峯으로 나타나며 過結合, $f_\mu=1$ 일 때 單峯으로, 나타나며 臨界結合, $f_\mu=1$ 일 때 역시 單峯으로 나타나며 疏結合 復同調 回路에 해당하게 된다. 따라서 f_μ 에 대한 일반적인 振幅 및 位相曲線은 그림 7과 같이 세 가지 경우로 나타난다.

f_μ 의 더러가지 값에 대해서 컴퓨터에 의한 數值解折에 의하여 η 에 대한 振幅을 찾아보았으며 振幅曲線을 그림 10에 實測 結果와 같이 표시하였다.

4. 實驗 및 結果

RC 低域通過 回路網을 path-回路網으로 한 2-path 回路에 의하여 帶域通過特性을 얻는 것은 여러 사람에게 의하여 발표되었으므로, 同調 調整을 하는 것도 발표되었으므로⁽⁸⁾, 本 實驗에서는 path-回路網으로 單同調 特性을 갖는 回路를 사용하여 2-path으로 할 때 變調信號 周波數에 의하여 帶域幅을 調整하는 實驗만을 하였다. 實驗한 回路는 그림 8과 같으며 이 system의 한개 path에 대한 詳細圖는 그림 9와 같다.

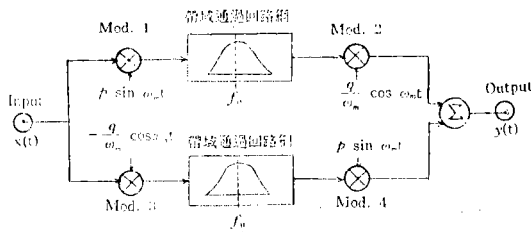


그림 8. 單同調回路를 path-回路網으로 한 帶域 幅調整 帶域通過 濾波器的 構成圖

그림 8에서 變調信號 周波數 f_μ 을 變化시킬 때 變調器 Mod.2 및 Mod.3에 인가한 信號의 振幅은 變化지만 帶域幅에는 無관하다. 따라서 變調器에 인가 될 수 있는 振幅 範圍 내에서는 變調信號 周波數 f_μ 을 자유로이 變化시킬 수 있다. 또한 Mod.1의 信號를 積分해서

Mod.3에 인가하고 Mod.3에 인가하는 信號를 位相 反轉시켜 Mod.2에 인가하며 Mod.4에는 Mod.1과 같은 信號를 인가한다. 이때 이들 信號사이에서 생길 수 있는 干渉을 막기 위하여 積分 回路 및 位相 反轉 回路는 入力 抵抗이 대단히 큰 演算增幅器를 사용하였다.

실제 回路를 구성하는 문제에서 가장 중요한 것은 正確한 平衡變調를 얻는 것이었다. 本 實驗에서는 가장 간단한 變調器를 構成하기 위하여 4개의 다이오드를 사용하였으며 入力 信號의 許容 振幅을 비교적 크게 했다.

또한 位相 變換 回路는 요구되는 位相差의 誤差를 줄이기 위하여 演算增幅器 積分 回路를 이용하였다. 帶域幅 調整 帶域通過 濾波器的 特性을 쉽게 얻기 위하여 비교적 낮은 周波數에서 實驗하였다. 中心周波數 $f_0=140kHz$, path-回路網의 帶域幅 $2f_c=10kHz$, 그 Q를 14로 했을 때 $f_\mu=0.5, 1, 1.5, 2, 2.4, 4$ 에 대하여 應答를 測定하였으며 이것은 그림 10에 컴퓨터에 의한 계산 結果와 같이 표시하였다.

變調信號 周波數를 $f_\mu=0.5 \times 5kHz$ 로부터 $4 \times 5kHz$ 까지 連續的으로 變化시키면서 帶域幅을 구했으며 이때 實驗値와 理論値가 잘 일치 함을 알 수 있다. 그러나 帶域幅의 限界를 벗어난 領域에서는 周波數에 대한 振幅의 減衰 句配가 理論値보다 훨씬 완만하게 나타나고 있다. 이 原因은 平衡變調器의 平衡이 完全하게 이루어지지 못하여 搬送波 成分이 完全히 제거되지 못함으로서 생긴 것이다. 雙峯特性으로 나타날 때 $\eta=0$ 에서의 골의 깊이가 理論値와 다르게 나타나는 것도 變調器에 基因되는 것이다.

여기서 $f_\mu=0.5$ 일 때 실제 變調 周波數는 2.5kHz이며 이때 帶域幅은 理論値와 거의 같은 8.5kHz였으며, $f_\mu=2.4$ 일 때 실제 變調 周波數 12kHz에서 帶域幅은 理論値 32kHz인데 대한 實驗値 38kHz로 나타났다. 이것은 變調周波數가 클수록 平衡變調器가 完全한 平衡을 잡지 못했으며 또한 位相 變換 回路인 積分器의

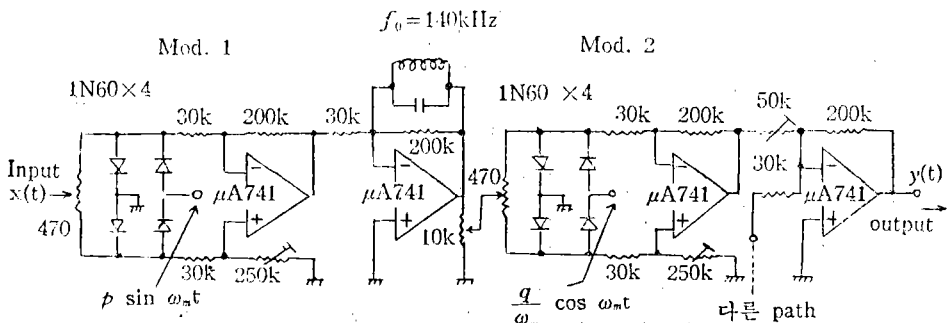


그림 9. 그림 8의 한개 path의 詳細圖

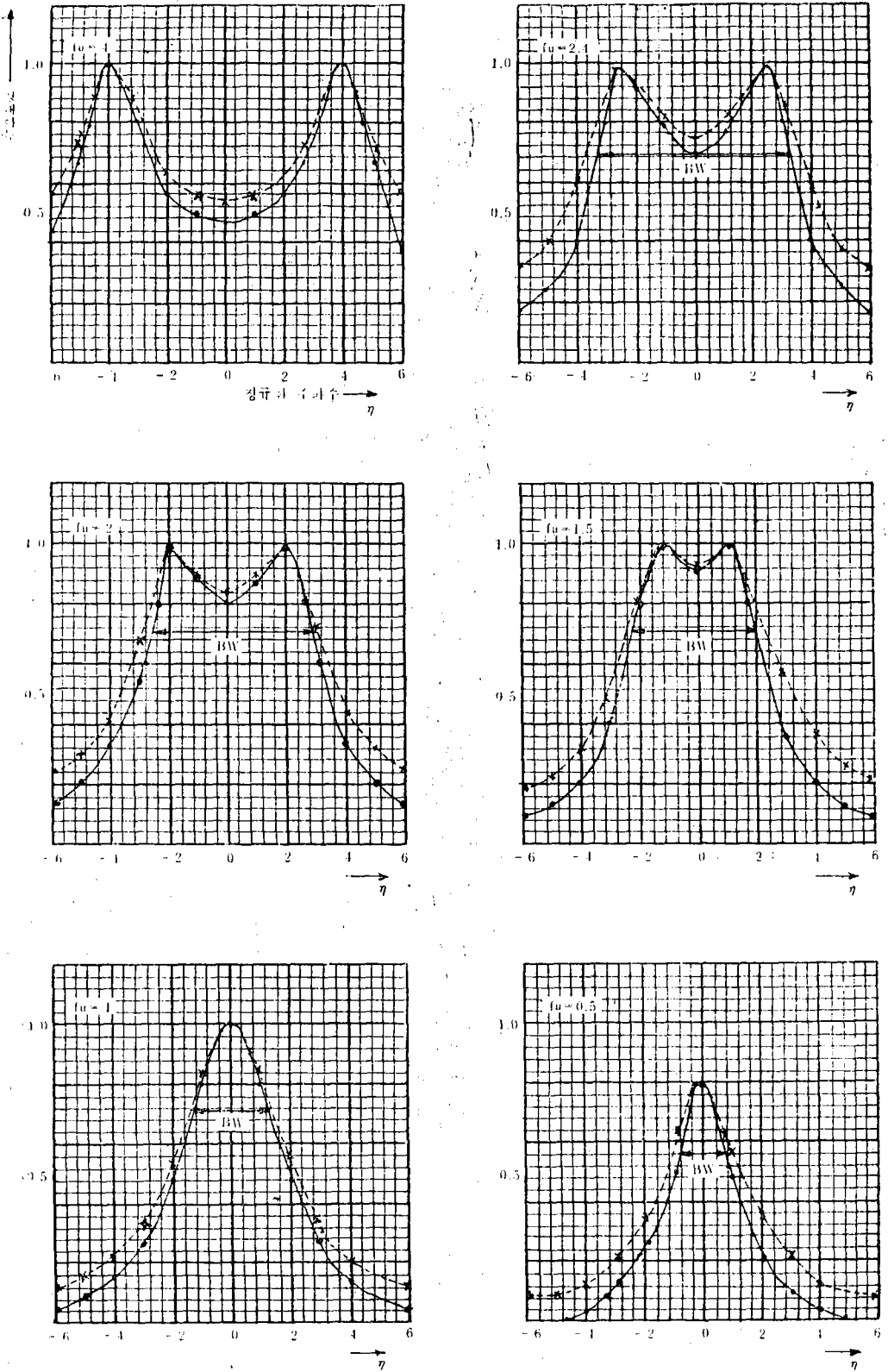


그림 10. 여러 가지 f_n 에 對한 振幅應答特性: 實線 理論值, 破線 測定值

位相 誤差가 있기 때문이다. 또한 $f_m=4$ 일 때는 帶域 通過 濾波特性 範圍를 지났을 때 임으로 雙帶域通過 特性이 되고 있다. 즉 實驗에서 알 수 있는 것은 f_m 의 값을 자유로이 變化시킴으로서 帶域幅이 連續的으로 變할 수 있으며 $f_m=2.5\text{kHz}\sim 12\text{kHz}$ 로 變化시킴 때 帶域幅은 $8.5\text{kHz}\sim 38\text{kHz}$ 까지 자유로이 調整 可能하며, 通過 領域에서 振幅이 가장 平坦한 것은 f_m 가 1군방의 값일 때며 f_m 가 2의 값 군방에서는 帶域幅은 增加하지만 振幅曲線에서 골의 깊이는 심하게 나타난다.

5. 結 論

RC 低域通過 回路網을 path-回路網으로 한 4-path 濾波器 system으로 帶域幅 調整이 可能하다. 本 濾波器 system의 通過帶域의 中心周波數는 內側 基本 帶域通過 濾波器 system의 入力 및 出力變調器 變調周波數에 따라 連續的으로 遷移시킴 수 있고, 外側 主濾波器的 變調 周波數에 따라서 帶域幅을 調整할 수 있다.

本 濾波器的 帶域幅 調整 範圍는 內側 基本 帶域通過 濾波器 system의 帶域幅을 $2f_c$ 라고 하면 複同調의 雙峯 特性인 경우 $2\sqrt{2}f_c$ 로부터 $6.2f_c$ 까지로 되며 單峯 特性인 경우에는 $2\sqrt{2}f_c$ 로부터 $1.28f_c$ 까지로 된다.

現用 通信機에서는 選擇度 變換을 몇개의 選擇度에 대하여 機械的 스위치를 使用하여 不連續的으로 切換하며 可變 範圍도 좁은데 대하여 本 濾波기를 使用하면 그 短點을 補完할 수 있을 것이다.

附 錄 A

式 (13)은 (12)로부터 다음과 같이 유도 된다.

$$\begin{aligned}
 C(t) &= N \sum_{l=-\infty}^{\infty} P_{-l} Q_l e^{j2\pi l t / T} \\
 &= N \sum_m \sum_l e^{-j2\pi l t / T} P_m Q_l \delta_{-m, l} \\
 &= \frac{N}{T} \sum_m \sum_l \left[\int_0^T P_m e^{j2\pi m \sigma / T} e^{j2\pi l \sigma / T} Q_l e^{j2\pi l t / T} d\sigma \right] \\
 &= \frac{N}{T} \int_0^T \left(\sum_m P_m e^{j2\pi m \sigma / T} \right) \left(\sum_l Q_l e^{j2\pi l (\sigma + t) / T} \right) d\sigma \\
 &= \frac{N}{T} \int_0^T P(\sigma) q(\sigma + t) d\sigma \quad (A-1)
 \end{aligned}$$

參 考 文 獻

1. N.F.Barber, "Narrow bandpass filter using modulation," Wireless Engineer, pp.132-134. May 1947.
2. L.E. Franks and I.W. Sandberg, "An alternative approach to the realization of network transfer functions: The N-path filter," Bell Sys. Tech. J., Vol.39, pp.1321-1351, September 1960.
3. A.Acampora, B.Rabinovici, and C.A.Renton, "Generation of band-pass filters by switching techniques," Proc. IEEE, Vol.51, pp.256-257, January 1964.
4. G.A. Rigby, "Integrated selective amplifiers using frequency translation," IEEE Journal of Solid-state Circuits, Vol. SC-1, No.1, pp.39-44, September 1966.
5. Y.Sun, "Network functions of quadrature N-path filters," IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol.CT-17, No.4, pp.594-600, November 1970.
6. Arthur B.Glaser, "Digital time-division multiplexed N-path system," IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-17, No.4, pp.600-604 November 1970.
7. Horst Wupper, "A modified N-path filter suited for practical realization," IEEE Trans. on Circuit and Systems, Vol. CAS-21, No.3, May 1974.
8. A.B. Glaser, C.C. Halkias and H.E. Meadows, "Tuneable, bandwidth adjustable solid-state filter," J. Franklin Inst., Vol. 288, pp.83-98, August 1969.
9. V.Cizek, "Analysis of a filter with N-path Channels." Proceeding of the Third Colloquium on Microwave Communication, Budapest (April 1966).