

運動媒質內에서 圓形 루우프 안테나의 配列에 관한 研究

(A Study on the Array of Circular Loop Antenna in Moving Media)

崔 炳 河*
(Choe, Byung Ha)

要 約

本 論文에서는 光速에 比하여 대단히 작은 速度의 運動媒質內에서 圓形 루우프 안테나의 array에 對한 放射 特性 및 電流分布를 考察하였다.

즉 運動媒質內의 圓形 루우프 안테나 array 狀態에서 電流에 對한 積分方程式을 유도하고 이 積分方程式의 解 로서 Fourier級數形式의 電流를 求하였다.

이 電流와 運動媒質內에서의 Dyadic Green 函數로부터 電磁界式을 求하고, 이들 式을 2個素子로 이루어진 圓形 루우프 안테나 array에 적용하여 數值計算을 한 다음, 이를 靜止媒質의 경우와 比較檢討한 結果 電界패턴 이 運動媒質內에서 媒質速度와 反對方向으로 擴大되고, 媒質速度와 같은 方向으로는 축소되며 指向性이 偏位됨 을 볼 수 있었다. 이와 같은 變化의 程度는 媒質速度가 클수록, 또 루우프의 半徑이 클수록 현저하였다.

Abstract

In this paper, the radiation characteristics for the array of a circular loop antenna is studied in moving media. The medium is assumed to be homogeneous, isotropic, and to move with a constant velocity much less than the speed of light.

The integral equation for the current distribution is derived and the current function is found by means of Fourier Series as a solution of the integral equation. The electric field is derived from the current on circular loop antenna and the Dyadic Green's Function in moving media.

The numerical calculation of the electric field concerning to the two element antenna array, in which one element is parasitic, is carried out. The field patterns are plotted from the computed values.

As a result, the field patterns in moving media, compared with the patterns in stationary media, are found to decrease in the direction of media velocity and increase in the opposite direction, and the maximum directivity is shifted.

1. 序 論

宇宙工學, 人工衛星, Rocket工學等の 發達에 따라

* 正會員, 仁荷大學校 工科大學 電子工學科
Dept. of Electronic Eng., College of Eng., In Ha
University

接受日字: 1974年 11月 6日

運動系의 電磁界現象은 重要한 工學的 問題가 되어가 고 있으며, 相對論의 運動速度로 運動하고 있는 경 우는 電磁界放射는 靜止 안테나系에서와는 다른 여러 가지 特異한 現象들이 研究結果로 나타나고 있다.

그런데 高速度로 宇宙空間을 飛行하고 있는 飛行體 의 立場에서 보면 電離層과 같은 媒質을 通過하게 되

므로 相對的으로 이들 飛行體가 靜止하고 있다고 보면 周圍媒質이 高速度로 運動하고 있는 경우에 해당된다. 따라서 運動媒質內의 電磁界 放射現象은 宇宙研究와 關連된 興味있는 工學的 分野이다.

媒質이 光速에 比하여 대단히 작은 速度로 等速運動을 하고 있는 경우의 電磁界解析에 必要한 關係式은 Maxwell Minkowskowsk⁽¹⁾⁽²⁾⁽¹⁰⁾方程式으로부터 비교적 간단한 形態의 式이 된다. Compton-Tai⁽¹⁾의 研究結果에 따르면 光速에 比하여 대단히 작은 速度로 運動하고 있는 等方性, 均質, 線形媒質內에서 微少 電氣雙極子의 電磁界 放射指向性은 靜止媒質인 경우와 比較하여 變化가 없고, 다만 傳播定數만이 變化한다. 그러나 運動媒質內에서 線形 안테나의 크기가 波長과 同等的한 程度이거나 그 以上の 크기로 되면 放射指向性 및 放射抵抗이 變化하며 그 變化하는 程度는 안테나가 클수록 甚하다는 것이 鹽澤俊之, 態谷信昭⁽⁷⁾ 등의 研究結果이다.

運動媒質內에서의 루우프 안테나의 放射特性은 筆者⁽¹²⁾가 研究한 바에 依하면 루우프面에 平行한 速度成分에만 影響을 받으며 靜止媒質인 경우의 pattern과 比較하여 指向性에 變化가 있음을 볼 수 있었다. 本 論文에서는 앞서 筆者의 單一素子 루우프 안테나에 대한 研究結果를 토대로하여 圓形 루우프 안테나 array에 對한 放射特性을 考察하고자 한다. 먼저 運動媒質에서의 Dyadic Green's Function⁽¹⁾⁽⁴⁾을 利用하여 δ -Function의 境界條件에서 積分方程式을 유도하고 電流分布를 Fourier級數形態로 구하였다. 이 電流로부터 圓形 루우프 안테나 array에 해당되는 電磁界의 式을 유도하였다. 또 數值計算例로써 2素子인 경우를 擇하여 電磁界를 計算하고 Field Pattern을 作成하여 靜止媒質인 경우와 比較하여 傳播定數 및 pattern이 媒質의 速度에 따라 變化함을 규명한다.

2. 運動媒質內에서의 電磁界

Antenna와 觀測者가 靜止되어 있는 狀態에서 周圍媒質이 等速度로 運動하고 있는 때를 생각한다. 이때 媒質은 均質, 等方, 線形媒質이며, 媒質速度 v 는 光速에 比하여 대단히 작고, 時間的으로는 正弦波, 즉 $e^{j\omega t}$ 로 變化한다면 Maxwell-Minkowski⁽²⁾⁽⁷⁾⁽¹⁰⁾의 式으로부터 다음과 같은 電磁界의 式이 얻어진다.

$$(\nabla - j\omega A) \times E = -j\omega\mu H \tag{1}$$

$$(\nabla - j\omega A) \times H = J + j\omega\epsilon E \tag{2}$$

$$(\nabla - j\omega A) \cdot H = 0 \tag{3}$$

$$(\nabla - j\omega A) \cdot E = \frac{\rho + A \cdot J}{\epsilon} \tag{4}$$

$$A = (\epsilon\mu - \epsilon_0\mu_0)v \tag{5}$$

여기서

J ; 印加電流密度

ρ ; 印加電荷密度

A ; 媒質速度에 關계된 벡터

v ; 媒質速度

이들 式 (1)~(4)로부터 運動媒質內의 電磁波 方程式⁽¹⁾을 구하면

$$(\nabla - j\omega A) \times (\nabla - j\omega A) - \kappa^2 E = -j\omega\mu J \tag{6}$$

여기서 $\kappa = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ 이다.

(6)式의 解를 Dyadic Green Function을 도입하여 求하면 다음과 같이 된다. ⁽¹⁾⁽⁴⁾

$$E = -j\omega\mu \iiint_V G(R, R') J(R') dV' \tag{7}$$

여기서 $G(R, R') = e^{j\omega A \cdot R}$

$$\left(u + \frac{\nabla\nabla}{\kappa^2}\right) \frac{e^{-j\omega A \cdot R'} e^{-j|R-R'|}}{4\pi|R-R'|} \tag{8}$$

여기서

u ; Unit Dyadic

R, R' ; 觀覽點 및 Source의 Point 벡터

$G(R, R')$; 運動媒質內에서의 Dyadic Green 函數

따라서 루우프 안테나의 경우에 해당되는 $G(R, R')$ 를 구하고 電流分布 $J(R')$ 를 구하여 (7)式에 代入하면 媒界가 구해진다.

3. 運動媒質內에서 圓形 루우프 안테나 Array의 電流分布

그림 1과 같은 圓形 루우프 안테나를 생각한다. 그

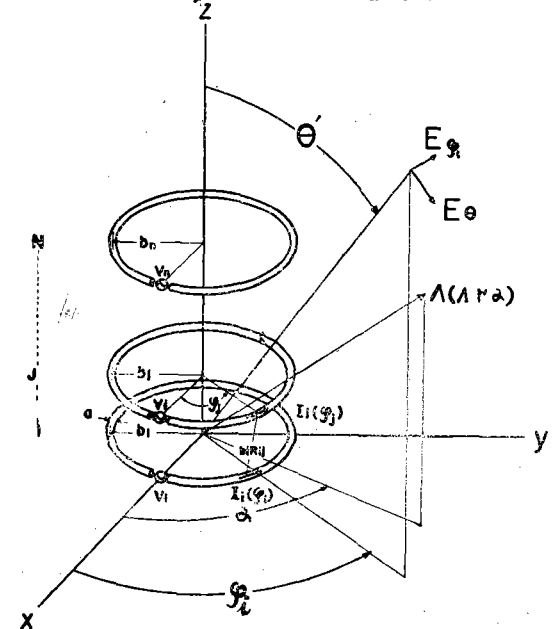


그림 1. 運動媒質內에서 루우프안테나配列
Fig. 1. Array of circular loop Antennas in a moving medium.

림에서 안테나의 中心이 z軸上에서 一列로 配列되어 있고 給電點은 xz平面內에 있다.

i番째 圓形 루우프의 半徑, 導線의 半徑, 電給點 電壓을 各各 b_i, a_i, V_i 등으로 表示하고 一般的으로 $a_i \ll b_i, a_i \ll \lambda$ 로 간주한다. 또 i番째 루우프의 電流量 $I_i(\varphi_i)$ 로 表示하며 이 電流分布는 θ 에 無關係하게 均一分布를 하고 있다고 간주한다. 各 루우프의 導體表面의 電界에 關한 境界條件을 만족하는 積分方程式은 N個 素子上的 電流에 依한 電界의 疊으로부터 다음과 같은 式으로 된다.

即(7)式에서 E의 ϕ 成分을 구하고, N素子로부터의 疊을 구하면⁽¹⁾⁽⁵⁾

$$-\frac{V_i}{b_i} U_i(\varphi_i) = j \frac{\eta}{4\pi b_i} \sum_{j=1}^N \int_0^{2\pi} \exp[j\omega\Lambda \cdot \mathbf{R}'] \left\{ kb_i \cos(\varphi_i - \varphi_j') + \frac{1}{kb_j} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \varphi_i^2} \right\} \psi_{ij}(\varphi_i - \varphi_j') \cdot I_j(\varphi_j') d\varphi_j' \quad (9)$$

$i=1, 2, \dots, N$

여기서

$$\psi_{ij}(\varphi_i - \varphi_j') = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\exp[-ikb_i R_{ii}(\varphi, \theta)] \exp[-j\omega\Lambda \cdot \mathbf{R}']}{R_{ii}(\varphi, \theta)} d\theta, & i=j \quad (10) \\ \frac{\exp[jkb_j(\varphi)] \exp[j\omega\Lambda \cdot \mathbf{R}']}{R_{ij}(\varphi)} & i \neq j \quad (11) \end{cases}$$

(10), (11)式에서

$$\Lambda = (\epsilon\mu - \epsilon_0 v_0) \mathbf{v}, \quad \mathbf{v}; \text{媒質速度}$$

$$R_{ii}(\varphi, \theta) = \left[4\sin^2 \frac{\varphi}{2} + 4 \left(\frac{a_i}{b_i} \right)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

$i \neq j$ 인 때 $d_{ij} \gg a_i$ 이므로

$$R_{ij}(\varphi) = \left[4 \frac{b_j}{b_i} \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \left(\frac{d_{ij}}{b_i} \right)^2 + \left(\frac{b_j}{b_i} - 1 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

$U_i(\varphi_i)$ 는 Dirac Delta 函數로 $\varphi_i=0$ 즉 給電點에서 만 1이고 그밖의 점에서는 零이 된다. 靜止媒質의 경우에는 單一 및 array 圓形 루우프 안테나의 경우에 Fourier級數를 使用한 嚴密한 電流分布의 解가 주어져⁽⁵⁾⁽⁶⁾ 있다. 따라서 運動媒質의 경우에도 Fourier級數를 使用한 엄밀한 電流分布를 구하기 위하여 우선 電流를 級數型式으로 표현하면

$$I_j(\varphi_j') = \sum_{n=0}^{\infty} I_j^n \cos n\varphi_j' \quad j=1, 2, \dots, N \quad (14)$$

$$\psi_{ij}(\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} k_{ij}^n \exp(-jn\varphi) \quad \varphi = \varphi_i - \varphi_j' \quad (15)$$

이 (14), (15)式을 (9)式에 代入하여 連立積分方程式의 解를 Fourier級數형식으로 즉 I_j^n 을 구해보면 다음과 같다.

즉, (15)式과 (10), (11)式에서

$i=j$ 인 경우

$$K_{ii}^n = K_{ii}^{-n} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_{ii}^n(\theta) d\theta \quad (16)$$

$$K_{ii}^n = K_{ii}^{-n} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\exp[jkb_i R_{ii}(\varphi, \theta)] \exp[-j\omega\Lambda \cdot \mathbf{R}']}{R_{ii}(\varphi)} \exp(jn\varphi) d\varphi \quad (17)$$

$i \neq j$ 인 경우

$$K_{ij}^n = K_{ij}^{-n} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\exp[-jkb_j R_{ij}(\varphi)] \exp[-j\omega\Lambda \cdot \mathbf{R}']}{R_{ij}(\varphi)} \exp(jn\varphi) d\varphi \quad (18)$$

式 (14), (15)를 (9)式에 代入하고 積分한 다음 等號의 左邊式도 역시 級數展開하여 係數끼리의 關係式을 구해보면 다음과 같다.

$$\beta_i^n = \int_0^{2\pi} \frac{V_i U_i(\varphi_i)}{e^{j\omega\Lambda R}} = \sum_{j=1}^N Z_{ij}^n I_j^n \quad i=1, 2, \dots, N \quad n \geq 0 \quad (19)$$

(19)式에서

$$Z_{ij}^n = \begin{cases} \pi\eta K_{ij} \cdot K_{ij}' & n=0 \quad (20) \\ j \frac{\pi\eta}{2} \left(K_{ij} \cdot \frac{K_{ij}^{n+1} + K_{ij}^{n-1}}{2} - n^2 K_{ij}^n \right), & n \geq 1 \end{cases}$$

(19)式을 matrix形으로 表示하면

$$(Z_{ij}^n)(I_j^n) = (\beta_i^n), \quad n \geq 0$$

行列 (Z_{ij}^n) 의 對角 및 非對角要素는 各各 n次 mode의 自己 및 相互 임피던스에 해당되고 I_j^n 는 Fourier級數의 n次項의 係數이다.

4. 運動媒質內에서 루우프 안테나 Array의 電磁界

루우프 안테나의 array에 依한 電磁界를 求하기 爲하여 우선 i番째 루우프에 依한 電磁界를 式(7)과 앞에서 求한 電流分布를 使用하여 구해보면 다음과 같다⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾

$$E_i = -j\omega\mu \iiint_{V_0} e^{j\omega\Lambda \cdot (\mathbf{R}-\mathbf{R}')} \left(u + \frac{\nabla V}{K^2} \right) \frac{e^{-jk|\mathbf{R}-\mathbf{R}'|}}{4\pi|\mathbf{R}-\mathbf{R}'|} \mathbf{J}(\mathbf{R}') dV'$$

遠거리 電界를⁽⁹⁾ 구해보면 다음과 같이 된다.

$$E_i = j\omega\mu \frac{1}{4\pi r} e^{-jkr} e^{j\omega\Lambda \cdot \mathbf{R}} \mathbf{e}_R \times \mathbf{e}_R \times \iiint_{V_0} \mathbf{J}_i(\mathbf{R}') e^{j\omega\Lambda \cdot \mathbf{R}'} e^{j\mathbf{e}_R \cdot \mathbf{R}'} dV', \quad (21)$$

但 \mathbf{e}_R 는 \mathbf{R} 의 單位벡터
그림 2에서 $\mathbf{R}' = \mathbf{R}'_1 + \mathbf{R}'_2$ 이므로
(21)式으로부터

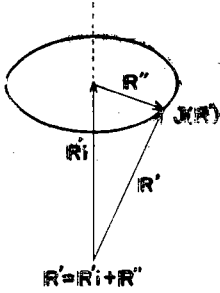


그림 2. 運動媒質內에서 i 번째 루프안테나
Fig. 2. The i th circularloop antenna

$$E_i = \frac{j\omega\mu}{4\pi r} e^{-jkr} e^{+j\omega\Lambda \cdot R} e^{-j\omega\Lambda \cdot R_i'} e^{jke_R \cdot R_i'} \times e_R \times e_R \\ \times \iiint_{V_0} J_i(R') e^{-j\omega\Lambda \cdot R''} e^{jke_R \cdot R''} dV' \quad (22)$$

N 개의 全素子 圓形 루우프 안테나에 의한 電界의 세기 E 는

$$E = \sum_{i=1}^N E_i = \frac{j\omega\mu}{4\pi r} \exp[-jkr + j\omega\Lambda \cdot R] \sum_{i=1}^N \exp [jke_R \cdot R_i' - j\omega\Lambda \cdot R_i'] e_R \times e_R \times \sum_{i=1}^N \iiint_{V_0} J_i(R') \exp [jke_R \cdot R'' - j\omega\Lambda \cdot R''] dV' \quad (23)$$

(23)式에서 $D_0 = \exp[-jkr + j\omega\Lambda \cdot R] \sum_{i=1}^N \exp [jke_R \cdot R_i' - j\omega\Lambda \cdot R_i']$ 로 놓으면 運動媒質內에서의 指向性 積分

$$\iiint_{V_0} J_i(R') \exp(-j\omega\Lambda \cdot R'' + jke_R \cdot R'') dV' \text{는} \\ \iiint_{V_0} J_i(R') \exp(-j\omega\Lambda \cdot R'' + jke_R \cdot R'') dV' \\ = \int_0^{2\pi} I_i(\varphi_i') \exp(j(kb_i \sin \theta' \cos(\varphi_i - \varphi_j) - j\omega\Lambda \cdot R'')) \\ b_i d\varphi_j \quad (24)$$

여기서 $kb_i \sin \theta' = a'$, $\varphi_i - \varphi_j = \varphi$ 로 놓으면 $\exp(j(a' \cos \varphi - \omega\Lambda \cdot R'')) = \exp(j\sqrt{A^2 + B^2} \cos(\varphi - \Omega))$ (25)

但 $A = a' - \omega\Lambda b_i \sin \gamma \cos(\alpha - \varphi_i)$
 $B = \omega\Lambda b_i \cdot \sin \gamma \sin(\alpha - \varphi_i)$
 $\Omega = \tan^{-1} \frac{B}{A}$

따라서 (24)式은 $\int_0^{2\pi} I_i(\varphi_i') \exp(jx_i \cos(\varphi - \Omega)) \varphi$ (26)

但 $x_i = \sqrt{A^2 + B^2}$

電流分布는

$$I_i(\varphi_i') = \sum_{n=0}^{\infty} I_n^i \cos n\varphi_i' \quad (27)$$

이므로 式(23)에 (26)과 (27)을 代入하여 積分하면 다음과 같은 結果를 얻을 수 있다. 즉 (28)

$$E_\theta = \frac{j\omega\mu}{4\pi r} D_0 \int_0^{2\pi} I_i(\varphi_i') \exp(jx_i \cos(\varphi - \Omega)) \cos \varphi b_i d\varphi \\ E_\varphi = \frac{j\omega\mu}{4r} \exp[-jkr + j\omega\Lambda \cdot R]$$

$$\sum_{i=1}^N b_i \exp[jke_R \cdot R_i' - j\omega\Lambda \cdot R_i'] \\ \sum_{n=0}^{\infty} j^{(n-1)} I_n^i [J_{n-1}(x_i) \cos(n\varphi_i - (n-1)\Omega) - J_{n+1}(x_i) \cos(n\varphi_i - (n+1)\Omega)] \quad (29)$$

같은 方法으로

$$E_\theta = \frac{j\omega\mu}{4r} \exp[-jkr + j\omega\Lambda \cdot R] \cos \theta' \\ \sum_{i=1}^N \exp[jke_R \cdot R_i' - j\omega\Lambda \cdot R_i'] \\ \sum_{n=0}^{\infty} j^{(n-1)} I_n^i [J_{n-1}(x_i) \sin(n\varphi_i - (n-1)\Omega) + J_{n+1}(x_i) \sin(n\varphi_i - (n+1)\Omega)] \quad (30)$$

5. 數值計算 및 電界 패턴

運動媒質인 경우의 指向性을 靜止媒質의 경우와 比較檢討하기 위하여 그림 3 같이 2個로 구성된 array 에 관하여 式(29)로부터 數值計算을 하고 이에 對한 電界 패턴을 作圖하기로 한다. 이때 루우프의 半徑이 同一한 경우를 택하여 $b_i = b_j = b$ 로 하고 루우프의 間격을 d 로 한다. 루우프 圓周의 長이를 波長(λ)과 같은 정도를 택하였다. 그리고 計算의 定數範圍는 다음과 같다.

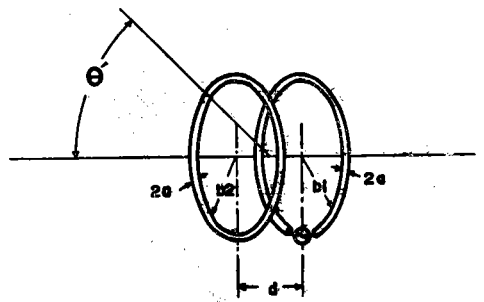


그림 3. 2個素子配列
Fig. 3. Two element array

$$kb_j = kb_i = 1, \quad \frac{d}{\lambda} = 0.1 \sim 0.5$$

媒質速度에 關係되는 項 $\frac{\omega\Lambda}{K} = 0 \sim 0.6^{(7)(13)}$

$$\frac{a}{b} = 0.1, \quad \sin \gamma = 0.8$$

이들 定數를 代入하여 電子計算機로 計算하였으며 特別히 (20)式의 K_n^+ 및 K_n^- 는 近似解를 利用한 計算方法도 있으나 여기서는 電子計算機를 利用한 數值積分을 하였다. 電界 패턴을 作成함에 있어서는 E_θ 에 對한 2個의 斷面, 즉 $\varphi_i = 0$ 및 $\varphi_i = 90^\circ$ 인 面을 澤하였다. 여기서 $\varphi_i = 0$ 인 斷面은 媒質速度 벡터와 直角되는 面이고, $\varphi_i = 90^\circ$ 는 媒質速度 벡터와 平行인 斷面이

다. 이에 따른 電界 패턴은 그림 4, 그림 5이고, 그림에서 $\frac{\omega A}{K}=0$ 에 해당하는 曲線이 靜止媒質의 경우에 해당된다. 電界 패턴에서 $\varphi_i=90^\circ$ 인 경우, 즉 媒質速度 벡터와 平行인 平面에서는 速度成分과 反對方向으로 增加하고, 速度와 같은 方向으로는 감소한다.

은 結論을 얻었다.

靜止媒質의 경우와 比較하여 媒質의 運動速度成分과 反對方向으로는 放射指向性이 增加하고 媒質運動速度와 同一方向으로는 放射指向性이 감소한다. 그리고 감소하는 比率는 斷面과 速度方向과 相對的인 位置에 따라 다소 차이가 나타난다. 또 電界 패턴의 增減 및 shift 現象은 媒質速度가 클수록, 루우프의 直徑이 클수록 현저하게 된다.

後記; 이 研究는 1974年度 文教部 및 仁荷大學校 研究助成費의 支給으로 이루어진 것이다.

參考文獻

1. R.T. COMPTON, and C.T.TAI; "Radiation from Harmonic Source a Uniformly moving Media" IEEE Trans. AP-13 (July 1965)
2. J.R. COLLIER and C.T.TAI; "Guided waves in Moving Media" IEEE Trans. MTT-13(July 1965)
3. 藤岡弘, 熊谷信昭; "運動媒質中における アンテナ・アレイ의 放射特性" 信學誌 Vol.49 (Aug. 1966)
4. C.T.TAI; "The Dyadic Green's Function for a moving isotropic medium," IEEE Trans. AP-13 (March 1965)
5. SHIN'ICHI, NAOKI INAGAKI; "An investigation of the Array of Circular-loop Antennas, IEEE Trans. AP-19(July 1971)
6. 稻垣直樹, 伊藤信一, 關口利男; "一素子ループアンテナ의 理論" 信學誌 Vol.53-B (March 1970)
7. 鹽澤俊之, 熊谷信昭; "運動媒質中における線狀アンテナ의 放射特性" 信學誌 Vol.50 (Oct. 1967)
8. TAI TSUN WU; "Theory of the thin circular loop antenna Journal of Mathematical physics Vol.3 (Nov. 1962)
9. CHARLES HEARCH PAPAS; "Theory of Electromagnetic wave Propagation" McGraw-Hill. 1965.
10. SOMMER FELD; "Electrodynamics,, Academic Press N.Y. pp.280~283 1952
11. E.J.MARTIN; "Radiation fields of Circular loop antennas by a direct integration Process" IRE Trans. AP (Jan. 1960)
12. 崔炳河; "運動媒質內에서의 Circular Loop Antenna의 放射特性(II)" 大韓電子工學會誌 第9卷 第2號 (Apr. 1972)

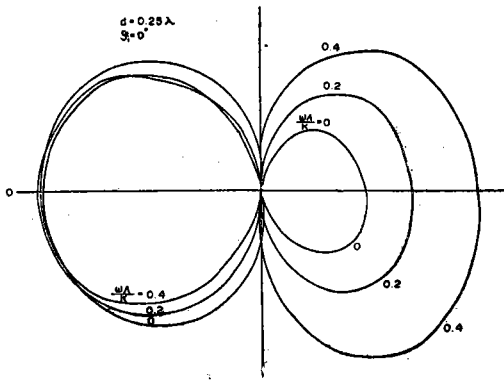


그림 4. 수직면 ($\varphi_i=0$)內의 E_φ -pattern
Fig. 4. Field pattern for E_φ ($\varphi_i=0$, plane) in a moving medium

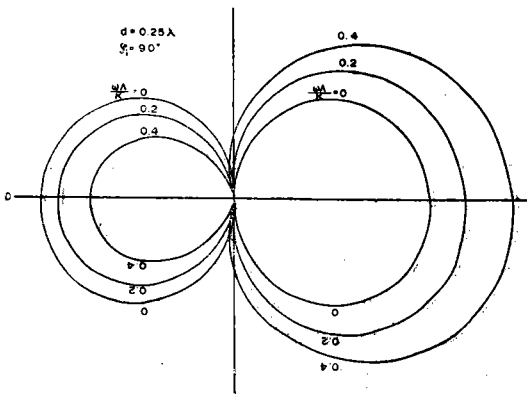


그림 5. 수직면 ($\varphi_i=90^\circ$)內 E_φ -pattern
Fig. 5. Field pattern E_φ ($\varphi_i=90^\circ$ plane) in a moving medium

그러나 $\varphi_i=0$ 인 斷面內에서는 速度成分과 反對方向으로는 增加하나 같은 方向에서의 減少가 거의 없고 다소 옆으로 shift되는 現象을 볼 수 있다.

6. 結 論

本 論文에서는 運動媒質內에서 圓形 루우프 안테나 의 array에 對한 電界 패턴을 求解한 結果 다음과 같