減搖水槽의 性能에 關하여 (2)

禹 奉 九*, 印 喆 煥*, 具 鍾 道**

On the Performance of the Anti-Rolling Tank (2)

Bong Koo Woo*, Chul Hwan In*, and Jong Do Koo**

Abstract

In this paper, authors investigate and analize the effects of the anti-rolling tank which are calculated in accord with the tank damping coefficients by the computer, and which are represented with both the tank water's saturating state and the normal state in the irregular waves by analog computer.

As the results of these studies, we immediately find that the tank optimum damping coefficient b_{t0}, is 0.3877 due to calculating μ-values, analizing and comparing inclinations of μ-values, and that although a nonlinear elements are included in the response character of the ship-tank system, the output is no longer Gaussian distribution, even when the sea waves are considered as Gaussian, and can not be expressed by the specrtal forms which premise the superposition theory.

1. 緖 言

船舶의 安全性은 航海中 船體運動과 密接한 關係가 있으며 船體運動中 橫搖는 船舶에 여러가지 面에서 相當한 影響을 줌으로 지금까지 많은 學者들이 理論과 實驗으로 船舶의 橫搖運動의 輕減法을 考案하였다. 이들 橫搖運動의 輕減法을 分類하면 아래 表와 같다.[1]

Table 1 의 減搖法中 受動型減搖水槽(passive anti-rolling tank)에 依한 減搖法은 다른 減搖法보다 裝置와 作動面에서 單純하며 水槽를 燃料와 淸水等의 倉庫로도 使用할 수 있고 不必要時는 水槽內의 流體를 비워 重量을 減少시킬 수도 있으며 約 50~80% 程度의 減搖效果를 얻을 수 있기 때문에 主로 使用되고 있다.

Table 1. The classifications of Anti-Rolling Tank

Origin of forces developing the stabilizing moment	Principle of operation	
	Passive stabilizer	Active stabilizer
Force of weight	Passive rigid weight Passive A.R.T. (antirolling tank) of Type Ⅰ and Ⅱ	Active rigid weight Active A.R.T. of Type Ⅰ and Ⅱ of various construction
Hydrodynamic force	Bilge keel (side keel) Passive fins	Activated side rudders of various construction Stabilizers with propellers of various construction
Gyroscopic forces	Passive Gyrostabilizer	Active gyro-stabilizer

本研究에서는 參考文獻[6]의 連續으로 特히 減搖水槽自體의 最適減衰係數와 不規則海洋波中에서 水槽天井에 물이 부딪칠 경우의 減搖水槽의 效果에 關하여 叙述코저 한다.

2. 船-減搖水槽系의 運動方程式

減搖水槽에 依한 減搖原理는 流體質量이 한 쪽 區劃

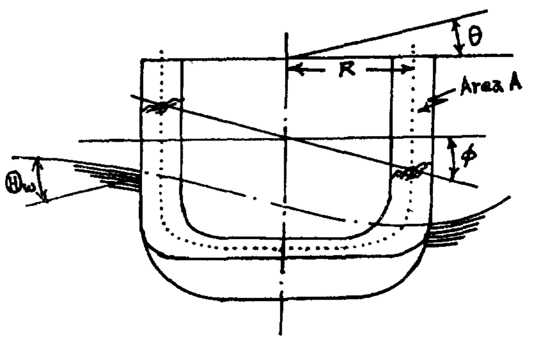

Fig. 2-1 Cross-section of ship with anti-rolling tank[2]

* 接受日字：1974年 4月 5日
正 會 員：仁荷大學校, 工科大學
** 正 會 員：仁荷工科大學校 大學院

에서 다른 쪽 區劃으로 移動함에 따라 重量에 依한 安定化 moment를 發生시키는데 있다.

J.H. Chadwick의 二重振子理論을 基礎로 Fig. 2-1에 表示된 船-減搖水槽系의 運動方程式은 다음과 같다[2].

$$\left.\begin{aligned} &J_s\ddot{\theta}+B_s\dot{\theta}+K_s\theta+J_{st}\ddot{\phi}+K_{st}\phi=M_\omega \\ &J_{st}\ddot{\theta}+K_{st}\theta+J_t\ddot{\phi}+B_t\dot{\phi}+K_t=0 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots(2\text{-}1)$$

但, J_s : Inertia coefficient of ship
- K_s : Coefficient of restoring force of ship
- B_t : Tank damping coefficient
- J_{st} : Coefficient of inertia coupling between ship and tank
- B_s : Ship damping coefficient
- J_t : Inertia coefficient of tank
- K_t : Coefficient of restoring force of tank
- K_{st} : Coefficient of static coupling between ship and tank

(2-1)式의 解를

$$\left.\begin{aligned} &\theta=\bar{\theta}e^{i(\omega t-\varepsilon_s)} \\ &\phi=\bar{\phi}e^{i(\omega t-\varepsilon_t)} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots(2\text{-}2)$$

(但, θ : 船의 橫搖角, ϕ : 減搖水槽內 流體의 搖角)로 놓고 (2-1)式을 풀면 다음의 結果를 얻는다.

$$\mu=\left|\frac{\theta}{\Theta_\omega}\right|=\frac{\gamma}{\sqrt{\left(a_s-\dfrac{\lambda' a_t}{a_t^2+b_t^2}\right)^2+\left(b_t+\dfrac{\lambda' b_t}{a_t^2+b_t^2}\right)^2}} \quad \cdots\cdots\cdots(2\text{-}3)$$

$$\varepsilon_s=\tan^{-1}\frac{b_s+\dfrac{\lambda' b_t}{a_t^2+b_t^2}}{a_s-\dfrac{\lambda' a_t}{a_t^2+b_t^2}} \quad \cdots\cdots\cdots(2\text{-}4)$$

但, μ : magnification factor, Θ_ω : 波傾斜角, ω : 波의 周波數, ω_s : 船의 固有周波數, ω_t : 減搖水槽의 固有周波數, ω_{st}:decoupling frequency$=\sqrt{\dfrac{K_t}{J_{st}}}$, t : 時間, $a_s=1-\dfrac{\omega^2}{\omega_s^2}$, $a_t=1-\dfrac{\omega^2}{\omega_t^2}$, $a_{st}=1-\dfrac{\omega^2}{\omega_{st}^2}$, $M_\omega=\gamma\Theta_\omega\cdot \bar{W}\cdot GM$, γ : 有効波係數, b_s=normalized damping of ship$=\dfrac{B_s\omega}{K_s}$, b_t : normalized damping of tank$=\dfrac{B_t\omega}{K_t}$, $\lambda'=\lambda a_{st}^2$, $\lambda=\dfrac{K_t}{K_s}$

3. 減搖効果의 諸要素

3.1 減搖水槽의 減衰係數의 意義

水槽內 流體의 間涉効果가 없다고 假定하면 減衰効果는 局部的인 速度로 運動하는 水槽內 自由表面上 流體粒子의 運動力學的 條件은 變化가 없는 反面에, 自由表面의 力學的 條件으로 因하여 減衰項을 附加함으로 일어나며 減衰係數의 크기는 消散에너지와 供給에너지의 均衡狀態에서 決定된다[5]. 지금까지 硏究結果에서 減衰係數의 경향은 減衰係數의 크기에 따라서 減衰率과 水槽內의 流體 moment가 變化하여 減搖効果에 많은 影響을 줌으로 減衰係數에 關하여 論하는 것도 큰 意義가 있다 하겠다.

3.1.1 微分에 依한 最適減衰係數

(2-3)式에서 減衰係數項 b_t 項을 未知數로 보고 微分하면,

$$\frac{d\mu}{db_t}=\frac{-\gamma\lambda'\{b_s b_t^2+(\lambda'-2a_s a_t)b_t-b_s a_t^2\}}{(a_t^2+b_t^2)^2\sqrt{\left(a_s-\dfrac{a_t\lambda'}{a_t^2+b_t^2}\right)^2+\left(b_t+\dfrac{b_t\cdot\lambda'}{a_t^2+b_t^2}\right)^2}} \quad \cdots\cdots\cdots(3\text{-}1)$$

이 되며 $d\mu/db_t=0$가 되기 위해서는

$$b_s b_t^2+(\lambda'-2a_s a_t)b_t-b_s a_t^2=0 \quad \cdots\cdots\cdots(3\text{-}2)$$

이어야 하며 減衰係數 b_t의 二次方程式의 根의 判別式이 0보다 큼으로 實根을 가지며 그 根은

$$b_{t1,2}=\frac{-(\lambda'-2a_s a_t)\pm\sqrt{(\lambda'-2a_s a_t)^2+4b_s^2 a_t^2}}{2b_s} \quad \cdots\cdots\cdots(3\text{-}3)$$

이 된다. (3-3)式에 同調狀態의 條件 $\omega=\omega_s=\omega_t$를 代入하여 음미하면 b_{t1}(+인 경우)은 0이 되어 Chadwick의 absorber effect 現狀이 나타나며 b_{t2}(−인 경우)는 μ의 값이 最大値가 됨으로 求하고자 하는 條件에 모순되나 여기서는 b_{t1}과 b_{t2}의 값을 取하여 그 平均値를 最適減衰係數 $(b_{t0})_D$로 보고 同調條件에서

$$(b_{t0})_D=\left|\frac{\lambda'}{2b_s}\right| \quad \cdots\cdots\cdots(3\text{-}4)$$

란 結果를 얻었다.

3.1.2 Stigter의 最適減衰係數[3]

Ir. C. Stigter는 船-減搖水槽系의 運動方程式에서 船의 減衰項 b_s와 decoupling 項 a_{st}를 無視하고 Fig. 3-1과 같이 두 個의 固定點을 모든 μ의 曲線이 通過하고 있는 理致에 依해 船-減搖水槽系의 橫搖方程式에서는 ω/ω_s의 根을 求한 結果에서 最適安定化條件으로

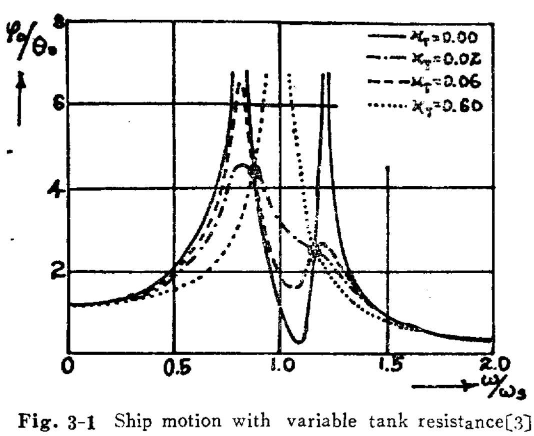

Fig. 3-1 Ship motion with variable tank resistance[3]

$$f^2=\frac{\omega_t^2}{\omega_s^2}=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3\text{-}5)$$

卽 $\omega_s=\omega_t$ 이란 條件下에서 求한 最適減衰係數 $(b_{t0})_s$로 定한 式은 아래와 같다.[3]

$$(K_t)_0{}^2=\frac{3\mu_p{}^2}{8-4\mu_p{}^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3\text{-}6)$$

$$\mu_p=\sqrt{\lambda} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3\text{-}7)$$

但, $\mu_p=K_{st}/\sqrt{K_s\cdot K_t}$, $K_{st}=K_t$

그러나 Stigter의 (3-6)式에 減搖水槽의 位置關係를 考慮한 最適減衰係數 $(b_{t0})_s$의 式은 다음과 같다.[4]

$$(b_{t0})_s=\sqrt{\frac{12\lambda'}{8-4\lambda'}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3\text{-}8)$$

但, $\omega=\omega_s=\omega_t$(同調時)

3.1.3 本硏究에서 擇한 最適減衰係數

大體的으로 船이 決定되면 b_s의 값은 自動的으로 決定되나 다른 係數와 比較하여 無視할 程度임으로 (2-3)式에서 $b_s=0$라 두면,

$$\mu=\frac{\gamma}{\sqrt{\left(a_s-\dfrac{\lambda' a_t}{a_t^2+b_t^2}\right)^2+\left(\dfrac{\lambda' b_t}{a_t^2+b_t^2}\right)^2}} \quad \cdots\cdots\cdots (3\text{-}9)$$

이 되고 (3-9)式을 a_s에 關한 導函數를 求하여 $d\mu/da_s=0$로 하면

$$\frac{d\mu}{da_s}=\frac{-\gamma\left(a_s-\dfrac{\lambda' a_t}{a_t^2+b_t^2}\right)}{\sqrt{\left(a_s-\dfrac{\lambda' a_t}{a_t^2+b_t^2}\right)^2+\left(\dfrac{\lambda' b_t}{a_t^2+b_t^2}\right)^2}} \quad \cdots (3\text{-}10)$$

이 되며

(3-10)式에서 $d\mu/da_s=0$이기 爲하여는

$$a_s-\frac{\lambda' a_t}{a_t^2+b_t^2}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3\text{-}11)$$

인 式을 얻고 Stigter의 安定化條件 $f^2=\dfrac{\omega_t^2}{\omega_s^2}=1$를 써서 同調條件을 滿足시키는 最適減衰係數 $(b_{t0})_K$은 다음의 式으로 주어진다.

$$(b_{t0})_K=\sqrt{\lambda'} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3\text{-}12)$$

3.1.4 最適減衰係數들의 比較檢討

以上의 方法들로 求한 最適減衰係數 b_{t0}들의 式은 Fig. 3-2에 나타나며 모두가 λ'로 表示되고 있다.

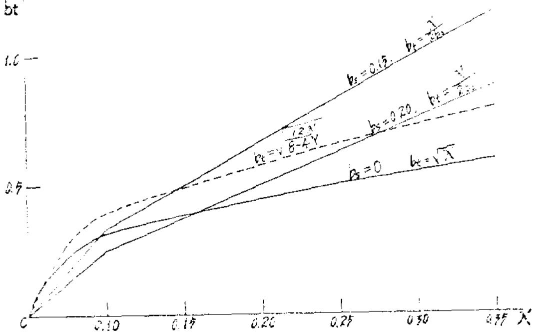

Fig. 3-2 Optimum damping coefficients in each case (where $\omega_s=\omega_t=\omega$)

Fig 3-2의 경우에서 보면 대체로 (3-12)式에 依한 damping coefficient의 값이 비교적 적은 값을 나타냄을 알 수 있다. 이러한 相對的 關係는 μ値計算에서 論하겠다.

3.2 減搖水槽의 moment와 位相差

本項에 關하여는 參考文獻[6]에서 詳細하게 論하였다. 現在까지의 實驗과 理論에 依하면, 減搖水槽의 位相差는 $\pi/2$가 될 때 減搖效果가 좋다는 結果를 얻었으며 減衰水槽의 moment와 位相差에 關한 式은 다음과 같다.

$$M_t=-J_{st}\ddot{\phi}-K_{st}\phi=-a_{st}\cdot K_t\cdot\phi \quad \cdots\cdots\cdots (3\text{-}13)$$

(3-13)式에서 K_t項은 減搖水槽가 決定되면 아래의 式에 依해 求할 수가 있다.

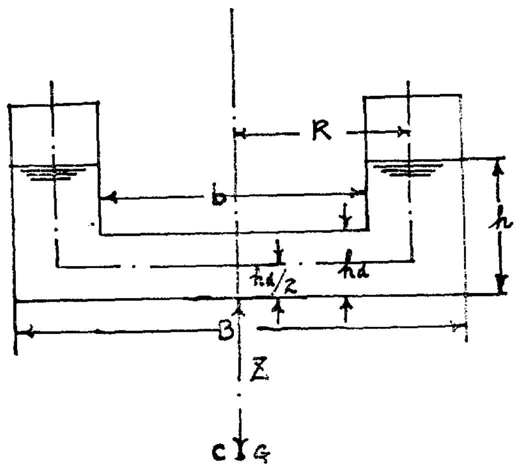

Fig. 3-3. Cross section of anti-rolling tank

$$K_t=2\rho gAR^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3\text{-}14)$$

位相差에 關한 式은 (3-13)式에서 다음과 같다.

$$\varepsilon_{m\phi\theta}=\tan^{-1}\frac{b_t}{a_t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3\text{-}15)$$

但, $\varepsilon_{m\phi\theta}$: 船의 橫搖와 tank moment 間의 位相差

3.3 位置에 依한 影響

船—減搖水槽系의 運動方程式에서 位置의 影響을 나타내는 要素인 a_{st}項에 關하여 생각해 보자.[4][6]

a) 減搖水槽를 重心보다 上方에 設置한 경우.

減搖水槽의 復原力係數 $K_t=2\rho gAR^2$이고 decoupling 項 $J_{st}=\rho AR\int_0^L\left(\dfrac{d}{R}\right)dl$임으로 Fig 3-3를 參考하여 求하면

$$J_{st}=\rho AR^2\left(\frac{R}{R}\right)\left(h-\frac{h_d}{2}\right)-\rho AR^2\left(\frac{Z+\frac{h_d}{2}}{R}\right)\times 2R \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3\text{-}16)$$

$$\omega_{st}{}^2=\frac{K_t}{J_{st}}=\frac{2\rho gAR^2}{\rho AR^2\left(h-\dfrac{h_d}{2}\right)-\rho AR^2\left(\dfrac{2Z+h_d}{2R}\right)\times 2R}=\frac{g}{h-h_d-Z} \quad \cdots\cdots\cdots (3\text{-}17)$$

但, l : tank의 길이, h : side tank 內 流體의 높이, h_d : height connecting duct, Z : 船의 重心 G로부터 tank까지의 높이

b) 減搖水槽를 重心보다 下方에 設置한 경우 decoupling 項의 第二項이 陽임으로

$$\omega_{st}^2=\frac{g}{h-h_d+Z} \quad \cdots\cdots (3\text{-}18)$$

이 된다. 그런므로

$$a_{st}=1-\frac{\omega^2}{\omega_{st}^2} \quad \cdots\cdots (3\text{-}19)$$

에 依해 a_{st}를 求할 수 있다.

3.4 有効波係數(Effective wave slope coeff.)

有効波係數 γ에 關하여는 現在까지 渡邊의 理論式이 使用되고 있다.

$$\gamma=1-\phi_p\frac{b}{m} \quad \cdots\cdots (3\text{-}20)$$

但, ϕ_p=有効波係數를 決定하는 parameter

$m=GM$, b=船의 幅(breadth)

(3-20)式은 相當한 係數를 必要로 하므로 計算이 복잡하고 또 最近 有効波係數를 實驗에 依하여 實測한 바 (3-20)式의 理論値와 差가 있음이 어느 程度 確實視되고 있어 大體로 一般的인 槪念에서 볼 때 γ는 波의 周波數 ω를 獨立變數로, 다음의 指數函數로 表示된다.

$$\gamma=e^{-\omega x} \quad \cdots\cdots (3\text{-}21)$$

그러나 μ의 計算時 $\gamma=0.7$로 固定시켰음으로 修正値를 求하여 修正시켜야 한다.

4. Magnification factor μ에 關한 考察

Magnificatin factor μ는 (2-3)式에서 나타난 바 처럼 橫搖角 θ와 波의 傾斜角 Θ_w의 比의 絶對値로 表示되며 減搖効果의 尺度이다. 本項은 trial method에 依하여 減搖係數의 減衰係數 b_t의 값들의 μ의 計算値를 求하여 比較檢討後 가장 타당성 있는 것을 最適減衰係數로 定하고 ω_t/ω_s와 b_t의 여러 경우에 關하여 μ의 計算値를 求해 보았다.

4.1 計算方法

먼저 (2-3)式에서 앞의 세가지 式에 依해 求한 (b_{t0})의 값을 減衰係數 b_t의 값으로 定하고 $\gamma=0.7$로 하여 減搖水槽一船系의 減搖諸要素를 考慮하여 programming 해서 computer에 依한 計算値에다 γ의 修正値를 加하여 計算하였다.

4.2 Magnification factor 의 計算

Fig. 4-1과 Fig. 4-2는 $b_s=0.15$로 하였을때 (3-4)式에 依해서 求한 $(b_{t0})_D$의 値를 (2-3)式의 b_t의 値로

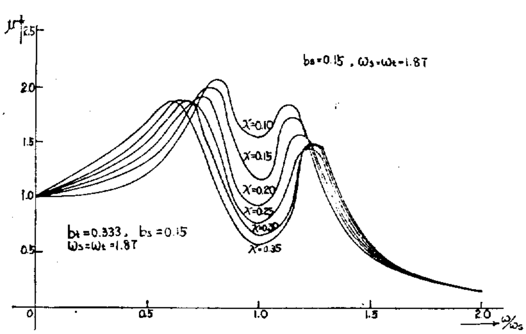

Fig. 4-1 μ-values with $b_t=0.333$

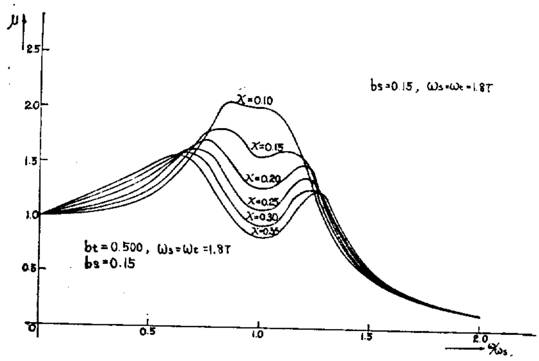

Fig. 4-2 μ-values with $b_t=0.500$

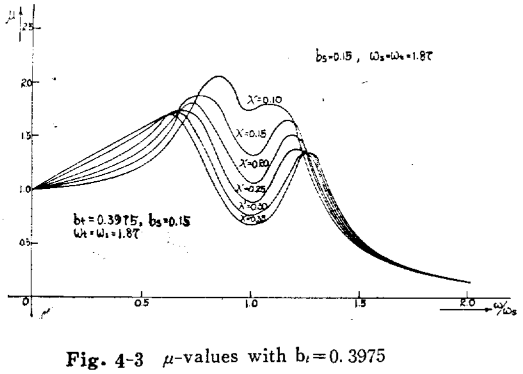

Fig. 4-3 μ-values with $b_t=0.3975$

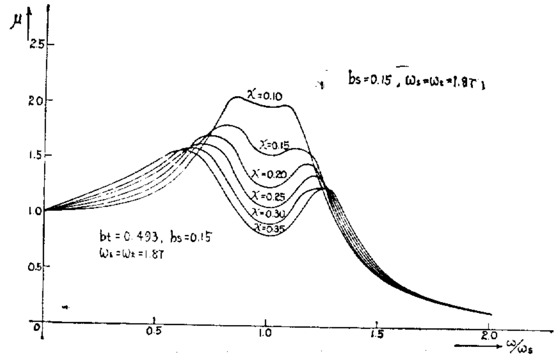

Fig. 4-4 μ-values with $b_t=0.493$

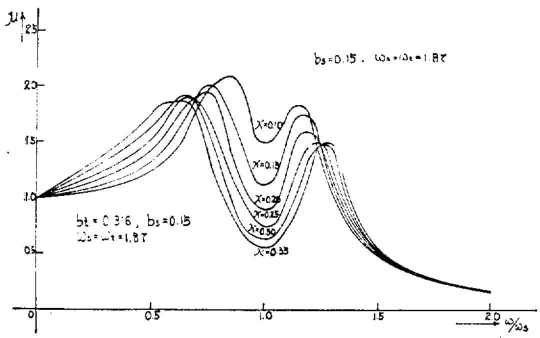

Fig. 4-5 μ-values with $b_t=0.316$

取하여 λ'의 各値에 關한 μ의 計算値를 플로트한 것이며 Fig. 4-3과 Fig. 4-4는 $b_s=0.15$일 때 (3-8)式에 依한 $(b_{t0})_s$의 値를 (2-3)式의 b_t의 値로 하여 λ'의 값에 關한 μ의 計算値이고 Fig. 4-5와 Fig. 4-6은 $b_s=0.15$일 때 (3-12)式에 依한 $(b_{t0})_K$의 値를 (2-3)式의 b_t의 値로 하여 求한 μ의 計算値를 나타낸다.

4.3 計算結果 比較檢討

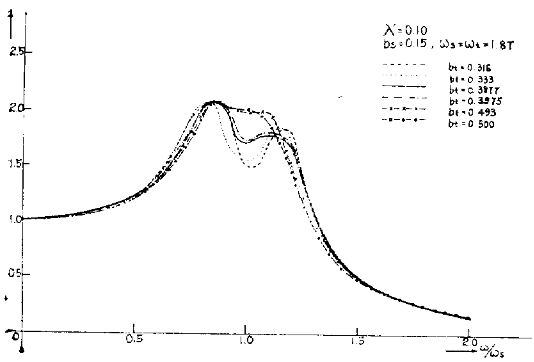

Fig. 4-7 μ-values with $\lambda'=0.10$

以上에서 論한 μ計算値에 依한 最適減衰係數를 判別하기 위하여 $\lambda'=0.10$, $\lambda'=0.15$, $\lambda'=0.20$에 關한 μ計算値가 Fig. 4-7, Fig. 4-8과 Fig. 4-9에 表示되어 있다. λ'의 값에 依한 (b_{t0})의 각 경우를 比較檢討하면, $(b_{t0})=0.3877$인 경우일 때 大體로 λ'의 값에 關係없이 μ의 값이 最適함을 알 수 있음으로 本 硏究에서는 最適減衰係數를 $(b_{t0})=0.3877$로 定했다.

4.4 $b_{t0}=0.3877$일 때 μ의 計算値

最適減衰係數를 $(b_{t0})=0.3877$로 하였을 때 Fig. 4-10은 $\omega_t/\omega_s=0.962$인 경우, Fig.4-11은 $\omega_t/\omega_s=1.123$인 경우이며 Fig. 4-12는 $b_s=0.07$인 경우, Fig. 4-13은 $b_s=0.20$인 경우의 μ의 計算値를 플로트한 것이다.

大體로 알 수 있듯이 同調狀態에서는 相當히 效果的이며 ω_t/ω_s의 값이 적을수록 $\omega_t/\omega_s=0.8$근처를 제외하고는 비교적 減搖效果가 좋으며 ω_t/ω_s의 값이 1.0

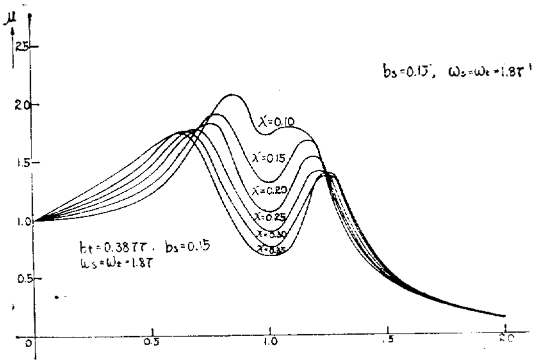

Fig. 4-6 μ-values with $b_t=0.3877$

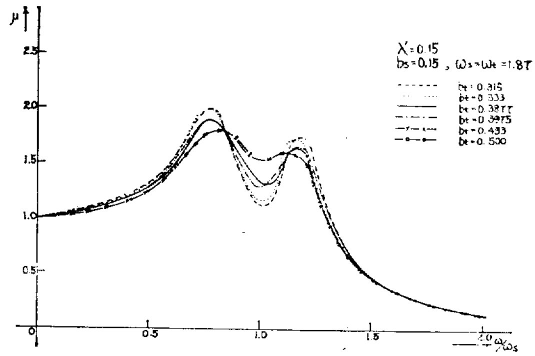

Fig. 4-8 μ-values with $\lambda'=0.15$

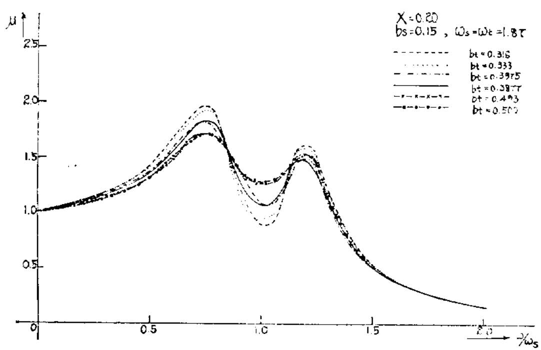

Fig. 4-9 μ-values with $\lambda'=0.20$

보다 큰 경우도 마찬가지다. b_s의 값에 따라서는 b_s의 값이 적을수록 $\omega/\omega_s=0.8$근처에서는 効果가 나쁘나 그 외에는 相當한 效果를 나타내 주고 있으며 b_s의 값이 크면 저주파수나 고주파수에 관계 없이 減搖效果가 좋음을 알 수 있다.

4.5 減搖率

同調狀態에 있어서 減搖率은 다음 式으로 表示된다. [4]

$$k=\frac{|\theta|\text{with tank}}{|\theta|\text{without tank}}=\frac{b_s}{b_s+\frac{a_{sts}\cdot\lambda}{b_t}}=\frac{b_s}{b_s+\frac{\lambda'}{b_t}}$$

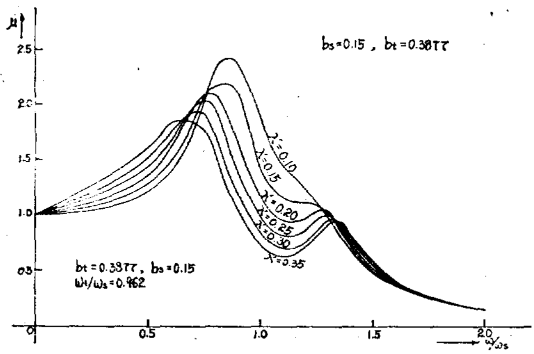

Fig. 4-10 μ-values with $\omega_t/\omega_s=0.962$

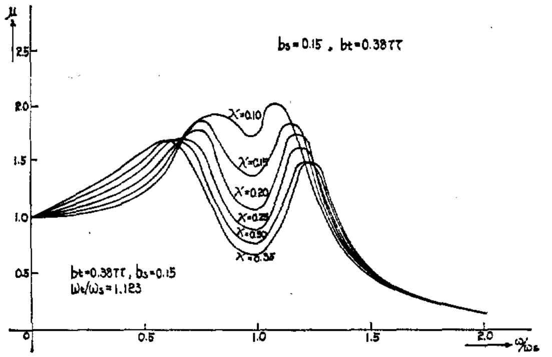

Fig. 4-11 μ-values with $\omega_t/\omega_s=1.123$

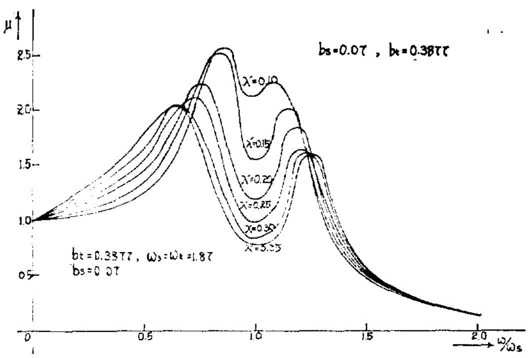

Fig. 4-12 μ-values with $b_s=0.07$

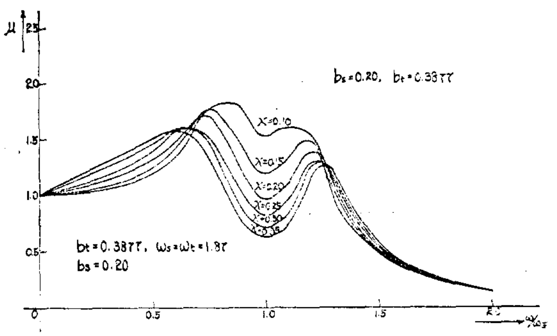

Fig. 4-13 μ-values with $b_s=0.20$

……………(3-22)

(3-22)式에서 $b_s=B_s\omega/K_s$ 이며 Froude의 logarithmic decrement 係數 a와 $b_t=b_{t0}$인 값을 취하면 (3-22)式은

$$k=\frac{\frac{2a}{\pi}}{\frac{2a}{\pi}+\frac{\lambda'}{\sqrt{\lambda'}}}=\frac{\frac{2a}{\pi}}{\frac{2a}{\pi}+\sqrt{\lambda'}} \qquad \text{……………(3-23)}$$

이 되며 $2a/\pi=0.07$, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25 0.30, 0.35인 경우 (3-22)式에서 $b_t=0.3877$로 하였을 때 k의 計算値는 Fig. 4-14에, $b_t=\sqrt{\lambda'}$로 하였을 때 k의 計算値는 Fig. 4-15에 플로트하였다.

Fig. 4-14와 Fig. 4-15를 比較檢討하면 $\lambda'=0.15$ 보다 적은 값에는 $b_t=\sqrt{\lambda'}$인 경우가 $b_t=0.3877$인 경우보다 減搖率이 낮음을 알 수 있다.

5. 不規則波中의 減搖水槽의 効果

非線型系에서 正規性 不規則波가 入力으로 作用할 때, 系의 應答에 關해서는 統計的 等價線型化方法을 써 왔으며 이 方法은 非線型要素를 그것과 等價인 線型要素로 置換함으로써 應答의 統計量을 近似的으로 評價하며 이 밖에도 여러가지 等價線型化方法이 현재 提案되고 있다. 本論文에서는 減搖水槽의 天井에 물이 부딪쳤을

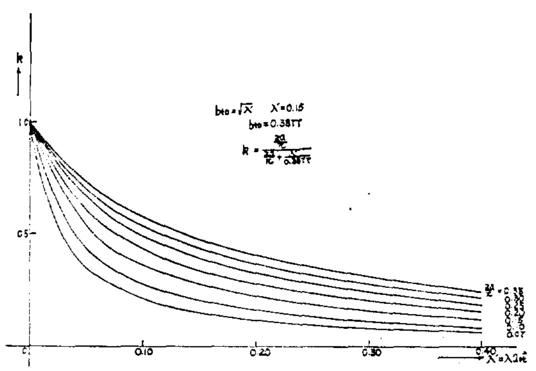

Fig. 4-14 k-values with $b_{t0}=0.3877$

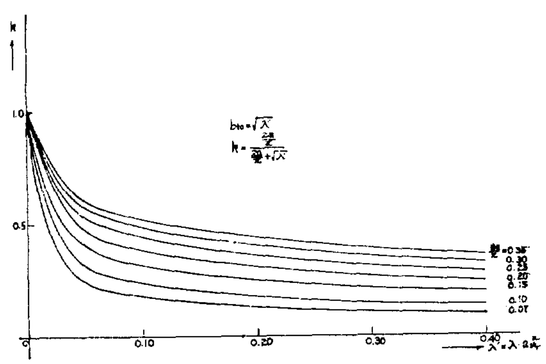

Fig. 4-15 k-values with $b_{t0}=\sqrt{\lambda'}$

때, 水槽의 復原項이 飽和狀態를 나타냄으로써 非線型 要素가 되어 이 경우 不規則海洋波中에서의 減搖水槽의 性能을 統計的 等價線型化方法으로 考察해 보기로 한다. 다시 말해서 非線型系 卽 減搖水槽의 물이 天井에 부디쳤을 때의 應答과 線型化된 系의 應答의 差가 最少가 되도록 等價 gain $\mathbb{K}$ 를 決定하고 tank 水가 天井에 부딪쳤을 때 그 부디치는 程度를 變化시켜 가며 不規則波에 對한 應答을 스펙트럼에너지(spetrum energy)로 解析한 결과 역시 天井에 부딪치는 率이 높으면 높을수록 水槽의 効率은 減少된다는 것을 알게 되었다.

5.1 Tank 水가 天井에 부딪칠 경우의 等價線型化方法〔10〕〔11〕

Fig. 5-1 를 參考로 하면 減搖 tank 水의 線型運動方程式은

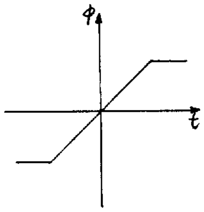

Fig. 5-1

$$J_t\ddot{\phi}+B_t\dot{\phi}+K_t\phi=F(t)n \quad \cdots\cdots(5\text{-}1)$$

로 表示되며 復原項의 非線型項을 포함한 非線型運動方程式은

$$J_t\ddot{\phi}+B_t\dot{\phi}+K_t\phi+kf(\phi)=F(t)n \quad \cdots\cdots(5\text{-}2)$$

이며 (5-2)式을 線型化하면

$$J_t\ddot{\phi}+B_t\dot{\phi}+K_t\phi+k\mathbb{K}\phi=F(t)n-ke(\phi) \quad \cdots\cdots(5\text{-}2)'$$

但, $e(\phi)=f(\phi)-\mathbb{K}\phi$ ……(5-3)

(5-2)′式으로 表示되며 (5-1)式의 等價線型方程式은 아래와 같다.

$$J_t\ddot{\phi}_{tl}+B_t\dot{\phi}_{tl}+K_t\phi_{tl}+k\mathbb{K}\Phi_{tl}=F(t)n \quad \cdots\cdots(5\text{-}4)$$

(5-4)式을 整理하면

$$J_t\ddot{\phi}_{tl}+B_t\dot{\phi}_{tl}+K_t(1+k\mathbb{K})\Phi_{tl}=F(t)n \quad \cdots\cdots(5\text{-}4)'$$

(5-4)′式은 풀면

$$\ddot{\Phi}_{tl}+b_t\omega_t\dot{\Phi}_{tl}+\omega_t^2(1+k\mathbb{K})\phi_{tl}=\bar{U}_n \quad \cdots\cdots(5\text{-}5)$$

但, $\bar{U}=\dfrac{F(t)}{K_t}$

이 된다. 그리고 $\mathbb{K}$ 値를 決定하는 未知數인 分散을 구하면

$$\psi_\phi-\psi_{\phi l}=\frac{\bar{U}^2\alpha}{\omega_t^2+\alpha}\int_0^\infty e^{-\alpha t}\cos\omega t\,dt\,\{R_{ee}(\tau)-R_{en}(\tau)-R_{ne}(\tau)\}=\frac{\bar{U}^2\alpha}{(\omega_t^2+\alpha)^2}[R_{ee}(\tau)-R_{en}(\tau)-R_{ne}(\tau)] \quad \cdots\cdots(5\text{-}6)$$

이 되며 $\bar{U}$ 를 單位衝擊力으로 놓으면

$$R_{ee}(\tau)\cong R_{ee}{}^*(\tau)=R_{ff(\phi)}(\tau)-2\mathbb{K}R_{f(\phi)}\psi^*(\tau)+\mathbb{K}^2R_{\phi\phi}(\tau) \quad \cdots\cdots(5\text{-}7)$$

이 되며

$$R_{en}(\tau)\cong R_{en}{}^*(\tau)=\left\{\omega_t^2(1+k\mathbb{K})+b_{t0}\frac{\partial}{\partial\tau}+\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right\}\{R_{f(\phi)\phi}(\tau)-\mathbb{K}R_{\phi\phi}(\tau)\} \quad \cdots\cdots(5\text{-}8)$$

이 되고

$$R_{ne}(\tau)\cong R_{ne}{}^*(\tau)=\left\{\omega_t^2(1+k\mathbb{K})+b_{t0}\frac{\partial}{\partial\tau}+\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right\}\{R_{f(\phi)\phi}(\tau)-KR_{\phi\phi}(\tau)\} \quad \cdots\cdots(5\text{-}9)$$

여기서 (5-8)式과 (5-9)式을 플러스하면

$$R_{en}{}^*(\tau)+R_{ne}{}^*(\tau)=\left\{2\omega_t^2(1+k\mathbb{K})+2\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right\}\left\{R_{f(\phi)\phi}{}^*(\tau)-\mathbb{K}R_{\phi\phi}(\tau)\right\}=2\left\{\omega_t^2(1+k\mathbb{K})+\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right\}\left\{R_{f(\phi)\phi}{}^*(\tau)-\mathbb{K}R_{\phi\phi}(\tau)\right\} \quad \cdots\cdots(5\text{-}10)$$

되어 分散의 差를 구하면,

$$\begin{aligned}\psi_\phi-\psi_{\phi l}&=\frac{\bar{U}^2\alpha^2}{(\omega_t^2+\alpha)^2}\Big[R_{ff}{}^*(\tau)-2\mathbb{K}R_{f\phi}{}^*(\tau)+K^2R_{\phi\phi}(\tau)-2\left\{\omega_t^2(1+k\mathbb{K})+\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right\}\Big\{\{R_{f\phi}{}^*(\tau)-\mathbb{K}R_{\phi\phi}{}^*(\tau)\Big\}\Big]\\&=\frac{\bar{U}^2\alpha^2}{(\omega_t^2+\alpha^2)}[R_{ff}{}^*(\tau)-2\mathbb{K}R_{f\phi}{}^*(\tau)+\mathbb{K}^2R_{\phi\phi}{}^*(\tau)-2\{\omega_t^2(1+k\mathbb{K})+\omega_t^2R_{fe}{}^*(\tau)-\mathbb{K}\omega_t^2R_{\phi\phi}(\tau)\}]\\&=\frac{\bar{U}^2\alpha^2}{(\omega_t^2+\alpha^2)^2}\Big[R_{ff}{}^*(\tau)-2\mathbb{K}R_{f\phi}{}^*(\tau)+\mathbb{K}^2R_{\phi\phi}{}^*(\tau)-2\left\{\omega_t^2(1+k\mathbb{K})+\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right\}\{R_{f\phi}{}^*(\tau)-\mathbb{K}R_{\phi\phi}(\tau)\}\\&=\frac{\bar{U}\alpha^2}{(\omega_t^2+\alpha)^2}[U\{R_{ff}{}^*(\tau)-2\mathbb{K}R_{\phi\phi}{}^*(\tau)+\mathbb{K}^2R_{\phi\phi}{}^*(\tau)-2\{\omega_t^2(1+k\mathbb{K})\}\{R_{f\phi}(\tau)-\mathbb{K}R_{\phi\phi}(\tau)\}+\frac{a_1\omega_t^2R_{\phi l}}{\psi_{\phi l}}-\mathbb{K}\omega_t^2R_{\phi l}]\end{aligned} \quad \cdots\cdots(5\text{-}11)$$

이 되며 差를 最小로 하는 $\mathbb{K}$ 値를 求해야 함으로 (5-11)式의 左邊을 零으로 놓으면 $|\psi_\phi-\psi_{\phi l}|=0$ 卽

$$\begin{aligned}|\psi_\phi-\psi_{\phi l}|&=\{R_{ff}{}^*(\tau)-2\mathbb{K}R_{f\phi}{}^*(\tau)+\mathbb{K}^2R_{\phi\phi}{}^*(\tau)\}-2[\omega_t^2(1+k\mathbb{K})\{R_{f\phi}{}^*(\tau)-\mathbb{K}R_{\phi\phi}{}^*(\tau)\}+\frac{a_1\omega_t^2R_{\phi l}}{\psi_{\phi l}}-\mathbb{K}\omega_t^2R_{\phi\phi}(\tau)]\\&=\{R_{ff}{}^*(\tau)-2\mathbb{K}R_{f\phi}{}^*(\tau)+\mathbb{K}^2R_{\phi\phi}{}^*(\tau)\}-2\omega_t^2(1+k\mathbb{K})R_{f\phi}{}^*(\tau)+2\omega_t^2(1+k\mathbb{K})\mathbb{K}R_{\phi\phi}{}^*(\tau)-2\frac{a_1\omega_t^2R_{\phi\phi}(\tau)}{\psi_{\phi l}}+2\mathbb{K}\omega_t^2R_{\phi\phi}(\tau)\\&=\{R_{ff}{}^*(\tau)-2\mathbb{K}R_{f\phi}{}^*(\tau)+\mathbb{K}^2R_{\phi\phi}{}^*(\tau)\}-2\omega_t^2(1+k\mathbb{K})R_{f\phi}{}^*(\tau)+2\omega_t^2\mathbb{K}R_{\phi\phi}{}^*(\tau)+2\omega_t^2k\mathbb{K}^2\dot{R}_{\phi\phi}{}^*(\tau)-2a_1\omega_t^2+2\mathbb{K}\omega_t^2\psi_{\phi l}\\&=\sum_{n=1}^{\infty}\rho_\phi{}^n(\tau)a_n{}^2-2\mathbb{K}a_1+\mathbb{K}^2\psi_{\phi l}-2\omega_t^2a_1-2\omega_t^2k\mathbb{K}a_1+2\omega_t^2\mathbb{K}\psi_{\phi l}+2\omega_t^2k\mathbb{K}^2\psi_{\phi l}-2a_1\omega_t^2+2\mathbb{K}\omega_t^2\psi_{\phi l}\\&=\sum_{n=1}^{\infty}\rho_\phi{}^n(\tau)a_n{}^2-4a_1\omega_t^2-2(a_1+a_1k\omega_t^2-\omega_t^2\psi_{\phi l})\mathbb{K}+(1+2\omega_t^2k)\psi_{\phi l}\mathbb{K}^2=0\end{aligned} \quad \cdots\cdots(5\text{-}12)$$

이 된다. 그리고

$$k=E_0,\quad A=(1+2\omega_t^2k)\psi_{\phi l}$$
$$B'=a_1+a_1k\omega_t^2-\omega_t^2\psi_{\phi l},\quad C=\sum_{n=1}^{\infty}\rho_\phi{}^n(\tau)a_n{}^2-4a_1\omega_t^2 \quad \cdots\cdots(5\text{-}13)$$

로 놓고 (5-13)式을 (5-12)式에 代入하여 K에 관하여 풀면

$$K=\frac{1}{(1+2\omega_t^2k)\psi_{\phi l}}\left[(a_1+a_1k\omega_t^2-\omega_t^2\psi_{\phi l})+(a_1+a_1k\omega_t^2-\omega_t^2\psi_{\phi l})\left[1-\frac{1}{2}\times\frac{(1+2\omega_t^2k)\psi_{\phi l}\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\rho_\phi^n(\tau)a_n^2-4a_1\omega_t^2\right\}}{\{a_1+a_1k\omega_t^2-\omega_t^2\psi_{\phi l}\}^2}\right.\right. \cdots\cdots(5\text{-}13)$$

이 된다.

但, $R_{ee}(\tau)$: $e(\varphi)$의 自己相關函數

$R_{en}(\tau)$: $e(\varphi_e)$와 $n(t)$의 自己相關函數

$R_{\phi\phi}(\tau)$: $\varphi(t)$의 自己相關函數

$R_{fe}(\tau)$: $F(n)$와 $n_l(t)$의 相互相關函數

$R_{fe}^*(\tau)$: $F(n_l)$와 $n_l(t)$의 相互相關函數

$R_f^*(\tau)$: $F(n)$의 相互相關函數

$R_{ee}^*(\tau)$: $e(\psi_l)$의 自己相關函數

$\psi_{\phi l}$: ϕ_n $n(t)$의 正常分散

ψ_ϕ : $\psi(t)$의 定常分散

$\rho_\phi(\tau)$: 相關係數

K : 等價 gain

$F(n)$: Zero-memory 形非線型要素

5.2. 等價線型化係數 a_1 [8]

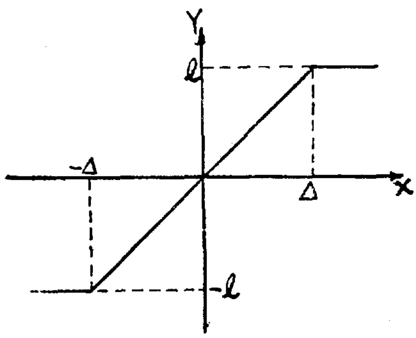

Fig. 5-2

Fig. 5-2와 같은 saturate狀態에 對한 等價線型化係數는 다음에 依하여 求할 수 있다.

$$a_0=m_y=l\left\{(1+m_1)\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)-(1-m_1)\Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)+\frac{\sigma_1}{\sqrt{2\pi}}\left[\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)^2\right)-\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)^2\right)\right]\right. \cdots\cdots(5\text{-}14)$$

$$a_1=\sigma_xh_1=l\sigma_1\left[\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)+\Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)\right]\cdot(5\text{-}15)$$

$$a_2=\frac{l\sigma_1}{2\sqrt{3\pi}}\left[\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)^2\right)-\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)^2\right)\right]\cdots\cdots(5\text{-}16)$$

$$a_3=-\frac{l}{2\sqrt{3\pi}}\left[(1+m_1)\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)^2\right)+(1-m_1)\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)^2\right)\right]\cdots\cdots(5\text{-}17)$$

$$但,\ m_1=\frac{m_4}{\Delta},\quad \sigma_1=\frac{\sigma_x}{\Delta}\ \cdots\cdots(5\text{-}18)$$

여기서 實際 橫搖時에 있어서 $m_y\doteqdot0$가 됨으로 a_0의 係數값은 計算할 必要가 없고 a_2, a_3 係數는 극히 微少한 量임으로 여기서는 省略하고 다만 a_1 係數만을 Fig. 5-2에 表示하였다. 여기서 Φ는 물의 傾斜振幅을

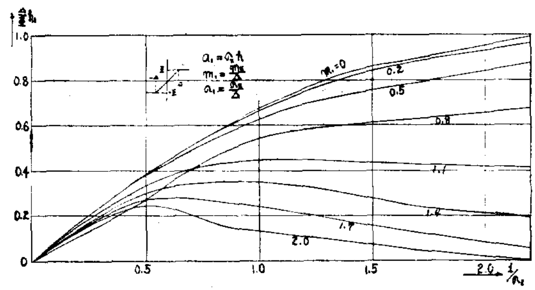

Fig. 5-3 a_1 Coefficient

나타내고 Δ는 橫搖振幅 θ이다. 橫軸을 $1/\sigma_1$로 base로 取하고 縱軸은 $\frac{\Delta}{\Phi}h_1$을 取하였을 때 m_1의 값은 $m_1=0, 0.2, 0.5, 0.8, 1.1, 1.4, 1.7$까지의 값을 擇하였으며 實際 橫搖에서는 $m_1=0.2$程度의 값을 取함을 analog computer 計算에 依하여 알았다.

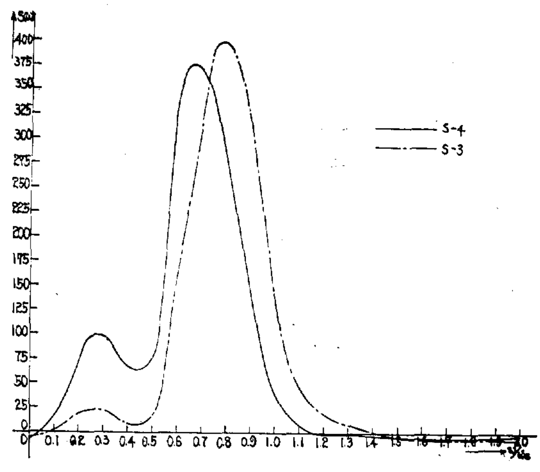

Fig. 5-4 Spectra of ship attached with anti-rolling tank in irregular waves

Fig. 5-4은 saturate狀態를 各各 相異하게 하여 saturate狀態가 심한 것이 S-3이고 심하지 않는 것이 S-4에 해당되며 豫想과 같이 S-3의 spectrum이 S-4보다 큼으로 S-3의 累積에너지密度가 더 커서 1/3有義振幅 및 平均振幅이 더 커지며 天井에 물이 많이 부

뒷치면 不規則海洋波中에서도 效果가 減少함을 알 수 있다.

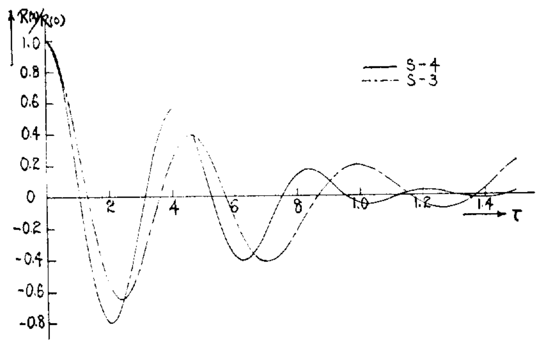

Fig. 5-5 Auto-correlation curve

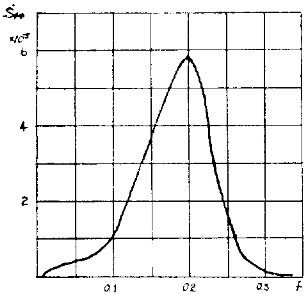

Fig. 5-6 Power spectrum of tank with no saturating

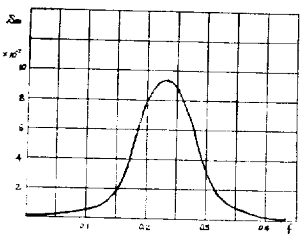

Fig. 5-7 Power spectrum of tank with correspondeng-of Fig. 5-5

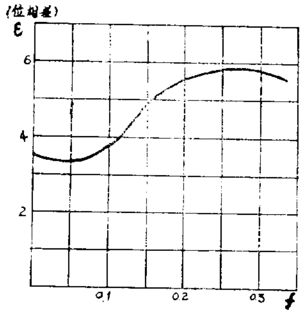

Fig. 5-8 Difference curve

Fig. 5-5는 S-3와 S-4에 對한 Auto-correlation curve를 電子計算機에 依하여 計算한 값을 플로트한 것이며 이것은 Gauss 分布된 海洋波를 入力으로 하여 Analog computer에 ship-tank system의 傳達函數를 programming 하여 그 出力을 data recorder에 記錄하여 이것을 2分半記錄을 0.1秒間隔으로 sampling 하여 1,500 個의 data로써 auto-correlation function을 計算하여 sampling 間隔 τ를 base로 하여 플로트한 것이다.[9] Fig. 5-6는 tank가 saturate 되지 않았을 때의 tank의 振幅의 spectrum이고 그것에 相當하는 spectrum이 Fig 5-7이며, 位相差曲線은 Fig. 5-7에 나타나 있다.

이것은 減搖水槽의 不規則波中에서의 應答을 考察한 것이며 規則波中에서와 같은 效果는 아니나 역시 좋은 效果를 나타내고 있으며 Fig. 5-8은 cross-correlation function을 計算하여 그린 曲線이다

Fig. 5-9은 a_1 係數를 計算하는데 必要하며 saturate

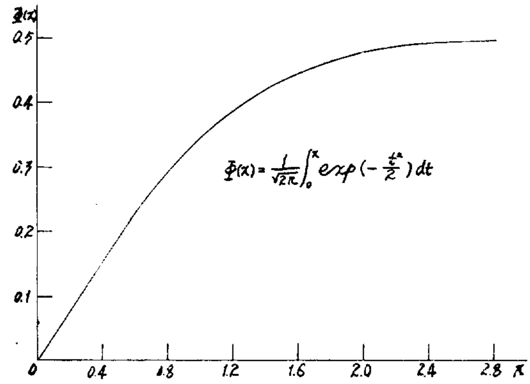

Fig. 5-9 Probability integral curve

한 경우의 等價線型化係數 a_1를 구해보면, Fig.5-1에서

$$a_1=\sigma_x h_1=l\sigma_1\left[\Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)+\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)\right]\cdot(5\text{-}19)$$

이며,

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left\{-\frac{(1-m_1)^2}{2\sigma_1^2}\right\}dx\cdots\cdots(5\text{-}20)$$

임으로

$$\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left\{-\frac{(1+m_1)^2}{2\sigma_1^2}\right\}dx$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5\text{-}21)$$

이 되고 $t=\frac{1-m_1}{\sigma_1}$, $m_1=\frac{mx}{\Delta}$, $\sigma_1=\frac{\sigma_x}{\Delta}$인 것을 고려하면

$$\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\infty}\exp\left\{-\frac{(1+m_1)^2}{2\sigma_1^2}\right\}dx$$

$$=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\left[-\frac{2\sigma_1^2}{(1+m_1)^2}\exp\left\{-\frac{(1+m_1)^2}{2\sigma_1^2}\right\}x\right]_0^{\infty}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\left[\frac{2\sigma_1^2}{(1+m_1)^2}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5\text{-}22)$$

이 된다. 그러므로

$$a_1=\sigma_x h_1=l\sigma_1\left[\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\left\{\frac{2\sigma_1^2}{(1+m_1)^2}+\frac{2\sigma_1^2}{(1-m_1)^2}\right\}\right]$$

$$=\frac{2l\sigma_1^3}{\sqrt{2\pi}}\left\{\frac{1}{(1+m_1)^2}+\frac{1}{(1-m_1^2)}\right\}\cdots\cdots(5\text{-}23)$$

이 되며 $m\doteqdot0$인 경우는

$$a_1=\frac{\Delta l\sigma_1^3}{\sqrt{2\pi}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5\text{-}24)$$

이며 $\sigma_1=\frac{\sigma_x}{\Delta}$와 $h=\frac{1}{\sigma_x}$을 고려하면

$$\frac{\Delta}{l}h_1=\frac{\Delta}{\sqrt{2\pi}}\sigma_1^2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5\text{-}25)$$

임으로

$$\frac{\Delta}{l}h_1=\frac{2\sigma_1^2}{\sqrt{2\pi}}\left\{\frac{1}{(1+m_1)^2}+\frac{1}{(1-m_1)^2}\right\}\cdots\cdots(5\text{-}26)$$

을 구하며 Fig. 5-10에서 Φ는 tank 水의 搖角, θ는 橫搖角, Θ_ω는 波傾斜角을 表示하며 不規則波中의 減

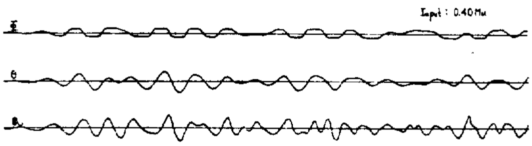

Fig. 5-10 Effect of anti-rolling tank in irregular waves (saturating state)

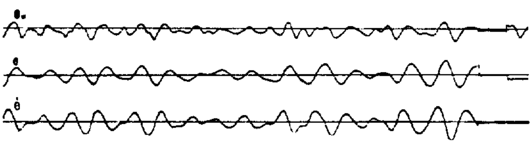

Fig. 5-11 Effect of anti-rolling tank in irregular waves (normal state)

搖水槽의 效果를 analog-computer에 依해서 測定한 것이며 Fig. 5-11은 normal state에 關해서 測定한 것이다.

6. 結 論

以上에서 論한 바와 같이 研究全過程을 通하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 減搖水槽의 最適減衰係數의 式은 $\lambda'=\lambda\cdot a_{st}^2$ 으로 表示되며 trial method에 依한 magnification factor, μ_s의 計算値들을 比較檢討한 結果, $b_t=0.3877$일 때 가장 效果的임으로 이 값을 最適減衰係數 b_{t0},로 定한다.

2) 減搖水槽는 減衰係數가 작을수록 $\omega/\omega_s=1$ 부근에서 減搖效果가 좋다.

3) 減搖率 K는 $b_{t0}=0.3877$일 때 $\lambda'=0.15$보다 적은 값에서 $b_t=\sqrt{\lambda'}$일 때보다 크다.

4) 非線型等價線型化係數 $\mathbb{K}$를 saturating 狀態에 關하여 求하고 不規則波中에서의 tank 水의 saturating 時의 tank 效果를 研究한 結果, 規則波中에서와 같이 saturating 程度에 따라 減搖水槽效果가 減小함을 알 수 있다.

後 記

本 研究를 爲해 物心兩面으로 도와준 仁荷産業開發研究所에 感謝하며 本 研究 동안 圖面과 data 整理를 도와준 金聖冀君의 手苦에 感謝한다.

參 考 文 獻

1) S.N. Blagoveschensky: "*Theory of ship motions.*" Dover Publications Inc. New York. 1962.

2) J.H. Chadwick and Klatter: "On the Dynamics of Anti-Rolling Tank," *Schiffs, Technik.* 1954.

3) Ir, C. Stigter: "Performance of U-Tank as a Passive Anti-Rolling Tanks," *Publication of the Netherlands ship Research Center* TN,1966, Aug. Vol. 13, No. 144.

4) 禹奉九 : "減搖タンクの効果について", 日本造船學會論文集, No, 126 昭和 44年

5) W.H. Chu, J.F. Dalzell, and J.E. Modisette; "*Theoretical and Experimental study of ship roll stabilization*", Ship Resarch, 1968.

6) 禹奉九, 具鍾道 : "減搖水槽의 性能에 關하여 (1)", 大韓造船學會誌, 8卷 2號, 1971.

7) 山内保文 : "海洋波中の應答" 耐航性に關するシンポジウム, 日本造船學會, 昭和 44年 7月.

8) A.A. Pervozvanskii: "*Random processes in nonlinear control Systems*", Academic press, New York and London. 1965.

9) 礎部考編 : "相關函數およびスペクトル", 東大出版會 1968.

10) Y. Yamanouchi:"*On the effects of Non-linearity of Response on Calculation of the Spectrum*", 11*th I.T.T.C.*

11) 添田喬外 : "非線形制御系の定常應答の評價に對する等價線型化手法についての一研究", 日本機械學會誌, 35卷 273號 (昭 44〜5).