

<論文>

年流出量の 適正確率 分布型에 관한 研究

—洛東江 流域을 中心으로—

A Study of Probability Functions of Best Fit to Distribution of Annual Runoff

—on the Nakdong River Basin—

曹	圭	相*
Cho,	Kyu	Sang
李	舜	鐸**
Lee,	Soon	Tak

ABSTRACT

Annual runoff in the Nakdong river basin has been analyzed to find the probability functions of best fit to distribution of historical annual runoff.

The results obtained are as follows;

(1) Log-normal distribution is considered as the probability function of best fit to historical distribution

(2) Log-normal 3-parameter distribution is believed as the best fit probability function among Log-normal distributions.

(3) In the test of goodness of fit, χ^2 -test shows that probability of χ^2 -value in Log-normal 3-parameter distribution is nearly more than 90%. But in the Simirnov-Kolmogorov test, hypotheses for the probability distributions cannot be rejected at significance level 5% & 1%.

(4) Among 7 gauging stations, Dongchon & Koryung-Bridge's records show lower fitness to the theoretical probability functions than other 5 gauging station's

1. 序 言

經濟發展과 人口增加로 因해 工業用水, 農業用水, 生活用水等에 많은 물을 必要로 하므로 水資源 開發의 必要性을 切實히 느끼게 된다.

그래서 水資源 開發을 爲한 計劃과 設計에서 水利構造物의 設計基準이 되는 設計 水文量을 決定하는 것이 가장 重要한 課題中의 하나이다.

이런 觀點에서 推計學的 理論을 應用하여 觀測에 의한 水文資料를 目的에 適合하도록 分析하여 그 結果를 利用하고 特性을 究明할 수 있을 뿐 아니라, 나아가서는 發生樣相이 어떠한 것인가에 對한 예측도 可能케 된다. 特히 水資源의 System 設計와 Simulation에 있어서 基本水文資料의 確率構造나 分布型의 究明이 가장 基本的인 과제이며, 또한 水文量의 長期的인 Simulation에 있어서도 重要한 것이다.

그러므로 本 論文에서는 流出量을 推計學的으로 分析하여 觀測值에 適合한 確率分布函數型을 決定하는데 그 目的이 있다.

* 嶺南大學校大學院土木工程科(水工學專攻)

** 正會員·嶺南大學校工科大学副教授

2. 分析에 使用되는

諸確率分布型⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾

分析에 使用되는 分布의 特性을 究明하기 爲하여 確率法則에 對한 여러가지 理論의 分布型이 많이 있으나 이를 理論的 確率分布型은 觀測된 標本이나 母集團에 對해 正確하게 附合될 수 없고 可能한 限 어떤 觀測된 資料에 理論的 分布型을 近似시킴으로써 觀測資料를 類推하기 爲한 目的으로 使用된다. 여러 確率分布型 가운데 年流出量의 分析에 使用된 分布型式은 다음과 같다.

1. 正規分布(Normal distribution; NM: Gauss의 誤差法則)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

2. 對數正規分布, 2 媒介變數(Log-normal 2 parameter distribution; LN-2: Galton法則)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \ln \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

3. 對數正規分布, 3 媒介變數(Log-normal 3 parameter distribution; LN-3)

$$f(x-x_0) = \frac{1}{(x-x_0) \sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\ln^2(x-x_0) - \ln^2 \mu}{2\sigma^2}}$$

4. Gamma分布(Gamma distribution)⁽⁶⁾; GM

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}$$

5. Rayleigh分布(Rayleigh distribution; RL)

$$f(x) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{x^2} e^{-\frac{\pi}{4} \left(\frac{x}{\bar{x}}\right)^2}$$

3. 年流出量의 確率分布 分析

1. 分析資料⁽¹⁰⁾

分析 資料는 洛東江 流域을 對象으로 하여 主觀測所인 예안(11년), 안동(13년), 임하(12년), 낙동(38년), 일선교(13년), 왜관(40년), 동촌(16년), 고령교(16년), 현풍(33년), 창리(11년), 독산(11년), 진동(16년)의 12個 觀測所(Gaging Station)中 결측으로 因하여 新 빙성이 없고 資料數가 적거나 Dam이 設置된 觀測所(예안, 임하, 일선교, 창리, 독산; 5개)를 뺀 나머지 7個 觀測所 卽 安東, 洛東, 倭館, 東村, 高靈橋, 玄風, 津洞을 택하여, 이들 觀測所에서 觀測된 年流出量

(主로 1924~1973年 사이)에 對하여 分析하였다.

2. Modular Coefficient K⁽¹⁾

資料의 Standardization을 爲하여 流出量을 平均値로써 除한 Modular Coefficient K를 求하여 分析에 使用했다.

$$K = \frac{Q}{\bar{Q}}$$

여기서 K: Modular Coefficient

Q: Bunoff (mm)

Q: Mean (mm)

3. 確率分布函數 分析

(1) 基本統計值 및 weibull's Plotting에

依한 檢討⁽²⁾⁽⁷⁾

i) Modular Coefficient K의 資料로서 그 基本統計值, 卽 平均値(Arithmetic Mean: \bar{x} , μ), 分散(Variance: S^2 , σ^2), 標準偏差(Standard deviation: S , σ), 變動係數(Coefficient of Variance: CV), 中位數(Median: Me), 最頻數(Mode: Mo)等을 求하면 다음 Table-1과 같은데 여기서는 不偏值(Unbiased Values)를 使用하였다. 그리고 年流出量의 代表的 時系列의 變動樣相과 頻度分布를 보면 아래 Fig-1와 같다.

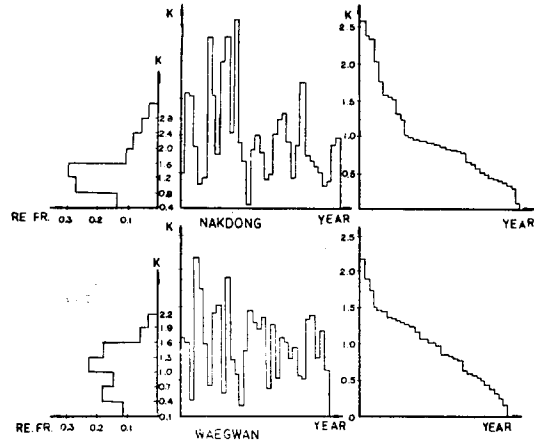


Fig-1 Characteristic histograms of Annual Runoff. Period & Cumulative frequency

ii) Weibull Method 또는 Thomas Plot의 超過確率; 먼저 分布函數가 어떤 型을 가지는가를 豫測하기 爲하여 다음과 같은 Weibull Formula에 依하여 超過確率:

$$W = 1 - Fi = \frac{i}{N+1} = \frac{\pi}{N+1} (\%)$$

을 求하여 Fig-2와 같이 正規確率紙(Normal Probab-

Table-1. Basic Statistics

Name	Period	n	Σk	① μ	$\frac{1}{n-1}$	$(\frac{\Sigma}{k-\mu^2})$	② σ^2	③ σ	④ C. V. (%)	⑤ Me.	⑥ Mo.
Nakdong	24-70	36	36.0	1.0	$\frac{1}{35}$	13.178	0.3756	0.6140	61.4	0.875	0.625
Waegwan	24-73	33	33.0	1.0	$\frac{1}{35}$	7.486	0.3339	0.4840	48.4	1.020	1.060
Hyenpung	24-70	33	33.0	1.0	$\frac{1}{32}$	10.326	0.3227	0.5680	56.8	0.932	0.797
Andong	58-70	13	13.0	1.0	$\frac{1}{12}$	1.423	0.1186	0.3440	34.4	1.103	0.310
Dongchon	58-73	13	13.0	1.0	$\frac{1}{12}$	3.093	0.2578	0.5080	50.8	0.901	0.704
Koryung-Br.	58-73	16	16.0	1.0	$\frac{1}{15}$	2.100	0.1400	0.3740	37.4	0.955	0.865
Chindong	58-73	16	16.0	1.0	$\frac{1}{15}$	1.758	0.1172	0.3420	34.2	1.037	1.111

Table-2 Probability of Each Stations

(1) Nakdong

Class	Class Mark	Fr.	Re. Fr.	Re. Cu. Fr.	NM		LN-2		LN-3		RL	
					F(X)	Cu. F(X)	F(X)	Cu. F(X)	F(X)	Cu. F(X)	F(X)	Cu. F(X)
0.0~0.4	0.2	5	0.1389	0.1389	0.1150	0.1150	0.1301	.1301	0.0749	0.0749	0.0281	0.0281
0.4~0.8	0.6	10	0.2778	.4167	.2039	3.189	.3064	.4365	.2375	.3124	0.3456	0.3737
0.8~1.2	1.0	11	0.3056	.7223	.2466	.5655	.2137	.6502	.2831	.5955	0.1737	0.5474
1.2~1.6	1.4	4	0.1111	.8334	.2039	.7694	.1225	.7727	.1989	.7944	.1890	0.7364
1.6~2.0	1.8	3	0.0833	.9167	.1150	.8844	.0697	.8424	.1292	.9236	.0945	0.8309
2.0~2.4	2.2	2	0.0556	.9723	0.441	.9285	.0407	.8831	.0838	1.0074	.0353	0.8662
2.4~2.8	2.6	1	0.0277	1.0	.0114	.9399	.0246	.9077	.0554	1.0628	.0100	0.8762

(2) Waegwan

0.1~0.4	0.25	4	0.1212	0.1212	0.0792	0.0792	0.0441	0.441	0.0788	0.0788	0.1065	0.1065
0.4~0.7	0.55	6	.1818	.3030	0.1593	.2385	0.2431	0.2872	.1970	.2758	.1954	.3019
0.7~1.0	0.85	5	.1515	.4545	0.2257	.4642	.2302	0.5174	.2176	.4934	.2197	.5216
1.0~1.3	1.15	9	.2728	.7273	.2257	.6899	0.2244	0.7418	.1710	.6644	.1887	.7103
1.3~1.6	1.45	6	.1818	.9001	.1593	.8492	.0976	.8394	0.1836	0.8480	.1317	.8420
1.6~1.9	1.75	2	.0606	.9697	.0792	.9284	.0610	.9004	.0827	0.9307	.0768	.9188
1.9~2.2	2.05	1	.0303	1.0	.0276	.9560	.0358	.9362	.0563	0.9870	.0379	0.9567

LEGEND

- Fr. : Frequency
- Re. Fr. : Relative Frequency
- Re. Cu. Fr. : Relative Cumulative Cumulative Frequency
- NM: Nomal distribution
- LN-2: Log-normal 2 parameter distribution
- LN-3: Log-normal 3 parameter distribution
- RL: Rayleigh distribution
- Cu. F(X): Cumulative Probability

ility Paper) 및 對數正規確率紙(Log-Normal Probability Paper)에 Plot하여 보면 7個觀測所의 그림들이 대개 對數確率紙上에서 거의 直線에 近似하다는 것을 알 수 있었다. 따라서 이들로부터 年流出量이 Log-Normal分布에 適合하다는 것을 于先 豫測하였다.

(2) 確率分布函數의 分析比較

5個 確率分布函數의 各 媒介變數(parameter)를 計算하여 各 parameter로서 理論的 確率分布를 計算해 보면 아래 Table-2와 같다.

이와같이 얻어진 確率布值 F(x)와 觀測值의 Histogram을 Fig-3과 같이 比較해 보면 앞의 Weibull Plotting에서 豫測한 바와같이 여기서도 대체적으로 Log-Normal 分布가 가장 適合한 分布型임을 보여주고 있다. 그러나 이와 같은 圖式的인 方法에 依해서 正確한 分布型임을 判別하기가 어떤 경우에 있어서는 어렵기 때문에 다음 IV章에서 χ^2 -Test 및 Smirnov-Kolmogorov Test에 依하여 各分布型의 Goodness of Fit의 Test를 하기로 한다.

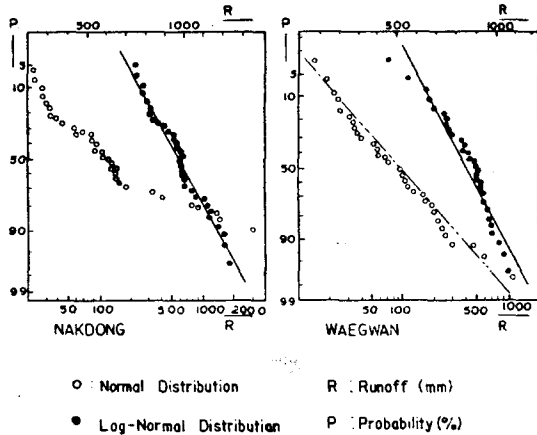


Fig-2 Weibull Probability Plotting.

IV. 適合性檢定

各 確率分布型의 觀測值와 Goodness of Fit의 Test⁽³⁾에 있어서 χ^2 -Test 및 Smirnov-Kolmogorov Test에 依하기로 하였다. ⁽⁸⁾⁽⁹⁾

1. χ^2 -Test(Chi Square-Test)

χ^2 -分布는

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(O_j - E_j)^2}{E_j}$$

으로 表示되며

여기서 自由度(d.f)는

$$f = k - 1 - r$$

이다.

위의 式으로 求한 χ^2 의 非超過率 $P(\chi^2)$ 는 다음 Table-3과 같다.

2. Smirnov-Kolmogorov Test

이 Test方法은 Distribution Free Test로서 χ^2 -Test가 Parametric Method인데 反하여 이 方法은 Non-Parametric Method로서 水文學의 適合性 檢定에 많이

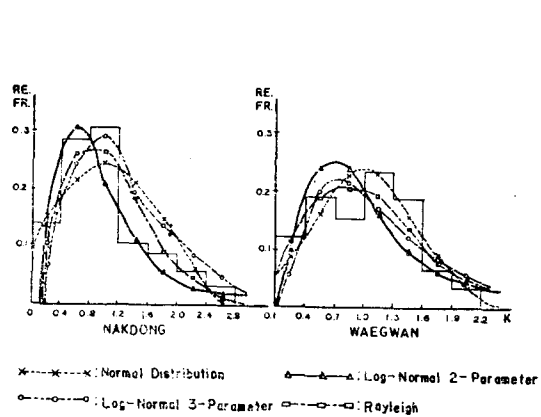


Fig-3 Probability Curve.

使用되고 있다. 이 方法을 使用하여 有義水準(Significance Level) 5% 및 1%에 對한 Smirnov-Kolmogorov Statistic Δ_0 를 求하여 各 分布型의 Test值 Δ 를 檢定할 수 있다.

Smirnov-Kolmogorov Test에서 各 觀測所에 對한 各 分布의 Δ 와 Δ_0 를 求하면 Table-4와 같다.

3. 結果의 比較檢討

χ^2 -Test 및 Smirnov-Kolmogorov Test로부터 얻어진 結果(Table-3 및 4)를 比較해 보면 兩 Test 모두다 Lognormal分布가 가장 適合한 分布임을 보여주고 있다.

그러나 Smirnov Kolmogorov Test는 χ^2 -Test보다 一般的으로 包括的인 結果를 주기 때문에 Table-4에서 알수 있는 바와 같이 有意水準5% 및 1%에서 거의 모든 分布型의 Test值가 Smirnov-Kolmogorov Statistic Δ_0 보다 작은 값을 준다. 따라서 各 分布型에 對한 假設을 棄却할 수 없다(그중 밀출된 分布가 가장 適合한 分布임).

그 反面 χ^2 -Test는 Smirnov-Kolmogorov Test보다 민감한 檢定結果를 주고 있으며, 그 結果를 보면 Log-

Table-3 Probability of χ^2 ; $P(\chi^2)$

Name	Distribution	Normal	Log-normal 2parameter	Log-normal 3parameter	Gamma
Nakdong		0.9698	0.8279	0.9205	0.9698
Waegwan		0.3432	0.8674	0.9298	0.6629
Hyeonpung		—	0.8875	0.9728	0.9651
Andong		0.7882	0.9444	0.9706	0.9398
Dngchon		0.5517	0.8594	0.5439	0.3668
Koryung-Br		0.3340	0.4831	0.8274	0.6109
Chindong		0.4830	0.8512	0.9186	0.8512

Table-4 Simirnov-Kolmogorov Test

Name	Δ_0 Δ	$\Delta_0(5\%)$	$\Delta_0(1\%)$	Lormal Δ	Log-normal 2para Δ	Log-normal 3 para Δ	Ray-leigh Δ
Nakdong		0.266	0.266	0.1568	0.0923	0.1268	0.1749
Waegwan		0.234	0.278	0.0645	0.0697	0.0629	0.0671
Hyenpung		0.234	0.278	0.2122	0.0859	0.0695	0.1526
Andong		0.368	0.436	0.1263	0.1862	0.1211	0.1776
Dongchon		0.368	0.436	0.1205	0.0840	0.1536	0.0938
Koryung-Br		0.330	0.392	0.1293	0.0867	0.1582	0.1776
Chindong		0.330	0.392	0.0927	0.1084	0.1324	0.1829

normal 3-parameter가 7個地點中 5個로서 全分布型的 71.4%를 차지하고, Log-normal 2-parameter 및 3-parameter가 7個地點中 6個로서 全分布型的 85.7%를 차지하였으며 Log-normal 3-parameter의 Probability는 거의 90% 이상이다.

V. 結 論

年流出量의 適正確率分布型을 設定키 爲하여 洛東江流域의 年流出量 資料를 分析한 結果 다음과 같은 結論을 얻을 수 있다.

(1) 年流出量의 適正確率分布型은 全體로 볼때 Log-normal分布라고 思料된다.

(2) Log-normal 分布中 가장 適合한 分布型은 Log-normal 3 parameter分布라고 믿어진다.

(3) χ^2 -Test에 依하는 경우 Log-normal 3 parameter分布에서 Probability가 거의 90% 이상이고 Simirnov-Kolmogorov Test에서는 有義水準 5% 및 1%에 對한 假設을 棄却할 수 없음을 보여주고 있다.

(4) 7個 觀測所中 東村, 高靈橋가 다른 觀測所보다 낮은 適合性을 보여주고 있다.

끝으로 紙面關係上 7個 觀測所에 대한 그림과 表를 다 실지 못하였으며, 比較上 上, 中, 下流인 安東, 洛東 및 津東등의 3地點을 對比하는 것이 좋다고 생각되었으나 各 觀測地點間의 結果에 있어서 큰差가 없기 때문에 대표적인 2地點, 즉 洛東과 倭館만을 실린 것

을 附記하 ㄴ다.

參 考 文 獻

1. Radmilo D.Markovic: Probability Funtions of Best Fit to Distribution of Annual Precipitation and Runoff, Hydrology Paper No.8 Colorado State University Aug. 1965
2. Vente Chow: Statistical and Probability Analysis of Hydrologic DATA, Hand book of Applied Hydrology, 1968. (P.8.2~p.8.30)
3. Vujica Yevjevich: Probability and Statistics is Hydrology, Water Resources Publication, 1972. (p.118~p.167, p.214~p.230)
4. 鄭英鎭: 近代統計學의 理論과 實際, p.10~p.46, p.65~p.76, p.113~p.133.
5. 安在求, 曹鏞, 朴鍾澈: 近代統計學, p.14~p.14 ~p.33.
6. 尹龍男: 水文學, p.275~p.334.
7. 崔榮博, 李舜鐸, 李吉永: 水文學, 河川工學 I. II 卷, p.143~p.241
8. 邊圭淵: 洛東江 流域의 洪水頻度 分析에 關한 研究, 嶺南大學校 碩士學位論文, 1971.
9. 李舜鐸, 邊圭淵: 洛東江 流域의 洪水頻度에 關한 研究, 大韓土木學會, 創立二十周年 記念論文集, 1971
10. 洛東江 流域 調查團: 報告書 및 水文資料綴