

<論文>

波高의 確率分布 및 相關에 관한 基礎的 研究

—東海岸의 波高를 中心으로 하여—

A Fundamental Study of Probability Functions  
and Relationship of Wave Heights.

—On the Wave Heights of the East Coast of Korea—

尹	海	植*
Yoon,	Hae	Sik
李	舜	鐸**
Lee,	Soon	Tak

ABSTRACT

The records of wave heights which were observed at Muk ho and Po hang of the East Coast of Korea were analyzed by several probability functions.

The exponential 2 parameter distribution was found as the best fit probability function to the historical distribution of wave heights by the test of goodness of fit.

But log-normal 2 parameter and log-extremal type A distributions were also fit to the historical distribution, especially in the Smirnov-Kolmogorov test. Therefore, it can't be always regarded that those two distributions are not fit to the wave height's distribution.

In the test of goodness of fit, the Chi-Square test gave very sensitive results and Smirnov-Kolmogorov test, which is a distribution free and non-parametric test, gave more inclusive results.

At the next stage, the inter-relationship between the mean and the one-third wave heights, the mean and the one-tenth wave heights, the one-third and the one-tenth wave heights, the one-third and the highest wave heights were obtained and discussed.

1. 序 言

港灣 또는 海岸構造物의 設計에 있어서 重要한 因子(parameters) 中의 하나는 設計波高(Design Wave Height)이며, 波浪의 觀測은 基本的인 設計資料를 얻는데 重要한 것이다.

波浪이 發生하고 있을 때의 海面狀態는 不規則하여 波動論에 있는 Sine波와는 달리 時時刻刻으로 變하고 數式으로 表現하기가 困難하다.

港灣 또는 海岸構造物에 實際로 作用하는 波動은 이와같은 不規則波이며 波浪의 不規則性을 考慮하여 港灣 또는 海岸構造物을 設計하는 데는 다음의 3가지 方法으로 생각할 수 있다.

첫째, 不規則性을 하나하나씩 分離하여 各波浪의 作

\* 嶺南大學校大學院土木工程科(水工學專攻)

\*\* 正會員·嶺南大學校工科大学 副教授

用을 그 波高와 같은 規則波의 作用과 같다고 假定하고 設計는 그 中에서 最高波 또는 最大의 作用을 하는 波浪을 對象으로 하는 方法이고, 둘째, 各 波의 出現 頻度を 고려하여 各 波의 作用을 綜合的인 效果를 推定하는 方法 즉 頻度分布法이며, 셋째, spectrum을 사용하여 不規則波의 波列에 包含되어 있는 無數한 成分波의 變形 또는 作用을 求하는 方法, 즉 spectrum 法이다.

이러한 觀點에서 지금까지 波高의 統計的 研究을 보면, 美國의 Herbert, C.S.Thom<sup>(13)</sup>,<sup>(14)</sup>은 極值波高分布 (Extreme Wave Height Distribution)는 Frechet 分布에 適合하다고 하였고, Leon, E.Borgman<sup>(15)</sup>은 Rayleigh 分布를 變形하여 Hurricane의 確率을 分析하였으며, Longuet-Higgins<sup>(16)</sup>은 波高出現頻도는 Rayleigh 分布에 따른다고 하였다.

1971년 3월부터 처음으로 浦項新港에 水壓式 波高計를 設置하여 波高를 本格的으로 觀測하기 시작한 우리나라에서는, 서울大學校 安守漢博士<sup>(17)</sup>가 東海岸의 自記波高 記錄低를 分析하여 波高의 出現頻도는 Rayleigh 分布에 잘 맞는다고 하였으며, 韓國綜合技術公社<sup>(18)</sup>에서는 風速記錄值 혹은 天氣圖로부터 風域圖를 作成하여 S.M.B法, P.N.J法, Wilson法 혹은 Bretshneider圖表로 深海波高를 推定하여 設計波高를 決定하였으며, 安義先<sup>(19)</sup>氏는 碎波效果에 依한 有義波高의 關係를 發表하였다.

그러나 本 論文에서는 10~20分間 觀測한 全體波群에서 그 指標인  $H_{max}$ ,  $H_{1/10}$ ,  $H_{1/3}$ ,  $H_{mean}$  등의 出現頻度分布 (Probability Function)와 그 相關 (Relationship)을 究明 定立함으로써 앞으로 設計波高 設定의 研究에 基本이 되는 基礎的 研究中 邁르쳐 하였다.

## 2. 波高의 出現頻度分布函數

한 觀測所에서 觀測한 波群의 指標  $H_{max}$ ,  $H_{1/10}$ ,  $H_{1/3}$ ,  $H_{mean}$ 은 分析코자 하는 變量으로서 頻度分析 (Frequency Analysis)의 可能한 波高系列을 이룬다.

一般적으로 確率密度 (Probability density) 또는 密度函數 (Density function)  $f(x)$ 는 다음과 같다.

$$f(x) \geq 0,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1,$$

$$\int_a^b f(x) dx = Pr\{a < x < b\}$$

累加確率分布函數 (Probability distribution function)  $F(x)$ 는

$$F(x) = P\{X \leq x\} = \int_{-\infty}^x f(x) dx.$$

의 關係가 있다.

分析에 使用한 出現頻度分布函數는 正規分布, 對數 正規分布, 1變數 및 2變數指數分布, Rayleigh 分布 및 對數標值分布 A型 등이다.<sup>(20)</sup>,<sup>(21)</sup>

## 3. 出現頻度分布分析

### 3-1. 波高資料

#### 3-1-1. 資料選定 및 基本統計值

本 論文에서는 浦項新港의 波高記錄值를 使用하여 分析하였다. 各 資料의 特徵을 보면,

星湖港에서는 1962年 12月부터 Streo式 波高計가 설치되어 觀測을 계속해 오다가, 1971年 8月부터 階段 抵抗式 自記波高計가 設置되어 波高의 自動記錄을 하였으나, 海草의 繁殖에 依해 能率의 低下되어 正常的인 波高記錄을 할 수 없었으므로, 水壓式波高計를 併設하여 觀測을 계속해 오다가 最近에는 主로 水壓式波高計를 使用하게 되었다.

波高計는 1971年 8月 以前에는 N37°-32'-58'', E129°-07'-16''地點에 설치하였으되, 1971年 8月 以後의 自記波高計는 N37°-33'-18'', E129°-07'-41''地點의 海上에 設置하였다.

本 論文에서는 資料의 缺測으로 因해 1970年 1月 1日부터 1970年 12月 31日까지의 1日 20分間 3回 觀測한 波群의 指標인 全  $H_{max}$ ,  $H_{1/10}$ ,  $H_{1/3}$ ,  $H_{mean}$ 에 대해 分析하였다.

그리고 浦項港에 있어서는 1971年 3月부터 自記水壓式 波高計에 依해 觀測을 계속해 왔다. 波高計는 水深 9m地點 (N36°-01'-07'', E129°-24'-31'')과 水深 11m地點 (N36°01'21'', E129°-24'-10'')에 設置되어 있으며, 周期 6秒이하의 波浪을 9m地點에 設置한 波高計에 依하여 觀測하고, 周期 6秒 이상의 波浪을 11m地點의 波高計에 依해서 觀測된다.

本 論文에서는 資料의 缺測으로 因하여 1973年 1月 1日부터 1973年 12月 31日까지의 1日 10~20分間 6回 觀測한 波群의 指標인 全  $H_{max}$ ,  $H_{1/10}$ ,  $H_{1/3}$ ,  $H_{mean}$ 에 대해 分析하였다.

이들 資料의 基本統計值는 資料數에 依한 偏倚影響 (Biased Influence)을 제거하기爲의 不偏值 (Unbiased Value)로 計算하였는데 그 結果는 Table-1과 같다.

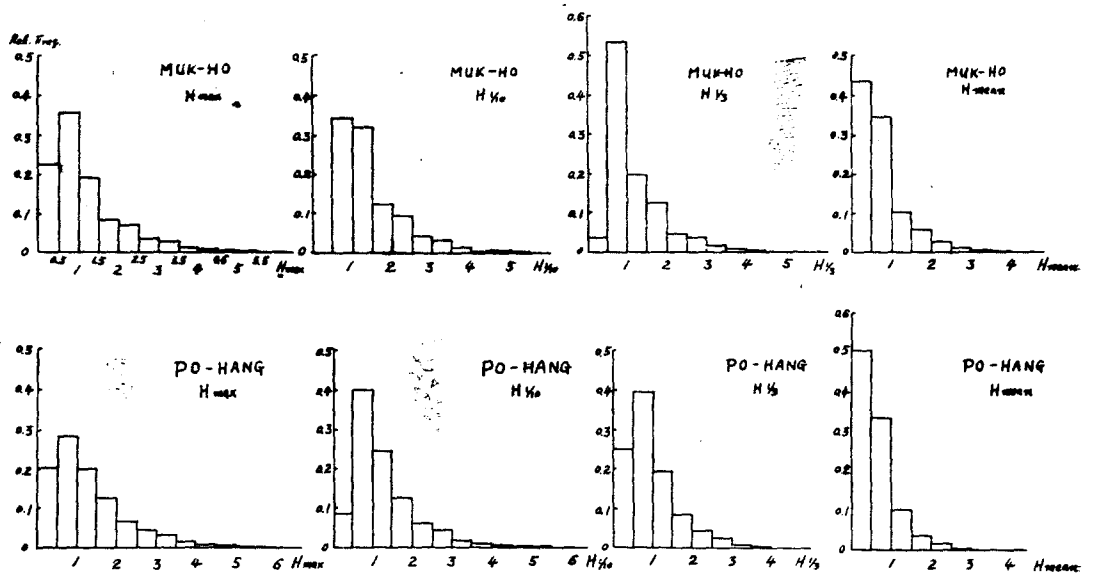
#### 3-1-2. 觀測值의 頻度分析 (Frequency Analysis)

級間 (Class Interval)을 0.5로 하여 各 階級 (Class)에 대한 相對度數 (Relative Frequency)를 使用한 度數 分布圖 (Frequency Distribution Diagram)는 Fig-1과 같다.

Table-1. Basic Statistics

Harbour	MUK-HO				PO-HANG			
	$H_{max}$	$H_{1/10}$	$H_{1/3}$	$H_{mean}$	$H_{max}$	$H_{1/10}$	$H_{1/3}$	$H_{mean}$
$\bar{x}$	1.131	1.396	1.132	0.748	1.234	1.180	0.924	0.595
$\sigma^2$	0.666	0.623	0.436	0.351	0.857	0.554	0.364	0.184
$\sigma$	0.816	0.789	0.660	0.592	0.926	0.744	0.603	0.428
C. V	0.722	0.565	0.583	0.792	0.750	0.631	0.653	0.720
$C_s$	1.825	0.610	1.661	2.040	1.422	1.613	1.538	1.598

$\bar{x}$  : Mean,  $\sigma^2$  : Variance,  $\sigma$  : Standard Deviation, C. V : Coefficient of Variation,  $C_s$  : Skewness.



### 3-2 確率紙(Probability paper)에 의한 檢討

Weibull Methoa(혹은 Thomas Plot)에 의하면, N개의 관측자료를 어느 母集團에서 얻은 1組의 標本으로 생각하여 이것을 크기 순서  $X_1 > X_2 > \dots > X_n$ 로 나열했을 때 이것들을 표본크기(Sample Size) N의 順序統計量(Order Statistics)라 하고  $i$ 번째 값을  $i$ 번째 順序統計量이라고 부른다.

이  $i$ 번째 順序統計量의 非超過確率을  $Fi$ 로 쓰면 超過確率  $Wi$ 은 다음과 같다.

$$Wi = 1 - Fi = \frac{i}{N+1}$$

여기서,  $Wi$ : 超過確率

$Fi$ : 非超過確率

$N$ : 變量數

$i$ : 크기 順序番號

墨湖, 浦項港의 各 波高의 超過確率을 구하여 正規

確率紙(Normal Probability Paper)에 Plot하니 Fig.-2, Fig.-3, Fig.-4, Fig.-5와 같이 모두 J型이나와 正規分布에는 不適合함을 알 수 있었다.

같은 方法으로 對數正規確率紙(Log-normal Probability Paper)에 Plot하니 대부분 Fig.-2, Fig.-3, Fig.-4와 같이 曲線形이 되는데, Fig.-5와 같이 直線에 가깝다고 볼 수 있는 것이 PO-HANG의  $H_{1/3}$ 과 PO-HANG의  $H_{mean}$ 에서 發見되어서, PO-HANG  $H_{1/3}$ 과 PO-HANG  $H_{mean}$ 은 對數正規分布에 適合하지 않을까 하는 豫想을 하였다.

### 3-3 出現頻度分布 分析 및 比較

各 分布式別 變數值를 求한 것이 Table-2이며, 觀測值 및 各 分布式別 確率을 比較해 보면 Fig.-6, Fig.-7과 같으며, 또 觀測值와 各 分布式別 累加確率을 比較해 보면 Fig.-8, Fig.-9와 같다.

이들 그림에서 보면 Exponential 2 parameter 분

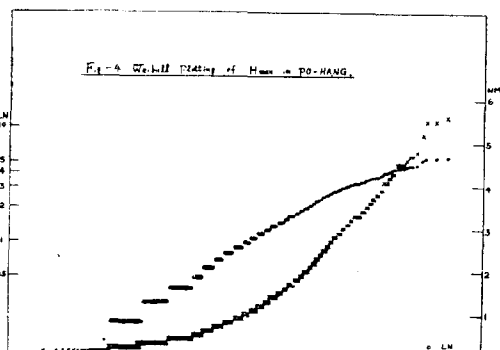
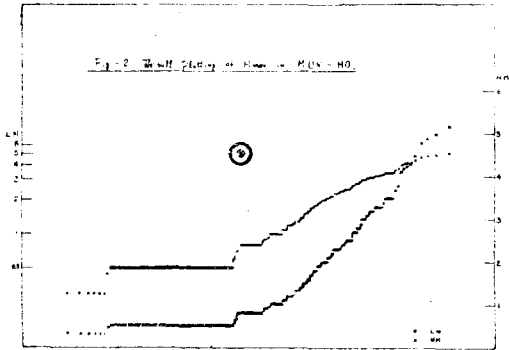
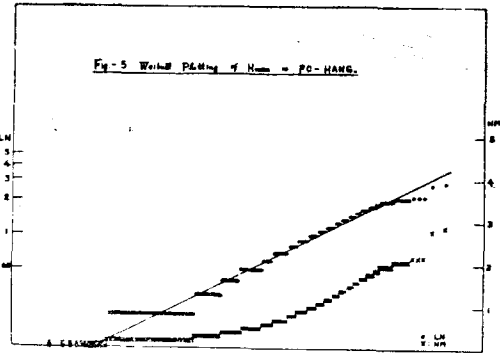
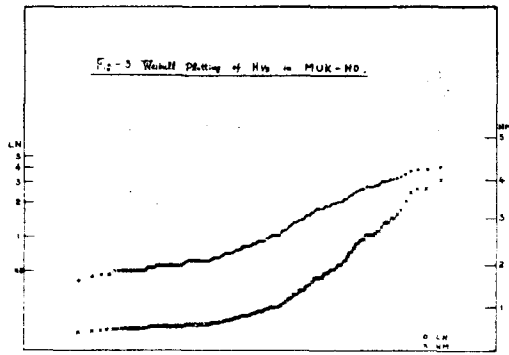


Table-2. Constants & Parameters of Probability Functions.

Probability Functions	Harbour		MUK-HO				PO-HANG			
	Constants & Parameters	Wave Height	$H_{max}$	$H_{1/10}$	$H_{1/3}$	$H_{mean}$	$H_{max}$	$H_{1/10}$	$H_{1/3}$	$H_{mean}$
NM		$\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}$	0.489	0.505	0.604	0.673	0.431	0.536	0.661	0.931
		$\frac{1}{2\sigma^2}$	1.331	1.246	0.871	0.702	1.714	1.107	0.728	0.367
LN		$\ln x$	-0.080	0.207	-0.011	-0.524	-0.073	-0.007	-0.268	-0.667
		$\sigma_y^2$	0.369	0.232	0.247	0.423	0.628	0.336	0.377	0.553
		$\sigma_y$	0.607	0.481	0.497	0.651	0.793	0.580	0.614	0.744
EXP-2		$a$	1.226	1.267	1.515	1.688	1.080	1.344	1.657	2.334
		$b$	0.315	0.607	0.472	0.155	0.308	0.436	0.321	0.167
LEX-A		$k$	10.946	14.882	13.651	8.914	23.301	14.801	17.143	15.213
		$x_0$	0.756	1.034	0.829	0.476	0.811	0.839	0.648	0.399
		$b$	5.324	7.285	5.492	2.985	15.095	6.959	7.046	4.222

\* 편의상 각 分布式의 略稱을 다음과 같이 사용하여 사용한다  
 NM; Normal Distribution  
 LN; Log-normal Distribution  
 EXP-2; Exponential 2 parameter Distribution  
 EXP-1; Exponential 1 parameter Distribution  
 RL; Rayleigh Distribution  
 LEX-A; Log-extremal Type A Distribution

분포型이 가장 적합한 것으로 생각되며, Log-normal 分布型과 Log-extremal 分布型도 比較的 適合한 것으로豫想된다.

그러나 肉眼으로 判斷한다는 것은 非合理的이므로 觀測值의 分布와 出現頻度分布結果와의 Goodness of Fit<sup>(7), (11)</sup>를 檢定하기 위해 ①  $X^2$ -Test와 ② Smirnov-

Kolmogorov Test方法을 사용하기로 하였으며, 그 結果로부터 適定分布型을 決定하기로 하였다.

먼저  $X^2$ -Test에 있어서 觀測度數(Observed Frequency)와 期待度數(Expected Frequency)에 대해서  $X^2$ 을 計算하여  $X^2$ 分布表의 有義水準 5%( $X^2_{0.05}$ )와 有義水準 1%( $X^2_{0.01}$ )에 대해서 檢定을 行하였다.

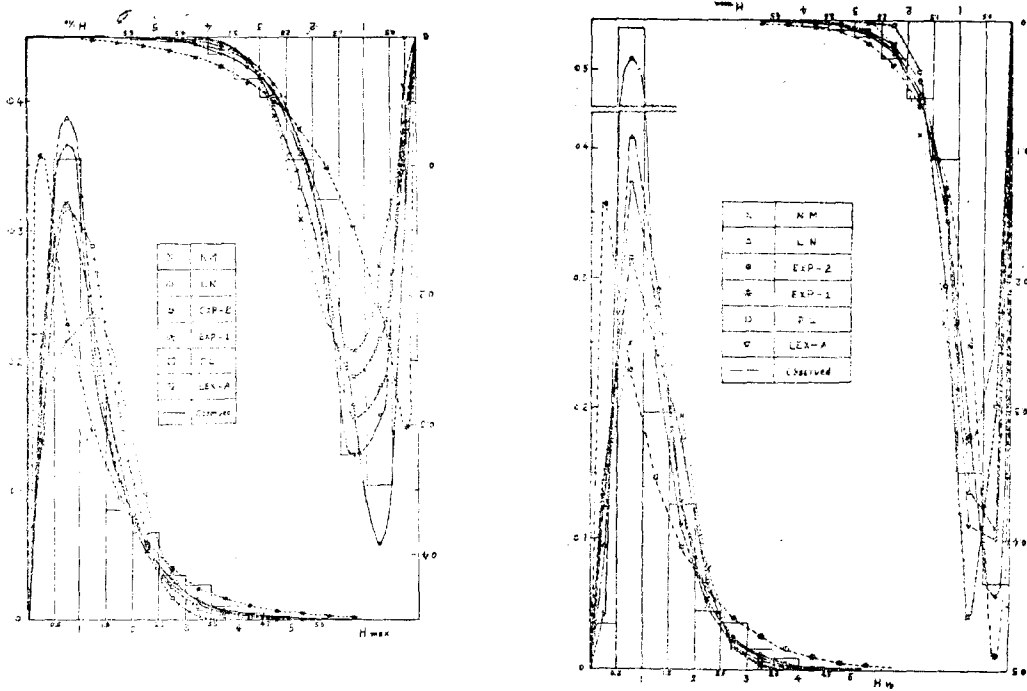


Fig.-6. Comparison of Observed and Theoretical Probability Distributions in MUK-HO.

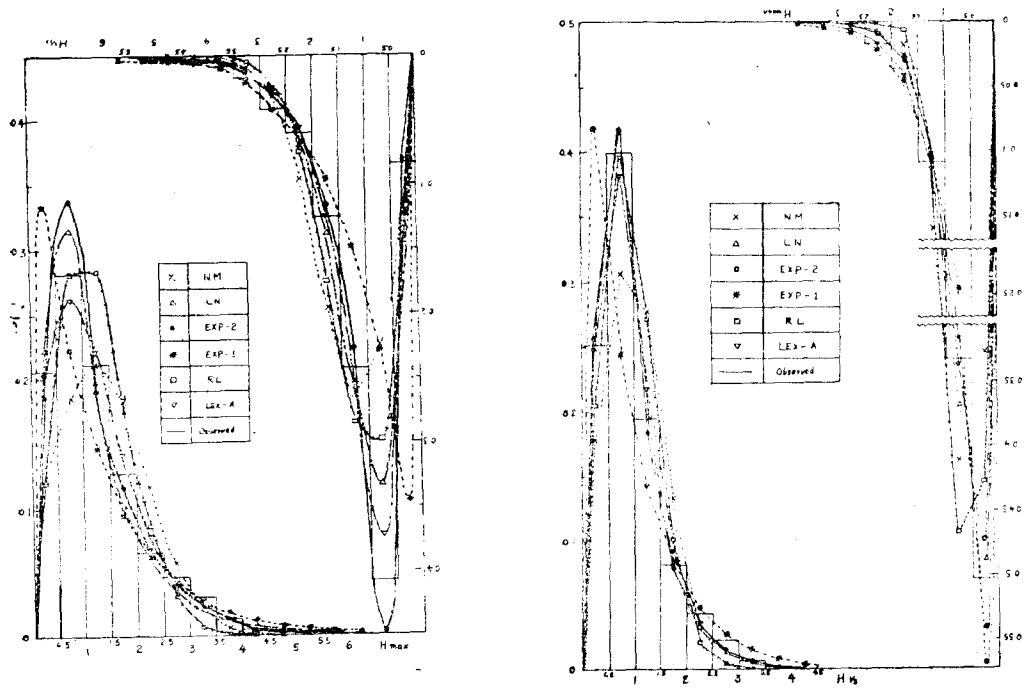


Fig.-7. Comparison of Observed and Theoretical Probability Distributions in PO-HANG.

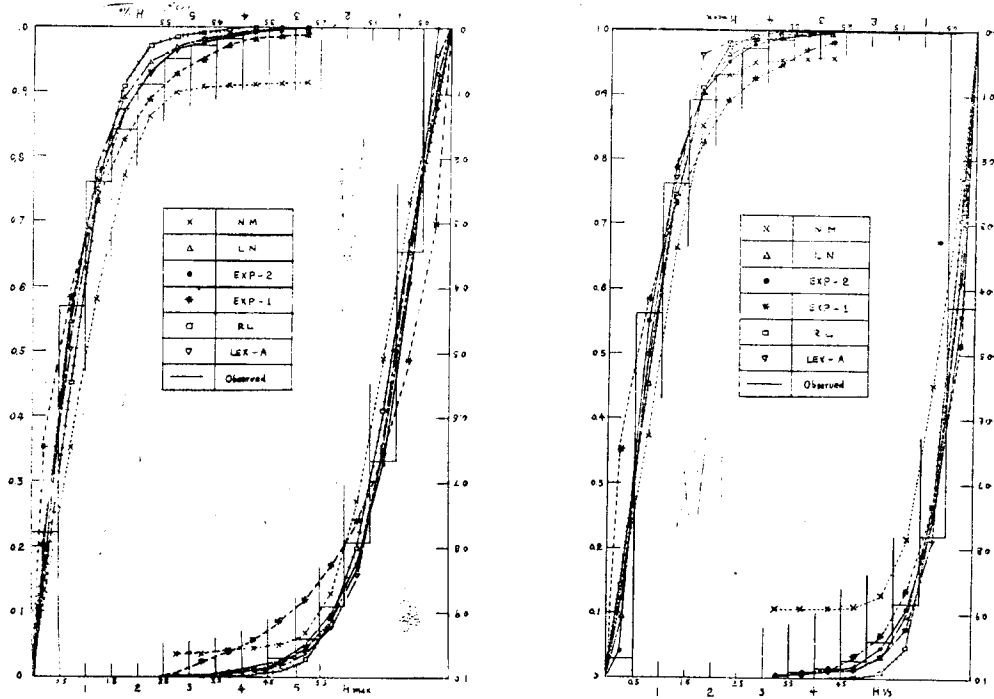


Fig.-8. Comparison of Observed and Theoretical Cumulative Probability Functions in MUK-HO

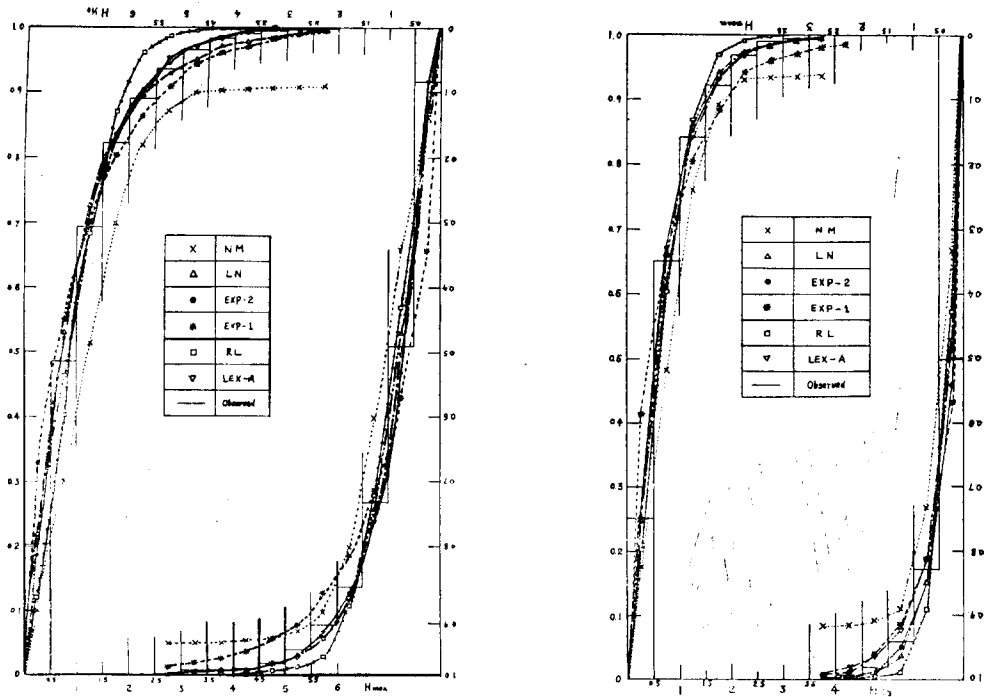


Fig.-9. Comparison of Observed and Theoretical Cumulative Probability Functions in FO-HANG

다음 Smirnov-Kolmogorov Test를 行하였는데 이 方法은 Distribution Free Test로서  $X^2$ -Test가 Parametric Method인데 反하여 이 方法은 Non-Parametric Method로서 水文量的 適合性 檢定에 많이 使用되고있다. 이 方法을 使用하여 S-K統計值(Statistic)  $\Delta$ 를 求하고 有義水準 5%와 有義水準 1%에 對해 各分布를 檢定을 行하였다.

墨湖 및 浦項의 波群의 指標  $H_{max}, H_{1/10}, H_{1/3}, H_{mean}$ 에 對해서,  $X^2$ -Test와 Sminov-Kolmogorov Test를 行한 結果는 다음 Table-3으로 要約할 수 있다.

Table-3. Results of Test.\*

Test	Goodness of Fit	NM	LN	EXP -2	EXP -1	RL	LEX -A
$X^2$ -Test	Accepted	0	1	4	0	0	0
	Impossible	0	1	2	0	0	1
	Rejected	8	6	2	8	8	7
S-K Test	Accepted	0	5	7	0	0	5
	Impossible	0	2	1	1	2	1
	Rejected	8	1	0	7	6	2

\*表中의 숫자는 墨湖 및 浦項의  $H_{max}, H_{1/10}, H_{1/3}, H_{mean}$ 을 有義水準 5%, 1%로 檢定하여 Accepted, Impossible, Rejected 되는 數이다

이 表에서 알 수 있는 바와 같이  $X^2$ -Test와 S-K Test에서 共히 適合性을 나타내는 Exponential 2parameter 分布型이 가장 適合한 것 같으며, S-K Test의 結果를 보면 Log-normal 分布型과 Log-extremal Type A 分布型도 比較的 適合한 것으로 나타나는데, 對數正規率紙에 plot했을 때 一部分이 Log-normal

分布型에 適合한 것 같은 直線型으로 나왔던 바와같이 이들 分布型도 適合하지 않다고는 할 수 없다.

#### 4. 波高의 相關

(Relationship of Wave Heights)

港灣 또는 海岸構造物의 設計에 있어서, 波壓公式中의 波高 H의 適用에 있어서 어떤 公式에서는  $H_{1/3}$ 을 使用하고, 어떤 公式에는  $H_{1/10}$ 을 使用할 것을 指定하고 있다.

不規則波에 있어서 波群의 指標  $H_{max}, H_{1/10}, H_{1/3}, H_{mean}$ 은 一定한 關係가 있고, 이 關係가 究明·定立되면 어떤 波壓公式에도 쉽게 適用할 수 있다.

壓力波高를 表面波高로 바꾼 浦項港의 1,066個의 資料와 墨湖港의 469個의 資料를 使用하여  $H_{1/3}/H_{mean}, H_{1/10}/H_{mean}, H_{1/10}/H_{1/3}, H_{max}/H_{1/3}$ 의 相關圖를 作成하면 Fig-10과 같이 되어, 強한 陽의 相關(Positive Correlation)으로 直線的인 函數關係가 있다고 할 수 있다.

最小自乘法(Least Square Method)에 依하여 回歸係數(Regression coefficient)를 求한 것이 다음 Table-4이며, 觀測值과 理論值를 比較하였다.

表을 보면 浦項港은 參考文獻(17)의 結果와 비슷하게 나타나며, 日本海의 觀測值와도 類似하나 理論值의 相關式보다는 작은 값을 나타낸다.

墨湖港은 資料觀測時의 波高計가 Strec式이고, 波高計 設置 位置가 參考文獻(17)의 位置와 相異한고로 相

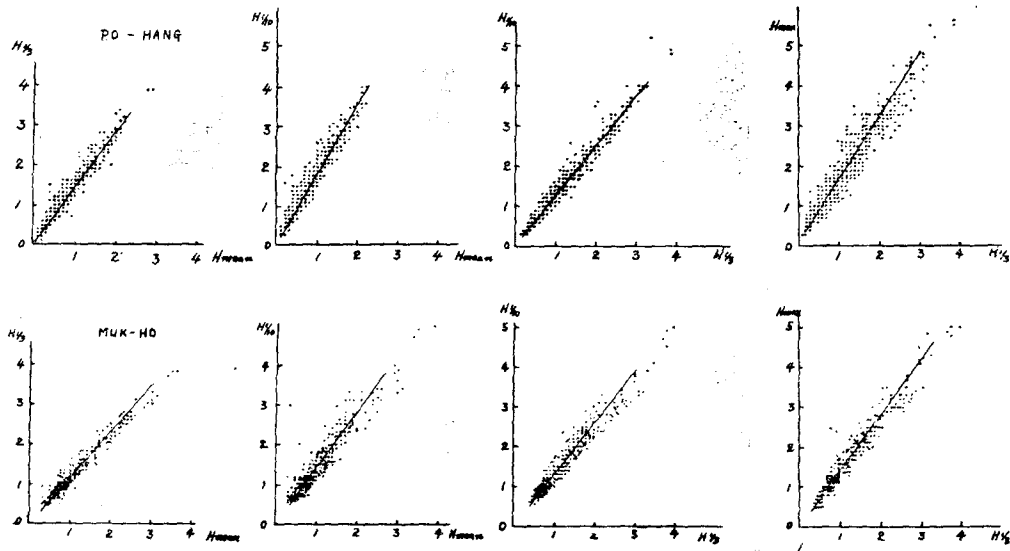


Fig. 0. Correlation of Wave Heights.

Table-4. Relationship of Wave Heights

波高比	浦項	墨湖	安博士計算 值 <sup>(13)</sup> (浦項)	安博士計算 值 <sup>(13)</sup> (墨湖)	太平洋 觀測值	日本海 觀測值	名古屋港 觀測值	Rayleigh理論值	Pearson III型 理論值
$H_{1/3}/H_{max}$	1.43	1.13	1.5	1.49	1.57	1.4	1.57	1.6	1.57
$H_{1/10}/H_{max}$	1.85	1.41	1.86	1.85	2.02	1.82	2.04	2.03	1.94
$H_{1/10}/H_{1/3}$	1.25	1.24	1.24	1.24	1.29	1.30	1.3	1.27	1.29
$H_{max}/H_{1/3}$	1.64	1.40	1.64	1.70	1.87	1.80	-	1.60	1.81

當히 작은 값을 나타내며, 理論值보다도 역시 대단히 작은 값을 나타낸다. 그러나  $H_{1/10}/H_{1/3}$ 은 浦項港의 경우와 類似하며, 參考文獻(17)의 觀測值와 같은 값을 나타내므로 Stereo式 波高計에 의한 觀測值에서  $H_{1/10}/H_{1/3}$ 의 相關式은 波高計의 種別에 關係없이 使用할 수 있다.

### 5. 結 論

지금까지 墨湖 및 浦項의 波高觀測資料를 分析한 結果 東海岸 波高( $H_{max}$ ,  $H_{1/10}$ ,  $H_{1/3}$ ,  $H_{max}$ )의 確率分布型은 대부분 Exponential-2 Parameter分布에 가까우며 Goodness of Fit Test에 있어서도 이와 같은 결과를 대체적으로 보여주고 있다. 그러나 平均波의 波高中 부분적으로 Log-normal 2 Parameter分布와 Log-extremal Type A分布에 適合한 경우도 있으므로 平均波의 波高全體가 Exponential-2 Parameter 分布에 完全히 適合하다고는 할 수 없으며 경우에 따라서는 平均波의 波高가운데 他的 確率分布를 適用하여야 한다고 본다.

그리고 平均波의 波高間에는 강한 陽의 相關關係가 발견되었으며 그 결과는 앞의 Table-4와 같다.

끝으로 本波高의 研究에 있어서 좀더 長期間의 資料에 의하여 分析하지 못하였음을 有感으로 생각하며 앞으로 더욱 많은 資料에 의하여 本論文에서 얻어진 결과를 補充, 修正해 나가고자 한다.

### 參 考 文 獻

1. Thom, H.C.S; Extreme Wave Height Distributions Over Oceans, Jour. of Waterways, Harbours and Coastal Engineering Division, Proc. ASCE, Aug. 1973.
2. Borgman, L.E; Probabilities for Highest Wave in Hurricane, Jour, of Waterways, Harbours and Coastal Eng neering Div., ASCE, May, 1973.
3. Thom, H.C.S; Asymtotic Extreme-Value Distribution of Wave Heights in the Open Ocean, Jour, of Marine Research, Vol.29, No.

- 1, 1971.
4. Holmes, P&D. Howard; The Statistical Properties of Random Water Waves, Dynamic Waves in Civil Engrg., Paper 10, Edited by D.A. Howells & Others, Wiley-Interscience, 1971.
5. Good Knight, R.C & T.L. Russel; Investigation of the Statistics of Wave Heights, Jour, of Waterways and Harbours Div., Proc.ASCE, May, 1963.
6. Longust-Higgins; On the Statistical Distribution of the Heights of Sea Waves, Jour, of Marine Research, Vol.11, No.3, 1952.
7. Yevjevick, V; Probability and Statistics in Hydrology, Water Resources Publication, Colorado state University, 1972.
8. Chow, V.T.; Statistical and Probabily Analysis of Hydrologic Data, Handbook of Applied Hydrology, 1968.
9. 合田良實; 波의 不規則性을 고려한 設計法, 日本港灣技術研究所 講演會, 講演概要, 1971.
10. 高橋智晴, 他; 波高計에 의한 觀測資料의 處理方法, 日本港灣技術研究所 資料, No.39, 1967.
11. 鄭英鎭; 近代統計學의 理論과 實際, 寶晉齋
12. 李舜鐸·邊圭淵; 洛東江流域의 洪水頻度 分析에 대하여, 大韓土木學會, 創立二十周年紀念論文集, 1972.
13. 安守漢; 不規則波의 統計的 特性에 관한 研究, 大韓土木學會誌, 第21卷, 第1號, 1973.
14. 安義先; 東海岸 設計波高에 대한 新提案, 大韓土木學會誌, 第21卷, 第1號, 1973.
15. 韓國綜合技術公社; 韓國 東海岸의 設計波에 關한 研究, 1970.
16. 波浪觀測資料 分析研究報告書, 건설부, 1973.
17. 海上觀測資料 整理·分析 및 各港 設計決定 用役報告書, 건설부, 1973.
18. 海上觀測統計, 건설부, 1971.
19. 浦項新港海上觀測記錄, 건설부, 浦項工業地區建設사무소, 1973.
20. 波浪觀測統計(波高·周期), 건설부, 1973.