

# PERT AND CPM의 概念

安 景 韓

KICO SYSTEM 開發部

## 목차

- 1. PERT와 CPM이란 무엇인가 (서론)
- 2. PERT의 탄생
- 3. PERT 以前の 계획관리법
- 3. Net Work 그리는법
- 5. PERT / TIME
- 6. PERT의 확률론적 검토

## I. PERT (program Evaluation and Review Technique)와 CPM (critical path Method) 이란 무엇인가?

우리는 計劃管理의 対象物을 project라고 말할수 있는데 국가적인 대사업을 비롯하여 長期計劃, 도로, 橋梁, 댐공사, 고층건물, 발전소 건설등의 대사업은 물론 일상적인 企劃에 이르기까지 多種多様な 内容이 包含된다.

오늘날 우리가 利用할 수 있는 모든 資源의 量이 增大함에 따라 project의 규모도 비약적으로 커지고 있어 이러한 모든 資源을 合理的으로 驅使하여 목표를 달성하려는 各級 관리자의 역할은 매우 중요한 것이다. 各 project가 갖고있는 共通性은 現時點에서부터 앞으로의 어느時點에 까지 걸쳐 어떤 行動을 일으키고 있다는 것이며, 이러한 행동에는 人원, 資材, 費用, 기계, 방법 등등의 모든 資源이 포함되고 있으며, 여기에 不確定要素도 內包되어 있다는 것이다. project를 수행하기 위해서는 管理行動을 계획단계와 관리단계로 나누어서 생각할 수 있다.

### 1. 計劃段階 (planning cycle)

最小期間, 最少原価는 project를 완성시키기 위한 필수조건으로 계획실시 이전에 충분한 검토를 하여 상세한 계획을 수립해야 한다. 이 段階에서는 문제를 분석하고 그 問題를 해결하기 위한 많은 案들을 工期, 資金計劃, 技術上의 難易度等 各 方面에 걸쳐 현실적으로 평가하여 最善案을 내는 것이지만 同時에

- (a) 필요한 작업
- (b) 실시방법
- (c) 실시책임자
- (d) 所要되는 人원, 資材, 장비, 資材의 量
- (e) 시작時點과 完了時點 및 管理時點등에 관하여서 명확히 하도록 하여야 한다.

### 2. 管理段階 (control cycle)

계획단계에서 決定된 제일 좋은 案에 따라서 工事が 시작되면 다음에 「예정된 완료 날짜에 대하여 어떻게 진행되고 있는가」를 관리하고, 이에 대한 措置로서 再計劃을 고려하지 않으면 안된다. 그러기 위하여는 정기적으로 既成高, 工事原価, 품질보고를 제출케하여 原案과 実績의 차이를 분석하여야 하며, 그결과를 관리상의 行動의 기초자료로서 活用된다. 또한 실시도중에 있어서의 内外 조건 변화에 따라 原案의 修正, 追加, 削除도 필요한 것이다.

즉 PERT란 하나의 project 수행에 필요한 다수의 세부사업을 하나로 묶어 종래 사용하던 Gantt chart나 공정흐름도 (Flow process)를 발전시켜 이를 최종목표로 연결시키는 새로운 종합관리 技法이다.

## II PERT의 탄생

Project의 규모가 大型化하고 그 Project의 緊急한 수행요청의 기회가 많아짐에 따라 Project의 완료시점을 앞당기거나 병행하는 Project를 관리하기 위하여 새로운 技法의 필요성이 절실히 요구되었다. 또한 大規模 工事에는 여러 부문이 관계하므로 部門間的의 조정문제가 있으나 지금까지의 方法으로는 部門間的의 계획을 종합하여 全体로서의 Master Plan을 作成한다는 기능이 缺如되어 있다. 또한 계획단계에서 작업을 빠뜨리고 실시단계에 들어가서 비로소 이를 認識하게 되는 수가 많아 도중에서 全面的인 再計劃이 필요하게 되고 이로 인해서 原価高와 工期연장을 誘發하는 일이 자주 발생하였다.

### 1. PERT

PERT는 1957~1958년 사이에 미국 해군의 SPO (Special project office)의 주재하에 Lucky社와 Booz-Allen and Hamilton社가 공동으로 개발하여 탄생하게 되었다. PERT의 첫 實用化는 1958년 12월이라고 記錄되어 있다. PERT가 出現한 背景에는 高速度로 Data를 처리하는 전자계산기의 보급이 있었음을 잊어서는 안된다. 지금까지의 技法으로서는 도저히 취급할 수 없었던 大量的의 情報를 전자계산기로 신속하게 처리할 수 있게되어, 이것이 PERT에 의한 현실적이고 실효성있는 관리를 可能하게한 것이다.

### 2. CPM

美海軍의 PERT와는 별도로 Du Pont社에서는 1957년 1월부터 새로운 공장건설의 계획관리를 위해서 새로운 技法을 연구하기 始作했다. Du Pont社 Engineering Service Division의 M. R walker와 Remington Rand의 J.E. Kelley가 主体가 되어 만들어 낸것이 CPM이다. CPM은 PERT의 모든 기능을 갖고 있을 뿐 아니라 費用과 工期의 관계를 조정하는 能力을 갖고있다. CPM의 標的은 최소의 증가비용으로 공기단축을 하려는데 있는 것이다.

### 3. 其他

PERT CPM의 成功으로 미국내에서는 정부,

시간을 불문하고 급속히 이 방법이 보급되었다. 또한 技法으로도 여러가지로 확장 발전되었는데 그 주요한 것을보면 PERT와 原価를 結付시킨 PERT/COST, PERT와 信賴性을 相關시킨 PRISM (program Reliability Information System for Management) 多種 project 관리를 위한 RAM PS (Resource Allocation and Multi Project Scheduling) 등이 있다. 이들 擴張된 技法은 모두 Net Work Model의 基礎위에서 可能했음을 特記하여둔다.

## III. PERT 以前の 計劃, 管理法

### 1. Gantt chart

Gantt chart는 Frank ford 兵器廠 consultant H. L. Gantt氏(美國)의 考案으로 제1차 세계대전 당시부터 오늘날에 이르기까지 實用되고 있다. 그림1에서 보는바와 같이 時間(年, 月, 日)을 橫軸, 各作業의 進行계획과 실적을 縱軸으로 記入해 나가는 것을 특징으로 하고 있다.

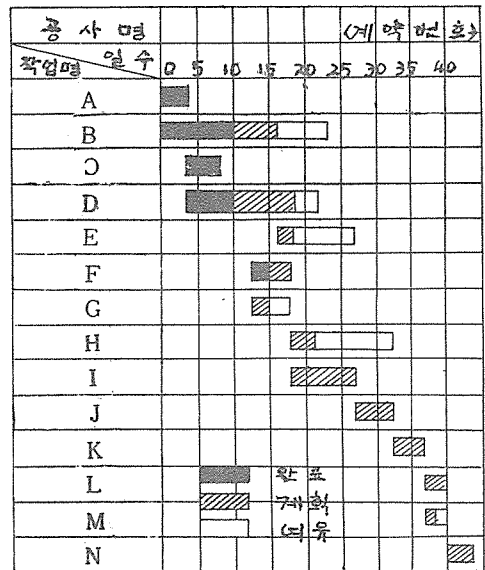


圖-1

이의 長点으로

- ㉠ 간결하다.
- ㉡ 使用하기 便하다.
- ㉢ 大略的인 計劃內容의 作業指示로서 좋다.

短点으로

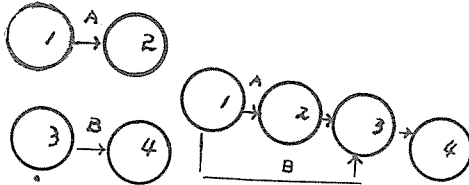
- ㉣ 作業의 順序관계가 복잡할 경우, 日程計劃을



A는B의 先行作業(A가 끝나지 않으면 B는 시작할 수 없다)

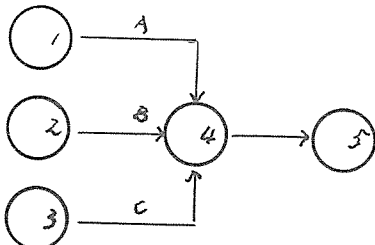
B는A의 後續作業(A가 終了하면 B는 始作할 수 있다)

(2) 並行作業



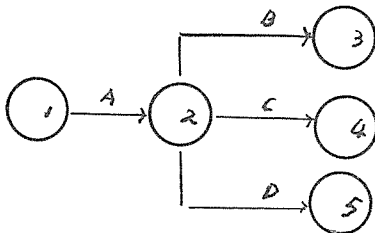
A와 B는 並行作業

(3) 合流点 (Merge Event)



A, B, C가 全部 끝나지 않으면 D는 시작할 수 없다. 이때 A, B, C는 並行作業이다. Event ④는 合流点

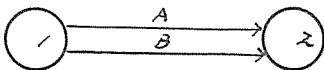
(4) 分岐点 (Burst Event)



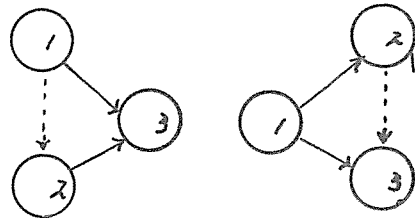
A가 終了하면 B, C, D는 시작할 수 있다. ②는 分岐点

(5) Activity의 制限.

연속된 2개의 Event間에는 단 하나의 Arrow만 存在한다.

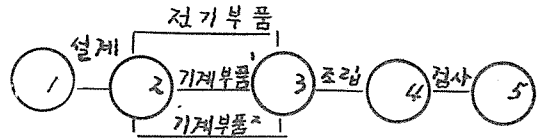


A, B는 同時作業이라하며 이때는 다음과 같이 表示한다.

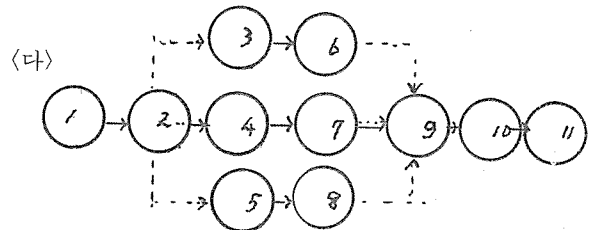
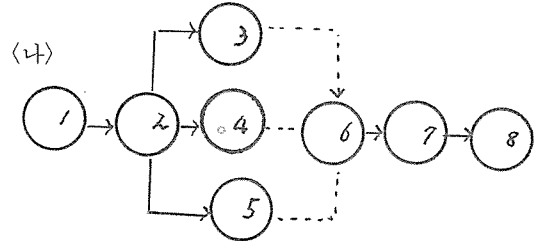
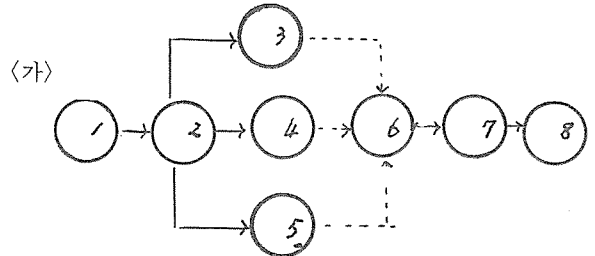


(6) Dummy - 1

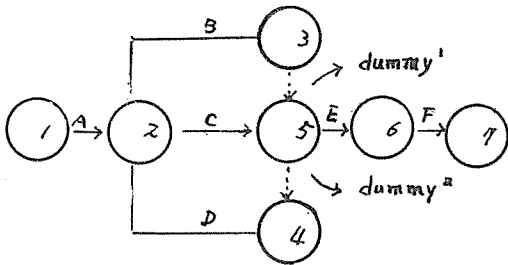
아래 Net Work의 경우 Dummy를 使用하는 여러가지 方法을 보도록 하자.



그러나 이때 ①~③의 作業표시 方法은 Rule에 어긋나며 Dummy를 利用 표시한다.



(라) 不必要한 Dummy는 Net work에서 피하도록 한다. 그러므로 가장 좋은 Net work는



이다. (아래 圖표 4와 비교참조하도록 할것)

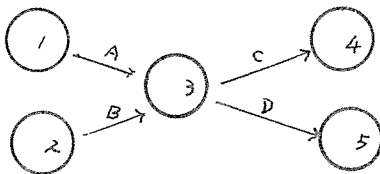
작업표

Event No.	작업	記号	先行作業	後續作業	비고
(1, 2)	設 計	A	없 음	B, C, D	
(2, 3)	전 기 부품	B	A	d <sub>1</sub>	
(2, 4)	기 계 부품(1)	C	A	d <sub>2</sub>	
(2, 5)	" (2)	D	A	E	
(3, 5)	Dummy (1)	d <sub>1</sub>	B	E	
(4, 5)	Dummy (2)	d <sub>2</sub>	D	E	
(5, 6)	組 立	E	d <sub>1</sub> , d <sub>2</sub> , c	F	
(6, 7)	검 사	F	E	없 음	

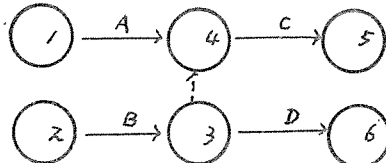
圖-4

(7) Dummy-2

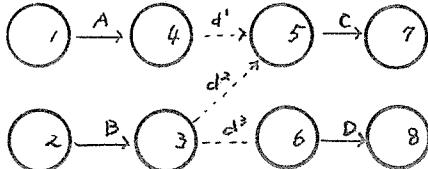
A, B, C, D. 4개의 작업이 있고, 그 工程順이 C는 A와 B가 終了해야 시작한다고 하고, D는 B만 끝나면 開始할 수 있다고 되어 있을 때의 表示方法은 아래와 같다.



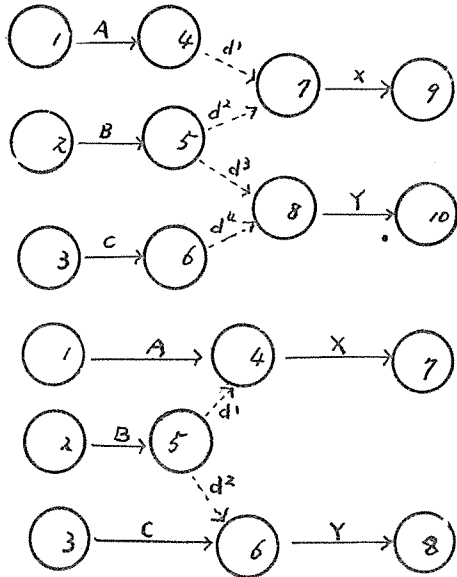
<가>



<나>

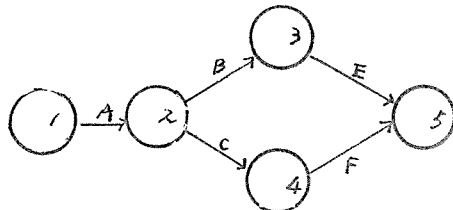


(다) 또 A, B, C, X, Y의 작업이 있는데 X의 선행작업→A, B Y의 " →B, C 일경우 表示는 아래와 같다.

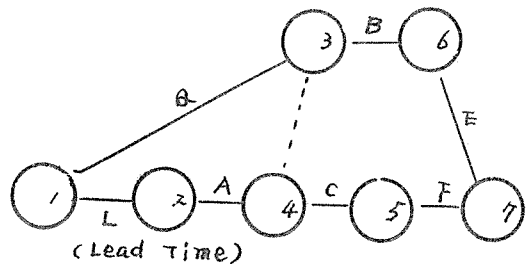


(8) LT (Lead Time)의 表示

실제 작업에 들어가기 前에 처리 되어야 할 事項들을 모아서 Lead time으로 한다. 이것은 實際 작업이 始作되는 点에서 끝난다.



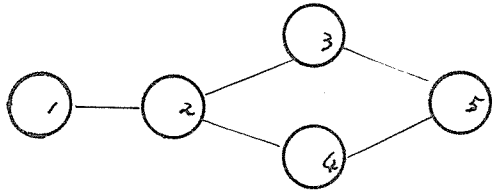
여기서 B가 始作되려면 미리부터 준비하여 주문할 部品이 있다고 하자. 이때 그 部品이 外注納入의 作業Q와 Lead time 作業L을 써서 다음과 같이 표시한다.



(9) 結合点(Event) 번호

(a) (i) → (j) → (k) 에서 반듯이  $i < j < k$  이다. 그러나 실제 Event가 數百 내지 1000個 정도를 넘으면 전자계산기에 의한 모든 처리를 하고 있다.

(b) looping 되게 하여서는 안된다.



는 틀린 Net work 이다.

V. PERT 의 소요시간 計算

1. 計劃時間의 推定

A. 樂觀值(Optimistic Value)

모든 工事が 平常 상태보다 잘 進行될 때, 그 工事が 完成되는데 必要되는 時間을 말하여  $t_o$  로 나타낸다.

B. 最可能時間值(Most Likely Time)

文字 그대로 가장 正確하다고 생각되는 見積時間을 말하여  $t_m$  으로 나타낸다.

C. 悲觀時間值(Pessimistic Time)

天災地變이나 火災 등 予想치 못했던 事故는 別途로 하고, 工事が 뜻대로 進行되지 않을 경우 그 工事が 完成되는데 必要되는 時間을 말하여  $t_p$  로 나타낸다. 일반적으로 빠르면 며칠, 보통으로 며칠, 늦으면, 며칠 하는 바로 그것이다.

이 3가지의 時間推定値는 어느 것이나 先行 또는 後續의 活動과는 關係없이 求해지며 한번 定해진 것은 作業能力이나 資源利用上에 變化가 일어나지 않는 限 變경해서는 안된다. 上記 3가지 時間値의 상호關係를 式으로 表示하면 다음과 같다.

$$t_o \leq t_m \leq t_p$$

各 數値는 作業日數로 표시하며 그 單位는 日, 週, 月 등 任意로 選擇할 수 있으나 同一 計劃工程中에서는 統一 하여야 한다.

D. 期待時間值(Expected time)

세가지 추정 時間値를 平均하여 하나의 推定 所要時間을 算出하게 되는데 PERT 에서는 이를 期待時間値라고 부르며  $t_e$  로 表示한다.

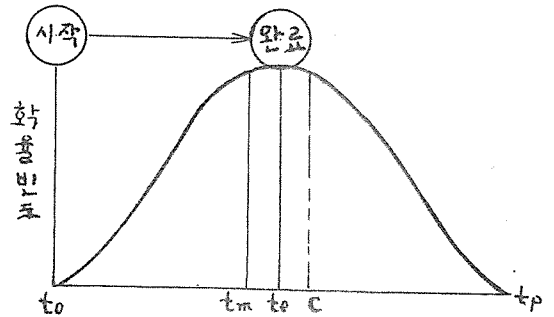


圖-5

$t_e$  의 意味를 理解하기 위해 圖-5를 보고 度數 分布曲線을 考察하여 보자. 平均C는  $t_o$  와  $t_p$  의 平均을 말하며  $t_m$  과 C와는 다른 意味를 가지고 있으며, 加重平均値를 생각함에 있어서  $t_m$  을 C의 2倍로 重視한다면 期待時間値  $t_e$  는

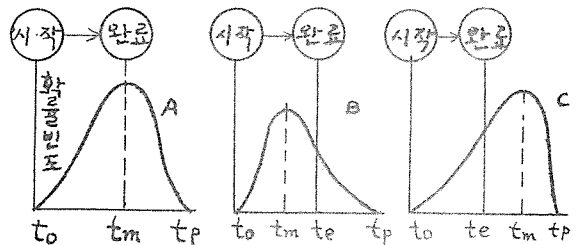
$$C = \frac{t_o + t_p}{2}$$

$$t_e = \frac{1}{3} (2 t_m + C) = \frac{1}{3} (2 t_m + \frac{t_o + t_p}{2})$$

$$= \frac{2 t_m}{3} + \frac{t_o + t_p}{6}$$

$$\therefore t_e = \frac{t_o + 4 t_m + t_p}{6}$$

$t_e$  의 값을 圖-6과 같이 세가지 型의 分布圖를 통하여 다시 한번 살펴 보기로 하자.



→ 소요시간

圖-6

위의 曲線은 全部  $t_o$  를 下限,  $t_p$  를 上限으로 하고,  $t_m$  에 해당하는 곳에 分布曲線의 頂點이 되고 있다. (A)와 같이 좌우 대칭이 된 分布圖에서는 最頻度(mode)는  $t_o, t_m, t_p$  의 平均値  $t_e$  와 같다. (B)에서 X와같이 右로 기울어진 分布圖나 (C)에서와 같이 左로 기울어진 分布圖에 있어서 最頻値는  $t_e$  와 一致하지 않는다.  $t_e$  의 값은 보통 小數로 表示하며 보통소수 1位까지 求하여 실용화 한다.

**E. 分散( $\sigma^2$ : Variance)**

어떤 分布를 數量的으로 特徵지을때 平均外에 적어도 標準偏差 또는 分散이 필요하다. PERT에서 分散으로서 다음 公式을 적용하고 있다.

$$\sigma^2 = \left( \frac{t_p - t_o}{6} \right)^2$$

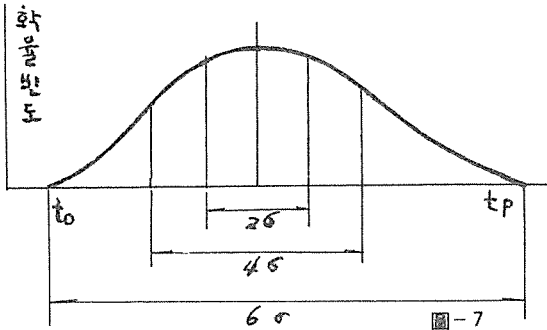


圖-7에서 曲線面積의 68.3%가  $2\sigma$  범위내에 있으며 95.5%가  $4\sigma$  범위내에 99.7%가  $6\sigma$  내에 있다.  $t_e$ 에서는  $t_m$ 을 重視했으나  $\sigma^2$ 에서는  $t_m$ 에 關係없이 曲線에 넓이를 求하고자 하므로  $t_p$ 와  $t_o$ 만이 關係되어 있다. 分布의 범위가 클수록 그 活動에 대한 不確性은 크다고 볼수 있다. 동시에 그 作業에 대한 소요시간의 不確性도 크다고할 수 있다.

**2. 日程計算**

**A.  $T_E$ 의 계산( $T_E$ : Earliest expected date)**

가장빠른 期待期日( $T_E$ )은 各作業에 있어서 가장빨리 착수할 수 있는 期日을 말하며,  $T_E$ 以前에는 그 作業을 할 수 없다. 아래 그림에서 주어진  $t_e$ (기대시간치)를 가지고  $T_E$ 를 求하도록 하자.

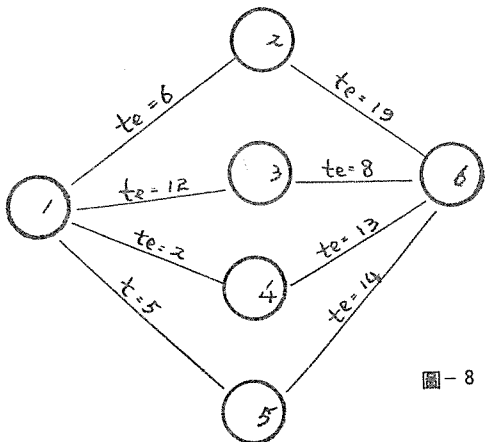


圖-8

(1) 어떤 計劃工程이건 제일 처음 段階의  $T_E$ 는 0 (ZERO)이다. 왜냐하면 그 段階 以前에는 作業이 在存하지 않기 때문이다.

즉  $(T_E)_1 = 0$

(2) 다음 段階의  $T_E$ 는 先行段階의  $T_E$ 에 先行活動의  $t_e$ (기대시간치)를 加해서 求한다.

$(T_E)_2 = (T_E)_1 + (t_e)_{1,2} = 0 + 6 = 6$

$(T_E)_3 = (T_E)_1 + (t_e)_{1,3} = 0 + 12 = 12$

$(T_E)_4 = (T_E)_1 + (t_e)_{1,4} = 0 + 2 = 2$

$(T_E)_5 = (T_E)_1 + (t_e)_{1,5} = 0 + 5 = 5$

(3) 위의 圖-8에서 Event ⑥의  $T_E$ 는 先行作業의  $t_e$ 를 加한 各  $T_E$ 中에서 最大值를 취한다.

즉  $(T_E)_2 + (t_e)_{2,6} = 6 + 19 = 25$

$(T_E)_3 + (t_e)_{3,6} = 12 + 8 = 20$

$(T_E)_4 + (t_e)_{4,6} = 2 + 13 = 15$

$(T_E)_5 + (t_e)_{5,6} = 5 + 14 = 19$ 가 되는데 이

中 最大值 25가 Event ⑥의  $T_E$ 가 된다.

**B.  $T_L$ 의 계산 ( $T_L$ : Latest allowable date)**

가장 빠른 期待時間  $T_E$ 에 對應하는 期日로서 計劃事業을 日程計劃대로 推進함에 있어서 最終段階까지 完了하는데 걸리는 時間이다. 圖-8에서 이번에는  $T_L$ 을 求하도록 하자.

(1) 最終段階(Last Event)에서의  $T_L$ 은 예정達成期日( $T_p$ : Projected Completion Date)의 變動指示가 없는限, 마지막 Event의  $T_E$ 가  $T_L$ 이 된다. 圖-8에서  $(T_L)_6 = 25$

(2)  $(T_L)_2$ 는 後續段階의  $T_L$ 인  $(T_L)_6$ 으로부터 後續活動의  $t_e$ 인  $(t_e)_{2,6}$ 을 減하여 求한다.

즉  $(T_L)_2 = (T_L)_6 - (t_e)_{2,6} = 25 - 19 = 6$

$(T_L)_3 = (T_L)_6 - (t_e)_{3,6} = 25 - 8 = 17$

$(T_L)_4 = (T_L)_6 - (t_e)_{4,6} = 25 - 13 = 12$

$(T_L)_5 = (T_L)_6 - (t_e)_{5,6} = 25 - 14 = 11$

(3) 제일 첫段階인  $(T_L)_1$ 은 各後續作業의  $T_L$ 로부터 各各의  $t_e$ 를 減한 값중 제일 最少值를 取한다.

즉  $(T_L)_2 - (t_e)_{1,2} = 6 - 6 = 0$

$(T_L)_3 - (t_e)_{1,3} = 17 - 12 = 5$

$(T_L)_4 - (t_e)_{1,4} = 12 - 2 = 10$

$(T_L)_5 - (t_e)_{1,5} = 11 - 5 = 6$  이 된다. 이 중

最少值를 取하면  $(T_L)_1 = 0$  이된다. 이것을 알기 쉽게 다시 그리면 圖-9와 같다.

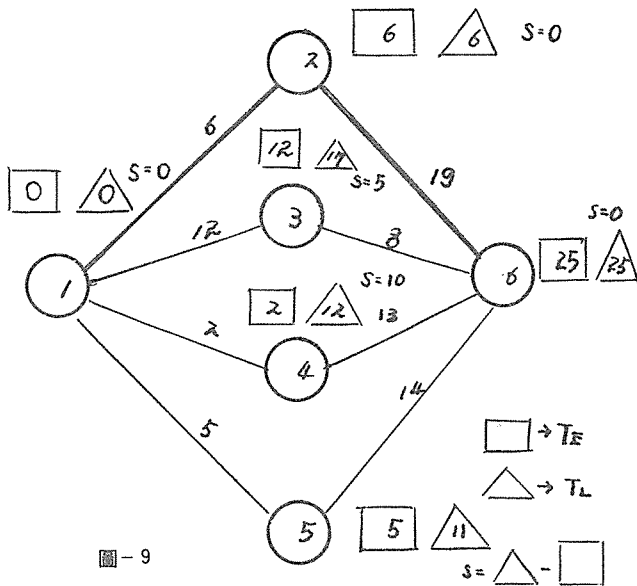


圖-9

### 3. 段階餘裕(SLACK)의 發見

各 段階에 對한 餘裕 또는 餘裕時間이라함은, 어떤 工事의 最終段階의 完了期日을 變更하지 않는 範圍內에서 各段階에 許容 할 수 있는 時間的 餘裕를 말한다. PERT에서는  $T_L - T_E$ 를 餘裕(Slack)라 하며, S로 표시한다. 또한 狀況에 따라서 正餘裕(positive SLack), 零餘裕(Zero SLack) 및 負餘裕(Negative Slack)의 어느 것이된다.

#### A. 正餘裕(Positive SLack)

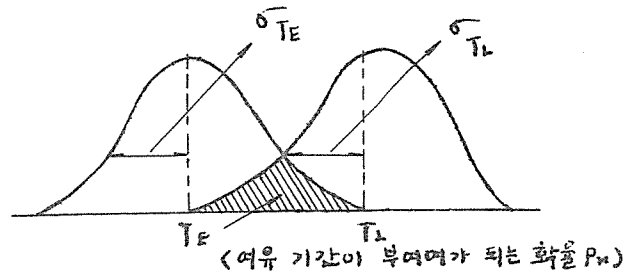
이는 計劃된 日程보다 빠른 狀態 즉 資源의 過剩狀態를 指稱하는 餘裕 즉  $T_L - T_E > 0$  ( $S > 0$ )인 경우를 말한다.

#### B. 零餘裕(Zero SLack)

이는 計劃된 日程대로 進行되는 狀態 즉 資源의 適正狀態를 指稱하는 餘裕이고  $T_L - T_E = 0$  ( $S = 0$ )의 경우를 말하며 이것이 곧 앞으로 說明하게 될 主檢討對象工程이다.

#### C. 負餘裕

이는 計劃된 日程보다 늦은 狀態 즉 資源의 不足狀態를 말하는 餘裕이며  $T_L - T_E < 0$  ( $S < 0$ ) 경우를 나타낸다. 여기서 參考의 爲에 말해 둘 것은 PERT에서  $T_E$ 와  $T_L$ 은 추정치 이므로 여유시간이 正餘裕로 計算되었을 경우일지라도 아래 圖-10과 같은 위험성을 내포하고 있다. 최근 開發한 PERT IV에서는(美空軍에서 開發)  $(1 - P_n)$ 을 「正餘裕期間을 取하는 確率」이라 부르며 전자계산기에 의한 처리를 하고 있다.



### 4. 主檢討對象工程(Critical Path)

이는 最初의 段階로부터 最後의 段階에 이르는 工程中 時間的으로 가장 긴 工程 즉 相對的으로 餘裕值(Slack)가 0 (Zero)가 되는 工程의 연결을 말한다. 圖-9에서 굵은 線으로 表示한 것이 Critical Path이다.

### V1 PERT의 確率論的 檢討

計劃事業을 실제로 完了하는데는 예정期日 보다 더 많은 日程이 必要하다고 왕왕느끼게 된다. 확률론적 검토란 미리 그 工期에 알맞는 시행 가능 확률을 계산하여 이용하는 것을 말한다.

#### A. 제1단계

예정達成 期日인  $T_p$ 가 주어질 때 그 期間내에 완료 할 수 있는 확률은

$$Z = \frac{T_p - T_E}{\sqrt{\sum \sigma^2 T_E}}$$

Z : 확률요인(Probability fact)

$\sigma^2$  : 분산

$\sum \sigma^2 T_E$  : 主檢討對象工程上의 累計分散

圖-9의 경우  $\sum \sigma^2 T_E = \sigma^2(t_e)_{1,2} + \sigma^2(t_e)_{2,6}$ 이 된다.

#### B. 제2단계

1 단계에서 얻은 Z의 값을 표준정규분포편차표(標準正規分布偏差表)를 使用하여 확률  $P_n$ 을 求한다. IBM會社에서는 完了期待確率分布  $P_n$ 에 대하여 아래와 같이 그 基準을 定하고 있다.

(1)  $P_n < 0.3$  일때는 重大한 위험을 초래할 우려가 있으므로 근본적으로 계획의 수정을 要한다.

(2)  $0.3 \leq P_n \leq 0.4$  일때는 停滯나 遲延의 영향이 그리 크지 않는 計劃사업은 別途로 하고, 대개의 경우 다시 check할 필요가 있다.

(3)  $P_n > 0.65$  資源의 여유가 너무 많은것은 意味하며 계획을 다시 수립하도록 한다. 끝

\*다음호에는 例題에 의한 Net work 작성에서 부터 자원 배당에 이르기 까지 전 과정을 說明 하겠음