

廣帶域 임피던스 통합용 不均一傳送線路의 最適設計

(Optimal Design of Nonuniform Transmission Line Sections for Wide-Band Impedance Matching)

朴 松 培*

(Park, Song Bai)

要 約

任意的 電源임피던스와 任意的 負荷임피던스 사이에 挿入할 때 入力反射係數가 可及的 넓은 周波數範圍에서 最小가 되는 임피던스 整合용 不均一線路 선택을 設計하는 문제를 고찰하였다. 考慮對象의 不均一線路는 數學的으로는 特殊한 種類에 屬하는 것이나 실제적으로는 緩慢하게 變하는 거의 모든 傳送線路를 包括할 수 있다. 入力反射 係數의 계산에서는 선로의 ABCD 파라미터의 테일러 級數展開式을 利用하였다. 그리고 설계문제를 非線型 拘束條件을 가진 非線型 프로그래밍 問題로서 數式化하였으며 이것을 逐次的非拘束 最小法(Sequential Unconstrained Minimization Technique)과 Fletcher-Powell 方法을 併用하여 풀었다. 結果적으로 이제까지 廣帶域 임피던스 整合용 傳送線路로서 發表된 가장 우수한 것보다 훨씬 特性이 改善 된 것을 얻을 수 있었다.

Abstract

A design problem is studied for a nonuniform transmission line (NUTL) section to be inserted between an arbitrary source impedance and an arbitrary load impedance for the purpose of impedance matching or providing a minimum input reflection coefficient over a frequency range as wide as possible. A special class of NUTL's, yet comprehensive enough to include almost all smoothly varying lines, are considered. Power series expansions of the ABCD parameters of such lines are used in the calculation of the input reflection coefficient. The design problem is formulated as a nonlinear programming problem with nonlinear constraints and is solved by a combined use of the sequential unconstrained minimization technique and the Fletcher-Powell method. As a result, a line section was obtained which shows a marked improvement over any one hitherto published as a wide-band impedance matching device.

I. 緒論 및 過去の 研究

임피던스 整合용장치로서는 理想變成器, LC 梯子型回路, 1/4 波長 均一線路, 均一 stub 線路 등이 있

나, 이 中 後三者는 모두 單一 주파수에서 完全整合을 얻을 수 있으나 廣帶域用이 될 수 없고, 또 變成器도 高周波에서는 浮遊容量 때문에 역시 廣帶域이 될 수 없다. 따라서 高周波用 廣帶域 임피던스 整合장치로서 無損失 不均一傳送線路(nonuniform transmission line - NUTL)가 여러 사람들에 의하여 연구되었다(1~4).

그 大部分은 負荷가 연결된 無損失線路上 任意的 點

* 正會員, 韓國科學院

接受日字: 1974年 11月 25日

에서 다음과 같이 定義되는 反射係數에 관한 方程式을 利用한다.

$$\rho = \frac{V/I - Z_0}{V/I + Z_0} \quad (1)$$

여기서 V, I, Z_0 는 線上點 x 에서의 電壓, 電流 및 特性 임피던스이다($Z_0 = \sqrt{l(x)/c(x)}$; $l(x), c(x)$ 는 點 x 에서의 單位長當 인덕턴스 및 커패시턴스). $\rho \ll 1$ 일 때 다음과 같은 近似的微方이 成立된다.

$$\frac{d\rho}{dx} - j2\beta\rho + \frac{1}{2} \frac{d(\ln Z_0)}{dx} = 0 \quad (2)$$

여기서 $\beta = \sqrt{l(x) \cdot c(x)}$ = 位相定數 = 一定, 出力端에서 임피던스의 完全整合을 가정한다면 入力端에서 (2)는 다음과 같은 解를 가진다.

$$\rho(0) = \int_0^l \frac{1}{2} \frac{d(\ln Z_0)}{dx} \cdot e^{-j2\beta x} dx \quad (3)$$

여기서 l 은 선로의 길이이다. (3)의 積分이 正確하게 求해지는 여러가지 함수 $Z_0(x)$ 에 대해서 $|\rho(0)|$ 를 계산한다음 l/λ (波長)에 대한 變化를 그림으로 나타내는 것이 보통이다. Willis[4]는 다음과 같이 定義되는 선로가 임피던스 整合用으로 다른 것 보다 우수하다고 발표하였다.

$$\frac{d}{dx} (\ln Z_0) = (1 - 0.889 \cos 2\pi x + 0.0112 \cos 4\pi x) \ln(Z_L/Z_S) \quad (4)$$

여기서 Z_L, Z_S 는 부하 및 전원 임피던스이다.

(3)은 $\rho \ll 1$ 라는 조건외의에 부하 임피던스 $Z_L = \sqrt{l(l)/c(l)}$ 가 純抵抗일 때에 한해서 적용되고 또 전원 임피던스 Z_S 가 순저항이고 $Z_S = \sqrt{l(0)/c(0)}$ 인 경우에 한해서 다음과 같이 定義되는 入力反射係數과 일치한다(실체에 있어서는 入力端子에서의 反射係數가 문제 되기 때문에 이 ρ_{in} 이 더 의미를 가진다고 할 수 있다).

$$\rho_{in} = \frac{Z_{in} - Z_S}{Z_{in} + Z_S} \quad (5)$$

여기서 Z_{in} 은 선로의 入力단자에서 線로쪽을 본 임피던스이다. 부하 및 전원 임피던스의 한 쪽 또는 둘 다 복소수인 경우에는 (3)의 ρ 는 (5)의 ρ_{in} 과 일치하지 않음에 주목하라.

본 논문에서 제시하고자 하는 방법은 近似的微方에서 출발하는 이상의 방법과 전혀 다르며, 不均一傳送線路의 ABCD 파라미터를 利用하여,

$$Z_{in} = \frac{AZ_L + B}{CZ_L + D} \quad (6)$$

로 표시되는 入力 임피던스를 (5)에 代入하여 얻어지는 다음 식을 직접 따른다.

$$\rho_{in} = \frac{AZ_L + B - Z_S(CZ_L + D)}{AZ_L + B + Z_S(CZ_L + D)} \quad (7)$$

(7)을 利用할 때는 Z_S, Z_L 은 복소수라도 무방하다. (7)의 $|\rho_{in}|$ 이 가급적 넓은 주파수 범위에서 최소화

되도록 NUTL의 shaping을 계속 변화시켜 가는 最適設計法을 사용하자는 것이 본 논문의 취지이다.

II. 豫 備

(7)을 利用하려면 무손실 선로의 ABCD 파라미터에 관한 표시식이 필요하다. 이것들은 선로의 $l(x), c(x)$ 가 알려지면 다음과 같은 복소주파수 S 에 관한 Taylor 級數로서 전개된다[8].

$$A = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} a_i S^{2i} \quad (8 \cdot 1)$$

$$B = S(b_0 + \sum_{i=1}^{\infty} b_i S^{2i}) \quad (8 \cdot 2)$$

$$C = S(c_0 + \sum_{i=1}^{\infty} c_i S^{2i}) \quad (8 \cdot 3)$$

$$D = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} d_i S^{2i} \quad (8 \cdot 4)$$

여기서,

$$a_i = \int_0^l c(x) \int_0^x l(x) \int_0^x c(x) \dots \int_0^x l(x) \overbrace{dx dx dx \dots dx}^{2i \text{ 번}} \quad (9 \cdot 1)$$

$$b_i = \int_0^l l(x) \int_0^x c(x) \int_0^x l(x) \dots \int_0^x l(x) \overbrace{dx dx dx \dots dx}^{2i+1 \text{ 번}} \quad (9 \cdot 2)$$

$$c_i = \int_0^l c(x) \int_0^x l(x) \int_0^x c(x) \dots \int_0^x c(x) \overbrace{dx dx dx \dots dx}^{2i+1 \text{ 번}} \quad (9 \cdot 3)$$

$$d_i = \int_0^l l(x) \int_0^x c(x) \int_0^x l(x) \dots \int_0^x c(x) \overbrace{dx dx dx \dots dx}^{2i \text{ 번}} \quad (9 \cdot 4)$$

위에서 a_i, d_i 에 대해서는 $i=1, 2, 3, \dots$; b_i, c_i 에 대해서는 $i=0, 1, 2, 3, \dots$ 이다. $0 \leq x \leq l$ 에서 $0 < c_n \leq c(x) \leq c_m, 0 < l_n \leq l(x) \leq l_m$ 일 때에는 (8·1), (9·1)로부터

$$A < 1 + M^2 \frac{1}{2!} + M^4 \frac{1}{4!} \dots < \cosh M \quad (10)$$

여기서 M 은 c_m, l_m 中 큰쪽과 같다. 따라서 급수 A 는 一樣收斂한다. 다른 파라미터도 마찬가지로 성질을 가진다.

(8), (9)에 포함된 計算量이 尠大함에 주목하라. 예컨대 $l/\lambda > 1$ 인 고주파에서는 각 파라미터에서 30項 이상까지도 取해야 할 경우가 있고 이것은 (9)에서 積分 計算을 60回以上 해야 함을 의미한다. 특히 본 논문에서와 같이 最適設計法을 사용하는 경우에는 回路解析을 보통 100回以上 까지도 하게 되므로 컴퓨터를 利用해도 막대한 시간이 소요될 것이 예상된다. 그뿐 아니라 遂次的인 적분계산에서 誤差가 傳播될 가능성이 충분히 있다.

이상과 같은 難點을 극복하기 위하여 加급적 包括的 이면서 (9)의 적분계산이 쉽게 또 정확하게 이루어지는 형식의 $I(x)$, $c(x)$ 을 택하기로 한다. 이 목적을 위하여 가장 적절한 것은 $I(x)$, $c(x)$ 中 한쪽이 一定하고 다른 쪽이 x 의 多項式으로 表示되는 것이다. 一見 엄격하게 보이는 이러한 제한은 사실은 그다지 一般性을 잃지 않을 뿐 아니라 後述하는 바와 같이 最適過程上 여러가지 利點이 있다.

그래서 본 논문에서는 다음과 같이 표시되는 선로를 고려의 대상으로 한다.

$$I(x) = \text{一定} = I_t \tag{10 \cdot 1}$$

$$c(x) = \sum_{i=0}^n \alpha_i x^i \tag{10 \cdot 2}$$

$$\text{길이 } l = 1 \tag{10 \cdot 3}$$

여기서 (10·3)은 規準化를 위한 것이다. (10)을 (9)에 代入하면,

$$b_0 = I_t \tag{11 \cdot 1}$$

$$a_1 = I_t \sum_{i=0}^n \alpha_{1,i} \tag{11 \cdot 2}$$

여기서,

$$\alpha_{1,i} = \frac{\lambda_i}{i+2}, \quad i=0, 1, 2, \dots, n \tag{11 \cdot 3}$$

$$b_k = I_t^{k+1} \cdot \sum_{i=0}^{kn} b_{k,i}, \quad k=1, 2, 3, \dots \tag{11 \cdot 4}$$

여기서,

$$b_{k,i} = \frac{a_{k,i}}{i+2k+1}, \quad i=0, 1, 2, \dots, kn \tag{11 \cdot 5}$$

$$a_{k+1} = I_t^{k+1} \cdot \sum_{i=0}^{kn} a_{k+1,i}, \quad k=1, 2, 3, \dots \tag{11 \cdot 6}$$

여기서,

$$a_{k+1,i} = \frac{\sum_{j=0}^i \alpha_j b_{k,j}}{i+2k+2}, \quad i=0, 1, 2, \dots, kn \tag{11 \cdot 7}$$

$$j > n \text{ 이면 } \lambda_j = 0, \quad j > kn \text{ 이면 } b_{k,j} = 0.$$

$$c_0 = \sum_{i=0}^n c_{0,i} \tag{11 \cdot 8}$$

여기서,

$$c_{0,i} = \frac{\lambda_i}{i+1}, \quad i=0, 1, 2, \dots, n \tag{11 \cdot 9}$$

$$d_k = I_t^k \cdot \sum_{i=0}^{kn} d_{k,i} \quad k=1, 2, 3, \dots \tag{11 \cdot 10}$$

여기서,

$$d_{k,i} = \frac{c_{k-1,i}}{i+2k} \quad i=0, 1, 2, \dots, kn \tag{11 \cdot 11}$$

$$c_k = I_t^k \cdot \sum_{i=0}^{(k-1)n} c_{k,i} \quad k=1, 2, 3, \dots \tag{11 \cdot 12}$$

...

$$c_{k,i} = \frac{\sum_{j=0}^i \alpha_j - d_{k,j}}{i+2k+1} \quad i=0, 1, 2, \dots, kn \tag{11 \cdot 13}$$

$$j > n \text{ 이면 } \lambda_j = 0, \quad j > kn \text{ 이면 } b_{k,j} = 0$$

(11·4)와 (11·6) 또 (11·10)과 (11·12)을 交代로 사용함으로써 (8)의 級數의 모든 係數들을 精確하게 계산할 수 있으며, 이와 같은 反復의 公式는 특히 컴퓨터 계산에 적합하다. (10)으로 표시되는 NUTL 이 가지는 이론적, 실제적 利點을 다음에 열거하기로 한다.

1. 上述한 바와 같이 ABCD 퍼라미터의 級數展開式에서 係數들의 計算이 容易하다.
2. NUTL의 제작성 $I(x)$, $c(x)$ 의 최대치, 최소치 및 그들의 slope의 최대치 등에 제한이 있는데 그 계산이 용이하게 된다.
3. 최적과정에서는 I_t , $\alpha_i (i=0, 1, 2, \dots, n)$ 는 變數로 보고 이에 대한 誤差의 gradient를 계산해야 되고 따라서 ABCD 퍼라미터의 gradient(예컨대 $\partial A / \partial \alpha_i$)들이 필요한데 그 계산이 용이하게 된다.
4. 실제적인 선로는 $I(x) \cdot c(x) = \text{一定}$ 의 구조를 가지는데 이것은 다음의 $L(u)$, $C(u)$ 로서 정의되는 선로로 等價變換하면 된다[5]. 여기서 $I(x)$, $c(x)$ 는 최적설계법에 의하여 얻어진 선로이고, $L(u)$, $C(u)$ 는 이와 等價이고 $L(u) \cdot C(u) = \text{一定}$ 인 선로의 거리 u 에서의 單位長當 인덕턴스 및 커패시턴스이다.

$$L(u) = \sqrt{\frac{I_t}{c(x(u))}} \tag{12 \cdot 1}$$

$$C(u) = K^2 / L(u) \tag{12 \cdot 2}$$

여기서,

$$K = \frac{1}{L} \int_0^l \sqrt{I_t \cdot c(x)} dx \tag{12 \cdot 3}$$

$$u = \frac{1}{K} \int_0^x \sqrt{I_t \cdot c(x)} dx \tag{12 \cdot 4}$$

$$L = \text{등가선로의 길이} \tag{12 \cdot 5}$$

5. (10)에서 n 를 크게 하면, 緩慢하게 변하는 거의 모든 선로를 다 포함할 수 있다. (12)의 등가선로도 마찬가지다(NUTL 이론에서는 一次元的 電流를 가정하므로 선로의 기하학적 디멘션이 완만하게 변하는 것이 요구된다).

III. 最適問題의 數式化

(7)의 $|\rho_{in}|$ 을 가급적 넓은 주파수 범위에서 최소화 되도록 NUTL의 shaping을 결정하는 최적설계문제이, 있어서 Z_s, Z_L 가 주어지는 것이 보통이므로 (10)의 조건하에 變數는 I_t 및 $c(x)$ 의 계수 $\alpha_i (i=0, 1, 2, \dots, n)$

들이다. 이것들은 임의의 값을 가질 수 있는 것이 아니라, 실제적인 고려에서 생기는 拘束條件을 가지게 된다. 다음에 이것을 고려한다.

우선 최종적으로 실현되는 $L(u) \cdot C(u) = \text{一定의 無損失선로의 特性임피던스의 上, 下限이 주어질 것이다. 즉,$

$$Z_{om} \leq \sqrt{\frac{L(u)}{C(u)}} \leq Z_{Om} \quad (14)$$

그런데 무손실선로에 대해서는

$$\frac{1}{\sqrt{L(u)C(u)}} = v_p = 3 \times 10^{10} \text{ cm/sec} \quad (15)$$

위 兩式으로부터 $L(u), C(u)$ 에 대한 구속조건은

$$\frac{Z_{om}}{v_p} \leq L(u) \leq \frac{Z_{Om}}{v_p} \quad (16 \cdot 1)$$

$$\frac{1}{v_p Z_{Om}} \leq C(u) \leq \frac{1}{v_p Z_{om}} \quad (16 \cdot 2)$$

(10)과 같이 規準化된 선로에 대해서 이 구속조건을 고쳐 쓰면,

$$(l_{imin} =) L \cdot \frac{Z_{om}}{v_p} \leq l_t \leq L \cdot \frac{Z_{Om}}{v_p} (= l_{imax}) \quad (17 \cdot 1)$$

$$\frac{1}{Z_{Om}^2} \leq c_0(x) \leq \frac{1}{Z_{om}^2}, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (17 \cdot 2)$$

여기서 L 은 $L(u), C(u)$ 의 선로의 길이이고 $c_0(x)$ 는

$$c_0(x) = c(x)/l_t = \sum_{i=0}^n \beta_i x^i, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (18)$$

이와 같이 새로히 정의된 $c_0(x)$ 를 이용하면, 결국 문제에서 Z_{om}, Z_{Om} 선로의 길이 L 가 주어졌을 때 l_t 및 $\beta_i (i=0, 1, 2, \dots, n)$ 을 變數로 보고 ((11)의 모든 式에서 인제는 α_i 대신에 β_i 를 생각해야 한다) (17)의 구속조건하에 다음 함수를 最小로 하는 문제로 귀착된다.

$$f(z) = \int_0^1 W(\omega) |\rho_{in}(z, \omega)| d\omega \quad (19)$$

여기서,

$$z = (l_t, \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n)^T \quad (20)$$

이고 $W(\omega)$ 는 각 주파수에 대한 荷重 함수이다. 실제에 있어서는 유한개의 주파수에서 ρ_{in} 을 계산할 수 밖에 없으므로 目的함수는 다음과 같이 된다.

$$f(z) = \sum_{i=1}^m W(\omega_i) |\rho_{in}(z, \omega_i)| \quad (21)$$

變數 (20)에 관해서 구속조건 (17·2)는 非線型이고 目的함수(21)도 비선형이므로, 이상으로서 우리는 본 설계문제를 拘束條件下的 비선형 프로그래밍 (non-linear programming—NLP) 문제로 수식화한 셈이다.

IV. 解 法

拘束條件下的 NLP 문제를 푸는 방법으로 여러가지

가 제안되고 있지만 본 연구에서는 逐次的非拘束最小法 (Sequential unconstrained minimization technique—SUMIT)을 사용하기로 하였다(6). 이것은 일반적으로 풀기 어려운 拘束條件下的 NLP 문제를 더 다루기 쉬운 非拘束 NLP 문제로 바꾸어서 푸는 방법이며, 이하 그 아이디어를 간단히 설명하겠다.

지금,

$$g_i(z) \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, \nu \quad (22)$$

라는 拘束條件下에 $f(z)$ 를 最小로 하라.”라는 구속조건하의 NLP 문제가 주어졌을 때, 다음과 같은 새로운 目的함수를 도입하여 이것을 拘束 조건없이 풀면 그 最小點은 原문제의 最小點에 접근한다는 것이다.

$$P(z, r) = f(z) + r \sum \frac{1}{g_i(z)} \quad (23)$$

여기서 r 는 正의 퍼라미터이고 각 反復過程에서 점차로 감소시킨다. 더 자세히 말하면, 지금

$$R = \{z | g_i(z) \geq 0, \quad i=1, 2, \nu\} \quad (24)$$

로 정의되는 set R 을 許容領域(feasible region)이라 부르고 그 내부는 R° 로 표시하자. 처음에 $r=r_1 > 0$, $z=z_0 \in R^\circ$ 를 선택하여 구속조건없이 $P(z, r_1)$ 의 最小點을 구한다. 이 경우 z_0 에서 출발하여 $P(z, r_1)$ 의 最急降下(steepest decent) 方向의 軌道를 따라 간다면 $P(z, r_1)$ 의 값은 계속 감소하여 最小點에 도달할 것이다. 이 경우 궤도는 R 의 境界를 넘어갈 수가 없다. 왜냐하면 R 내부에서 출발하여 境界에 접근하면 어떤 $g_i(z)$ 가 0에 가까워질 것이고 따라서 $P(z, r_1) \rightarrow \infty$ 가 되기 때문이다. 즉 (23)에서 추가된 第2項은 일종의 penalty function으로서 궤도가 境界에 너무 접근하는 것을 막아 항상 R 내부에 머무르도록 하는 역할을 한다. $P(z, r_1)$ 의 最小點은 r_1 의 함수이고 이것을 $z(r_1)$ 이라 표시하면 $z(r_1) \in R^\circ \cdot z(r_1)$ 을 얻은 다음에는 $r=r_2 (0 < r_2 < r_1)$ 이라 놓고 이점에서 새로 출발하여 $P(z, r_2)$ 의 最小點을 찾는다. 그 점을 $z(r_2)$ 라 한다. 이런 과정을 반복하여 $P(z, r_1), P(z, r_2), \dots, P(z, r_k)$ 등의 最小點 $z(r_1), z(r_2), \dots, z(r_k) (r_1 > r_2 > \dots > r_k > 0)$ 을 구한다. r_k 가 점차적으로 감소함에 따라 penalty 項의 영향이 줄어들 것이며 결국 $z(r_k)$ 는 $f(z)$ 의 最小點에 접근하게 된다. 이상과 같이 하여 구속조건하의 NLP 문제를 비구속 NLP 문제를 바꾸어 풀 수 있다.

우리의 문제에 이 방법을 적용하면 (17)의 구속조건으로부터 새로운 목적함수는 다음과 같이 된다.

$$P(z, r) = f(z) + r \left(\frac{1}{c_0(x)_{max} - 1/Z_{om}^2} + \frac{1}{1/Z_{Om}^2 - c_0(x)_{min}} + \frac{1}{l_{imax} - l_t} + \frac{1}{l_t - l_{imin}} \right) \quad (25)$$

여기서 $f(z)$ 는 (21)과 같고 $c_0(x)_{min}, c_0(x)_{max}$ 은 c_0

(x)의 $0 \leq x \leq 1$ 에서의 최소치, 최대치이고 다른 記號는 (17)에서 의미 정의된 것이다.

최후로 불구속조건하에 어떤 함수(여기서는 $P(z, r)$)의 값을 최소로 하는 방법에는 古來로 여러가지가 있으나 일반적으로 Fletcher-Powell 方法이 가장 有力한 것으로 인정되고 있으므로 본 연구에서도 이것을 사용하였다[7].

V. 設計例

본 논문에서 제시한 방법은 Z_s, Z_L 가 복소임피던스인 경우에도 적용되나, 이제까지 발표된 것 중 가장 우수한 것으로 되어있는 Willis의 선로와 비교하기 위하여 다음과 같은 설계조건을 가정한다.

$$\left. \begin{aligned} \text{전원 임피던스 } Z_s &= 100\Omega, \text{ 순저항} \\ \text{부하 임피던스 } Z_L &= 300\Omega, \text{ 순저항} \\ \text{특성 임피던스 } Z_0 &= 80 \sim 400\Omega \\ \text{모든 주파수에서 最適整合이 요구됨.} \end{aligned} \right\} (26)$$

구속조건을 規準化된 선로에 대하여 쓰면 (17)로 부터

$$L \cdot \frac{80}{v_p} \leq l_t \leq L \cdot \frac{400}{v_p} \quad (27 \cdot 1)$$

$$\frac{1}{400^2} \leq c_0(x) \leq \frac{1}{80^2} \quad (27 \cdot 2)$$

여기서 크기를 100, 角周波數를 $\omega_0 = 2\pi v_p/L$ 에 대하여 規準化한다면 ($\omega/\omega_0 = L/\lambda; \lambda = \text{波長}$)

$$\left. \begin{aligned} 1.6\pi \leq l_t \leq 8\pi \\ \frac{1}{16} \leq c_0(x) \leq \frac{25}{16} \\ Z_s = 1, \quad Z_L = 3 \end{aligned} \right\} (28)$$

整合이 잘 이루어지면 $l/\lambda > 1$ 에서 $|\rho| \leq 1$ 이 될 것이 예상되므로 고려할 주파수범위는 $\omega = 0 \sim 1$ 로 하고 (21)의 荷重函數는 모두 1로 하자. $c_0(x)$ 는 4次까지만 ($n=5$) 생각하였다. z의 出發點을

$$\begin{aligned} l_t &= 10 \\ c_0(x) &= 1 - 0.7x + 0. x^2 + 0. x^3 + 0. x^4 \\ r_1 &= 0.1 \end{aligned}$$

으로 하고 SUMIT의 자 反復과정에서 r의 값을 1/20로 감소시켰더니 5번의 SUMIT 반복 과정후에 다음의 最適值에 도달하였다.

$$\begin{aligned} l_t &= 17.623 \\ c_0(x) &= 1 - 2.3109x + 1.4879x^2 - 0.73176x^3 \\ &\quad - 0.79762x^4 \end{aligned}$$

위에서 入力端子에서의 特性 임피던스와 전원임피던스를 같게 하기 위하여 $c_0(x)$ 의 상수항을 항상 1로 하였다.

(12)에 의하여 $L(u) \cdot C(u) = \text{一定인}$ 실제적인 등가선로의 $L(u), C(u)$ 를 계산하고 다시 $Z_0(u) = \sqrt{L(u)/C(u)}$ 를 L/λ 에 관해서 계산하여 그림 1를 얻었다. 또 이때

의 $|\rho_{in}|$ 을 그림 2에 그렸다. Willis의 선로에 비하여 현저히 개선된 특성을 나타낼을 볼 수 있다.

특히 $l/\lambda > 0.5$ 에서 $|\rho_{in}| < 0.02$ ($-34dB$)가 된다.

V. 結 論

不均一傳送線路의 두 퍼라미터 $l(x), c(x)$ 中 한쪽이 一定, 다른 쪽이 x의 多項式으로 表示되는 線路는 그 ABCD 퍼라미터가 복소주파수 S의 級數로서 쉽게 구해진다는 사실에 착안하고 또 이런 선로는 $l(x) \cdot c(x) = \text{一定}$ 이라는 실제적 선로로 等價變換될 수 있다는 사실에 착안하여, 주어진 전원 임피던스와 부하임피던스 사이에 삽입될 때 넓은 주파수 범위에서 임피던스 整合을 이룰 수 있는 不均一傳送線路의 shaping을 最適化하는 문제를 고찰하였다. 본 문에서 제시된 방법으로 이제까지 발표된 것 중 가장 우수한 것으로 되어있는 Willis의 선로보다 현저하게 개선된 특성을 얻을 수 있었다.

본 방법은 NUTL을 포함한 다른 목적의 회로설계에도 적용됨은 물론이다. 또 $c(x)$ 의 多項式의 次數를 늘릴수록 더 좋은 결과가 얻어질 것이나 계산량이 기하학적으로 증가할 것을 자오해야 한다. 끝으로 높은 주파수(특히 $l/\lambda > 1.0$)에서의 ABCD 퍼라미터의 값을 계산하는 데 있어서는 선로를 수개로 區分하여 각 구간의 퍼라미터를 구한 다음 그들의 메이트릭스 積을 계산하는 것이 계산오차를 줄이는 한 방법임을 부언한다.

參 考 文 獻

1. E.F. Bolinder, "Fourier Transforms in the Theory of Inhomogeneous Transmission Lines," Proc. IRE, vol. 33, 1950.
2. E.F. Bolinder, "Fourier Transforms and Tapered Transmission Lines," Proc. IRE, vol. 44, April 1956.
3. R.F.H. Yang, "Parabolic Transmission Lines," Proc. IRE, vol.43, Aug. 1955.
4. J. Willis and N.K. Sinha, "Nonuniform Transmission Lines as Impedance-Matching Section," Proc. IRE, vol.43, Dec. 1955.
5. S.B. Park, "Continuous Equivalence of General (RLGC) Nonuniform Transmission Lines," IEEE Trans. CT, Feb.1970.
6. A.V. Fiacco and G.P. McCormick, "The Sequential Unconstrained Minimization for Nonlinear Programming; A Primal-Dual Method," Management Science, vol.10, 1964.

7. M.J.D. Powell, "An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables Without Calculating Derivatives," The British Computer Journal, 1964.
8. M.S. Ghauri and J. J. Kelly, "Introduction to Distributed Parameter Networks," Holt, Rinebrt-andha Winston, Inc., 1968.

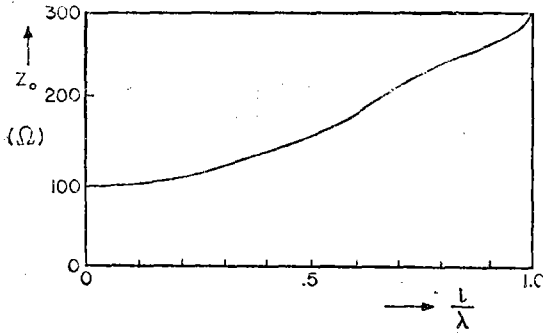


그림 1. 最適線路의 特性임피던스

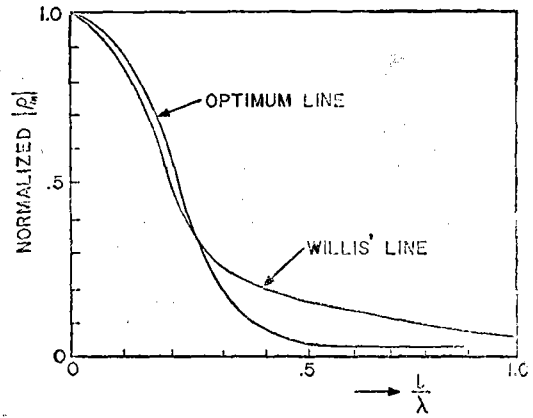


그림 2. 最適線路의 入力反射係數