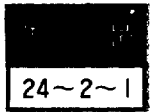


# 鋼塊回轉자를 가진 小容量 3相誘導電 動機의 特性解析에 관한 研究



## On the Characteristics of Small Size Three Phase Induction motor with a solid Iron Rotor

李 允 鍾\* · 任 達 鎬\*\* · 鄭 必 善\*\*\*  
(Lee Yun Jong) (Im Dal Ho) (Chung Pil Saun)

### Abstract

The solid-iron rotor induction motor is the squirrel cage type induction motor with its rotor core consisting of solid iron in stead of a laminated core.

The specific feature of this motor are that its structure is simple and firm, and therefore provides the great convenience in its operation and that its starting characteristic are excellent.

This study is aimed to derive the equation for theoretical evaluation of the speed-torque characteristics of the motor by use of maxwell's equation.

Through the series of test on the speed-torque characteristics of this motor which is experimentally constructed, we have proved the feasibility of the equation which is derived theoretically to calculate the torque of the motor.

In addition we have obtained its general charastristics experimentally.

#### 重要 記號

- $E_s$ :  $y=0$  平面에서의 電界의 最大值 [V/m]
- $B_s$ :  $y=0$  平面에서의 磁束密度의 最大值 [Wb/m<sup>2</sup>]
- $E_x, E_z$ : 導電率 0인 領域(1)(2)의 電界의  $x, z$ 軸成分(固定座標) [V/m]
- $H_x, H_y$ : 導電率 0인 領域 (1)(2)의 磁界의  $x, y$ 軸成分(固定座標) [AT/m]
- $E'_x, E'_z$ : 導電率이 0이 아닌 領域 (3)(4)의 電界의  $x, z$ 軸成分(移動座標) [V/m]
- $H'_x, H'_y$ : 導電率이 0이 아닌 領域 (3)(4)의 磁界의  $x, y$ 軸成分(移動座標) [AT/m]
- $i'_x, i'_z$ : 導電率이 0이 아닌 (3)(4)의 電流密度의  $x, z$ 軸成分(移動座標) [A/m<sup>2</sup>]
- $\mu_{1x}, \mu_{1y}$ : 領域 (3)의  $x, y$ 方向 平均透磁率 [H/m]
- $\mu'_{1x}, \mu'_{1y}$ : 領域(3)의  $x, y$ 方向 平均比透磁率
- $\mu'$ : 回轉子齒의 比透磁率
- $\mu_{2x}, \mu_{2y}$ : 領域 (4)의  $x, y$ 方向 透磁率 [H/m]

- $\mu'_{2x}, \mu'_{2y}$ : 領域 (4)의  $x, y$ 方向 比透磁率
- $k_1$ : 領域 (3)의 平均導電率 [Ω/m]
- $k_2$ : 領域 (4)의 導電率 [Ω/m]
- $k_i$ : 回轉子齒(鐵)의 導電率 [Ω/m]
- $k_c$ : 回轉子齒內部導體(銅)의 導電率 [Ω/m]
- $\tau$ : 極間隔 [m]
- $\omega_0$ : 電源角周波數 [rad/s]
- $P_r$ : 回轉子の 平均極幅 [m]
- $P$ : 極數
- $b_s$ : 回轉子の 平均齒幅 [m]
- $l$ : 回轉子 軸方向의 길이 [m]
- $S$ : 回轉子 슬립
- $b$ : current sheet에서 回轉子表面까지의 거리 [m]
- $d$ : current sheet에서 等價導電層 밑면까지의 거리 [m]
- $d_r$ : 等價導電層의 두께( $d_r=d-b$ ) [m]
- $\rho_r$ : 回轉子半徑 [m]
- $f_{1x}, f_{2x}$ : 回轉子 領域 (3), (4)에서의 單位容積當 發生力 [N/m<sup>3</sup>]
- $F_{1x}, F_{2x}$ : 回轉子 領域 (3), (4)에서의

\* 正會員: 漢陽 工大教授(工博) · 當學會 編修理事  
 \*\* 正會員: 漢陽工大 副教授(工博) · 當學會 總務理事  
 \*\*\* 正會員: 弘益工專 助教授

$x$ 方向 單位길이當 發生力 [N/m]  
 $T$ : 發生토크 [N·m]

### 1. 序 論

籠型誘導電動機의 回轉子 鐵心을 成層鐵心이 아닌 塊狀鐵心으로 代置한 구조의 電動機를 鐵塊回轉子 (solid iron rotor) 誘導電動機라고 부른다.

鐵塊回轉子로 하면 구조가 간단하고 견고하며 製作 및 取扱이 容易하고 起動特性이 좋으므로 過去에도 elevator用, 또는 crane用 電動機로 사용한 例가 있으나 宿命的으로 效率이 나쁘므로 輕視되어 왔다. 그러나 最近에 와서 特性面을 重視한 몇가지 用途에는 效率을 問題視하지 않는 경우도 있어 本 電動機가 다시 再論되게 되었다.

鐵塊回轉子鐵心을 가진 誘導電動機는 回轉子에 籠型 導體를 가진 것과 가지지 않은 것의 두가지가 있으나 어느 것이나 回轉子鐵心이 塊狀이므로 큰 遠心歪力이 견딜 수 있어 thyristor를 써서 固定子의 供給電壓의 周波數를 높혀 超高速으로 운전하여도(ultra high speed inverter drive) 積鐵心回轉子를 가진 電動機보다는 危險이 적으며 또한 速度-토크特性이 2次抵抗이 큰 一般誘導電動機의 그것과 비슷한 경향을 갖기므로 thyristor에 의한 速度制御特性도 좋다.

一般的으로 回轉機는 G. Kron<sup>1)</sup>의 創案에 의한 等價回轉回路網을 써서 해석하는 方法과 電磁界理論의 觀點에서 學論되는 D. C. White and H. H. Woodson<sup>2)</sup>의 解法이 있다.

鐵塊回轉子는 아니나 渦電流通路를 가진 sheet rotor 型 誘導電動機의 解析에는 오래전부터 Koch<sup>3)</sup>, Blachford<sup>4)</sup>등 많은 學者들의 論文이 있고 鐵塊回轉子를 가진 터빈發電機의 非同期運轉의 解析에는 R. Jamieson<sup>5)</sup> 등의 많은 文獻이 있다.

本 論文에서는 앞에 소개한 여러 文獻을 參考로 하고 A. L. Cullen and T. H. Barton<sup>6)</sup>의 積層鐵心回轉子를 가진 誘導電動機를 多領域構造로 보아 maxwell의 方程式을 出發點으로 하여 토크를 算出하는 方法을 감안하였으나 文獻(6)의 方法은 積層回轉子에 대한 것이어서 이것이 鐵塊回轉子에는 適用될 수 없다.

本 研究의 目的은 籠型鋼棒을 홈에 插入한 鐵塊回轉子를 가진 誘導電動機를 多領域構造로 보고 電磁界理論의 觀點에서 토크를 解析하고 아울러 몇 가지 特性을 實驗을 通하여 究明하는데 있다.

### 2. 理論式의 誘導

#### 2-1 電動機의 解析用 model과 Maxwell 電磁方程式의 適用

本 研究의 對象이 되는 塊狀鐵心籠型回轉子를 가진

誘導電動機의 回轉力의 理論의 解析에 있어서는 그림 1과 같이 電動機를 平面으로 展開시킨 model을 擇하고 1次勵磁卷線의 電流分布를 current sheet로 取扱하였다.

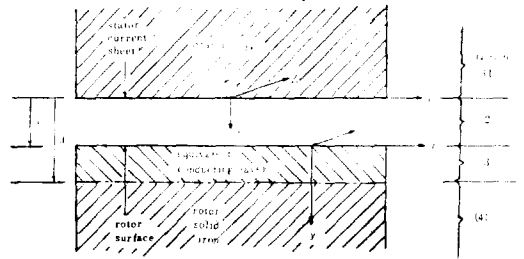


그림 1. 塊狀回轉子電動機의 모델  
Fig. 1. Model of solid iron motor

그림에서 直角座標  $x, y, z$ 는 固定子의 固定座標이며  $x', y', z'$ 는 回轉子의 移動座標이고,  $x, x'$ 는 電動機의 圓周方向,  $y, y'$ 는 각각 固定子 回轉子의 길이方向,  $Z, Z'$ 는 電動機의 軸方向이다.

그리고 固定子의 current sheet는 그림과 같이  $y=0$ 의  $x-z$ 平面에 存在하는 것으로 하였다.

또 그림 1에서 領域(1)은 固定子鐵心部分이고, 領域(2)는 current sheet와 回轉子表面間의 領域, 領域(3)은 回轉子 홈과 齒가 있는 等價導電層이며 이 領域에서의 比透磁率과 導電率의 값으로는 홈과 齒의 平均比透磁率과 平均導電率을 취하기로 하고 이들은 E. M. Freeman<sup>7)</sup>의 式에 따라 다음과 같이 정하였다.

平均 比透磁率의  $x$ 成分  
$$\mu'_{1x} = \mu' p_x / b_x + \mu' (p_x - b_x) \dots\dots\dots(1)$$

平均 比透磁率의  $y$ 成分  
$$\mu'_{1y} = \mu' \frac{b_x}{p_x} \dots\dots\dots(2)$$

平均 導電率  
$$k_1 = k_i \frac{b_x}{p_x} + k_c \frac{p_x - b_x}{d_x} \dots\dots\dots(3)$$

여기서  $\mu_1$ 와  $k_1$ 는 각각 齒의 比透磁率과 導電率  $k_c$ 는 銅의 導電率이고  $p_x$ 와  $b_x$ 는 각각 回轉子의 平均 齒幅과 平均齒齒이다. 그리고 領域(4)는 回轉子鐵塊部分이다.

이상과 같이 簡易化시킨 電動機 model에 Maxwell의 電磁方程式을 適用시켜 각 領域의 電磁界를 구하고 電動機의 發生토크를 算定할 수 있는 理論式을 誘導하기 위하여 다음의 假定을 둔다.

① 領域(1)의 比透磁率은 無限대이며 導電率은 零으로 본다.

② 磁界의 모든 高調波成分은 무시하며 漏洩磁束은 없다고 본다.

③ 全領域의 電磁界는 回轉子回轉方向에 따라 正弦波分佈를 하고 時間的으로 正弦波狀으로 變化한다고 본다.

이상의 假定下에서 解析의 出發點이 될 Maxwell의 電磁方程式은

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{i} \dots \dots \dots (4)$$

$$\text{div } \mathbf{i} = 0 \dots \dots \dots (5)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \dots \dots \dots (6)$$

$$\mathbf{i} = k \mathbf{E} \dots \dots \dots (7)$$

이며 領域 (1)과 (2)의 境界面( $y=0$ )에 있어서는 磁界  $\mathbf{H}$ 의  $x$ 成分이 무시되므로 "current sheet"의 位置에 있어서 電界와 磁束密度的 最大値  $E_x, B_x$ 사이에는

$$E_x = - \frac{\tau}{\pi} \omega_0 B_x \dots \dots \dots (8)$$

의 관계가 成立한다.

여기서  $\tau$ : 極間隔,  $\omega_0$ : 電源角周波數

2-2 각 領域의 電磁界

(1)  $-0 \geq y \geq -\infty$  되는 領域 (1)과  $+0 \leq y \leq b$  되는 領域 (2)에서는 導電率  $k=0$ 이므로 다음의 方程式이 成立 領域한다.

$$\text{rot } \mathbf{H} = 0, \text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \text{에 의하여}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \dots \dots \dots (9)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = j\omega_0 \mu H_y, \quad \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega \mu H_x \dots \dots (10)$$

(9)式과 (10)式에서

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = 0 \dots \dots \dots (11)$$

(2)  $b \leq y \leq d$  되는 領域 (3)과  $d \leq y < \infty$  되는 領域 (4)는 回轉子部分이고  $x', y', z'$ 와  $x, y, z$  사이에는

$$x = x' + \frac{\tau}{\pi} (1-s)\omega_0 t, \quad y = y', \quad z = z' \dots \dots (12)$$

의 관계가 있다. 여기서  $s$ 는 回轉子슬립이다.

이들 領域에서의 電界와 磁界를 각각  $E', H'$ 라 하면

$\text{rot } \mathbf{H}' = \mathbf{i}'$ 에서의 의하여

$$- \frac{\partial H'_y}{\partial z'} = i'_x \frac{\partial H'_y}{\partial x'} - \frac{\partial H'_x}{\partial y'} = i'_z \dots \dots (13)$$

$\text{rot } \mathbf{E}' = - \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t}$ 에 의하여

$$\frac{\partial E'_z}{\partial y'} = -j s \omega_0 \mu_x H'_x,$$

$$\frac{\partial E'_x}{\partial x'} - \frac{\partial E'_z}{\partial z'} = j s \omega_0 \mu_y H'_y \dots \dots \dots (14)$$

$\text{div } \mathbf{i}' = 0$ 에 의하여

$$\frac{\partial E'_x}{\partial x'} + \frac{\partial E'_z}{\partial z'} = 0 \dots \dots \dots (15)$$

(13), (14), (15)式에서

$$\frac{\mu_x}{\mu_y} \frac{\partial^2 E'_z}{\partial x'^2} + \frac{\mu_x}{\mu_y} \frac{\partial^2 E'_z}{\partial z'^2} + \frac{\partial^2 E'_x}{\partial y'^2} = j s \omega_0 \mu_x \kappa E'_x \dots \dots \dots (16)$$

(3) 電動機 model의 모든 領域에 있어서 電界  $\mathbf{E}$ 는  $\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{E} e^{j(\omega_0 t - \pi/\tau x)}$ 와 같이 空間과 時間的으로 正弦波變化를 하는 函數로 표시할 수 있으므로 方程式 (11)과 (16)의 解는 다음과 같다.

(i) (11)式의 解

電界의  $Z$ 成分  $\dot{E}_z = \dot{E}(y) e^{j(\omega_0 t - \pi/\tau x)}$ 라 놓으면 (11)

式의 一般解는

$$\dot{E}_z = (C_0 e^{\gamma y} + D_0 e^{-\gamma y}) e^{j(\omega_0 t - \pi/\tau x)} \dots \dots \dots (17)$$

가 된다. 여기서  $\gamma = \frac{\pi}{\tau}$

따라서 領域 (2)의 電界를  $\dot{E}_{0z}$ 라 하면

$$\dot{E}_{0z} = (C_0 e^{\gamma y} + D_0 e^{-\gamma y}) e^{j(\omega_0 t - \pi/\tau x)} \dots \dots \dots (18)$$

여기서  $+0 \leq y \leq b$

이고,  $C_0, D_0$ 는 境界條件에 의하여 決定될 積分常數이다.

(ii) (16)式의 解

回轉子領域의 電界  $\mathbf{E}'$ 의  $Z$ 成分  $\dot{E}'_z$ 는

$$\dot{E}'_z = \dot{E}(y', z') e^{j\omega_0 t - \pi/\tau x}$$

라 놓을 수 있으므로 (16)式은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\mu_x}{\mu_y} \frac{\partial^2 E(y', z')}{\partial z'^2} + \frac{\partial^2 E(y', z')}{\partial y'^2} - \left( \frac{\pi^2}{\tau^2} \frac{\mu_x}{\mu_y} + j s \omega_0 \mu_x \kappa \right) E(y', z') = 0 \dots \dots (19)$$

여기서  $E(y', z') = E(y') E(z')$ 라 놓으면 (19)式에서 다음의 (20), (21)式을 얻는다.

$$\frac{d^2 E(z')}{dz'^2} - \frac{\mu_y}{\mu_x} k^2 E(z') = 0 \dots \dots \dots (20)$$

$$\frac{d^2 E(y')}{dy'^2} - \lambda^2 E(y') = 0 \dots \dots \dots (21)$$

$$\text{단 } \lambda^2 = \frac{\mu_x}{\mu_y} \frac{\pi^2}{\tau^2} + j s \omega_0 \mu_x \kappa - k^2 \tau$$

그런데  $E(z')$ 는  $z'=0$ 에 대하여 대칭이므로 (20)式의 解는

$$E(z') = D' \cosh k' \tau z' \dots \dots \dots (22)$$

$$\text{단 } k' \tau = \left( \frac{\mu_y}{\mu_x} \right)^{1/2} \cdot k \tau$$

가 되고 回轉子の 軸方向길이를  $2l$ 이라 하면  $z' = \pm l$ 에서  $E(z') = 0$ 이고  $D' \neq 0$ 이므로  $\cosh k' \tau l = 0$  이어야 한다.

따라서

$$k' \tau l = j \frac{\pi}{2} \dots \dots \dots (23)$$

그러므로

$$k^2 \tau = - \frac{\mu_x}{\mu_y} \frac{\pi^2}{4l^2} \dots \dots \dots (24)$$

$$\lambda^2 = \frac{\mu_x}{\mu_y} \left( \frac{\pi^2}{\tau^2} + \frac{\pi^2}{4l^2} \right) + js\omega_0\mu_x\kappa \quad \dots\dots\dots(25)$$

또한 (21)식의 해는

$$E(y') = C_1' e^{\lambda_1 y'} + D_1' e^{-\lambda_1 y'} \quad \dots\dots\dots(26)$$

결국 (16)식의 해는

$$E'_x = (C_1' e^{\lambda_1 y'} + D_1' e^{-\lambda_1 y'}) \cosh k_1' z' e^{j(\omega_0 t - \pi/\tau + \lambda_1 y')} \quad (27)$$

따라서領域 (3), (4)의電界를 각각  $E'_{1x}$ ,  $E'_{2x}$ 라 하면

$$E'_{1x} = (C_1 e^{\lambda_1 y'} + D_1 e^{-\lambda_1 y'}) \cosh k_1' z' e^{j(\omega_0 t - \pi/\tau + \lambda_1 y')} \quad (28)$$

$y' = \infty$ 에서  $E'_{2x}$ 는 零이므로

$$E'_{2x} = D_2 e^{-\lambda_2 y'} \cosh k_2' z' e^{j(\omega_0 t - \pi/\tau + \lambda_2 y')} \quad \dots\dots\dots(29)$$

단,

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1^2 &= \frac{\mu_{1x}}{\mu_{1y}} \left( \frac{\pi^2}{\tau^2} + \frac{\pi^2}{4l^2} + js\omega_0\mu_{1x}\kappa_1 \right) \\ \lambda_2^2 &= \frac{\mu_{2x}}{\mu_{2y}} \left( \frac{\pi^2}{\tau^2} + \frac{\pi^2}{4l^2} + js\omega_0\mu_{2x}\kappa_2 \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(30)$$

### (4) 境界條件과 積分常數의 決定

積分常數를 決定하기 위하여는  $y=0$  즉 current sheet의 位置에서 電界의 最大值가  $E_x$ 라는 것과 각領域 (2), (3), (4)의 境界 즉  $y=b, d$ 에 있어서 磁束密度의 連續性과 磁界의  $x$ 成分이 같다는 條件을 適用시키면 된다. 境界條件式은 다음과 같다.

$y=0$ 에서

$$\begin{aligned} E_{0x} &= (C_0 e^{\gamma y} + D_0 e^{-\gamma y}) e^{j(\omega_0 t - \pi/\tau + \gamma y)} \\ &= E_x e^{j(\omega_0 t - \pi/\tau + \gamma y)} \quad \dots\dots\dots(31) \end{aligned}$$

$y=b$ 에서

$$s \left( \frac{\partial E_{0x}}{\partial x} \right) = \frac{\partial E'_{1x}}{\partial x'} - \frac{\partial E'_1}{\partial z'} \quad \dots\dots\dots(32)$$

$$s \left( \frac{\partial E_{0x}}{\partial y} \right) = \frac{1}{\mu'_{1x}} \frac{\partial E'_{1x}}{\partial y'} \quad \dots\dots\dots(33)$$

$y=d$ 에서

$$\frac{\partial E'_{1x}}{\partial x'} - \frac{\partial E'_{1x}}{\partial z'} = \frac{\partial E'_{2x}}{\partial x'} - \frac{\partial E'_{2x}}{\partial z'} \quad \dots\dots\dots(34)$$

$$\frac{1}{\mu'_{1x}} \left( \frac{\partial E'_{1x}}{\partial y'} \right) = \frac{1}{\mu'_{2x}} \left( \frac{\partial E'_{2x}}{\partial y'} \right) \quad \dots\dots\dots(35)$$

(31)~(35) 式으로 부터 다음과 같은 聯立方式을 얻는다.

$$\left. \begin{aligned} C_0 + D_0 &= E_x \\ C_0 s e^{\gamma b} + D_0 s e^{-\gamma b} &= C_1 \beta_1 e^{\lambda_1 b} - D_1 \beta_1 e^{-\lambda_1 b} \\ C_0 s \gamma e^{\gamma b} - D_0 s \gamma e^{-\gamma b} &= C_1 \frac{\lambda_1}{\mu'_{1x}} e^{\lambda_1 b} - D_1 \frac{\lambda_1}{\mu'_{1x}} e^{-\lambda_1 b} \\ C_1 e^{\lambda_1 b} + D_1 e^{-\lambda_1 b} &= D_2 e^{-\lambda_2 d} \\ C_1 \frac{\lambda_1}{\mu'_{1x}} e^{\lambda_1 b} - D_1 \frac{\lambda_1}{\mu'_{1x}} e^{-\lambda_1 b} &= -D_2 \frac{\lambda_2}{\mu'_{2x}} e^{-\lambda_2 d} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(36)$$

$$\text{여기서 } \beta = \left( 1 + \frac{\tau^2}{4l^2} \right)$$

(36)式에서

$$C_1 = -\frac{2E_x}{\Delta} s^2 \gamma (1 - z_0) e^{-\lambda_1 d} \quad \dots\dots\dots(37)$$

$$D_1 = \frac{2E_x}{\Delta} s^2 \gamma (1 + z_0) e^{\lambda_1 d} \quad \dots\dots\dots(38)$$

$$D_2 = \frac{4E_x}{\Delta} s^2 \gamma z_0 e^{\lambda_2 d} \quad \dots\dots\dots(39)$$

여기서

$$z_0 = \frac{\lambda_1 \mu'_{2x}}{\lambda_2 \mu'_{1x}} \quad \dots\dots\dots(40)$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 4s \left\{ \sinh \gamma b \frac{\lambda_1}{\mu'_{1x}} (\cosh \lambda_1 d_1 + z_0 \sinh \lambda_1 d_1) \right. \\ &\quad \left. + \beta \gamma \cosh \gamma b (\sinh \lambda_1 d_1 + z_0 \cosh \lambda_1 d_1) \right\} \quad \dots\dots\dots(41) \end{aligned}$$

따라서領域 (3)과 (4)의電界는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} E'_{1x} &= s \gamma E_x \frac{(\sinh \lambda_1 (d - y) + z_0 \cosh \lambda_1 (d - y))}{\sinh \gamma b \frac{\lambda_1}{\mu'_{1x}} (\cosh \lambda_1 d_1 + z_0 \sinh \lambda_1 d_1)} \\ &\quad \cdot \frac{\cosh k_1' z' e^{j(\omega_0 t - \pi/\tau + \lambda_1 y')}}{+ \beta \gamma \cosh \gamma b (\sinh \lambda_1 d_1 + z_0 \cosh \lambda_1 d_1)} \quad \dots\dots\dots(42) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E'_{2x} &= s \gamma E_x \frac{z_0 e^{-\lambda_2 (y - d)} \cosh k_2' z'}{\sinh \gamma b \frac{\lambda_1}{\mu'_{1x}} (\cosh \lambda_1 d_1 + z_0 \sinh \lambda_1 d_1)} \\ &\quad \cdot \frac{e^{j(\omega_0 t - \pi/\tau + \lambda_2 y')}}{+ \beta \gamma \cosh \gamma b (\sinh \lambda_1 d_1 + z_0 \cosh \lambda_1 d_1)} \quad \dots\dots\dots(43) \end{aligned}$$

여기서  $d_1 = d - bc$ 이며 等價導電層의 두께를 표시한다.

### 2-3 電動機의 發生토오크

(1) 回轉子에 발생하는 힘

回轉力을 發生하는 힘은 각각  $b \leq y \leq d, d \leq y < \infty$  되는領域 (3), (4)에서  $z$ 軸成分電流  $i'_z$ 와  $y$ 軸成分磁束  $B'_y$ 에 의하여 決定되므로 回轉子 單位容積當  $x$ 軸方向發生力의 時間에 관한 平均値를  $f_x$ 라 할 때

$$f_x = R_c \left[ -\frac{1}{2} i'_z B'_y \right] \quad \dots\dots\dots(44)$$

이다. 그런데  $i'_z = \kappa E'_z$ 이고  $B'_y$ 는 (14), (15)式에 의하여

$$\begin{aligned} B'_y &= -j \frac{1}{s\omega_0} \left( \frac{\partial E'_z}{\partial x'} + j \frac{\tau}{\pi} \frac{\partial^2 E'_z}{\partial z'^2} \right) \\ &= -\frac{1}{s\omega_0} \frac{\pi}{\tau} \left( 1 - \frac{\tau^2}{4l^2} \right) E'_z \quad \dots\dots\dots(45) \end{aligned}$$

그러므로領域 (3)과 (4)에 있어서의 單位容積當 平均發生力을 각각  $f_{1x}, f_{2x}$ 라 하면

$$f_{1x} = \frac{1}{2s\omega_0} \frac{\pi}{\tau} \kappa_1 \left( 1 + \frac{\tau^2}{4l^2} \right) E'_{1x} \cdot \bar{E}'_{1x}$$

$$f_{2x} = \frac{1}{2s\omega_0} \frac{\pi}{\tau} \kappa_2 \left( 1 + \frac{\tau^2}{4l^2} \right) E'_{2x} \cdot \bar{E}'_{2x}$$

여기서  $\kappa_1, \kappa_2$ 는 각각領域 (3), (4)의 導電率이다. (46), (47)式에 (42), (43)式을 代入하면

$$f_{1x} = \frac{G_1 E_4^2 \left| \sinh \lambda_1 (d-y) + z_0 \cosh \lambda_1 (d-y) \right|^2}{\left| \sinh \gamma b - \frac{\lambda_1}{\mu'_{1x}} (\cosh \lambda_1 d_7 + z_0 \sinh \lambda_1 d_7) \right| \cosh^2 k' \gamma z'} \dots (48)$$

$$+ \beta \gamma \cosh \gamma b (\sinh \lambda_1 d_7 + z_0 \cosh \lambda_1 d_7)^2$$

$$f_{2x} = \frac{G_2 E_4^2 z_0^2 \left| e^{-\lambda_2 (y-d)} \right|}{\left| \sinh \gamma b - \frac{\lambda_1}{\mu'_{1x}} (\cosh \lambda_1 d_7 + z_0 \sinh \lambda_1 d_7) \right| \cosh^2 k' \gamma z'} \dots (49)$$

$$+ \beta \gamma \cosh \gamma b (\sinh \lambda_1 d_7 + z_0 \cosh \lambda_1 d_7)^2$$

와 같이 되며, 여기서

$$G_1 = \frac{1}{2\omega_0} \cdot \frac{\pi}{\tau} \kappa_1 \left( 1 + \frac{\tau^2}{4l^2} \right) r^2 s \dots (50)$$

$$G_2 = \frac{1}{2\omega_0} \cdot \frac{\pi}{\tau} \kappa_2 \left( 1 + \frac{\tau^2}{4l^2} \right) r^2 s$$

이다.

(2) 토오크의 理論式

(48), (49)式에 의하여 回轉子單位體積當 발생하는 힘 이 決定되므로 回轉子에서 x軸方向 單位길이 이 마다 발생하는 힘  $F_{1x}, F_{2x}$ 는 다음과 같이 된다.

$$F_{1x} = 2 \int_b^d \int_0^l f_{1x} dz' dy' \dots (51)$$

$$F_{2x} = 2 \int_d^{\infty} \int_0^l f_{2x} dz' dy' \dots (52)$$

따라서 領域 (3), (4)의 回轉子 平均半徑을 각각  $\rho_{1r}, \rho_{2r}$ 라 하면 全發生토오크  $T$ 는

$$T = 2\pi(\rho_{1r}^2 F_{1x} + \rho_{2r}^2 F_{2x}) \dots (53)$$

가 된다.

그러나 좀더 實用的인 토오크計算式으로 簡易化시키 기 위하여 다음과 같은 近似條件을 적용하기로 한다.

$$\left. \begin{aligned} \sinh \gamma b &\approx \gamma b, & \cosh \gamma b &\approx 1 \\ \lambda_1 &\approx \alpha_1(1+j) & \alpha_1 &= \sqrt{\frac{s\omega_0 \mu_0 \mu'_{1x} \kappa_1}{2}} \\ \lambda_2 &\approx \alpha_2(1+j) & \alpha_2 &= \sqrt{\frac{s\omega_0 \mu_0 \mu'_{2x} \kappa_2}{2}} \end{aligned} \right\} \dots (54)$$

이므로 (48), (49)식의 分母를  $\Delta J$ 라 놓으면

$$\Delta J = \gamma^2 \left| \frac{b}{\mu'_{1x}} \alpha_1 (\cos \alpha_1 d_7 + z_0 \sinh \alpha_1 d_7) + \beta (\sinh \alpha_1 d_7 + z_0 \cosh \alpha_1 d_7) \right|^2$$

$$= \frac{1}{2} \gamma^2 \left\{ \eta_1 (\cosh 2\alpha_1 d_7 + \cos 2\alpha_1 d_7) + \eta_2 (\cosh 2\alpha_1 d_7 - \cos 2\alpha_1 d_7) + 2\eta_3 \sinh 2\alpha_1 d_7 + 2\eta_4 \sin 2\alpha_1 d_7 \right\} \dots (55)$$

와 같이 된다.

$$\text{여기서 } \eta = \frac{b}{\mu'_{1x}} \text{이며}$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \beta^2 z_0^2 + 2\gamma \beta^2 z_0 \alpha_1 + 2\gamma^2 \alpha_1^2 \\ \eta_2 &= \beta^2 + 2\gamma z_0 \beta \alpha_1 + 2\gamma^2 z_0^2 \alpha_1^2 \\ \eta_3 &= \beta^2 z_0 + (\gamma z_0^2 \beta + \eta \beta) \alpha_1 + 2\gamma^2 z_0 \alpha_1^2 \\ \eta_4 &= (\gamma \beta - \eta z_0^2 \beta) \alpha_1 \end{aligned} \right\} \dots (56)$$

또한 (48), (49)式의 分子는 다음과 같이 된다.

$$\left| \sinh \lambda_1 (d-y) + z_0 \cosh \lambda_1 (d-y) \right|^2 \cosh^2 k' \gamma z'$$

$$= \frac{1}{4} \left\{ 1 + z_0^2 \right\} \cosh 2\alpha_1 (d-y) + (z_0^2 - 1) \cos 2\alpha_1 (d-y) + 2z_0 \sinh 2\alpha_1 (d-y) \left\{ 1 + \cos \frac{\pi}{l} z' \right\} \dots (57)$$

$$\left| e^{-\lambda_2 (y-d)} \cosh k' \gamma z' \right|^2 = \frac{1}{2} e^{-2\alpha_2 (y-d)} \left( 1 + \cos \frac{\pi}{l} z' \right) \dots (58)$$

따라서 (55), (57), (58)式을 (48), (49)式에 代入 하고 (51), (52)式의 積分을 시행하면  $F_{1x}, F_{2x}$ 는 다음과 같이 된다.

$$F_{1x} = -\frac{\kappa_1 \tau}{2\pi} \omega_0 \left( 1 + \frac{\tau^2}{4l^2} \right) B^2 s \cdot \frac{1}{2} l \cdot \frac{s}{\alpha_1} \cdot \frac{(1+z_0^2) \sinh 2\alpha_1 d_7 + (z_0^2-1)}{[\eta_1 (\cosh 2\alpha_1 d_7 + \cos 2\alpha_1 d_7) - \eta_2 (\cosh 2\alpha_1 d_7 - \cos 2\alpha_1 d_7) + 2\eta_3 \sinh 2\alpha_1 d_7 + 2\eta_4 \sin 2\alpha_1 d_7]} \dots (59)$$

$$F_{2x} = -\frac{\kappa_2 \tau}{2\pi} \omega_0 \left( 1 + \frac{\tau^2}{4l^2} \right) B^2 s l \frac{s}{\alpha_2} \cdot \frac{z_0^2}{\left[ \eta_1 (\cosh 2\alpha_1 d_7 + \cos 2\alpha_1 d_7) - \eta_2 (\cosh 2\alpha_1 d_7 - \cos 2\alpha_1 d_7) - 2\eta_3 \sinh 2\alpha_1 d_7 + 2\eta_4 \sin 2\alpha_1 d_7 \right]} \dots (60)$$

결국 (59), (60) 및 (53)式에 의하여 塊狀回轉子를 가진 籠型誘導電動機의 發生토오크를 구할 수 있다.

回轉子銅棒을 除外한 回轉子鐵部分만의 토오크는 等價導電層 즉 領域 (3)의 平均導電率  $\kappa_1$ 의 값을  $\kappa'_1 = \frac{b_s}{b_s} \kappa_1$  ((3)式에서  $\kappa_c = 0$ 이므로)로 하고 같은 式에서 구하면 된다.

3. 토오크의 計算値와 實測値

本 研究實驗을 위하여 製作된 電動機는 3相, 0.75 [KW], 220[V], 4極, 60[Hz]의 籠型誘導電動機로서 回轉子鐵心이 鋼塊로 되어 있으며 그림 2와 같이 固定子 外徑 및 內徑은 각각 150mm $\phi$ , 95mm $\phi$ 이고 回轉子 外徑과 內徑은 94mm $\phi$ , 28mm $\phi$ 이며 鐵心の 軸方向 길이는 70mm이다.

이 試驗用電動機의 토오크算定을 위한 諸 치수 및 定數는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu'_{1x} &= 2.6, & \mu'_{2x} &= 800 \\ \kappa_1 &= 2.6 \times 10^6 [\Omega/m] & \kappa_2 &= 6.5 \times 10^6 [\Omega/m] \\ \kappa'_1 &= 3.1 \times 10^6 [\Omega/m] & \tau &= 74.6 \times 10^{-3} [m] \\ l &= 35 \times 10^{-3} [m] & b &= 15.05 \times 10^{-3} [m] \\ \rho_{1r} &= 40.5 \times 10^{-3} [m] & \rho_{2r} &= 24 \times 10^{-3} [m] \\ d_7 &= 13 \times 10^{-3} [m] & B_s &= 0.5 [\text{Wb/m}^2] \end{aligned}$$

이상의 값을 넣어 算定한 토오르크-슬립曲線은 그림과 같으며, 이 그림에서 曲線 ①은 回轉子홀에 籠型導體가 들어 있는 경우의 토오르크-슬립特性曲線이고, 曲線 ②는 導體가 없는 경우의 토오르크-슬립特性曲線이다.

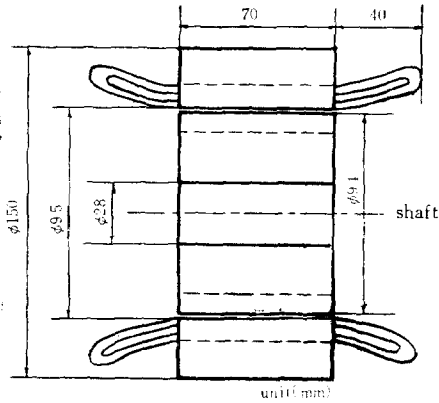


그림 2. 단 면  
Fig. 2. sectional view

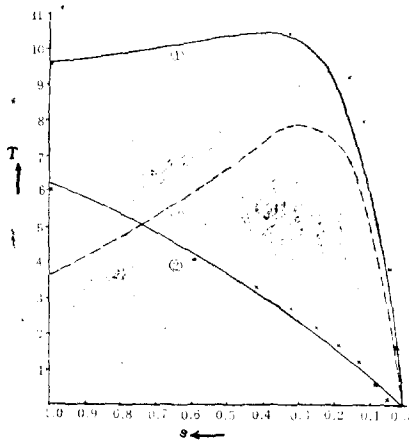


그림 3. 토오르크-슬립 특성  
Fig. 3. torque-slip characteristics

- 곡 선 ① : 回轉子銅棒 있는 것
- 곡 선 ② : 回轉子銅棒 없는 것
- 곡 선 ③ : 銅棒만
- ××× 實驗值
- curve ① : with rotor bars
- curve ② : without rotor bars
- curve ③ : bar only
- ××× : test point

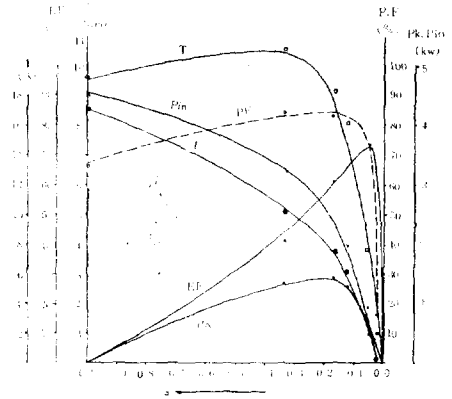


그림 4.  
PF : 力 率 }  
I : 入力電流 } 一 슬립 특성  
Pin : 入力電力 } (回轉子銅棒 있는 것)  
T : 토 오 르 크  
EF : 効 率  
P<sub>K</sub> : 出 力

Fig. 4.  
PF : power factor }  
I : in put current } slip Characteristics  
Pin : in put power } with rotor bars  
T : torque  
EF : efficiency  
P<sub>K</sub> : out put power

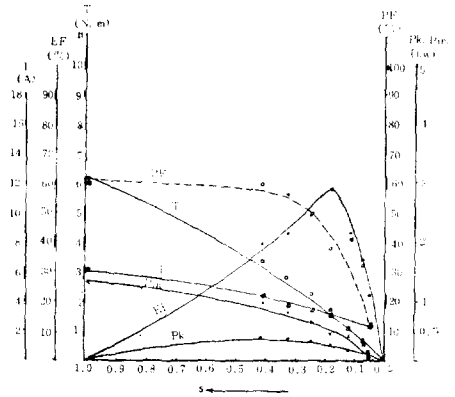


그림 5.  
pF : 力 率 }  
I : 入力電流 } 一 슬립 특성  
Pin : 入力電力 } (回轉子銅棒 없는 것)  
T : 토 오 르 크  
EF : 効 率  
P<sub>K</sub> : 出 力

Fig. 5.  
pF : power factor }  
I : input current } slip characteristics  
Pin : in put power } without rotor bars.  
T : torque  
EF : efficiency  
P<sub>K</sub> : out put power

이 그림에, 計算值와의 大體의인 比較를 위하여 實測值도 함께 표시하였다. 曲線 ③은 曲線 ①에서 曲線 ②를 뺀 토오르크曲線이며 이것은 籠型導體만의 토오르크曲線이 될 것이다.

4. 諸特性的 實驗的 考察

試驗機의 銅塊回轉子에 籠型卷線이 있는 경우와 없는 경우에 있어서 토오르크 및 入力, 入力電流, 力率, 効率, 出力의 對速度特性的 實測結果는 그림 4.5와 같다.

그림 4.5에서 각각  $T$ 는 토오르크,  $PF$ 는 力率,  $p_{in}$ 은 入力,  $I$ 는 入力電流,  $EF$ 는 効率,  $P_K$ 는 出力의 對速度特性曲線이다.

그림 4에서 알 수 있는 바와 같이 塊狀回轉子籠型誘導電動機의 特性은 2次 抵抗이 크게 設計된 積層回轉子를 가진 籠型誘導電動機의 特性과 類似한 것이 되었으며, 回轉子에 籠型卷線이 없는 電動機의 特性은 近似的으로 홈이 없는 smoothed solid iron rotor를 가진 誘導電動機의 特性이라고 보아도 된다.

本 電動機의 効率は 앞서서도 밝힌 바와 같이 0.75 [KW], 220[V], 60[Hz], 3相籠型의 積鐵心回轉子를 가진 誘導電動機의 全負荷効率에 比較하면 떨어져서 그림 4에서 그 값은 대략 71[%]정도이다.

이것은 回轉子鐵心이 塊狀이므로 이 部分에, 흐르는 渦流에 의한 損失이 생기기 때문이다. 그러나 最大効率は 72[%]정도가 되므로 本 試作機는 最大効率點 附近에서 全負荷運轉이 可能하다.

5. 結 論

(1) 銅塊回轉子를 가진 3相籠型誘導電動機의 回轉子齒와 홈部分을 平均導電率과 方向性 平均透磁率을 갖는 單一等價導體層으로 간주함으로써 回轉子를 純銅塊 繼鐵部分과 더불어 2重層構造로 보고 電磁界理論을 적용하여 發生토오르크의 算定式을 誘導하였고,

(2) 토오르크를 위시한 1차電流, 入力, 力率, 出力, 効率의 速度特性을 實測하여 考察하였으며,

(3) 實測結果에서 諸特性算定の 基本이 되는 토오르크

算定式의 妥當性이 立證되었다.

(4) 一般的으로 塊狀回轉子電動機는 効率は 떨어져서 起動토오르크가 크고, 토오르크-速度曲線의 모양이 2次抵抗이 큰 誘導電動機의 特性과 비슷하므로 큰 起動 토오르크를 必要로 하거나 넓은 速度制御를 必要로 하는 用途에 적합함이 本研究에서 確認되었다.

參 考 文 獻

- 1) G. Kron: "The Application of Tensor to the Analysis of Rotating Electric Machinery" G. E. Review Vol 36. 1935.
- 2) D. C. White and H. H. Woodson: "Electromechanical Energy Conversion" John Wiley and Sons(book) 1959.
- 3) Koch W. H: "Equivalent Circuit with Transformer Element for Eddy current Rotor Induction motors derived from Field Equations" I. E. E. Trans.(Power Apparatus and Systems) pp. 567~575 Vol. 84. 1964.
- 4) Blachford C. W.: "Induction Cup parameters from Electromagnetic Field Theory and Experimental Analysis" I. E. E. Trans(power apparatus and Systems) pp. 1089~1093 Vol 84 1965.
- 5) R. Jamieson: "Effects of slots on eddy current in solid Iron Rotors" Proc. I. E. E Vol. 115 No. 6. June 1968.
- 6) A. L. Cullen and T. H. Barton: "A Simplified Electromagnetic Theory of the Induction motor using the concept of waveImpedance" Proc, I. E. E., Vol. 105 No. 8, September 1958
- 7) E. M. Freeman: "Travelling Waves in induction machines Input impedance and equivalent circuits" Proc. I. E. E Vol 115 No. 12 December 1968.

附 錄

試作機(回轉子 銅棒있음)의 速度-토오르크特性計算值(FACOM 230-10 FORTRAN 810PV-6, L-E)

슬립 S	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
T	5.70	8.96	10.20	10.45	10.35	10.17	10.02	9.91	9.85	9.83

試作機(回轉子 銅棒없음)의 速度-토오르크特性計算值(FACOM 230-10 FORTRAN 810 PV-6, L-E)

슬립 S	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
T	0.80	1.54	2.25	2.93	3.57	4.17	4.74	5.26	5.74	6.19

試作機(回轉子銅棒 있음)의 諸特性 實驗值

相電壓 (V)	電流(A) I	入力(KW) Pin	力率(%) PF	回轉數 (r. p. m)	슬립 S	토크 (N-m) T	出力(KW) Pk	効率(%) EF
127	2	0.195	26	1750	0.027	0.17	0.031	16
"	3.2	0.930	76	1700	0.055	3.84	0.683	73
"	6.2	1.980	84	1570	0.127	8.02	1.304	66
"	7.5	2.370	83	1500	0.17	9.15	1.437	61
"	10.1	3.240	84	1200	0.33	10.51	1.320	41
"	17	4.500	66	0	1	9.6	0	0

試作機(回轉子 銅棒없음)의 諸特性 實驗值

相電壓 (V)	電流(A) I	入力(KW) Pin	力率(%) PF	回轉數 (r. p. m)	슬립 S	토크 (N-m) T	出力(KW) Pk	効率(%) EF
127	2.25	0.09	11	1700	0.055	0.11	0.0196	22
"	2.45	0.3	32	1660	0.077	0.57	0.0991	33
"	2.75	0.428	41	1570	0.127	1.13	0.1857	43
"	3.1	0.450	38	1460	0.188	1.70	0.2598	58
"	3.45	0.645	49	1350	0.25	2.26	0.3194	49
"	3.85	0.825	56	1205	0.33	2.83	0.357	43
"	4.25	0.960	59	1050	0.415	3.39	0.373	39
"	6	1.395	61	0	1	6.0	0	0