

移動標的에 對한 的中確率

(Hitting Probability on the Moving Target)

陸軍少領 吳 炯 在[†]

Abstract

U.S. Air Force Regulation 80—1 defines that a weapon system is composed of equipments, skills, and techniques, the composite of which forms an instrument of combat. The complete weapon system includes all related facilities, equipments, materials, services, and personnels required for the operation of the system, so that the instrument of combat can be considered as a self-sufficient unit of striking power in its intended operational environment.

Effectiveness of a weapon system can be expressed as a function of its liability, reliability and performance capability. Among these attributes which influence the weapon effectiveness, performance capability is considered to be the most critical factor for many weapon systems.

In order to illustrate the application of the methodology of performance capability, a specific case study on the effectiveness of Vulcan anti-air craft gun system is presented with special emphasis on hitting probability on moving targets, effects of artificial rounds dispersion, and several principles related to the deployment of the system.

This thesis includes the thorough survey of the possibility of calculating the absolute value of hitting probability on moving targets, indicates that the effects of artificial rounds dispersion increase the value of probability only when the total number of rounds fired within fire range exceeds a certain critical number, and suggests that concentrated guns deployment is better than scattered deployment in order to obtain higher probability and lower average amount of rounds if it is assumed that the effects of counter-attack from enemy threats are not serious.

1. 序 論

固定標的에 대한 彈丸의 的中確率(Hitting Probability) 理論이 移動標的에 適用될 때에는 몇가지 문제점이 있다. 그 중의 하나는 照準誤差(Aiming Error)가 확률에 미치는 영향이다. 물론 固定標的에 대해서도 이 효과를 고

려하지 않은 것은 아니지만 固定標的에 대해서는 照準誤差에 대한 定量的 表現이 移動標的에 비해 다소 “쉬운” 편이다.

移動標的中에는 移動中인 徒步部隊와 같이 그 速度를 거의 무시할 수 있는 것이 있고 機動中인 敵戰車나 航空機等과 같이 高射砲나 野砲等이 볼 때 그 速度를 決코 무시할 수 없는 標的이 있다.

本論文은 後者의 경우를 중심으로 理論을

[†] 陸軍本部

展開한 後 이 모델을 對空火器에 應用코자 한다.

이 된다.(그림-1 參照)

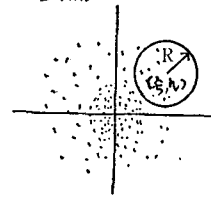


그림-1

2. 固定標의에 對한 多數彈丸의 中確率 公式

가. 單一彈丸의 中確率 公式

이는 널리 알려진 公式으로서 彈丸이 標의을 맞출 確率은 正規分布를 따른다고 보는데서 유도된다.

즉 二變動函數인 正規分布의 確率密度函數 $f(x, y)$ 를

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y(1-\rho^2)} \exp \left\{ -\frac{2}{(1-\rho^2)} \left\{ \left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x} \right)^2 - 2\rho \left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x} \right) \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y} \right) + \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \right\} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

로 놓고 變數 x 와 y 가 統計的으로 獨立이라 하면 $\rho=0$ 이 되고 標的이 半徑 R 인 圓形이라 하고 標的의 中心點이 原點이라 하면 脆弱面點(Vulnerable Area)이 A_v 인 標的을 맞출 確率 $P_r(A_v)$ 는

$$P_r(A_v) = \iint_{x^2+y^2 \leq R^2} \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp \left\{ -\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2} \right) \right\} dx dy \dots\dots\dots(2)$$

(2)를 極座標로 바꾸고 $\sigma_x=\sigma_y=\sigma$ 로 假定하면

$$P_r(A_v) = 1 - e^{-\frac{R^2}{2\sigma^2}}, \quad R: \text{標的의 半徑} \dots\dots(3)$$

을 얻는다.

(3)에서 $A_v = \pi R^2$ 으로 놓으면,

$$P_r(A_v) = 1 - \exp \left(-\frac{A_v}{2\pi\sigma^2} \right) \dots\dots\dots(4)$$

이 된다. 이를 P_{ss} (Single Shot Hitting Probability)라고 表示하기도 한다.

나. 照準誤差를 고려한 單一彈丸의 中確率 公式

만일 標的은 第1象限에 있는데 原點에 있는 것으로 잘못 알고 照準했다면 式은 다음과 같

$$(P_{ss})_{at(\xi, \eta)} = \iint_{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2 \leq R^2} \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2} \right) dx dy \dots\dots\dots(5)$$

(5)는 풀기가 어려우므로 이를 위해 다음과 같은 假定을 둔다⁽¹⁾. 即

(1) 砲에서 發射된 彈丸은 半徑 R 을 가진 圓內에 圓筒型으로 擴散된다.

(2) 照準誤差는 標的의 中心으로부터 正規分布한다.

(3) R 은 A_v 에 比하여 매우 크다.

그러면 假定 (1), (2), (3)으로부터 半徑 R 을 갖는 圓筒型안에서 標的을 맞출 確率은 이 안에 標的이 들어올 確率에, 一但 標的이 들어왔을 경우 이를 맞출 確率과의 積(product)으로 表示될 것이므로

$$P_r(\text{hit in circle } R) \cdot P_r(\text{hit at target/hit in } R) = \left(\frac{1}{2\pi j^2} \iint_{\text{circle } R} \exp \left(-\frac{x^2+y^2}{2j^2} \right) dx dy \right) \cdot \left(\frac{A_v}{\pi R^2} \right) = \left(1 - \exp \left(-\frac{R^2}{2j^2} \right) \right) \left(\frac{A_v}{\pi R^2} \right) \dots\dots\dots(6)$$

但, j 는 標的의 中心으로부터 正規分布하는 照準誤差의 標準偏差임.

와 같이 표시될 것이다.

다. 照準誤差를 고려한 多數彈丸의 中確率 公式

만일 發射된 彈丸이 多量인 경우 (6)은

$$1 - \left(1 - \frac{A_v}{\pi R^2} \right)^N = 1 - \exp \left(-\frac{A_v}{\pi R^2} \right)$$

(1) Merritt & King "Calculation of Engagement Kill Probability when the Aiming Errors of the Rounds Fired in the Engagement Area not independent March 1955 (Presented at Second Fire Control Conference)

但, $A_v \ll \pi R^2$

와 같이 近似的으로 표시되고

P_e (Probability of Engagement Kill)는

$$P_e = \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2j^2}\right) \right\} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{NA_v}{\pi R^2}\right) \right\} \dots\dots\dots(7)$$

와 같이 된다.

3. 移動標의에 對한 多數彈丸 的中 確率

(7)은 固定標의인 경우의 公式이므로 이것을 移動標의인 경우로 바꾸어 보면 每 發數나 다 j 와 R 가 달라질 것이므로

$$P_e = 1 - \prod_{i=1}^N \{1 - (P_e)_i\} \dots\dots\dots(8)$$

$$\text{但, } (P_e)_i = \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{R_i^2}{2j_i^2}\right) \right\} \cdot \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{A_v}{\pi R_i^2}\right) \right\}$$

이 된다. 그러므로 (8)에서 R_i 와 j_i 를 어떻게 推定해 내느냐가 本 論文의 主要課題이다.

1956年度 RAND의 한 報告書를 보면 彈丸이 砲口를 떠나 正規分布로 擴散될 때 發生되는 標準偏差를, 對空火器의 境遇 다음과 같이 式을 유도하였다.

• Radar 統制 體系의 경우

$$S_i^2 = (0.05 V_i)^2 + \frac{(2.60)^2}{1000} + (10t_f)^2 \dots\dots(9)$$

• Optical Sighting 體系의 경우

$$S_i^2 = (0.1 V_i t_f)^2 \dots\dots\dots(10)$$

但, D =觀目距離(Slant Range)

V_i =標의의 速度

$$t_f = \frac{D}{V_0 - KD} \text{ (飛翔時間)}$$

但, V_0 =初速

K =抵抗係數

上記 두 式은 발칸 武器體系에 어느 程度로 正確한가는 實際로 實驗을 통해 立證하는 艱難에 없는 것이다. j_i 算出 역시 具體的인 武器體系를 選定한 後에 다루어야 될 課題이다. 그러므로(8)을 實제로 對空火器에 適用시켜보면서 R_i 와 j_i 를 算出해 보고자 한다.

4. 移動標의에 對한 多數彈丸 的中 確率公式의 발칸(Vulcan)砲의 應用

가. 砲 1門인 경우

(1) 研究의 範圍

本 研究에서는 시스템에 다음과 같은 制限을 둔다.

—後方 脆弱地 防禦에만 局限한다.

—攻擊方向은 모든 方向에서 均一(uniform)하다.

—敵航空機는 點標의만을 向해 공격한다.

위에서 選 마지막의 制限은 萬일 적항공기가 點標的이 아닌 地域目標을 공격한다면 발칸(Vulcan)의 射程外에서도 공격이 가능하다고 本에서 起困한 것이다.

(2) 威脅(Threat)

발칸砲를 운영함에 있어서 고려해야 할 威脅要素는 적 항공기이다. 발칸砲는 적 항공기의 공격목표가 되는 前方의 戰鬥 및 戰鬥支援部隊, 그리고 飛行場, 橋梁, 軍需施設, 發電所等과 같은 後方 主要施設에 對한 防空支援을 主任務로 하고 있다.⁽²⁾

두 경우 모두 攻擊類型이 多樣한 것은 사실이지만 그 중 後者의 경우는 대개 平地攻擊이므로 攻擊이 前方部隊의 경우에 比해 360° 어느 方向으로도 가능하다고 볼 수 있다.

Walljasper는 그의 技術報告書⁽³⁾에서 敵航空機의 威脅類型(Threat Pattern) 13가지를 言及하고 이를 다시 5개의 category로 分類하였다.

- (1) Low Angle Dive Attack
- (2) High Angle Dive Attack
- (3) High Altitude Dive Attack
- (4) Pop-up and Dive Attack
- (5) Penetrator Flight Path Attack

本 研究은 이 中에서 (4)번을 擇하고 이 類型

(2) 야전교범 44-3, “발칸대대” 육군본부 1973. 6. p.18, pp.173-177.

(3) Walljasper & Rigdon “GADES” Technical Report, RAND, 1972.

의 攻擊經路는 그림-2와 같이 표시된다고 假定한다.

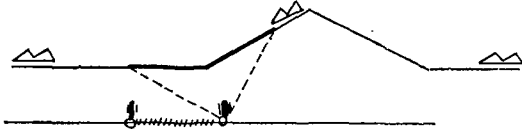


그림-2

그림-2의 數學的 表現은 다음과 같다.

$$y=x, \quad x \geq h$$

$$y=\text{constant}, \quad x < h$$

但, 攻擊經路는 발칸의 射程距離內에서는 平面으로 간주.

(3) R_i 의 推定

(8)식에 적용할 R_i 를 推定하기 위해 우선 R_i 에 결정적 役割을 하는 射彈散布에 관한 公式로 (10)식 즉,

$$S_i^2 = (0.1 V_i t_f)^2$$

을 사용하기도 한다.

그런데 구하려는 R_i 는 $R_i = f(S_i)$ 인 것은 分明하다. R_i 가 S_i 와 具體的으로 어떤 函數關係인가가 문제이다. 本 研究에서는 이를 위해

$$R_i = 2S_i, \dots\dots\dots(11)$$

을 使用하기로 한다⁽⁴⁾. 即 發射된 彈丸의 95%가 들어오는 領域內에서 均一하게 分布된다고 假定한다는 뜻으로 이 境遇는 照準을 근방에 들어오는 標의에 對한 中確率 값이 낮아지고 그 낮아진 確率值만큼이 $2S_i$ 근방에 “더해지는” 셈이다. $R_i = 3S_i$ 로 假定한다면 上記한 95%가 99%로 바뀔뿐 意味는 같다.

(4) J_i 의 推定

J_i 를 言及하기 전에 우선 발칸砲의 照準要領에 關係 考察해 보기로 한다. 발칸砲의 主要構成品中 照準에만 關聯된 것을 나열하면

- 砲列
- 銃口 Clamp
- 距離 Radar
- 照準鏡

等으로 構成되어 있다. 銃口 Clamp는 砲列

(4) 吳炯在, “武器體系 遂行能力 測定을 爲한 方法論” 1975. 8 附錄 “가” 參照.

“다발”에 裝置된 것으로 各 砲列을 약간 相異한 方向으로 겨누어지게 하여 彈丸의 人爲的인 消散效果를 기대하는 裝置이다. 距離 Radar는 射手로 하여금 標的을 自動的으로 捕捉할 수 있게 해 준다.

以上 列舉한 사항은 射手의 照準動作 自體에는 影響을 주지 않으므로 J_i 의 推定이 關係하는 限 考慮外的인 要素이다.

마지막으로 照準鏡에는 小圓과 大圓이 있어 短距離와 長距離標的을 照準하도록 되어 있고 射手는 數抄동안 標的이 이 圓內에 머물도록 努力하여야 한다. 이는 適切한 “角度”를 機械로 하여금 計算하게 하기 위한 許容時間이다.⁽⁵⁾

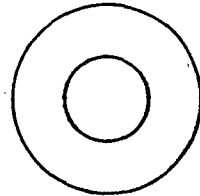


그림-3

그러면 이제부터는 J_i 即 照準誤差의 標準偏差 推定을 爲한 몇가지의 고려사항을 羅列해 보면

- 敵航空機의 攻擊速度(等速 혹은 加速, 減速傾向 包含)
- 攻擴類型
- 射手의 熟達程度

인테 첫번째의 경우는 공격속도에 減速과 加速의 傾向이 있기는 하나 발칸砲의 射程內에는 等速으로 간주하고 射手의 熟達程度가 J_i 에 미치는 影響을 生力學(Bio-mechanical)의인 技法을 사용한 人間工學的인 接近보다는 比較的 손쉬운 野外實驗을 통한 方法을 使用하기로 한다.

우선 照準誤差에 가장 決定的(Critical)인 要因이라고 思料되는 角速度(ω)의 概念을 導入하여 조준오차 거리 (Aiming Error Distance, AED)를 角速度의 函數(多項式)로서 표시할 수 있다고 假定한다. 即

(5) 야전교범, op. cit. 제10장 참조.

$$AED = \sum_{i=0}^n a_i \omega^i \dots \dots \dots (12)$$

但, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

(12)식은 n 次 多項式이나 이것을 $n=2$ 인

$$AED = a_0 + a_1\omega + a_2\omega^2 \dots \dots \dots (13)$$

만을 취하기로 한다(그림-4 參照)

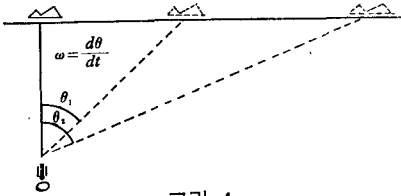


그림-4

AED에 대한 값은 실제로 試驗部隊로 하여금 實驗하도록 하여 推定한다. 그러면 實驗方法을 紹介하기 前에 우선 照準誤差를 定義한다.

<照準誤差의 定義>

觀目距離 D 의 位置 P 에 있는 標的을 잘못 照準하여 P 에서 觀目方向과 垂直으로 l 만큼 떨어진 處를 照準했을 때 이 l 을 觀目距離 D 에 대한 照準誤差라 定義한다.

위의 같이 定義된 照準誤差는 D 의 函數이므로 가령 10m 앞에 있는 標的에 대한 照準誤差를 求할수 있으면 D 에 대한 照準誤差는 그것의 $D/10$ 배가 된다.

<照準誤差 推定을 爲한 實驗>

그림-3에서 보인 短距離 및 長距離標的에 對한 照準鏡內의 小圓과 大圓안에 標的을 捕捉해야 할 許容照準時間이 照準誤差에 미치는 影響은 無視하기로 하고 射手의 照準誤差는 다만 照準鏡內에 있는 “十字線”의 交點에, 移動標的을 射手가 늘 올려 놓을 수 있느냐 없느냐에 全的으로 依存한다고 假定한다(그림-5 參照).

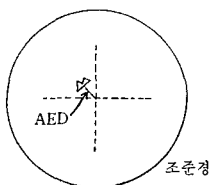


그림-5

그림-5에서 射手는 移動標的을 照準하였으나 實際標的의보다 AED만큼의 照準誤差를 犯하였다.

本實驗에서 알고자 하는 것은 敵航空機가 그림-2의 經路를 따라 進行하는 동안 射手의 조준오차로 因해 일어나한 AED의 값들이 發生하는가와 그 값들을 어떻게 測定할 것인가이다.

우선 그림-6과 같이 移動하는 敵航空機를 追跡하여 例로 3發을 發射하고 그 發射點을 찾을 수 있었다 하자.

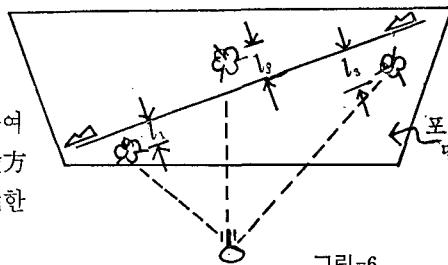
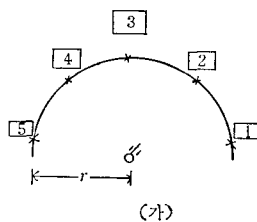


그림-6

그림-6에서 l_1, l_2, l_3 는 AED가 될 수 있을까? 答은 否定이다. 왜냐하면 l_i 안에는 照準誤差와 彈丸의 射彈散布誤差가 같이 섞여 있기 때문이다. 그러므로 後者의 오차를 除去하기 爲해서는 각 彈着點을 平均한 “彈着中央”을 取해야 한다.

이상 言及한 것을 念頭에 두고 다음과 같은 野外實驗場을 만든다. 即 여기에 半徑 r 인(예로 10m) 半圓을 그리고 圓周를 等間隔으로 等分한 후 넓이가 一定한 標的은 等分數대로 만들어 세운 後 射手로 하여금 等角速度로 砲를 移動시켜가며 標的을 射擊하도록 한다.

이 實驗은 角速度 ω 를 $\omega_i, i=1, \dots, 5$ 로 增加시켜가면서 射擊하도록 하여 세운 標的에 맞는 彈丸의 彈着中央을 記錄하도록 하는 것이다. 이렇게 하여 角速度 ω 와 조준오차거리와



(가)

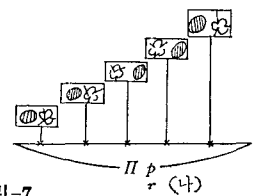


그림-7

의 關係值를 實驗에 依하여 求한다. (그림-7 參照)

그림-7의 (나)는 (가)에서 半圓周를 町을 때의 그림이며 (나)의 各標의에서는 數發의 彈着點의 中央值를 계산한다. 이렇게 하여 ω_i 와 (AED) $_i$, $i=1, \dots, 5$ 를 구하여 그림-8을 얻는다.

ω	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
AED	AED $_1$	AED $_2$	AED $_3$	AED $_4$	AED $_5$

그림-8

그림-8의 資料를 가지고 “Gram 近似法⁽⁶⁾에 의해 照準誤差를 ω 의 函數로 表示한 式이 다음과 같이 주어졌다 하자.

$$\text{AED} = a_0 + a_1\omega + a_2\omega^2 \dots \dots \dots (14)$$

그러면 j_i 는 (14)와 무슨 關係가 있는가? 結論부터 말하면 $j_i = \text{AED}$ 이다. 왜냐하면 만일 $t = t_0$ 에서 $\omega = \omega_0$ 이면 그때의 AED $_0$ 는

$$\text{AED}_0 = a_0 + a_1\omega_0 + a_2\omega_0^2$$

만큼의 平均照準誤差를 犯할 것이다. 만일 射手가 이 誤差의 二倍 이상의 誤差는 거의(약 5% 未滿) 犯하지 않는다고 假定하고⁽⁷⁾ 照準誤差의 確率變數가 正規分布를 따른다면

$$2 \text{AED} = 2j \rightarrow \text{AED} = j \dots \dots \dots (15)$$

에서 j 를 구할 수 있다.

그러면 (8)을 사용할 수 있는 마지막 作業으로서 ω_i 를 求해 보자. 이 角速度 ω_i 는 그림-2의 攻擊類型에서 나와야 할 것이므로 이

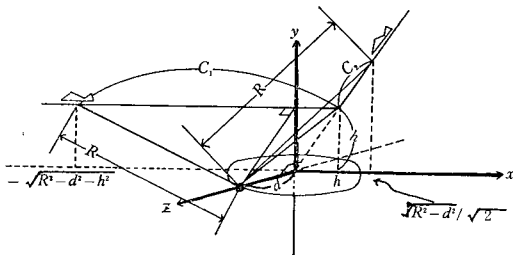


그림-9

에 대한 數學的 表現을 좀 더 具體的으로 記述하려 한다. (그림-9 參照)

$$\text{그림-9에서 } y = x, \quad h < x \leq \sqrt{R^2 - d^2} / \sqrt{2}$$

$$y = c, \quad -\sqrt{R^2 - d^2 - h^2} \leq x \leq h$$

이다. 그리고 c_1 에서

$$\tan \theta = \frac{x}{\sqrt{d^2 + h^2}}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \left(\frac{x}{\sqrt{d^2 + h^2}} \right)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega = \frac{\sqrt{d^2 + h^2}}{d^2 + h^2 + x^2} \cdot V_s,$$

$$-\sqrt{R^2 - d^2 - h^2} \leq x \leq h \dots \dots \dots (16)$$

c_2 에서

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{2} x}{d}$$

$$\therefore \frac{d\theta}{dt} = \omega = \frac{\sqrt{2} d}{d^2 + 2x^2} \cdot V_s,$$

$$h \leq x \leq \sqrt{R^2 - d^2} / \sqrt{2} \dots \dots \dots (17)$$

이제 移動標의 平均速度를 V_s , 發射速度를 R_f (Rounds/sec)라 한다면 各 彈丸間의 隣接距離는

$$d_0 = V_s / R_f$$

로 표시되고 이를 이용하면 (16)에는

$$|-\sqrt{R^2 - a^2 - h^2} - h| / d_0$$

等分 만큼, (17)에는

$$(\sqrt{R^2 - a^2} / \sqrt{2} - h) / \sqrt{2} d_0$$

等分數 만큼의 탄환이 發射되고 i 번째 等分時 發射되는 탄환의 ω_i 를 計算하면

$$j_i = a_0 + a_1\omega_i + a_2\omega_i^2$$

에서 그때의 照準誤差의 標準偏差를 구할 수 있다.

(5) 假想的 資料를 代入한 값

이제는 假想的 資料를 가지고 發射砲 1門이 射擊공기를 擊墜시킬 수 있는 確率值 P_e 를 구해 보기로 한다. 이를 爲한 概念的인 흐름도표 (Flow Chart)는 附錄 “가”에 收錄되어 있으며 그림-10은 컴퓨터의 結果를 圖表化한 것이다.

(6) 發見事項

그림-10에서 P_e 의 絕對값은 알 수 없지만 砲의 位置가 防禦하려고 하는 標의로부터 死角地帶를 考慮하면서, 最大限 가깝게 位置할수록 確率값은 높아진다는 사실은 分明하다.

(6) Hilderbrand, "Introduction to Numerical Analysis," McGraw-Hill, 1956, "Gram Approximation" (pp.269-293) 참조.

(7) 이러한 假定은 作業者의 作業能率을 評價하는 데에 産業工學에서는 普通的으로 사용된다.

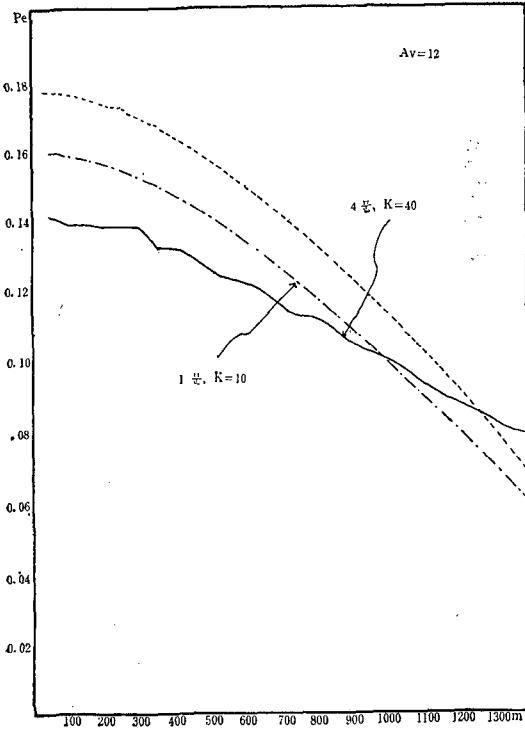


그림-10

이는 角速度的 增加에 따른 照準誤差의 增加分보다도 觀目距離가 커짐에 따라 增加하는 射彈散布의 效果가 더 크다는 것을 意味하고 있다.

그림-10의 確率曲線의 기울기는 照準誤差가 角速度的의 影響을, 보다 심하게 받고 彈丸의 射彈散布의 程度가 보다 적다면 多少 緩慢해질 것이다.

P_e 의 絕對값을 구하는 데에 사용되는 入力資料中 大部分은 定量的인 數値를 사용하는데에 “理論的”으로 어려움은 없을 것으로 思料되는 A_v 만은 觀測者의 位置에 따라 그 面積이 相異하게 보일뿐더러 肉眼으로 들어오는 面積中 “一發必殺”의 脆弱面積들의 疊으로 表示되어야 하므로 이를 爲해서는 좀 더 研究가 進行되어야 할 것이다.

그러나 本 論文은 P_e 의 相對값에만 置中하고 있기 때문에 여기서는 問題點만 나열하였다.

나. 人爲的 射彈散布 效果가 P_e 에 미치는 影響

(11)式의 $R_i=2S_i$ 는 人爲的 射彈散布(Artificial Rounds Dispersion)의 效果를 무시한 式이다. 實際는 포의 銃口 Clamp의 作用에 依해

$$R_i=2S_i+rD \dots \dots \dots (18)$$

但, r =角度

로 표시된다. 여기서 rD 는 人爲的 射彈散布에 依해서 增加된 觀目距離 D 에 있어서의 圓筒型射彈散布의 半徑增加分이다. (그림-11 參照.)

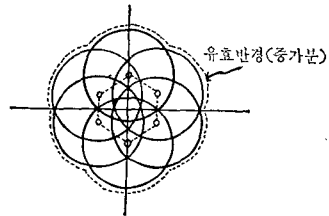


그림-11

그러면 여기서 有效半徑의 增加分인 rD 는 P_e 에 어떠한 影響을 주는가?

實際問際에 있어서, 觀目距離가 수시로 變化하는 每彈丸마다의 人爲的 最適彈丸擴散半徑을 갖도록 試圖한다는 일은 不可能하고 또 無意味하므로 그림-9의 經路를 따라 變하는 j_i 들의 平均值 \bar{j} , R_i 들의 平均值 \bar{R} 를 사용하기로 한다.

그러한 假定下에 (8)式은

$$P_e = \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\bar{R}}{2j^2}\right) \right\} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{NA_v}{\pi \bar{R}^2}\right) \right\} \dots \dots \dots (19)$$

로 표시되고 P_e 를 極大化하는 \bar{R} 를 구하기 위해서는 微分公式으로부터

$$\frac{\bar{R}^2}{2j^2} = \frac{NA_v}{\pi \bar{R}^2}$$

$$\text{即 } \bar{R}_{opt} = \sqrt{\frac{2NA_v}{\pi}} \sqrt{j} \dots \dots \dots (20)$$

을 얻는다. 이를 (19)에 代入하면

$$(P_e)_{max} = \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{2NA_v/\pi}}{2j}\right) \right\}^2 \dots (21)$$

와 같이 된다.

(20)과 (21)을 같이 그린 것이 그림-12이다.

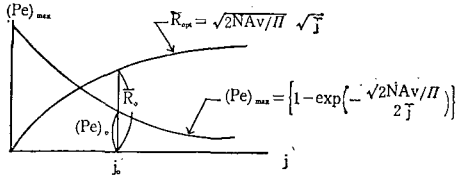


그림-12

即 $j=j_0$ 인 경우 가장 最適한 射彈散布의 半徑은 \bar{R}_{opt} 이고 그때만을 極大確率 $(P_e)_{max}$ 를 갖는다. $j=j_0$ 인 경우에 $\bar{R} \leq \bar{R}_{opt}$ 이면 언제나 그때의 P_e 의 값은 $(P_e)_{max}$ 보다 적다.

j 의 概念에는 다음 假定이 內包되어 있다. 即 그것은 移動하는 標的을 따라 가며 N 發을 發射하는 시스템을 固定標的으로 간주하고 N 發을 發射하였다는 뜻이다.

그러나 이러한 假定은 最適射彈散布의 公式를 誘導하는 데에는 不可避하다. 왜냐하면 最適射彈散布(R_{opt})를 알면 實際 射彈散布(R)와의 差異를 發見하여 그만큼을 rD 로 채워주면 $(P_e)_{max}$ 를 얻게 되기는 하지만 이 rD 의 값은 發射 도중에 數回에 걸쳐 修正할 수는 없기 때문이다.

그러면 假想的 資料를 가지고

$$R_{real} = 0.2 V_z D / (V_0 - K_0 D) + rD \dots (22)$$

$$R_{opt} = (2NA_v/\pi)^{1/4} \sqrt{j}$$

의 값을 計算해 보자. (資料提示 省略) 即

$$R_{rea} = 82.2 + 1480 r \dots (24)$$

$$R_{opt}(1문) \approx 51 \dots (25)$$

(24), (25)에서 다음 結論을 얻는다. 即 주어진 入力資料의 與件이라면 $r=0$ 인 경우 다시 말하면 人爲的消散效果가 없는 경우가 오히려 砲1門 配置時 P_{opt} 의 값을 增加시킨다는 사실이다.

그러나 砲를 여러門 配置할 때에는 R_{opt} 이 N 의 函數라는 性質((23)式 參照)로부터 R_{opt} 의 값은 커진다. 即

$$R_{opt}(1문) \approx 51$$

$$R_{opt}(4문) \approx 72$$

$$R_{opt}(6문) \approx 80$$

$$R_{opt}(12문) \approx 94$$

.....(26)

이 되어 人爲的 消散效果는 주어진 假想的 資料下에서는 6門까지는 오히려 逆效果를 나타내고 있음을 보여주고 있다.

그림-10의 點線은 $r=0$ 인 경우의 그래프인 바 이는 $r>0$ 인 경우보다 더 높은 P_e 의 分布를 나타내고 있다.

다. 4門以上 砲配置의 境遇

4門 配置는 발칸部隊에서 運用하는 最小單位의 砲配置이다. (8) 이 4門의 均衡防禦型 配置는 다음과 같다. (그림-13 參照)

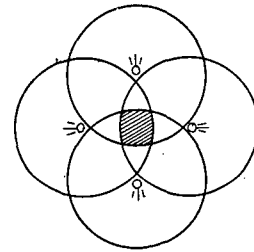


그림-13

(1) 數學的 模型을 爲한 몇가지 假定

첫째, 均衡防禦 形態를 擇하고 砲配置는 그림-13과 같이 “東西南北”에 두며 點標的으로 부터 等距離에 位置하게 하되 最大는 約 2km 까지, 最小는 航空機가 點標的의 沿直上方의 上空을 通過할 때 死角地帶에 包含되지 않는 範圍內에서 最大限으로 點標的에 가까운 距離까지로 한다.

둘째, 點標的을 向해 어느 方向으로도 攻擊해 올 確率이 均一하다고 보나 計算의 便宜上 航空機는 “東”에서 “西”로 攻擊해 오는 한 方向만을 取한다.

셋째, 計算의 便宜와 둘째 假定의 補完策으로서 敵航空機의 攻擊類型은 그림-2의 모양을 약간 左側으로 이동시키기로 한다. (그림-14의 經路參照)

넷째, 各 砲는 各己自己의 有效射程內에 敵

(8) 야전교범, op. cit. p.26 발칸관기 소요표

機가 進入했다가 벗어 날 때까지는 射擊을 계속하되 的中이 確認되면 射擊하지 않는다.

그림-14에서 #1砲는 $x_{11} \sim x_{12}$, #2砲는 $x_{21} \sim x_{22}$, 그리고 #3, #4砲는 $x_{31} \sim x_{32}$ (相互稱이므로) 間을 射擊하게 된다.

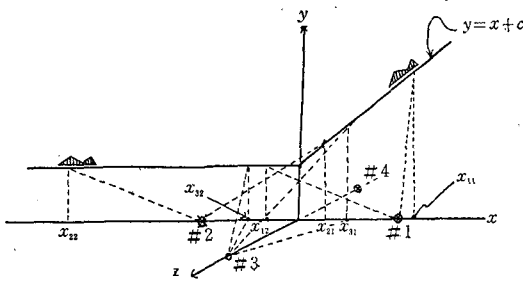


그림-14

그리고 그림-15에서 a區間은 #2砲만, b區間은 #2, 3, 4砲, c區間은 모든 砲, d區間은 #1, 3, 4砲 그리고 e區間은 #1砲만이 射擊을 담당하게 된다.

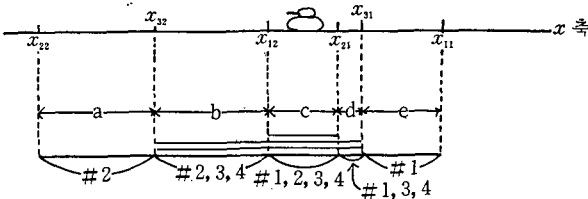


그림-15

주어진 攻擊類型과 4門 均衡防禦의 展開下에서는 $x_{22} \rightarrow x_{32} \rightarrow x_{12} \rightarrow x_{21} \rightarrow x_{31} \rightarrow x_{11}$ 의 順序는 늘 不變이다.

(2) 4門 配置時 P_c 算出 模型

위에 言及한 4가지 假定과 그림-14, 그림-15의 概念을 가지고 c區間의 中 確率을 算出하기로 한다.

이 경우 照準誤差를 砲1門의 경우처럼 取扱하기는 어려우므로 이 誤差는 砲1門으로 全射擊區間을 射擊했을 때의 平均值 \overline{ae} 가 防禦하려는 點標的으로부터의 거리(約 100m~1400m)들에 關해 또 한번 平均化된 값 \overline{ae} 로 代置한다. 그러면 c區間에서

$$P_c = 1 - \prod_{i=1}^n \{1 - \overline{ae}(1 - e^{-X})\} \dots\dots\dots(27)$$

$$\text{단, } X = \frac{A_v}{\pi} \left(\frac{1}{R_i(\#1)^2} + \frac{1}{R_i(\#2)^2} + \frac{2}{R_i(\#3)^2} \right)$$

$n=c$ 구간내의 등분수

$R_i(\#j) = j$ 번째포의 i 번째 탄환의 R 값

(27)에서 $2/R_i(\#3)^2$ 은 제 3번, 제 4번 砲가 전혀 對稱이므로 그렇게 한 것이다. (27)을 全區間에 適用시키는 일은 힘들지 않으므로 省略한다. 다만 他區間에서는 e^{-X} 에 있는 X의 값이 다음과 같이 달라진다. 즉

구간	등분수	X 값
a	n_1	$A_v/\pi (1/R_i(\#2)^2)$
b	n_2	$A_v/\pi \left[\frac{1}{R_i(\#2)^2} + \frac{1}{R_i(\#3)^2} + \frac{1}{R_i(\#4)^2} \right]$
c	n_3	(27)의 X와 동일
d	n_4	$A_v/\pi \left[\frac{1}{R_i(\#1)^2} + \frac{2}{R_i(\#3)^2} \right]$
e	n_5	$A_v/\pi \left(\frac{1}{R_i(\#1)^2} \right)$

防禦할 點標的으로부터의 거리 d를 크게 함에 따라 平均 彈丸消耗量은 어떻게 될까? 컴퓨터의 結果는 後述되겠지만 이는 中 確率값에 依存함이 밝혀졌다.

平均(혹은 期待) 彈丸消耗量 算出의 一般式은 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n-1} \{iNr_i \sum_{j=1}^{i-1} (1-r_j)\} + nN \sum_{j=1}^{n-1} (1-r_j) \dots\dots\dots(28)$$

但, $N =$ 射程距離內에서 i 번째 等分마다 發射되는 彈丸數

$r_j = j$ 번째 等分時 砲가 標的을 맞출 確率

이를 爲한 흐름도표는 附錄 “나”에 收錄하였다. 컴퓨터의 結果를 圖表化한 것이 그림-16, 17, 18, 19와 20이다. Computer Program Listing은 紙面關係로 省略한다.

(3) 發見事項

그림-16에서 20까지에 나타난 相對的 數值로부터 推出한 몇가지 原理들을 列擧하면 다음과 같다.

(가) 點標的을 防禦할 目的으로 발칸砲를 配

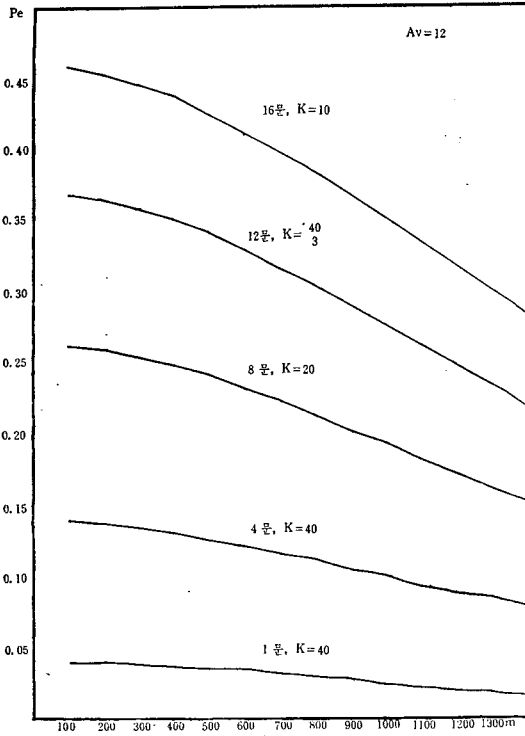


그림-16

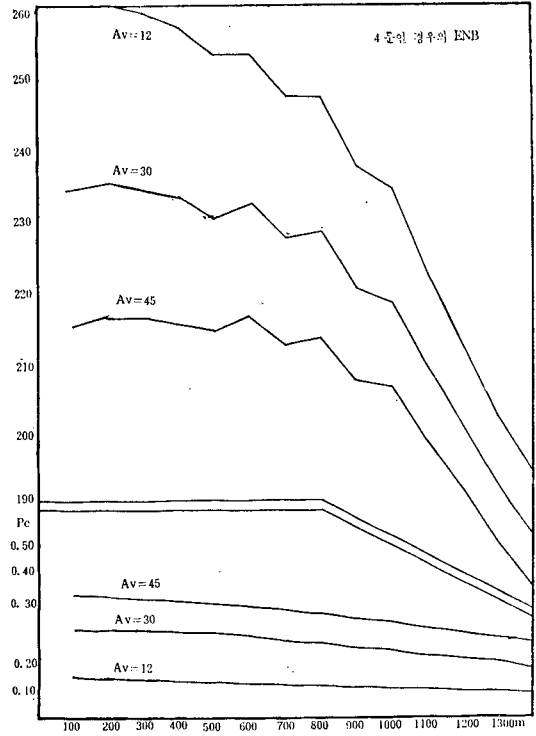


그림-18

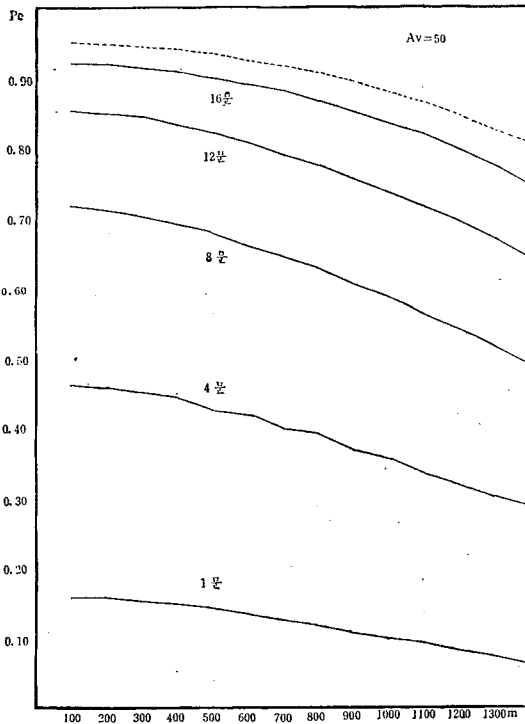


그림-17

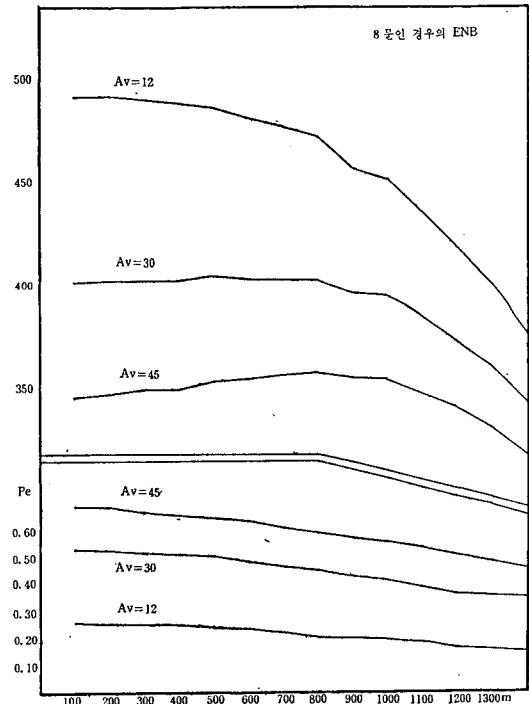


그림-19

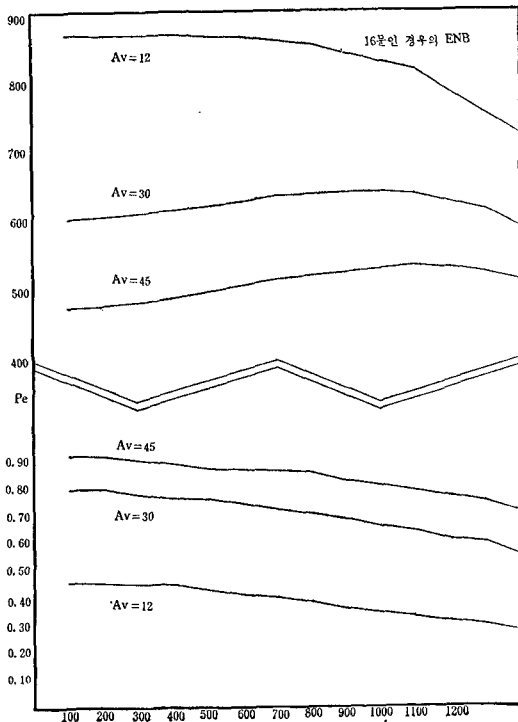


그림-20

置할 때에는 斷然 集中配置가 效果의이다. 勿論 이때 死角地帶는 고려하여야 한다.(그림-16 參照)

(나) 적은 數의 砲配置時에는 d 가 커지더라도 確率값은 크게 줄지 않지만 많은 數의 경우는 줄어지는 폭이 前者에 비해 크다.(그림-16 參照)

(다) P_c 의 絕對값이 큰 경우에는 많은 數의 砲를 配置하더라도 集中配置와 分散配置가 P_c 에 주는 영향은 그다지 크지 않다.

(라) P_c 의 값은 砲의 數에 正比例하지 않고 볼록함수(Convex function)의 關係이다.(그림-16, 그림-17 參照)

(마) P_c 의 값이 比較的 큰 경우(50% 以上)는 砲의 集中配置時의 平均彈丸消耗量이 分散配置時보다 적다.

5. 結 論

발칸 武器體系에 對한 特性 및 運用節次에

關해서는 該當 野戰散範 및 技術散範이 있으나 命中率에 대한 內容은 없다.

本 論文은 발칸 武器體系의 遂行能力(Performance Capability) 중 移動標의에 對한 的中確率(Hitting Probability)의 絕對值를 算出할 수 있는 可能性을 充分히 示唆하였으며, 아울러 砲配置에 있어 實務者가 고려하여야 할 몇가지의 原理를 發見하였다.

발칸砲의 人爲的 射彈散布의 效果는 移動標의 이 砲의 射程內에 들어 왔다가 벗어나는 동안에 發射된 總 發射彈數가 많을 때에는 的中確率의 값을 크게 해주지만 그와 反對의 경우는 오히려 떨어뜨린다.

발칸砲의 配置時에는 敵으로부터 받을 威脅을 고려에 넣지 않는다면 點標의을 攻擊하기爲해 下降해 오는 敵機 擊墜를爲해서는 集中配置가 가장 效果的의이다.

敵機가 砲의 射程內에 들어 왔다가 벗어나는 동안 消耗되는 平均彈丸 消耗量은 確率의 값이 큰 경우는 集中配置가 分散配置時 보다 오히려 적다.

끝으로 本 論文은 어디까지나 現實과 差異가 많은 假想的 資料를 使用한 相對標 結果를 가지고 論한 것이므로 그의 絕對值를 算出하기爲해서는 더 깊은 研究가 이루어져야 할 것이다.

參 考 文 獻

- [1] Walljasper & Rigdon, "Gun Air Defense Effective Study" Interim Report, Vol. I of III, U.S. Army Weapons Command, July 1972.
- [2] Merritt & King, "Calculation of Engagement Kill Probability when the Aiming Errors of the Rounds Fired in the Engagement are not Independent," paper of second fire control conference, March 1955.
- [3] 야전교범 44-3 "발칸대대" 육군본부 1973. 6
- [4] FM 44-1 "U.S. Army Air Defense Artillery Employment", Feb. 1970.
- [5] AD 859074, "Mathematical Considerations of the System Effectiveness Measure," North American Rockwell Corporation, April 1969.

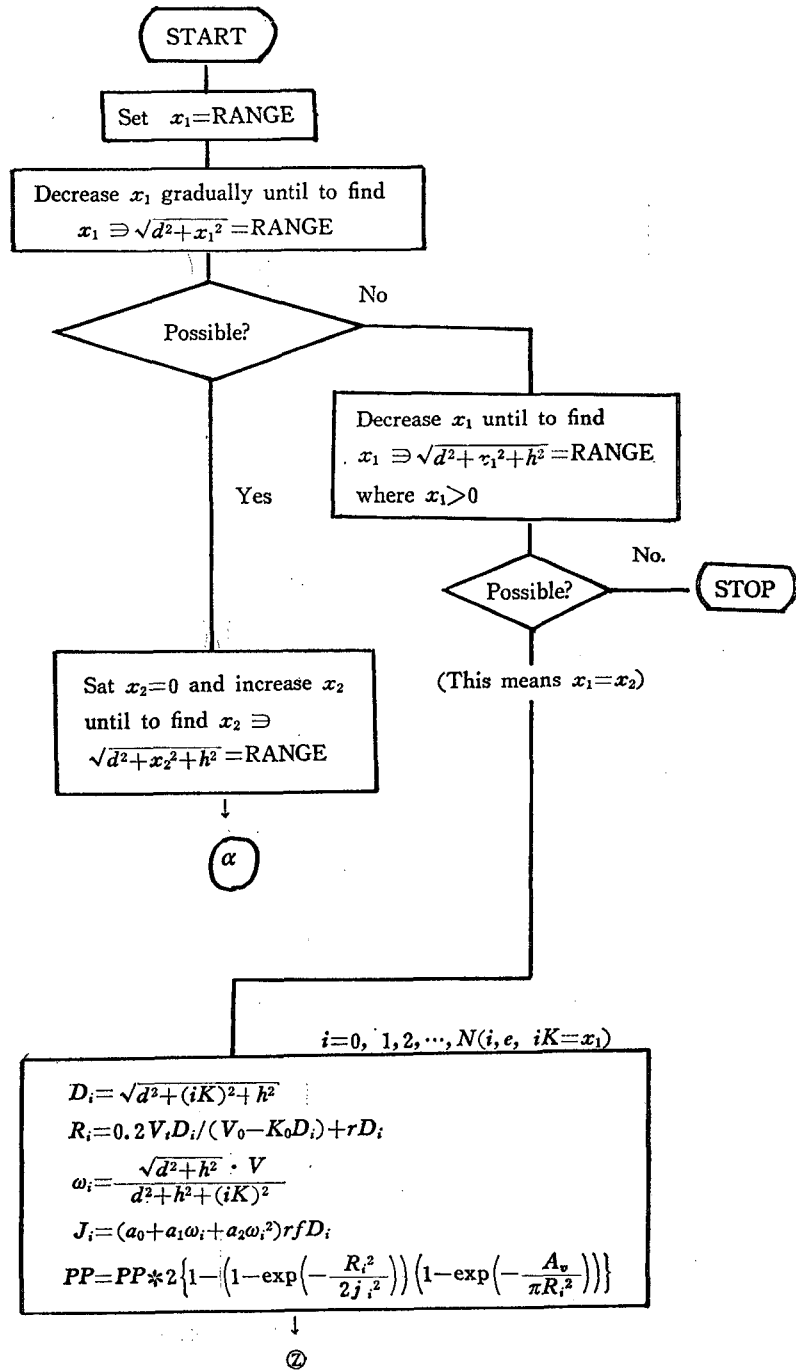
etc.

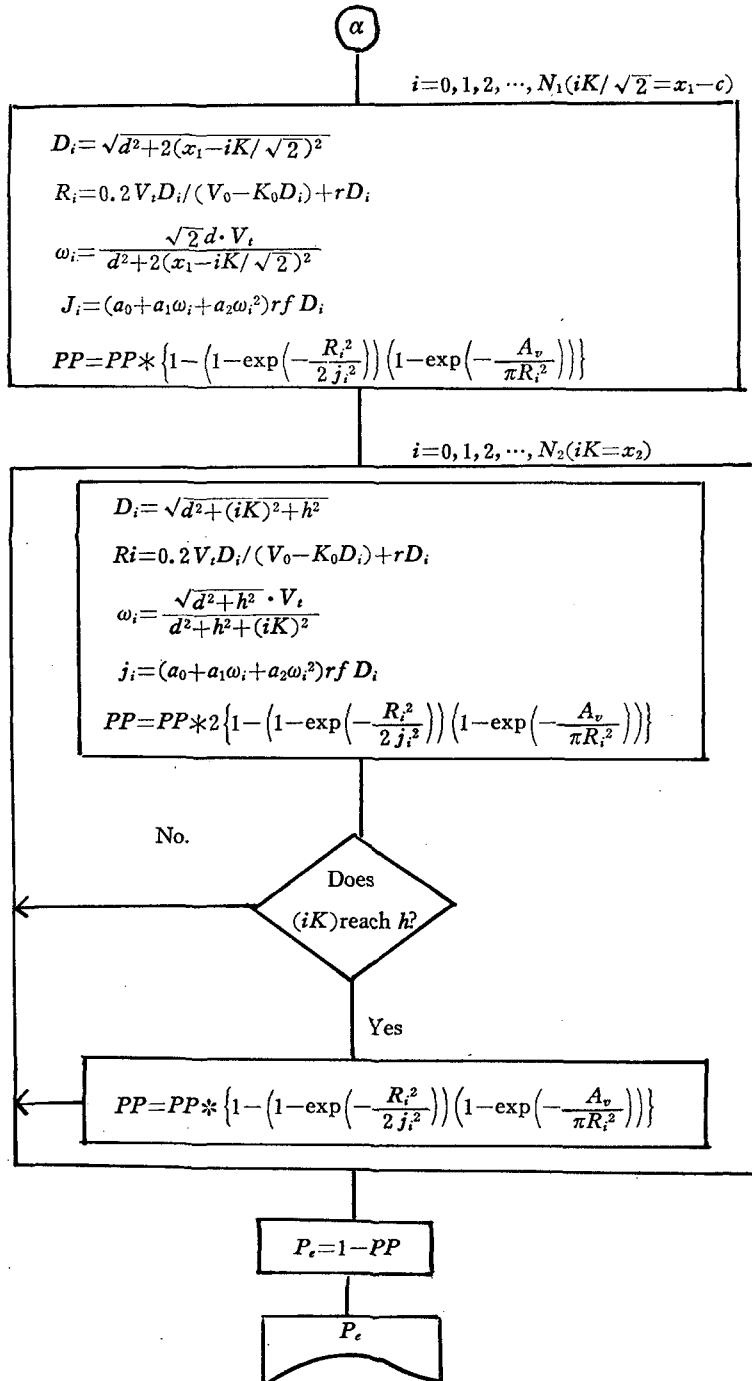
- [6] Geoffrey Gordon, "System Simulation", Prentice Hall Inc., 1969
- [7] Emanuel Parzen, "Stochastic Processes," Holden-Day, Inc., 1965.
- [8] Hillier & Lieberman, "Introduction to Opera

tions Research," Holden-Day, 1968.

- [9] Hildebrand, "Introduction to Numerical Analysis," McGraw-Hill, 1956.
- [10] Freund, "Mathematical Statistics," Prentice-Hall, 1963.

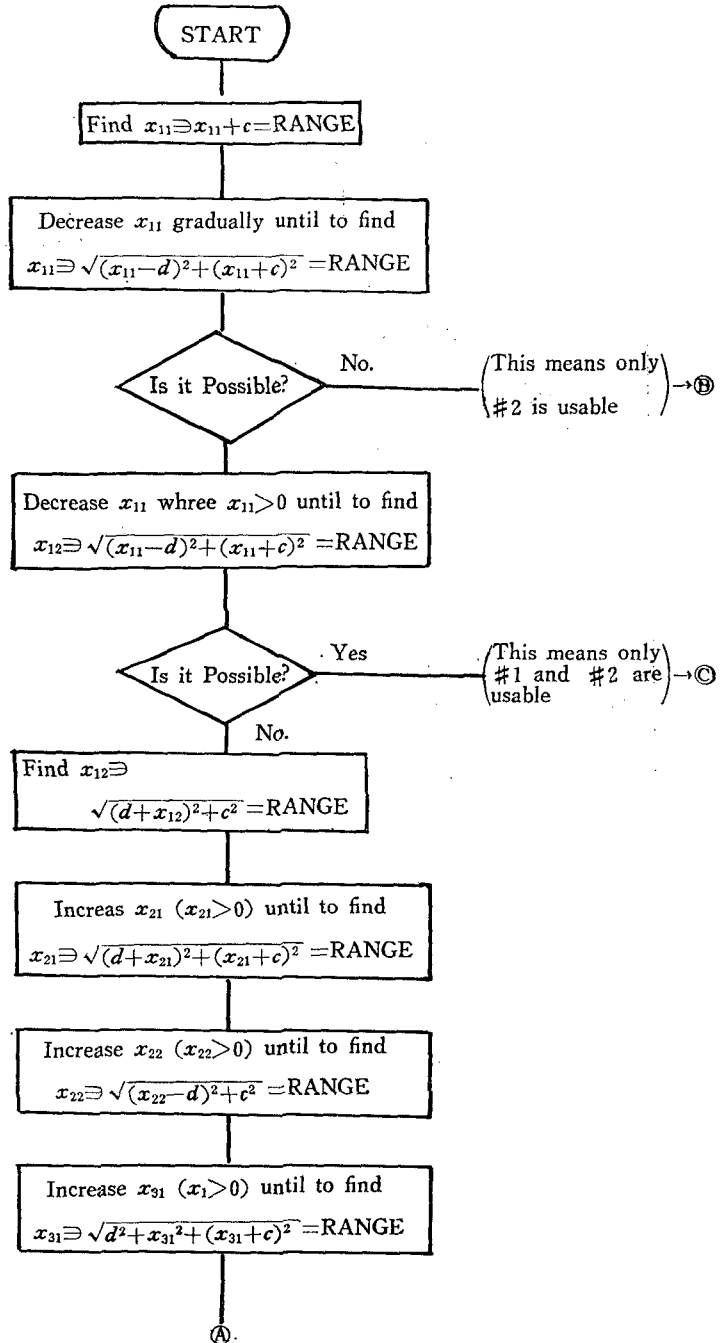
附錄 “가” 砲 i 門인 경우의 Flow Chart (Conceptual)

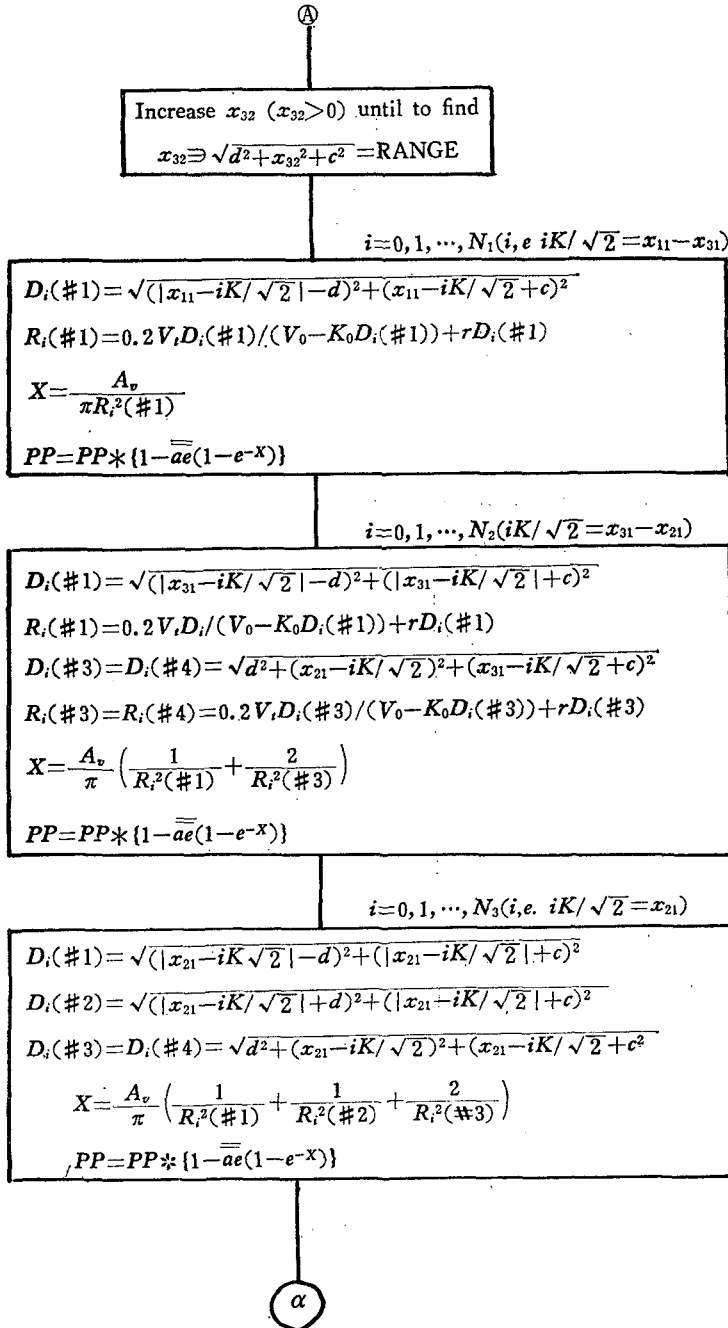


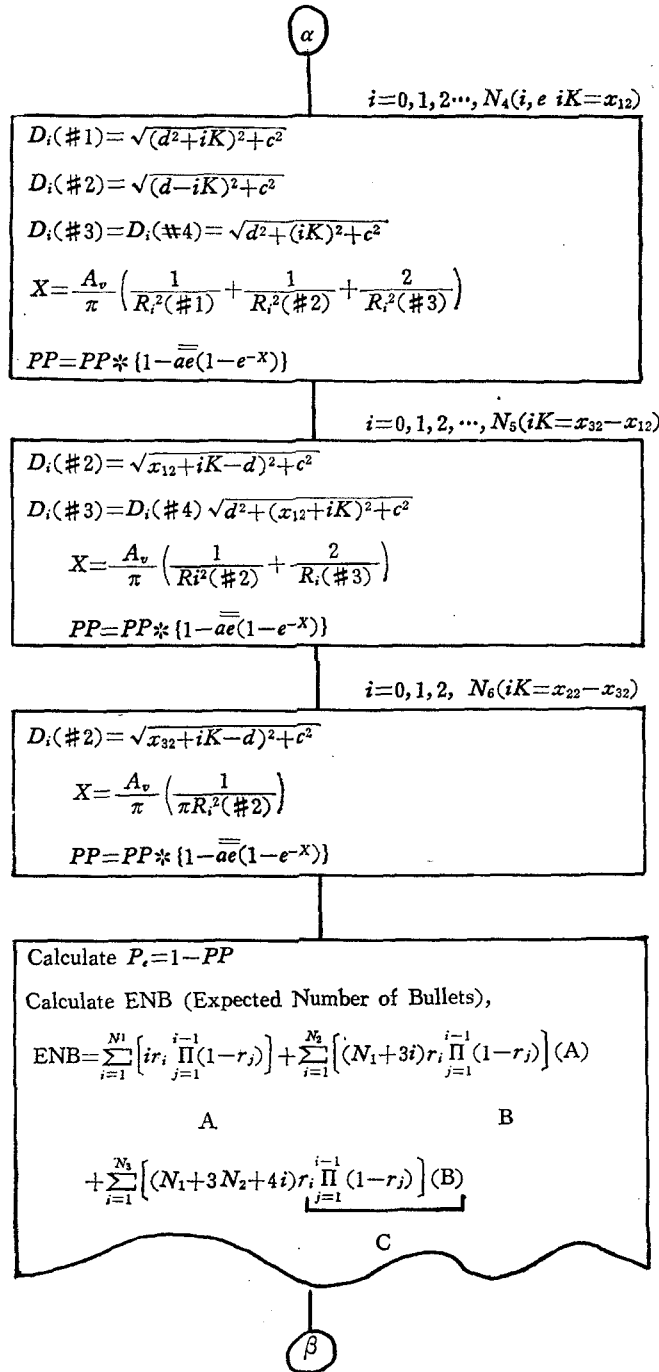


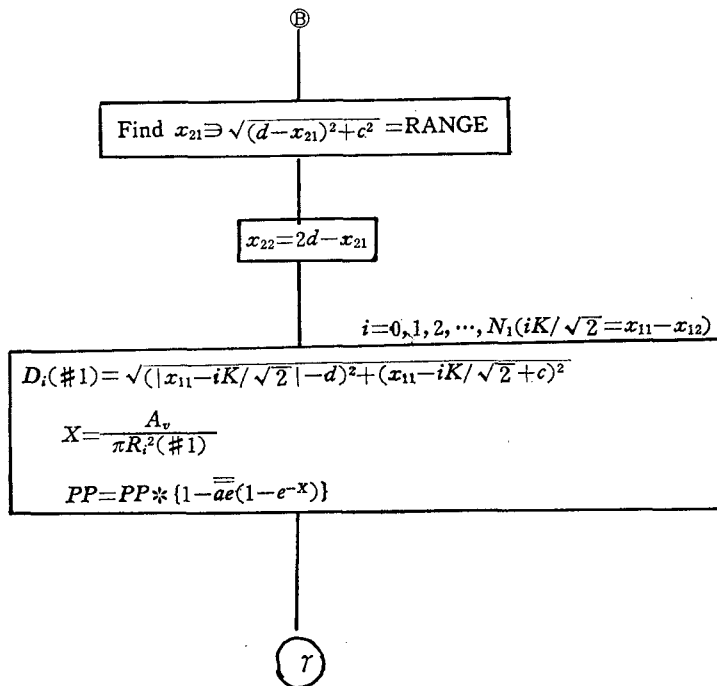
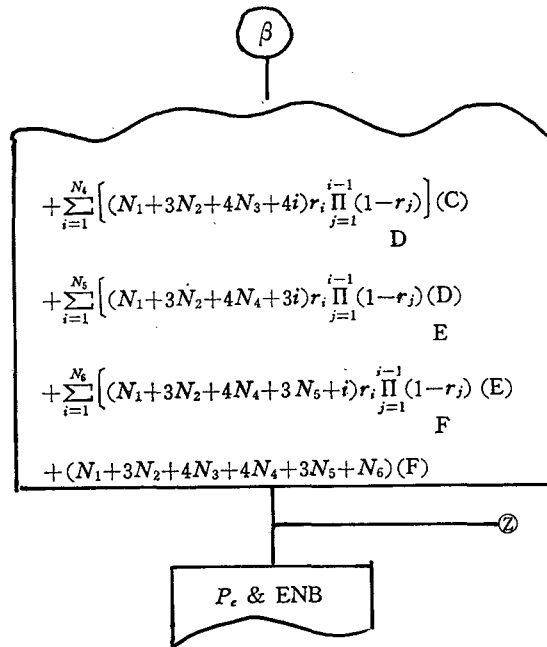
(※ $K = \frac{\text{m/sec}}{\text{rounds/sec}} = \frac{\text{m}}{\text{round}}$ (i, e Distance between consecutive rounds))

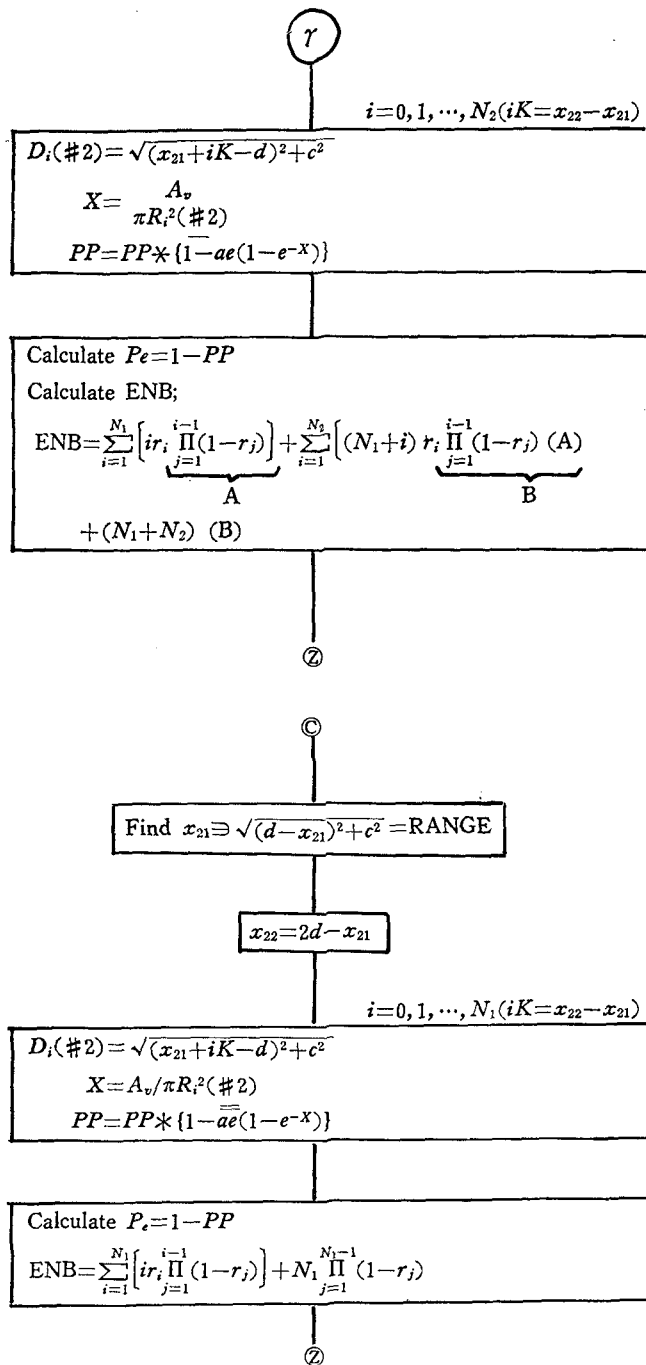
“나” 砲 4 門인 경우 Flow Chart (Conceptual)











* 本論文은 韓國科學院에 제출한
碩士學位論文을 發展시킨 것임