論　文

論文 74-11-2-3

# 靜磁界를 加한 半導體를 갖는 導波管內의 電磁波攝動에 關한 硏究

# (A Study of Perturbed Electromagnetic Waves in Rectangular Waveguide Filled with a Transversely Magnetized Semiconductor.)

楊 仁 應*·陳 年 鋼**
(Yang, In Ung and Chin, Youn Kang)

## 要　約

量子力學的 近似解法인 攝動理論을 橫靜磁界를 加한 N형 Silicon 半導體로 충만된 矩形導波管內의 마이크로波의 傳播特性에 적용해서 電力의 式을 求했다. 이는 電磁波의 Maxwell 方程式을 演算子에 의한 固有値問題로 다루어 展開했다. 特히 2個의 Magic-Tee를 使用해서 $x$만에 의해서 變化하는 電力成分을 檢出한 9.61GHz의 $TE_{10}$波에 의한 實驗結果는 第1次近似値와 아주 잘 一致했다.

## ABSTRACT

Perturbation thory for quantum mechanics is extended to the derivation of a power equation for microwave propagation in a rectangular waveguide filled with N-type silicon which is transversely magnetized. This approximation evolves in a unified manner from the eigenvalue formulation of Maxwell's equation wherein the wave numbers are the eigenvalues of a linear operator.

$TE_{10}$ wave at 9.61GHz is employed for the experimental investigation of the microwave propagation through a transversely magnetized semiconductor. Results from first order perturbation agree well with the experiment where the bridge method using two Magic Tees is employed.

## 1. 序　　論

Ferrite와 같은 異方性媒質에 關한 硏究이후로 마이크로波分野에 이런 媒質은 널리 應用되고 있다. 最近에는 導波管에 넣은 半導體에 靜磁界를 加한 경우 電磁波에 어떤 영향을 주는가에 對한 實驗에 의한 硏究[1-5]가 계속되었다. 特히 Nag와 Engineer[3]는 傳播進行方向에 直角으로 靜磁界를 加한 경우 矩形導波管內에서의 半導體에 의한 영향을 理論的으로 解析을 했으며 Gabriel과 Brodwin[4],[5]은 Bresler, Joshi와 Marcuvitz[5]가 제시한 導波管의 6 vector mode에 對한 直交性關係를 도입해서 異方性, 不均質 및 損失을 주는 媒質을 갖는 導波管에 關한 解析에 量子力學的 近似解法인 攝動理論(perturbation-theory)을 적용한 論文을 발표했다. 이 論文에서는 攝動論을 電波의 進行方向에 直角으로 靜磁界를 가한 半導體를 갖는 矩形導波管에 적용했다. 第1次近似解의 正確性을 檢討하기 위하여 實驗의 結果와 比較했다. 그러나 지금까지 發表된 論文들은 電磁界의 攝動現像을 도입이나 電流에 의한 理論式과 測定値만을 가지고 比較檢討했다.

本論文에서는 攝動理論을 電力成分에 적용하여 얻은 理論式의 값을 傳播方向에 關係되는 電力成分을 얻는 測定方法에 의한 實驗値와 比較檢討했다. 마이크로波에서는 잘 알려진 바와같이 靜磁界下에 있는 프라스마(plasma)와 半導體는 各各 誘電率 tensor나 導電率 tensor로 特性化 한다. 導電率은 複素誘電率 tensor의 一部로 볼수 있으므로 實驗面에서는 氣體를 使用하는 것보다 半導體를 使用하는 것이 더 편리하기 때문에

* 正會員, 延世大學校
Yonsei University

** 正會員, 航空大學 電子工學科
Department of Electronic Engineering,
Civil Aviation College of Korea

接受日字 : 1974年 2月 15日

半導體에 關해서만 다루기로 한다.

本 論文 第2章에서는 半導體의 tensor化에 의해서 誘起된 6 vector成分을 갖는 特異 mode를 Engineer[3]의 理論的解析에 의해서 說明했으며 第3章에서는 本論文의 기초가 되는 Brodwin[4],[5]의 攝動理論의 解析方法을 紹介했고 第4章에서는 半導體의 tensor化에 의해서 誘起된 $TE_{10}$ mode의 電力成分에 第3章의 攝動理論을 적용한 理論式을 유도했고 第5章에서는 2개의 Magic Tee를 使用해서 傳播方向에 關係되는 電力成分만을 얻는 測定原理와 方法을 說明했다.

## 2. 一般的 考察[3]

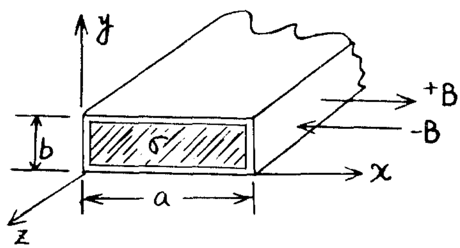



**그림 1** 半導體로 充滿된 導波管에 靜磁界를 加한 경우

그림1 처럼 $x$方向에 靜磁界를 加하고 傳播하고 있는 各 field가 $\exp i(wt-k_\alpha z)$에 따라 變한다고 하면 誘電率$\varepsilon$, 導電率 $\sigma$, 透磁率 $\mu$인 半導體인 경우 Maxwell 方程式은

$$\nabla\times E=-jw\mu H \qquad (2-1)$$

$$\nabla\times H=jw\langle\varepsilon\rangle E \qquad (2-2)$$

이다.

여기서 $\langle\varepsilon\rangle$는 다음과 같은 複素誘電率 tensor이다.

$$\langle\varepsilon\rangle=\begin{pmatrix}\varepsilon_{11} & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23}\\ 0 & -\varepsilon_{23} & \varepsilon_{22}\end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{11}=\varepsilon\left[1-\frac{j\sigma_{dc}}{w\varepsilon}\right]$$

$$\varepsilon_{22}=\varepsilon\left[1-\frac{j\sigma_{dc}}{w\varepsilon[1+(R_cB\sigma_{dc})^2]}\right]$$

$$\varepsilon_{23}=\frac{jR_cB\sigma_{dc}^2}{w[1+(R_cB\sigma_{dc})^2]}$$

여기서 $R_C$는 Hall係數, $\sigma_{dc}$는 直流導電率, $B$는 磁束密度이다.

$E_z$와 $H_z$에 의한 偏微分方程式을 式(2—1)과 式(2—2)로 부터 구하면 다음과 같은 2方程式을 얻는다.

$$-D_x[jw\,\varepsilon_{23}(w^2\mu\varepsilon_{11}-k_\alpha^2)+wk_\alpha D_y(\varepsilon_{22}-\varepsilon_{11})]E_z+\left[w^2\mu\varepsilon_{11}\left\{w^2\mu\varepsilon_{22}-k_\alpha^2\left(1+\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}}\right)+D_x^2+\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}}D_y^2\right\}-k_\alpha^2\left(D_x^2+D_y^2-k_\alpha^2\right)\right]H_z=0 \qquad (2-3)$$

$$D_x\left[jw\varepsilon_{22}\left\{w^2\mu\varepsilon_{11}-k_\alpha^2+\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{22}}(D_x^2+D_y^2)\right\}-w\varepsilon_{23}k_\alpha D_y\right]E_z+[w^2\mu\varepsilon_{23}(w^2\mu\varepsilon_{11}-k_\alpha^2+D_y^2)-jk_\alpha D_y(w^2\mu\varepsilon_{11}-k_\alpha^2+D_x^2+D_y^2)]H_z=0 \qquad (2-4)$$

여기서 $D_x$와 $D_y$는 各各 $\frac{\partial}{\partial x}$와 $\frac{\partial}{\partial y}$를 나타낸다. 만약 $E_z=0$인 TE波의 例를 든다면 式(2—3)과 式(2—4)는 다음과 같이 簡單化된다.

$$\left[k_\alpha^4-k_\alpha^2\left\{D_x^2+D_y^2+w^2\mu\varepsilon_{22}\left(1+\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{22}}\right)\right\}+w^2\mu\varepsilon_{22}\left(D_y^2+\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{22}}D_x^2+w^2\mu\varepsilon_{11}\right)\right]H_z=0 \qquad (2-5)$$

$$[jk_\alpha^3D_y-k_\alpha^2w^2\mu\varepsilon_{23}-jk_\alpha D_x(D_x^2+D_y^2+w^2\mu\varepsilon_{11})+w^2\mu\varepsilon_{23}(D_y^2+w^2\mu\varepsilon_{11})]H_z=0 \qquad (2-6)$$

式 (2—5)와 式 (2—6)은 $\varepsilon_{22}=\varepsilon_{11}$일지라도 $D_x=0$이거나 $H_z=0$가 아니면 同一한 $k_\alpha$의 값에 對하여 同時에 만족할 수 없다. 그러므로 그림 1 처럼 靜磁界를 加한 半導體를 充滿한 矩形導波管에서는 $x$方向에 따라 變하는 電界成分만을 갖는 $TE_{mo}$波만이 傳播可能함을 나타낸다. 만약 $H_z=0$인 $TM$波의 例를 들면 式(2—3)과 式(2—4)는 다음과 같이 簡單化된다.

$$-D_x[jw\varepsilon_{23}(w^2\mu\varepsilon_{11}-k_\alpha^2)+wk_\alpha D_y(\varepsilon_{22}-\varepsilon_{11})]E_z=0 \qquad (2-7)$$

$$D_x\left[jw\varepsilon_{22}\left\{w^2\mu\varepsilon_{11}-k_\alpha^2+\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{22}}(D_x^2+D_y^2)\right\}-w\varepsilon_{23}k_\alpha D_y\right]E_z=0 \qquad (2-8)$$

式(2—7)과 式(2—8)은 $\varepsilon_{22}=\varepsilon_{11}$일지라도 $D_x=0$이거나 $E_x=0$가 아니면 同時에 滿足할 수 없다. 그러나 만약 $D_x=0$이면 $E_z$는 導波管의 管壁에서는 存在하지 않으므로 어느곳에서나 $E_z$는 零이 되어야 한다. 따라서 TM波는 橫磁界를 加한 경우 傳播할 수 없다. 그러나 式(2—3)과 式(2—4)는 $H_z\neq0$과 $E_z\neq0$이면 同一한 $k_\alpha$의 값에 對하여 同時에 滿足할 수 있다. 그러므로 TE波外에 6個의 field成分을 갖는 소위 特異 mode의 存在可能性을 알 수 있으나 이의 一般的인 解를 求하는 것은 어려우므로 다음 章에서는 攝動理論(perturbation-theory)를 적용하여 6個成分을 求해 본다.

## 3. 攝動理論[4)5)9)]

攝動理論의 基本原理는 媒質이 아주적은 영향을 준다면 媒質의 存在는 빈導波管의 攝動으로 간주할수 있다는 것이다. 그림1 처럼 x方向에 靜磁界를 加하고 傳播하고 있는 各 field가 $\exp i(wt-k_\alpha z)$의 函數인 경우 攝動論은 Maxwell方程式을 固有値問題(eigenvalue-problem)로 公式化함으로서 統一된 方法으로 展開할 수 있게 했으며 따라서 波數(wave number)는 線型算子(linear operator)의 固有値이다. 時間의 函數가

$\exp(jwt)$이고 同質, 定常狀態인 경우 電磁波의 Maxwell方程式은

$$w\langle\varepsilon\rangle E+\nabla\times(jH)=0$$
$$\nabla\times E+w\langle\mu\rangle(jH)=0 \qquad (3-1)$$

이므로 論文[4),6)]에서는 第$\alpha$번째의 特性을 갖는 電磁波를 다음과 같이 6개의 vector 成分으로 特性化한다.

$$\phi_\alpha=\begin{bmatrix}E_\alpha\\ jH_\alpha\end{bmatrix} \qquad (3-2)$$

$z$ 軸方向으로 均一한 導波管에 對한 固有値問題는 式(3—1)의 解에 의해서 求할 수 있다. 즉 式(3—1)은 線型演算子 $L$와 $W$에 의해서 다음과 같이 나타낸다.

$$(L-k_\alpha W)\phi_\alpha=0 \qquad (3-3)$$

여기서

$$L=L_0+L \qquad L_0=\begin{bmatrix}w\varepsilon_0 I & \nabla_t\times I\\ \nabla_t\times I & w\mu_0 I\end{bmatrix}$$
$$W=\begin{bmatrix}0 & j\hat{z}\times I\\ j\hat{z}\times I & 0\end{bmatrix} \qquad (3-4)$$

여기서 $\nabla_t$, $I$, 및 $\hat{z}$는 各各 橫面del演算子, 單位 dyadic및 $z$軸의 單位 vector이다. 演算子 $L$는 異方性을 나타내는 攝動演算子로서 다음과 같다.

$$L=\begin{bmatrix}w\varepsilon_0 x_c & 0\\ 0 & w\mu_0 x_m\end{bmatrix} \qquad (3-5)$$

여기서 $x_e$는 分極率(electric susceptibility)이고, $x_m$은 磁化率(magnetic susceptibility)이다. 半導體의 透磁率은 眞空의 것과 같다고 취급함으로 여기서 $x_m$은 零이다.

半導體의 異方性은 磁界에 의해서 誘起되므로 磁界强度를 攝動定數로 使用하기 위하여 次元이 없는 變數 $\nu_c$로 表示하면 $\nu_c=0$를 中心으로 展開한 Taylor公式에 의한 攝動演算子 $L$는

$$L=\sum_{n=1}^{\infty}\nu_c^n L^{(n)} \qquad (3-6)$$

그런데 式(3—3)은

$$(L_0+L)\phi_\alpha=k_\alpha W\phi_\alpha \qquad (3-3')$$

이므로 $\phi_\alpha$와 $k_\alpha$도 $\nu_c$의 函數로 볼 수 있다.

$$\phi_\alpha=[\phi_\alpha^{(0)}+\sum_{n=1}^{\infty}\nu_c^n\phi_\alpha^{(n)}]e^{-jk^\alpha z} \qquad (3-7)$$

$$k_\alpha=k_{\alpha0}+\sum_{n=1}^{\infty}\nu_c^n k_{\alpha n} \qquad (3-8)$$

다만 $\phi_\alpha^{(1)}$, $\phi_\alpha^{(2)}$, ……, $k_{\alpha1}$, $k_{\alpha2}$……등은 $\nu_c$에 의존치 않는다. 여기서 $k_{\alpha0}$와 $\phi_\alpha^{(0)}$는 各各 磁界를 加하지 않은 경우의 $L_0$의 固有値와 固有 vector이고 $k_{\alpha n}$와 $\phi_\alpha^{(n)}$는 第$n$次의 攝動을 나타낸다. 式(3—6), 式(3—7), 式(3—8)을 式(3—3)′에 代入하면 다음과 같은 一連의 方程式을 얻을수 있다.

$$(L_0-k_{\alpha0}W)\phi_\alpha^{(0)}=0 \qquad (3-9)$$
$$(L_0-k_{\alpha0}W)\phi_\alpha^{(1)}=-(L^{(1)}-k_{\alpha1}W)\phi_\alpha^{(0)} \qquad (3-10)$$
$$(L_0-k_{\alpha0}W)\phi_\alpha^{(2)}=-(L^{(1)}-k_{\alpha1}W)\phi_\alpha^{(1)}-(L^{(2)}-k_{\alpha2}W)\phi_\alpha^{(0)} \qquad (3-11)$$

지금 式(3—9)의 方程式에 對한 解 $\phi_\alpha^{(0)}$, $k_{\alpha0}$는 알고 있으므로 式(3—10)과 式(3—11)로 부터 第1의 $\phi_\alpha^{(1)}$과 $k_{\alpha1}$, 第2의 $\phi_\alpha^{(2)}$와 $k_{\alpha2}$를 求할수 있다. 따라서 第2의 方程式의 解를 얻기 위하여 展開한다면 波動方程式의 一般解[7)]는 進行波와 反射波의 解를 갖이므로 第1次攝動項은

$$\phi_\alpha^{(1)}=\sum_\beta(a_\beta\phi_\beta^{(0)}-a_{-\beta}\phi_{-\beta}^{(0)}) \qquad (3-12)$$

이다. 여기서 $\phi_{-\beta}^{(0)}$는 $\phi_\beta^{(0)}$의 反射波이며 이는 Adjoint Operator[4),6)]에 의해서 얻을 수 있다. 式(3—12)을 式(3—10)인 波動方程式에 代入하고 다음과 같은 Bi-orthogonality條件[4),6)]

$$\int\phi_{\mp\beta}^{(0)}W\phi_{\pm\alpha}^{(0)}da=(\phi_{\mp\beta}^{(0)}, W\phi_{\pm\alpha}^{(0)})=\pm\delta_{\beta\alpha} \qquad (3-13)$$

을 적용하면

$$k_{\alpha1}=L_{-\alpha,\alpha}^{(1)} \qquad (3-14)$$
$$a_{\pm\beta1}=\frac{L_{\mp\beta,\alpha}^{(1)}}{k_{\alpha0}\pm k_{\beta0}} \qquad (3-15)$$

이다.

여기서 $\delta_{\beta\alpha}$는 Kronecker delta이고 $da$는 導波管의 斷面積素子이다.

$$(\phi_\beta,\phi_\alpha)=\int(E_\beta\cdot E_\alpha+jH_\beta\cdot jH_\alpha)da$$
$$L_{\beta,\alpha}^{(1)}=\int\phi_\beta^{(0)}L^{(1)}\phi_\alpha^{(0)}da=(\phi_\beta^{(0)}, L^{(1)}\phi_\alpha^{(0)})$$

이다. 다시 第2次攝動項을 求해보면 第1次의 경우와 同一한 方法에 의해서 다음과 같은 값을 얻는다.

$$k_{\alpha2}=L_{-\alpha,\alpha}^{(2)}+\sum_{\substack{\beta\\ \beta\neq\alpha}}\frac{L_{-\beta,\alpha}^{(1)}L_{-\alpha,\beta}^{(1)}}{k_{\alpha0}-k_{\beta0}}-\sum_\beta\frac{L_{\beta,\alpha}^{(1)}L_{-\alpha,-\beta}^{(1)}}{k_{\alpha0}+k_{\beta0}} \qquad (3-16)$$

式(3—7)과 式(3—8)에 式(3—12), 式(3—14)와 式(3—15)을 代入하면 다음과 같은 第1次近似解를 얻는다.

$$\phi_\alpha=\left[\phi_\alpha^{(0)}+\nu_c\sum_{\substack{\beta\\ \beta\neq\alpha}}\frac{L_{-\beta,\alpha}^{(1)}}{k_{\alpha0}-k_{\beta0}}\phi_\beta^{(0)}-\nu_c\sum_\beta\frac{L_{\beta,\alpha}^{(1)}}{k_{\alpha0}+k_{\beta0}}\phi_{-\beta}^{(0)}\right]e^{-jk_\alpha z} \qquad (3-17)$$

$$k_\alpha=k_{\alpha0}+\nu_c L_{-\alpha,\alpha}^{(1)} \qquad (3-18)$$

## 4. 理論的 計算値

Cyclotron이나 scattering周波數보다 낮은 마이크로波를 使用하는 경우에는 다음과 같은 導電率tensor[10)]을 使用한다.

$$J=\langle\sigma\rangle\cdot E \qquad (4-1)$$

여기서 $\langle\sigma\rangle$는 導電率 tensor이다.

즉,

$$\begin{bmatrix}J_x\\ J_y\\ J_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sigma_0 & 0 & 0\\ 0 & \sigma_{11} & -\sigma_{12}\\ 0 & \sigma_{12} & \sigma_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_x\\ E_y\\ E_z\end{bmatrix}$$

여기서 $\sigma_0$는 磁界를 加하지 않은 경우의 高周波導電率이다. 지금 $\sigma_{11}$과 $\sigma_{22}$가 같고 $\sigma_{11}$가 靜磁界의 偶函數가 되고 $\sigma_{12}$가 奇函數가 되도록 磁界를 ⟨111⟩軸方向으로 加하고 理論體系化를 위하여 誘電率을 다음과 같이 定義한다[5].

$$\langle\varepsilon\rangle=\varepsilon_0 I+\frac{j}{w}(\langle\sigma\rangle-\sigma_0 I) \qquad (4-2)$$

여기서 $\left[\varepsilon_0=\varepsilon_s+\left(\frac{j}{w}\right)\sigma_0\right]$는 磁界를 加하지 않은 경우의 高周波 scalar誘電率이고, $\varepsilon_s$는 結晶體固有의 誘電率이다. 式 (4—2)의 第1項은 等方性을 나타내는 部分이고 第2項은 磁界에 의해서 誘起된 異方性을 나타내는 部分이다. 그러므로 式(3—5)와 比較를 하면 다음과 같이 $L$를 表示할 수 있다.

$$L=j\begin{pmatrix}\langle\sigma\rangle-\sigma_0 I & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix} \qquad (4-3)$$

여기서 透磁率은 眞空의 것으로 보고 $x_m$은 零으로 놓았다. $\langle\sigma\rangle$는 磁界函數로 주어지기 때문에 $L^{(n)}$을 求하기 위하여 $\langle\sigma\rangle-\sigma_0 I$를 $\nu_c$를 中心으로 展開하면 式(4—3)에 의해서

$$L^{(n)}=j\begin{pmatrix}\langle\sigma\rangle^{(n)} & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

이므로 式(3—6)에 의해서

$$L=j\begin{pmatrix}\langle\sigma\rangle-\sigma_0 I & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=\sum_{n=1}^{\infty}\nu_c{}^n L^{(n)}$$

그러므로

$$\langle\sigma\rangle-\sigma_0 I=\sum_{n=1}^{\infty}\nu_c{}^n\langle\sigma\rangle^{(n)}$$

이다.

그런데 $\sigma_{11}$과 $\sigma_{12}$는 各各 $\nu_c$의 偶와 奇函數이므로

$$\langle\sigma\rangle-\sigma_0 I=\sum_{n=1}^{\infty}(\sigma_{11}{}^{(2n)}\nu_c{}^{2n}I_s+\sigma_{12}{}^{(2n-1)}\nu_c{}^{2n-1}I_a) \qquad (4-4)$$

이다.

여기서

$$I_s=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} \qquad I_a=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-1\\0&1&0\end{pmatrix}$$

式(4—3)과 式(4—4)을 式(3—6)과 比較하면

$$L^{(1)}=j\sigma_{12}{}^{(1)}\begin{pmatrix}I_a & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix} \qquad (4-5)$$

$$L^{(2)}=j\sigma_{11}{}^{(2)}\begin{pmatrix}I_s & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix} \qquad (4-6)$$

이다. 高次係數에 關해서도 위와 같은 方法에 의해서 表現할 수 있다. 따라서 式(3—15)의 $L_{\pm\beta,\alpha}{}^{(1)}$는 다음과 같다.

$$L_{\pm\beta,\alpha}{}^{(1)}=j\sigma_{12}{}^{(1)}\int E_{\pm\beta}{}^{(0)}\cdot I_a\cdot E_\alpha{}^{(0)}da \qquad (4-7)$$

따라서 磁界에 의한 第1次攝動은 導電率tensor의 非對角線(cff-diagcnal)要素에 의존함을 알 수 있다.

지금 $TE_{mo}$의 單一 mode 만을 $y$軸에 平行이 되도록 $z$方向으로 傳播시킨 경우에 對한 第1次攝動만을 求하기로 한다. 表記의 편의를 위하여 index $\alpha=(m,o)$ $\beta=(m,n)$를 使用한다.

$TE_\alpha$인 경우 $E_{\alpha z}{}^{(0)}$는 零이고 $z$方向의 逆方向成分 $E_{-\beta z}{}^{(0)}$는 $E_{-\beta z}{}^{(0)}=-E_{\beta z}{}^{(0)}$이므로 式(4—7)의 $L_{\pm\beta,\alpha}{}^{(1)}$는 다음과 같다.

$$L_{\pm\beta,\alpha}{}^{(1)}=\pm j\sigma_{12}{}^{(1)}\int E_{\beta z}{}^{(0)}E_{\alpha y}{}^{(0)}da \qquad (4-8)$$

따라서 $TE_{mo}$ mode의 第1次攝動은 $E_{\beta z}$만이 重要함을 알 수 있으며 이는 $TM_\beta$의 固有函數이므로 正規化된 scalar 函數[5),8)]에 의해서 다음과 같다.

$$\psi_\beta=\left[-\frac{1}{2}w\varepsilon_0 k_{\beta 0}\,\mathrm{k}_\beta{}^2 ab\right]^{-\frac{1}{2}}\sin\frac{m\pi}{a}x\,\sin\frac{n\pi}{b}y \qquad (4-9)$$

여기서 $\psi_\beta$는 다음과 같은 條件에 의해서 正規化된 函數이다.

$$(\phi_{-\beta}{}^{(0)},\ W\phi_\beta{}^{(0)})=1$$

그리고, $k_{\beta 0}{}^2=w^2\mu_0\varepsilon_0-\mathrm{k}_\beta{}^2$

$$\mathrm{k}_\beta{}^2=\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

이다.

위의 函數에 의해서 式(4—8)과 式(3—15)를 式(3—12)에 代入하여 第1次攝動項을 求하면 다음과 같다.

$$\phi_\alpha{}^{(1)}=-j\sigma_{12}{}^{(1)}\sum_\beta\frac{\int E_{\beta z}{}^{(0)}E_{\alpha y}{}^{(0)}da}{k_{\alpha 0}-k_{\beta 0}}\phi_\beta{}^{(0)} -j\sigma_{12}\sum_\beta\frac{\int E_{\beta z}{}^{(0)}E_{\alpha y}{}^{(0)}da}{k_{\alpha 0}+k_{\beta 0}}\phi_{-\beta}{}^{(0)}$$

여기서 $\phi_\beta{}^{(0)}$와 $\phi_{-\beta}{}^{(0)}$는 $z=z_0$點에서의 특정한 값이므로 $\phi_\beta{}^{(0)}=\phi_{-\beta}{}^{(0)}$이다. 그러므로

$$\phi_\alpha{}^{(1)}=-j\sigma_{12}{}^{(1)}2\sum_\beta\frac{\int E_{\beta z}{}^{(0)}E_{\alpha y}{}^{(0)}da}{k_{\alpha 0}{}^2-k_{\beta 0}{}^2}k_{\beta 0}\phi_\beta{}^{(0)} \qquad (4-10)$$

이다. 그런데 $TM$ mode에 對해서는

$$\phi_\beta{}^{(0)}=\begin{bmatrix}E_\beta\\ jH_\beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\nabla\times\nabla\times\hat{z}\psi_\beta\\ -w\varepsilon_0\nabla\times\hat{z}\psi_\beta\end{bmatrix}$$

이므로 上式을 各 成分別로 展開하면 式(4—10)은

$$\phi_\alpha{}^{(1)}= -j\sigma_{12}{}^{(1)}2\sum_\beta\frac{\int E_{\beta z}{}^{(0)}E_{\alpha y}{}^{(0)}da}{k_{\alpha 0}{}^2-k_{\beta 0}{}^2}\cdot k_{\beta 0}\begin{pmatrix} jk_{\alpha 0}\dfrac{\partial\psi_\beta}{\partial x}\\ jk_{\alpha 0}\dfrac{\partial\psi_\beta}{\partial y}\\ \mathrm{k}_\beta{}^2\psi_\beta\\ -w\varepsilon_0\dfrac{\partial\psi_\beta}{\partial y}\\ w\varepsilon_0\dfrac{\partial\psi_\beta}{\partial x}\\ 0\end{pmatrix} \qquad (4-11)$$

式(4—7)에 의하면 모든 $TE_{mo}$에 對한 第1次攝動波數 $k_{\alpha 1}$은 零이 됨을 알 수 있으므로 第1次近似解인 $\alpha$번째

mode $\phi_\alpha$는 式(3—7)에 의해서 다음과 같다.

$$\phi_\alpha=[\phi_\alpha^{(0)}+\nu_c\phi_\alpha^{(1)}]e^{-jk_{\alpha0}z} \tag{4—12}$$

本論文에서 求하고자 하는 電力은 $E_y$와 $H_x$에 關係되는 電力만을 求하는 것이 目的이므로 $TE_{10}$ mode의 磁界强度 $H_{\alpha x}$에 對한 攝動磁界는 $\nu_c H_{\alpha x}^{(1)}$임을 알 수 있다. $TE_{10}$인 경우 電磁界의 成分은

$$H_{\alpha z}^{(0)}=a_{10}\ \mathrm{k}_{10}^2\cos\frac{x}{a}\pi$$

$$H_{\alpha x}^{(0)}=jk_{10}a_{10}\frac{\pi}{a}\sin\frac{\pi}{a}x$$

$$E_{\alpha y}^{(0)}=-jw\mu_0 a_{10}\frac{\pi}{a}\sin\frac{\pi}{a}x$$

이고, 여기서 $a_{10}$는 任意의 振幅이다.

또 $TM_\beta$의 固有函數는

$$\psi_\beta=a_\beta\sin\frac{m\pi}{a}\sin\frac{n\pi}{b}y$$

여기서 $a_\beta=\left[-\frac{1}{2}w\varepsilon_0 k_{\beta0}\mathrm{k}_\beta^2 ab\right]^{-\frac{1}{2}}$이다.

이므로 式(4—11)에 의해서

$$\nu_c H_{\alpha x}^{(0)}=-2\nu_c\sigma_{12}^{(1)}w\varepsilon_0\sum_\beta\frac{\int E_{\beta z}^{(0)}E_{\alpha y}^{(0)}da}{k_{\alpha0}^2-k_{\beta0}^2}k_{\beta0}\frac{\partial\psi_\beta}{\partial y} \tag{4—13}$$

이다. 上式을 計算하면

$$\int E_{\beta z}^{(0)}E_{\alpha y}^{(0)}da=-jw\mu_0 a_{10}a_\beta\mathrm{k}_\beta^2\frac{\pi}{a}\cdot\int_0^a\int_0^b\sin\frac{\pi x}{a}\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}dxdy$$

$$=-jw\mu_0 a_{10}a_\beta\mathrm{k}_\beta^2\frac{b}{2n}[1-(-1)^n]$$

이다.

지금 上式이 零이 되지 않기위한 조건은 $TM_\beta$의 固有函數는

$\beta=[1, n(=2m+1)]$이므로

$$\int E_{\beta z}^{(0)}E_{\alpha y}^{(0)}da=-jw\mu_0 a_{10}a_\beta\mathrm{k}_\beta^2\frac{b}{n}$$

이다. 式(4—13)에 上式의 값을 代入하면

$$\nu_c H_{\alpha x}^{(1)}=-4jw\mu_0 a_{10}\sigma^{(1)}{}_{12}\nu_c\frac{\pi}{a}\sin\frac{\pi x}{a}\cdot\sum_{n=1,3,}^{\infty}\frac{b}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{b}y$$

이다. 여기서

$$\sum_{n=1,3,}^{\infty}\frac{b}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{b}y=-\frac{1}{4}\left(y-\frac{1}{2}b\right)$$ 이다.

그러므로

$$\nu_c H_{\alpha x}^{(1)}=a_{10}jw\mu_0\nu_c\sigma_{12}^{(1)}\frac{\pi}{a}\left(y-\frac{1}{2}b\right)\sin\frac{\pi}{a}x \tag{4—14}$$

이다. 따라서 管壁上下面($y=0, b$)의 攝動된 第1次近似 $x$方向 磁界强度는

$$\nu_c H_{\alpha x}^{(1)}=\mp\frac{1}{2}a_{10}jw\mu_0\sigma_{12}^{(1)}\nu_c b\frac{\pi}{a}\sin\frac{\pi}{a}x$$

이다. 여기서 $\sigma_{12}^{(1)}$의 값은 Drude-Zener Model[1),5)]을 적용한 값으로 다음과 같다.

$$\sigma_{12}=\frac{\sigma_0}{1-jw\tau}\cdot\frac{\mu_H B}{1+\left[\frac{\mu_H B}{1-jw\tau}\right]^2}$$

$$=\frac{\sigma_0}{1-jw\tau}\left[\mu_H B-\frac{(\mu_H B)^3}{(1-jw\tau)^2}+\cdots\cdots\right]$$

이므로

$\mu_H B=\nu_c$로 놓으면 $\mu_H B<1$인 경우

$$\sigma_{12}^{(1)}=\frac{\sigma_0}{1-jw\tau}$$

이다.

여기서 $\mu_H$는 Hall의 移動度, $B$는 靜磁界, $\tau$는 緩和時間(relaxation-time)이다.

$\sigma_{dc}=e^2\tau$ N/m* (直流導電率)

여기서 $N$는 電子密度

磁界를 加하지 않은 경우 $\sigma_{12}$와 $\sigma_{11}$은 높은 周波數에 대하여 다음과 같이 단순화 된다.

$$\sigma_0=\frac{\sigma_{dc}}{1-jw\tau}$$

지금 導波管의 單位斷面積을 흐르는 平均電力[8)]을 $TE$波에 대하여 求하여 보면

(1) $TE$ mode인 경우

$$P_{TE}=\frac{Z_{TE}}{2}|H_t|^2 \tag{4—15}$$

여기서 $Z_{TE}=\eta\frac{\lambda_g}{\lambda}$, $H_t$는 橫磁界, $\eta=\sqrt{\mu/\varepsilon}$,

$\lambda_g=\dfrac{\lambda}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}}$, $\lambda$는 自由空間의 電波波長, $\lambda_g$는 管內波長, $\lambda_c$는 遮斷波長이다.

(2) $TM$ mode인 경우

$$P_{TM}=\frac{Z_{TM}}{2}|H_t|^2 \tag{4—16}$$

여기서 $Z_{TM}=\eta\frac{\lambda}{\lambda_g}$이다.

이므로 式(4—15)와 式(4—16)을 利用, 磁界를 加하지 않은 경우의 $E_y$와 $H_x$에만 關係되는 電力 $P_{TE}$와 磁界를 加한 경우에 일어난 $E_y$와 $H_x$의 攝動電力 $P_{TM}$을 求해서 그 比를 求한 理論式은 다음과 같다.

$$\frac{P_{TM}}{P_{TE}}=\frac{Z_{TM}}{Z_{TE}}\left|\frac{w\mu_0\sigma_{dc}b}{2k_{10}}\mu_H B\right|^2$$

$$=0.531331\times\left|\frac{w\mu_0\sigma_{dc}b}{2k_{10}}\mu_H B\right|^2 \tag{4—17}$$

여기서 $k^2=w^2\mu_0\varepsilon_0-\mathrm{k}^2$이므로

$$|k|=\frac{2\pi}{\lambda_0}\left[\left\{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2\right\}^2+\left\{\frac{\sigma_{dc}}{w\varepsilon_s}\right\}^2\right]^{\frac{1}{4}}$$

이다.

여기서

$\lambda_0 = \frac{2\pi}{w\sqrt{\mu_0\varepsilon_s}}$ $\lambda_c = \frac{2\pi}{k}$

$\varepsilon_0 = \varepsilon_s + j\frac{\sigma_0}{w}$ $\varepsilon_s = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_v$

$\sigma_0 = \sigma_{dc}$ (常温에서) $w\tau \ll 1$ (常温에서)

($\varepsilon_r$는 比誘電率, $\varepsilon_v$는 眞空誘電率, $\varepsilon_s$는 半導體誘電率)

理論式(4—17)에 測定하고자 하는 다음과 같은 여러값을 代入하면

$\varepsilon_r = 12$

$\mu_H = 0.15\mathrm{m}^2/\mathrm{volt-sec}$

$f = 9610\mathrm{MHz}$

$\sigma_{dc} = 17\mathrm{mho-m}$

$\lambda_0 = 9.0141798\mathrm{m}$

$\lambda_c = 4.56 \times 10^{-2}\mathrm{m}$

$b = 1.015 \times 10^{-2}\mathrm{m}$

$$\frac{P_{TM}}{P_{TE}} = 0.3730243 \times |B|^2 \qquad (4\text{—}18)$$

式(4—18)에 $B$[Wb/m²]의 값을 넣으면 다음과 같은 表 4—1을 얻는다.

(表 4—1)

| 磁界强度 (Wb/m²) | 0.1 | 0.2 | 0.3 |
|---|---|---|---|
| 電　力　比 | 0.0037303 | 0.0149210 | 0.0335722 |
| 磁界强度 (Wb/m²) | 0.4 | 0.5 | 0.6 |
| 電　力　比 | 0.0596839 | 0.0932562 | 0.1342888 |

## 5. 實驗方法과 結果

〔1〕 實驗裝置의 構成

마이크로波 信號源으로는 反射型 Klystron JAN—6310을 使用, 발진周波數 9610MHz, 出力 100mW까지 발진시켰다. 장치구성도는 그림 2 와 같다.

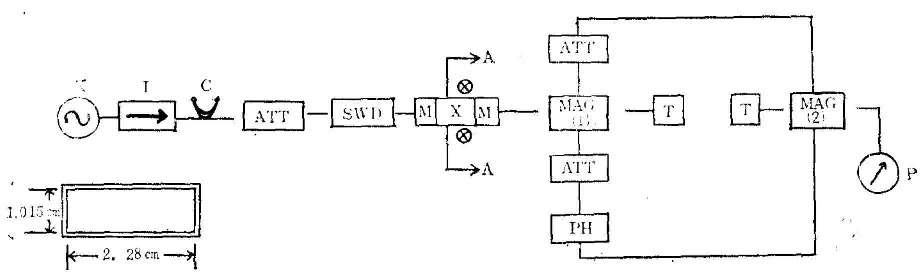
〔2〕 實驗原理및 方法

$TE_{10}$ mode인 경우는 電界成分은 $E_y$뿐이므로 tensor 媒質에 의해서 攝動된 $E_y$만을 檢出하기 위하여 Magic-Tee를 2個 使用했다(그림 2 참조). Magic-Tee의 H面에 $TE_{10}$ mode를 入力으로 加한 경우 主導波管에 接續한 2個의 Arm의 出力은 크기와 位相이 같으므로 이것을 다시 第2의 Magic-Tee의 Arm에 연결하고 그 出力을 H面에서 檢出하면 $E_y$成分만의 合成出力을 얻는다. 그러나 $E_y$以外의 電界成分 $E_x$, $E_z$에 對해서는 Magic-Tee[5]는 $E_y$의 경우와 反對의 作用을 함으로 第2의Magic-Tee의 H面에서는 $E_x$와 $E_z$의 成分은 나오지 않고 오직 $E_y$成分만이 나오므로 이 成分이 半導體를 充滿한 導波管에 直角方向으로 靜磁界를 加한 경우에 생긴 攝動된 $TM$ mode의 $E_y$成分이라고 볼 수 있다. 이것이 그림 2 와 같은 Bridge方法을 使用한 目的이다.

本論文에 使用한 測定方法과 測定値는 2方法에 의한 것이다. 한方法은 半導體를 갖는 導波管에서 直接電力을 檢出하는 方法(以上 直接方法이라함)이고 다른 한 方法은 그림 2 와 같이 2개의 Magic-Tee를 使用하는 方法(以下 Bridge方法이라함)이다. 이와같이 2個의 方法을 使用한 目的은 $E_y$만의 成分外의 $E_x$, $E_z$의 成分의 영향을 檢討하기 위한 것이다. Matching-slot를 2個 使用한 것은 定在波比를 改善하기 위한 것이다.

〔3〕 測定結果

〔2〕의 測定方法에 의해서 얻은 測定値는 $E_y$와 $H_x$成分에 의한 傳播進行方向의 電力이다. 여러出力에 對한




部分 A—A의 導波管 斷面圖

〈범례〉

K; Klystron　MAG; Magic Tee

I; Isolator　T; 無反射終端

ATT; 減衰器　PH; 位相器

C; 空胴周波計　P; 電力計

M; Matching slot　⊗; 靜磁界裝置

SWD; 定在波測定器

그림 2 實驗裝置의 構成圖

磁界變化에 의한 攝動電力比를 그림 3과 그림 4에 圖示한다. 本實驗에 使用한 靜磁界의 特性을 나타내기 위하여 그림 5에 圖示하고 媒質의 電力特性을 나타내기 위하여 入力과 出力의 關係를 그림 6에 圖示한다. 2個의 Matching-slot를 使用했으나 定在波比는 3.5밖에 얻지 못했다. 그림 3과 그림 4를 비교하면 알 수 있는 바와 같이 直接方法에 의해서 測定한 값이 測定原理에서 說明한 바와 같이 $E_x$와 $E_z$의 成分에 의한 영향을 포함한 것이라고 볼 수 있고 또 그림 3,4에 의해서 알수 있는바와 같이 出力의 크기에 따라서 攝動電力比가 多小 달라지고 있음을 알 수 있다. 磁軸에 對하여 實驗値가 對稱이 되지 못한것은 媒質의 不均質性을 나타낸 것으로 볼 수 있다.

本實驗에 使用한 半導體의 規格, 特性및 條件은 다음과 같다.

(1) 型및 種類 : N型 Silicon

(2) 製造會社 : Japan Eectronic Metals Co. LTD., Tokyo Japan

(3) 規格 : 2.28cm×0.90cm×2.28cm (폭) (높이) (길이)

(4) 導電率 : 17mho—m

(5) 移動度 : 0.15m²/volt—sec

(6) 室內溫度 : 15°C

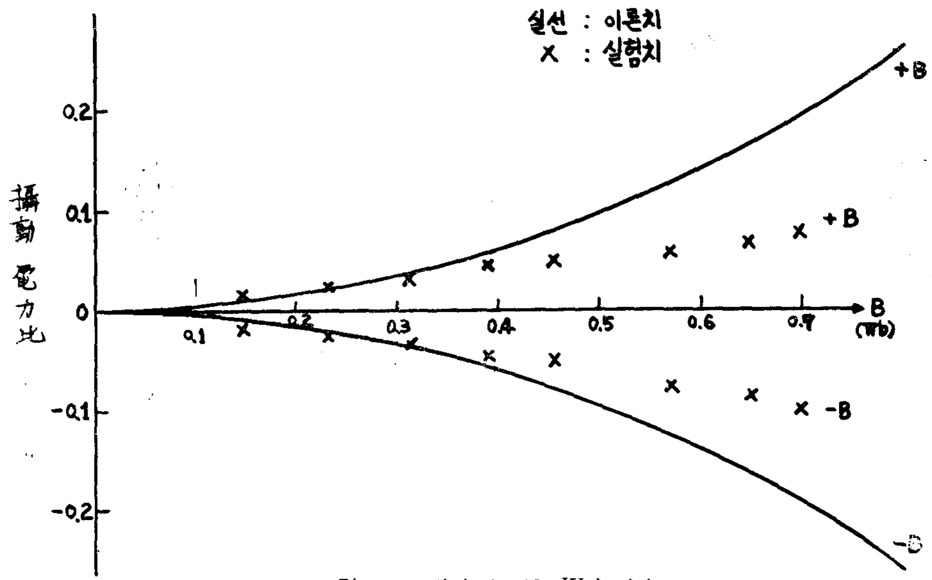



그림 3—1 出力 0.008mW인 경우
Bridge 方法에 의한 磁界變化에 對한 攝動電力比

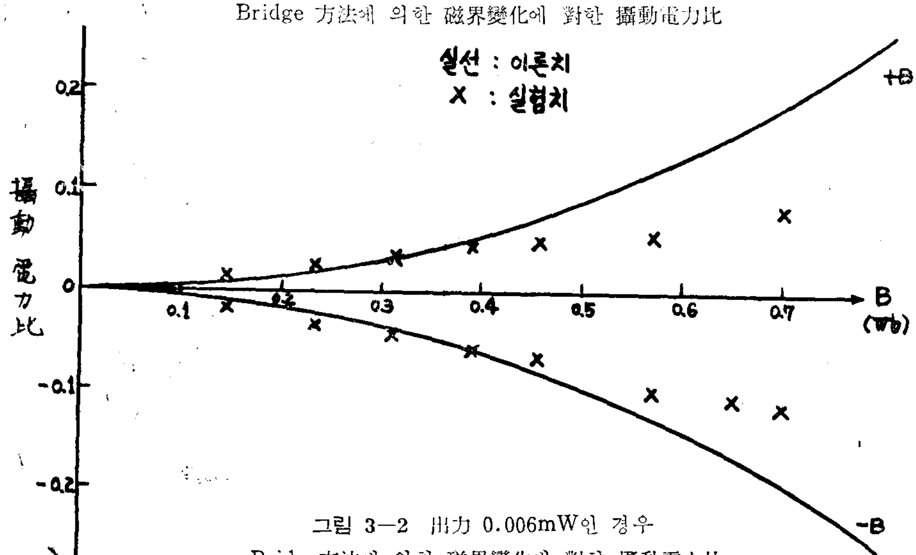



그림 3—2 出力 0.006mW인 경우
Bridge方法에 의한 磁界變化에 對한 攝動電力比

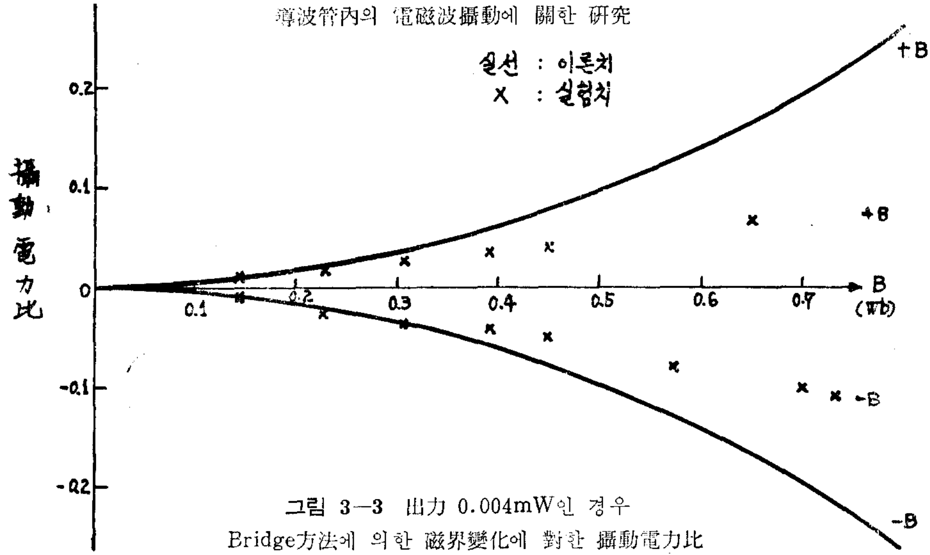



그림 3—3 出力 0.004mW인 경우
Bridge方法에 의한 磁界變化에 對한 攝動電力比

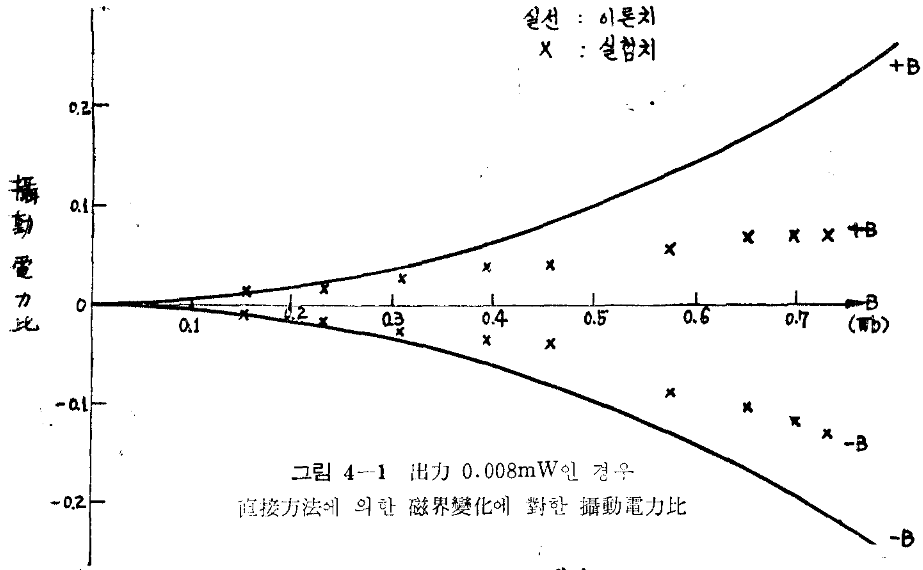



그림 4—1 出力 0.008mW인 경우
直接方法에 의한 磁界變化에 對한 攝動電力比

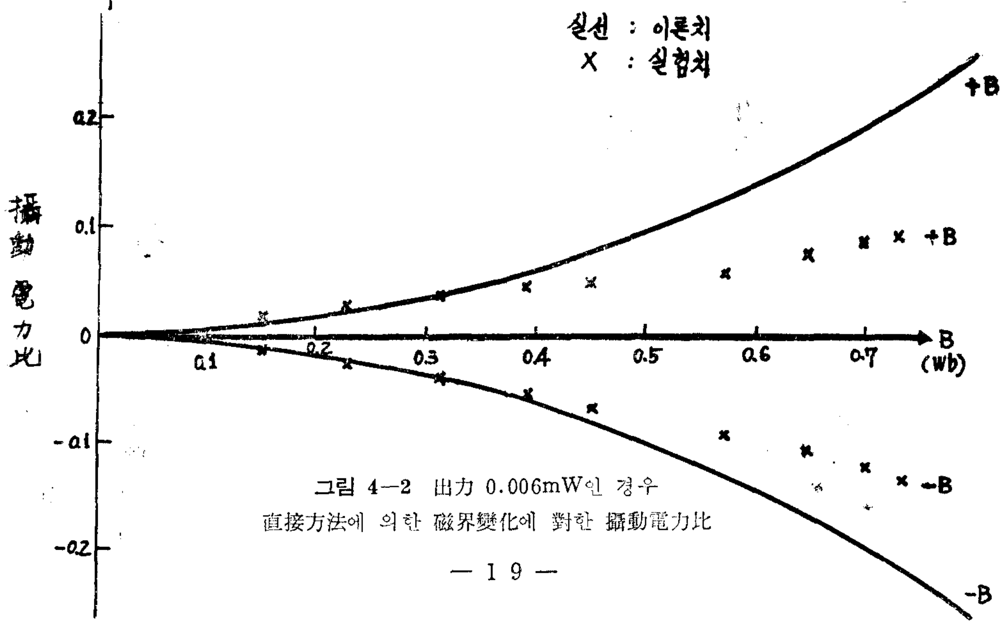



그림 4—2 出力 0.006mW인 경우
直接方法에 의한 磁界變化에 對한 攝動電力比

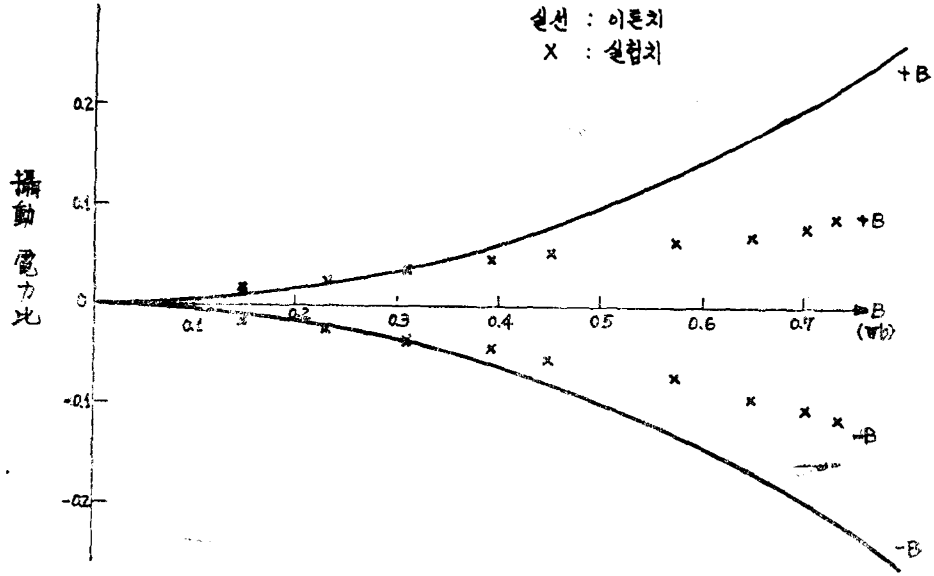



그림 4—3 出力 0.004mW인 경우 直接方法에 의한 磁界變化에 對한 攝動電力比

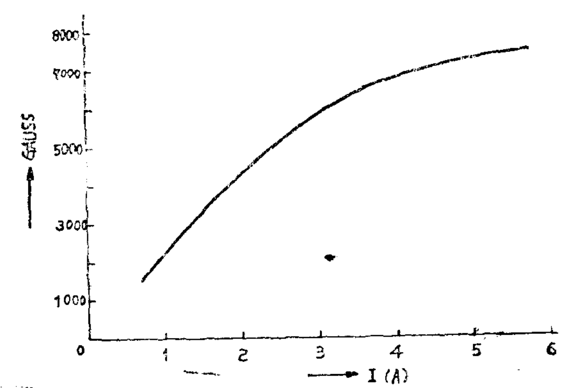



그림 5 靜磁界裝置의 特性圖 (磁極간격이 2.3cm인 경우)

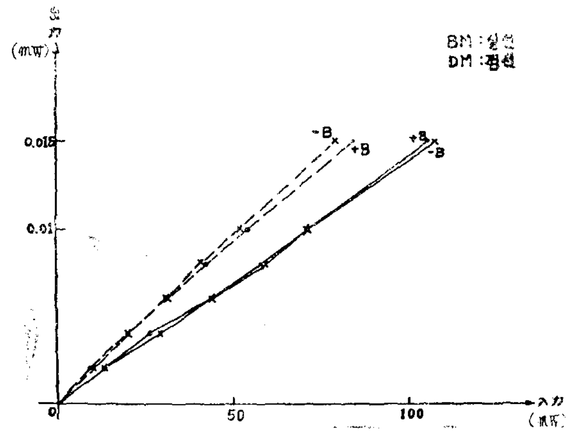



그림 6 人力對出力의 特性圖

## 6. 結 論

攝動理論을 電磁界에 應用해서 求한 電力에 관한 第1近似解가 約 4000Gauss의 範圍內에서 實驗에 의해서 얻은 測定值와 거의 일치함은 電磁界에 對해서 量子力學的인 近似解法을 적용함이 計算上 有利함을 알 수 있었으며 이것은 電磁界에 對한 새로운 問題解決法이 됨을 암시하는 것이다. 그러나 그림 3과 그림 4에서 아는바와 같이 實驗에 의하면 使用하는 出力의 크기에 따라 多小 攝動電力比가 달라지고 있기 때문에 어떤 代表的인 人力(또는 出力, 여기서는 出力을 使用했음)의 값을 가지고 論하는 것은 뜻이 적고 그의 平均值를 가지고 理論值와 比較하는 것이 더욱 合理的일것 같다. 本論文의 理論式과 實驗方法은 測定結果로 부터 알수있는 바와같이 媒質의 電氣的 性質을 硏究하는데도 큰 도움이 될것이다.

4000 Gauss 以上에 對한 理論值의 補正을 위하여 第2次攝動項以上에 對한 電磁界에 의한 理論的 展開는 電磁界 問題解決에 큰 도움이 되리라고 믿는다.

## 參 考 文 獻


1. R.R Rau and M.E. Gaspari,
   Faraday effect in germanium at room temperature, Phy. Rev., Vol.100, pp. 632—639, October 15, 1955
2. M. Toda,
   Propagation in a solid state plasma waveguide in a transverse magnetic field
   J. Phy. Soc.(Japan), Vol.19, pp.1126—1130, July 1964
3. M.H. Engineer and B.R. Nag,
   Propagation of electromagneticwaves in rectangular guides filled with a semiconductor in the presence of a transverse magnetic field,
   IEEE Trans., On Microwave Theory Techniques, Vol.MTT 13, No.5, pp.641—646, September 1965
4. G.J. Gabriel and M.E. Brodwin,
   The solution of guided waves in inhomogeneous anisotropic media by perturbation and variational methods,
   IEEE Trans., On Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT—13, pp.364—370, May 1965
5. G.J. Gabriel and M.E. Brodwin,
   Perturbation analysis of rectangular waveguide containing transversely magnetized semiconductor,
   IEEE Trans., On Microwave Theory and Techniques, Vol.MTT—14, No.6, pp.258—264, June 1966.
6. A.D. Bresler, G.H. Joshi, and N. Marcuvitz,
   Orthogonality properties for modes in passive and active uniform waveguides,
   J. Appl. Phy., Vol.29, pp.794—799, May 1958
7. R.F. Harrington,
   Time-harmonic electromagnetic fields,
   New York, McGraw-Hill, 1961, Ch 7, p.347
8. R.E. Collin,
   Field Theory of guided waves,
   New York, McGraw-Hill, 1960, Ch 5, p.170
9. Eugene Butkov,
   Mathematical Physics,
   New York, Addison-Wesley, 1968, Ch 15, p.644
10. R. Hirota,
    Theory of a solid state plasma waveguide in a transverse magnetic field,
    J. Phys. Soc. (Japan), Vol.19, No.7, pp.1130—1134, July 1964