線型計劃에 있어서의 政策的目標設定問題

吳 昌 桓*

1. 政策的目標設定의 意義

線型計劃[1]의 實際的問題에 있어서는 長期的인 展望을 反映시켜 그 計劃에 어떤 刺戟을 주기 위하여 達成不可能한 政策的目標를 設定할 수도 있고 或은 그 計劃이 어떤 基準을 遂行하고 있는가 또는 그러한 目標가 計劃에 導入될 때 計劃은 어떻게 變更될 것인가를 判斷하기 위해서 達成可能한 政策的目標를 設定할 수가 있다.

이것을 解析幾何學的으로 表現하면「線型計劃에 있어서 政策的目標는 一般的으로 實行可能集合(convex set)의 어떤 端點으로부터의 l_1 metric(l_1 距離空間)으로 解釋할 수가 있다.」[2]

이것을 더 具體的으로 表現하면 하나의 政策的目標는 하나의 超平面을 構成한다. 達成不可能한 政策的目標의 超平面은 그 本質에 비추어 實行可能集合과 絶對로 交叉하지 않고 遊離된다. 따라서 實行可能集合의 하나의 端點으로부터 政策的目標의 超平面까지의 l_1 距離空間이 바로 現計劃의 政策的目標와의 乖離 乃至 偏差를 나타낸다. 그리고 達成可能한 政策的目標의 경우에는 그 本質에 비추어 그 超平面과 實行可能集合은 반드시 交叉하고 새로운 實行可能集合이 形成될 것이다. 그 集合의 새로운 하나의 端點으로부터 政策的目標의 超平面까지의 l_1 距離空間이 또한 現計劃과 政策的目標와의 乖離 乃至 偏差를 나타낸다.

따라서 線型計劃에 政策的目標를 導入하는 問題는 現計劃을 政策的目標에 可能限度接近시키는 問題이며 이것에 以上의 論議를 適用시키면 現計劃과 政策的目標의 超平面과의 乖離 乃至 偏差 即 l_1 距離空間을 最小化시키는 問題라고 할 수 있다.

以上과 같은 一般的인 理論을 바탕으로 問題를 Euclid 平面에서 簡明하게 直感的으로 그 本質을 把握하기 위해서 다음과 같은 二次元의 最大値問題[3]를 利用하기로 한다.

---

* 筆者는 全南大學校 商科大學 敎授임.

1) 線型計劃에 있어서는 與件에 對應하는 自然的이며 存在(Sein)的인 結果만을 追求하고 目的意識的인 政策의 問題 或은 當爲性(Sollen)의 問題가 取扱되지 않는다. 말하자면 資源의 最適配分은 取扱되나 合理化는 이루어지지 않고 있다.

2) A. Charnes and W.W. Cooper, *Management Models and Industrial Application of Linear Programming*, Volume I, John Wiley & Sons, Inc., 1967. pp. 215~223 參照.

3) 拙著 線型經濟學 現代經濟學叢書 I, 高麗大學校出版部, 1972年 3月에서 一貫해서 取扱하고 있는 例題임.

$$\begin{aligned} \max.\ z &= 5x_1+6x_2 \\ \text{s.t.}\quad & 2x_1+3x_2 \leq 12 \\ & 3x_1+10x_2 \leq 30 \\ & 9x_1+5x_2 \leq 45 \\ & x_1 \geq 0,\quad x_2 \geq 0^{4)} \qquad (\text{體系 } 1) \end{aligned}$$

2. 達成不可能한 政策的目標의 경우

지금 達成不可能한 政策的目標가 $x_1+x_2 \geq 10$[5]으로 주어지고 있다고 하자. 그러면 (體系 1)은

$$\begin{aligned} \min.\ z &= |x_1+x_2-10| \\ \text{s.t.}\quad & 2x_1+3x_2 \leq 12 \\ & 3x+10x_2 \leq 30 \\ & 9x_1+5x_2 \leq 45 \\ & x_1+x_2 \geq 10 \\ & x_1 \geq 0,\quad x_2 \geq 0 \qquad (\text{體系 } 2)^{6)} \end{aligned}$$

지금 非負變數 y_4를 導入하여

$$|x_1+x_2-10| = y_4 \geq 0 \quad \text{따라서} \quad x_1+x_2-y_4=10$$

이것에 技巧變數 μ_1을 導入하여

$$x_1+x_2-y_4+\mu_1=10$$

그러나 μ_1은 最適解에 나올 수가 없고 그 代身 y_4가 最適基底로 나온다. 더구나 y_4와 μ_1 사이에는 一次從屬關係가 있으므로 y_4를 始初基底로 使用하기 위해서 y_4 代身 非負의 自然 slack 變數 y_4^-[7]를 使用할 수 있을 것이다.

(體系 2)를 再整理하면

$$\begin{aligned} \min.\ z= & \qquad\qquad\qquad\qquad y_4^- \\ \text{s.t.}\quad & 2x_1+\ 3x_2+y_1 \qquad\qquad\quad =12 \\ & 3x_1+10x_2 \quad +y_2 \qquad\quad =30 \\ & 9x_1+\ 5x_2 \qquad +y_3 \quad\ =45 \\ & x_1+x_2 \qquad\qquad\quad +y_4^- =10 \\ & x_1,\quad x_2,\quad y_1,\quad y_2,\quad y_3,\quad y_4^- \geq 0 \qquad (\text{體系 } 3) \end{aligned}$$

---

4) 이 問題에 對한 最適解는 그림 I의 端點 A에서 얻는다. 그 경우 $x_1=\frac{75}{17}$, $x_2=\frac{18}{17}$, $z=\frac{483}{17}=28.412$

5) (體系 1)의 最適解를 利用하면 $x_1+x_2=\frac{93}{17}=5.47$, 따라서 $x_1+x_2 \geq 10$의 關係式은 이 範圍를 훨씬 넘고 있다.

6) 目的函數에 絶對値가 使用되는 경우의 解法을 開發한 것이 拙著 "線型計劃의 實際的適用에 관한 硏究" 經濟學硏究 第20輯, 1972年 12月. p.p. 3~35 이다.

7) y_4^-의 實際的인 뜻은 現計劃이 政策的目標에 어느 程度 **未達**되고 있는가를 나타내고 있다.

<표 1> **體 系 3의 最 適 解**

		x_0	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	-1 y_4^-
③	x_2	$\frac{18}{17}$		1	$\frac{9}{17}$		$-\frac{2}{17}$	
	y_2	$\frac{105}{17}$			$-\frac{75}{17}$	1	$\frac{11}{17}$	
	x_1	$\frac{77}{17}$	1		$-\frac{5}{17}$		$\frac{3}{17}$	
-1	y_4^-	$\frac{77}{17}$			$-\frac{4}{17}$		$-\frac{1}{17}$	1
	z_j-c_j	$-\frac{77}{17}$			$\frac{4}{17}$		$\frac{1}{17}$	

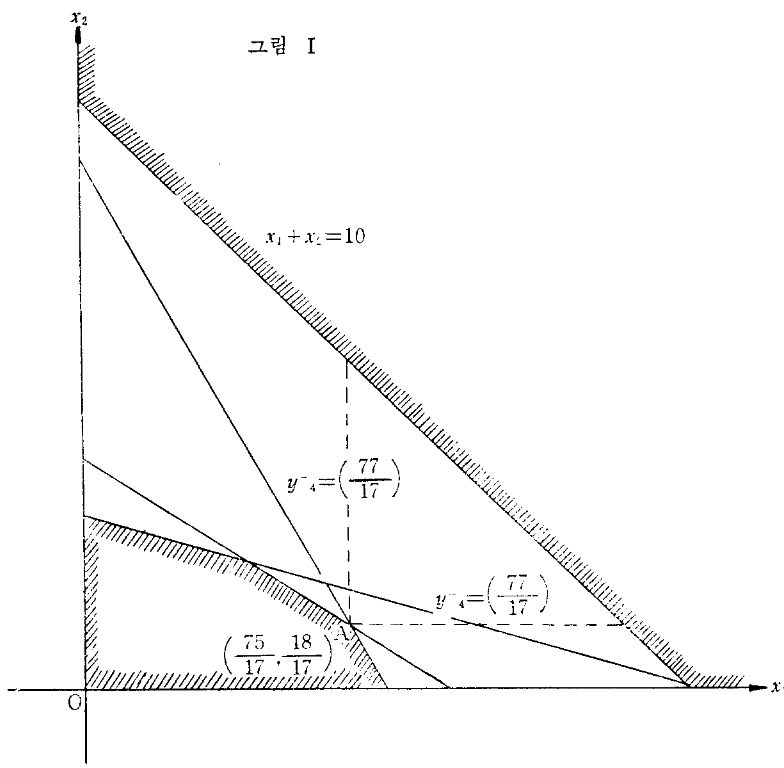
(註) 1. Simplex 乘數는 $Z_j=\sum_{i\in I} c_i x_{ij}$ 에 依해서 $\left(\frac{4}{17},\ 0,\ \frac{1}{17},\ -1\right)$

2. 雙對定理에 依해서 $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j{}^{※}=\sum_{i=1}^{m} w_i{}^{※} b_i$

$$(12,\ 30,\ 45,\ 10)\begin{pmatrix}\frac{4}{17}\\ 0\\ \frac{1}{17}\\ -1\end{pmatrix}=-\frac{77}{17}$$

3. 段階 ③은 그림 I 에서 端點 A 임.

그림 I



〈표 1〉에서 얻는 그 最適解를 $x_1+x_2+y_4^-=10$ 에 代入하면 $\frac{75}{17}+\frac{18}{17}+\frac{77}{17}=10$ 를 얻는다. 이것을 吟味해보면 $x_1=\frac{75}{17}$, $x_2=\frac{18}{17}$ 는 達成不可能한 政策的目標가 導入되기 前의 最適解이며 그것은 이미 說明한바와 같이 그림 I 의 端點 A 인 것이다. 따라서 $y_4^-=\frac{77}{17}$ 는 端點 A 로부터 超平面 $x_1+x_2=10$ 까지의 l_1 距離空間 다시 말해서 偏差이다.

지금 위의 問題를 元來의 最大値問題와 結合한다면 그 目的函數式은

$$\min.\quad Z=-5x_1-6x_2+y_4^-$$

이것의 最適解는 〈표 2〉와 같이 段階 ④에서 얻고 있다.

〈표 2〉 **最大値問題와 達成不可能한 政策的目標의 同時追求時의 最適解**

			5	6				−1
		x_0	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	y_4^-
④	5 x_1	$\frac{75}{17}$	1		$-\frac{5}{17}$		$\frac{3}{17}$	
	6 x_2	$\frac{18}{17}$		1	$\frac{9}{17}$		$-\frac{2}{17}$	
	y_2	$\frac{105}{17}$			$-\frac{75}{17}$	1	$\frac{11}{17}$	
	−1 y_4^-	$\frac{77}{17}$			$-\frac{4}{17}$		$-\frac{1}{17}$	1
	z_j-c_j	$\frac{406}{17}$			$\frac{33}{17}$		$\frac{4}{17}$	

(註) 段階 ④는 端點 A 임.

〈표 2〉와 〈표 1〉을 比較하면 z_j-c_j 行을 除外하고 同一한 結果를 얻고 있다. 따라서 두 問題는 **同値**의 問題인 것이다. 바꿔말하면 達成不可能한 政策的目標가 計劃에 導入되는 경우는 現計劃은 全然 修正될 必要가 없고 다만 現計劃의 政策的目標에 對한 偏差만 計算上 나타난다.

3. 達成可能한 政策的目標의 경우

지금 達成可能한 政策的目標가

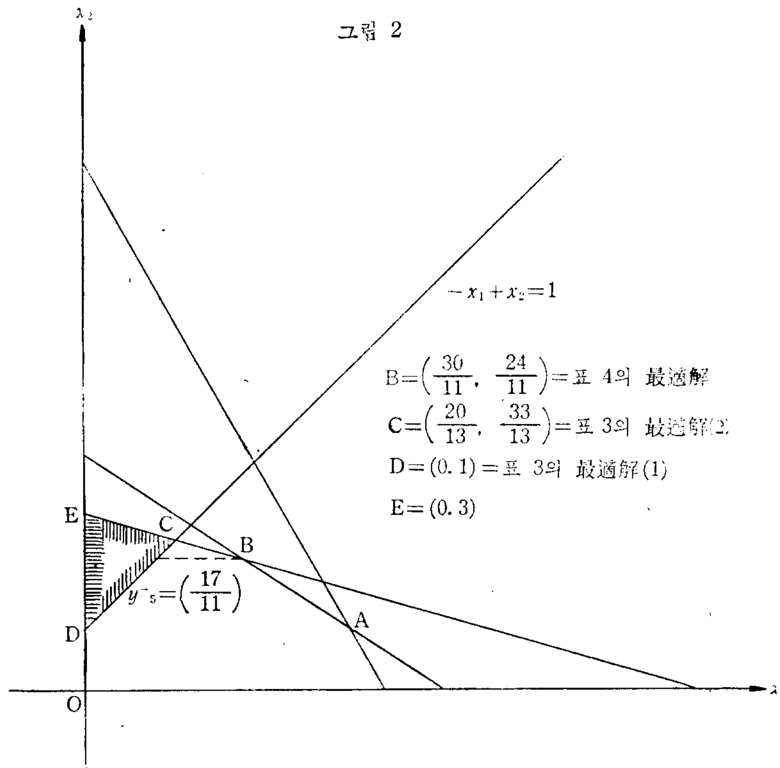
$$-x_1+x_2\geq 1 \quad \text{或은} \quad x_2\geq 1+x_1$$

로 주어졌다고 하자.[8] 이것을 元來의 制約條件式과 結合하여 圖示한 것이 그림 2이다. 그것에 依하면 $-x_1+x_2\geq 1$ 의 超平面은 確實히 元來의 實行可能集合을 制限하여 새로운 實行可能集合인 $\triangle CDE$ 를 形成하고 있다.

이 問題 역시 l_1 距離空間 $|-x_1+x_2-1|$의 最小化問題이다. 그러나 問題에 따라 $\triangle CDE$ 가 元來의 最適解端點의 右側에 形成될 수가 있고 또는 左側에 形成될 수가 있다. 이러한 두

8) 脚註 5와 同一한 思考方式에 依해서 $-x_1+x_2=\frac{57}{17}>1$. 따라서 超平面 $-x_1+x_2\geq 1$ 은 實行可能集合과 交叉한다.

그림 2



가지 可能性을 考慮하여 非負自然 slack 變數 y_5^+, y_5^-를 導入하고 그것들이 同時에 y_5^+, $y_5^->0$이 될 수 없다고 前提하고 $y_5^+>0$은 $x_2>1+x_1$와 關聯된 偏差를, 그리고 $y_5^->0$은 $x_2<1+x_1$와 關聯된 偏差를, 나타낸다고 하면 目的函數式으로서

$$|-x_1+x_2-1|=y_5^++y_5^-$$

를 얻는다. 한편 y_5^+와 y_5^-는 一次從屬이므로

$$-x_1+x_2-y_5^++y_5^-=1$$

를 얻어 이것을 制約條件式에 追加한다. 그러면 L.P. 問題는

$$\begin{array}{llr}
\min. z= & \qquad\qquad\qquad\qquad y_5^++y_5^- & \\
\text{s.t.} & 2x_1+\ \ 3x_2+y_1 & =12 \\
 & 3x_1+10x_2\quad +y_2 & =30 \\
 & 9x_1+\ \ 5x_2\qquad +y_3 & =45 \\
 & -x_1+\quad x_2\qquad\qquad -y_5^++y_5^- & =\ 1 \\
 & x_1,\ x_2,\ y_1,\ y_2,\ y_3,\ y_5^+,\ y_5^- & \geq 0
\end{array} \qquad \text{(體系 4)}$$

이 體系의 最適解는 〈표 3〉에서 얻을 수가 있다.

<表 3> 體系 4의 最適解

		x_0	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	-1 y_5^-	-1 y_5^+
②—1 最適解 (1)	y_1	9	5		1			-3	3
	y_2	20	13			1		-10	10
	y_3	40	14				1	-5	5
	x_2	1	-1	1				1	-1
	z_j-c_j		0					1	1
②-2 最適解 (2)	y_1	$\frac{17}{13}$			1	$-\frac{5}{13}$		$\frac{11}{13}$	$-\frac{11}{13}$
	x_1	$\frac{20}{13}$	1			$\frac{1}{13}$		$-\frac{10}{13}$	$\frac{10}{13}$
	y_3	$\frac{240}{13}$				$-\frac{14}{13}$		$\frac{75}{13}$	$-\frac{75}{13}$
	x_2	$\frac{33}{13}$		1		$\frac{1}{13}$		$\frac{3}{13}$	$-\frac{3}{13}$
	z_j-c_j							1	1

(註) ②−1의 最適解는 端點 D, ②−2의 最適解는 端點 C.

이러한 最適解는 各各 $-x_1+x_2=-(0)+1=1$, $-x_1+x_2=-\frac{20}{13}+\frac{33}{13}=1$이므로 $-x_1+x_2\geq 1$를 滿足시킨다. 그러나 元來의 最適解端點 A가 새로운 實行可能集合의 形成에 依해서 端點 D 或은 C點으로 移行하고 있다. A點에서는 $z_A=28.412$인데 對하여 D點에서는 $z_D=5\times 0+6\times 1=6$, C點에 있어서는 $z_C=5\times\frac{20}{13}+6\times\frac{33}{13}=\frac{298}{13}=22.92$ 등의 z의 減少現象이 나타난다. 이러한 現象은 達成可能한 政策的目標를 나타내는 超平面에 依해서 實行可能集合의 範圍가 縮少된다는 事實에서 그 緣由를 찾을 수가 있다.[9]

이러한 達成可能한 政策的目標追求問題와 元來의 最大値問題를 同時에 考察한다면 問題의 目的函數式은

$$\min.\ z=-5x_1-6x_2 \qquad +y_5^+ +y_5^-$$

이것에 對한 最適解는 〈표 4〉와 같다.

端點 B로부터 超平面 $-x_1+x_2=1$까지의 l_1距離空間은 〈표 4〉와 그림 2에 依해서 $y_5^-=\frac{17}{11}$임을 알 수가 있다. 다시 말해서 政策的目標와 最大値問題를 同時에 追求할 때는 그 最適的端點은 政策的目標의 超平面의 右側에 l_1距離空間으로서 $\frac{17}{11}$의 偏差를 나타내고 있는 것이며 이것이 $y_5^-=\frac{17}{11}$의 具體的인 뜻인 것이다.[10] 따라서 端點 B는 元來의 問題의 最適

9) 政策的目標가 導入되었을 때의 效果에 關한 論議에 對해서는 前揭 "線型計劃의 實際的適用에 관한 硏究" p.p. 21∼33 參照.

10) 이것과 反對로 $y_5^+=\frac{17}{11}$이라면 最適的端點은 政策的目標의 超平面의 左側에 $\frac{17}{11}$의 偏差를 가지게 된다.

<표 4> **最大値問題와 達成可能한 政策的目標의 同時的追求時의 最適解**

				5	6				−1	−1
			x_0	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	y_5^-	y_5^+
④	−1	y_5^-	$\frac{17}{11}$			$\frac{13}{11}$	$-\frac{5}{11}$		1	−1
	5	x_1	$\frac{30}{11}$	1		$\frac{10}{11}$	$-\frac{3}{11}$			
		y_3	$\frac{105}{11}$			$-\frac{75}{11}$	$\frac{17}{11}$	1		
	6	x_2	$\frac{24}{11}$		1	$-\frac{3}{11}$	$\frac{2}{11}$			
	z_j-c_j		$\frac{277}{11}$			$\frac{19}{11}$	$\frac{2}{11}$			2

(註) 段階 ④는 端點 B 임.

値를 나타내는 端點 A 의 左側에 그리고 政策的目標만을 追求하는 경우의 最適値端點 D 或은 C 보다 右側에 位置하고 있다. 이것은 그 目的函數値로 본다면

$$z_A > z_B > z_C$$

라고 表現할 수 있다.

4. 兩政策的目標의 同時的追求의 경우

지금까지 論述한 것을 綜合해서 그것을 L.P. 問題로 表現하면

$$
\begin{aligned}
\text{min. } z = \quad & y_4^- + y_5^+ + y_5^- \\
\text{s.t.} \quad & 2x_1 + 3x_2 + y_1 = 12 \\
& 3x_1 + 10x_2 + y_2 = 30 \\
& 9x_1 + 5x_2 + y_3 = 45 \\
& x_1 + x_2 + y_4^- = 10 \\
& -x_1 + x_2 - y_5^+ + y_5^- = 1 \\
& x_1,\ x_2,\ y_1,\ y_2,\ y_3,\ y_4^-,\ y_5^+,\ y_5^- \geq 0 \quad (\text{體系 } 5)
\end{aligned}
$$

(體系 5)의 最適解는 <표 5>와 같고 그것을 圖示한 것은 그림 3이 된다.

그림 3에 依하면 端點 C 와 達成可能한 政策的目標의 超平面 $-x_1+x_2=1$ 와는 아무런 偏差가 없다. 그러므로 $y_5^+=y_5^-=0$ 인 것이다. 이것은 <표 5>의 段階 ③에서 나타나고 있다. 이 結果를 $-x_1+x_2-y_5^++y_5^-=1$ 에 代入하면 $-\frac{20}{13}+\frac{30}{13}-0+0=1$ 인 것이다. 한 便 $y_4^-=\frac{77}{13}$ 은 端點 C 로부터 達成不可能한 政策的目標의 超平面 $x_1+x_2=10$ 까지의 l_1 距離空間을 表現하고 있으며 그 結果를 $x_1+x_2+y_4^-=10$ 에 代入하면 $\frac{20}{13}+\frac{33}{13}+\frac{77}{13}=10$ 를 얻어 윗式을 滿足시키고 있다.

이 問題의 Simplex 乘數는 各各 $w_1=0$, $w_2=\frac{2}{13}$, $w_3=0$, $w_4=-1$, $w_5=-\frac{7}{13}$ 이다. 이

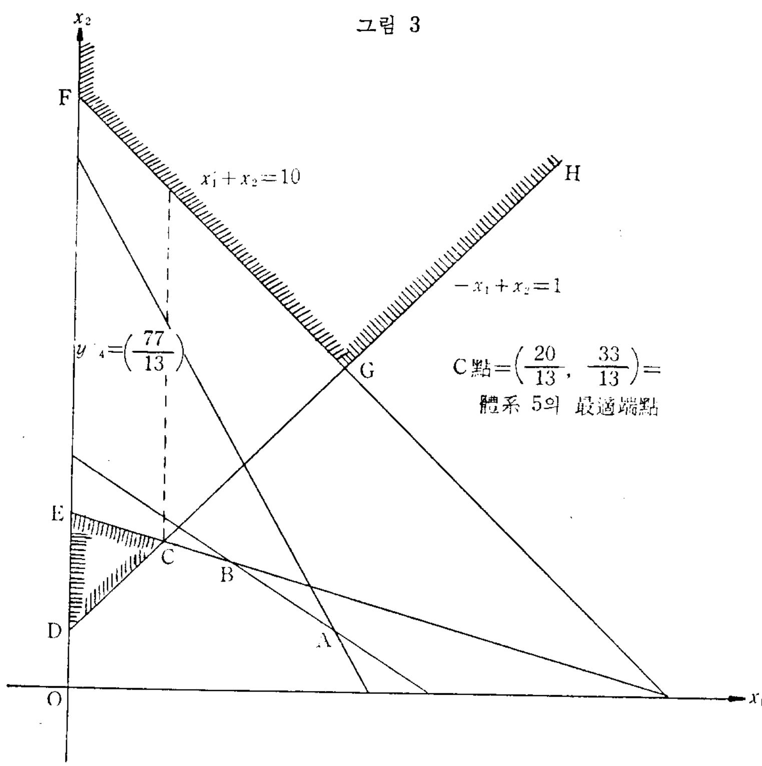
<表 5> **體系 5의 最適解**

		x_0	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	-1 y_4^-	-1 y_5^-	-1 y_5^+
③	y_1	$\frac{17}{13}$			1	$-\frac{5}{13}$			$\frac{11}{13}$	$-\frac{11}{13}$
	x_1	$\frac{20}{13}$	1			$\frac{1}{13}$			$-\frac{10}{13}$	$\frac{10}{13}$
	y_3	$\frac{240}{13}$				$-\frac{14}{13}$	1		$\frac{75}{13}$	$-\frac{75}{13}$
	-1 y_4^-	$\frac{77}{13}$				$-\frac{2}{13}$		1	$\frac{7}{13}$	$-\frac{7}{13}$
	x_2	$\frac{33}{13}$		1		$\frac{1}{13}$			$\frac{3}{13}$	$-\frac{3}{13}$
	z_j-c_j	$-\frac{77}{13}$				$\frac{2}{13}$			$\frac{6}{13}$	$\frac{20}{13}$

(註) 1. 段階 ③은 端點 C 임.

2. Simplex 乘數는 $w_1=z_3=0$, $w_2=z_4=\frac{2}{13}$, $w_3=z_5=0$, $w_4=z_6=-1$, $w_5=z_7=-\frac{7}{13}$, $w_6=z_8=\frac{7}{13}$

그림 3



러한 Simplex 乘數는 問題의 雙對問題

$$\begin{aligned}
\max.\ G=&-12w_1-30w_2-45w_3+10w_4+w_5\\
\text{s.t.}\quad &-2w_1-3w_2-9w_3+w_4-w_5\leq 0\\
&-3w_1-10w_2-5w_3+w_4+w_5\leq 0\\
&-w_1\leq 0\\
&-w_2\leq 0\\
&-w_3\leq 0\\
&w_4\leq 1\\
&w_5\leq 1\\
&-w_5\leq 1 \qquad (\text{體系 } 6)^{11)}
\end{aligned}$$

를 滿足시킨다.

觀點을 바꿔서 兩政策的目標를 同時에 追求하는 것이 元來의 最大値問題에 어떠한 影響을 끼치는가 하는 問題의 目的函數式은

$$\min.\ z=-5x_1-6x_2 \qquad\qquad +y_4^-+y_5^++y_5^-$$

이 問題에 대한 最適解는 〈표 6〉과 같다.

그림 4에서 端點 B로부터 $-x_1+x_2=1$의 超平面까지의 l_1 距離空間은 $y_5^-=\frac{17}{11}$이며 이것은 $-x_1+x_2-y_5^++y_5^-=1$을 滿足시킨다. 한便 B點으로부터 超平面 $x_1+x_2=10$까지의 l_1 距離

〈표 6〉 最大値問題와 兩政策的目標의 同時的追求時의 最適解

			5	6				-1	-1	-1
		x_0	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	y_4^-	y_5^-	y_5^+
④	-1 y_5^-	$\frac{17}{11}$			$\frac{13}{11}$	$-\frac{5}{11}$			1	-1
	5 x_1	$\frac{30}{11}$	1		$\frac{10}{11}$	$-\frac{3}{11}$				
	y_3	$\frac{105}{11}$			$-\frac{75}{11}$	$\frac{17}{11}$	1			
	-1 y_4^-	$\frac{56}{11}$			$-\frac{7}{11}$	$\frac{1}{11}$		1		
	6 x_2	$\frac{24}{11}$		1	$-\frac{3}{11}$	$\frac{2}{11}$				
	z_j-c_j	$\frac{221}{11}$			$\frac{26}{11}$	$\frac{1}{11}$				2

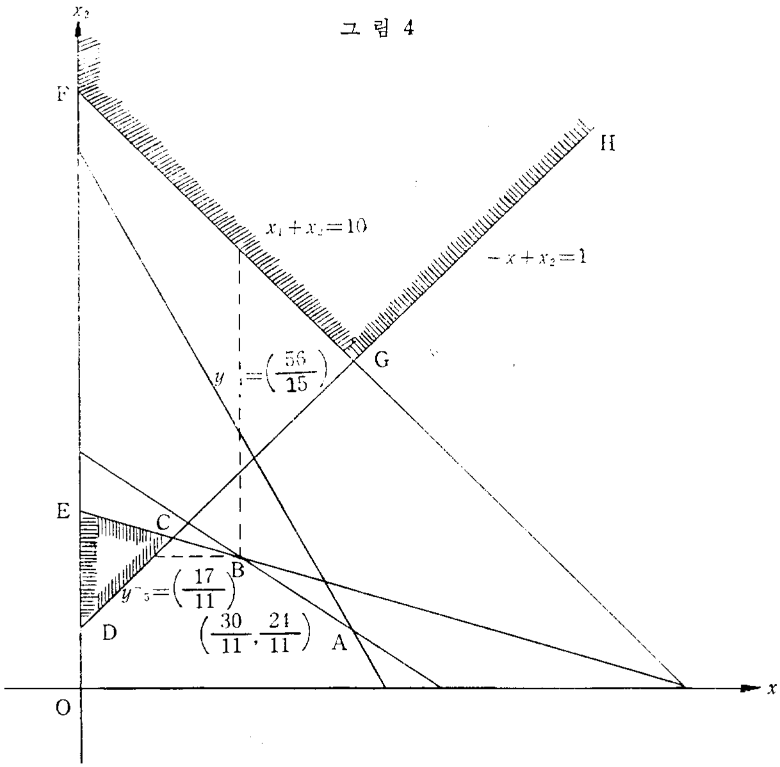
(註) 段階 ④는 端點 B임.

11) (體系 6)에 있어서 第3制約條件式에서 第5制約條件式까지는 非負條件의 再表現이며 第6制約條件式에서 第8制約條件式까지는 符號에 있어서 아무런 制限이 없다는 것을 나타낸다. 特히 第7, 第8制約條件式은

$$|w_5|=1$$

로 集約表現할 수가 있다.

그 림 4



空間 $y_4^-=\dfrac{56}{11}$ 은 또한 $x_1+x_2+y_4^-=10$ 을 滿足시키고 있다.

5. 政策的目標設定에 따른 問題點

以上의 分析全般을 通해서 말할 수 있는 것은, 첫째 어떤 政策的目標가 주어졌을 때 그것은 반드시 元來의 制約條件式에 依해서 形成되는 實行可能集合의 어떠한 端點으로부터의 l_1 距離空間으로 表現할 수 있다. 그러나 이 경우 그 端點은 元來의 實行可能集合의 最適値를 주는 端點에서 移行한 點이며 그로 因하여 目的函數値는 減少한다고 하는 點이다. 말하자면 政策的目標設定과 現計劃과의 關係는 端點 사이의 移行을 通해서 分析할 수 있는 것이다.

둘째, 政策的目標를 表現하는 數式에 使用되는 變數의 係數는 1인 것이 問題를 取扱하기에 便利하다고 하는 點이다. 왜냐하면 L.P.에서 政策的目標設定問題는 元來의 制約條件式과 政策的目標式을 倂列構成하여 同時에 풀어가는 것이지만 實際的問題로서는 元來의 制約條件式만 가지고 資源最適利用의 最適値를 求하고 그 다음에 政策的目標를 設定하여 그 計劃을 修正하는 形式을 取한다.[12] 따라서 最適値에 있어서는 求하는 變數의 係數는 언제나 1

12) 이것을 實際的問題에 適用하여, 얻어진 最適値를 政策的目標設定에 依해서 修正하는 過程에 關해서는 前揭 "線型計劃의 實際的適用에 關한 硏究"를 參照할 것.

인 것이다.

세째 政策的目標를 나타내는 超平面은 元來의 制約條件式에 依해서 形成되는 實行可能集合과 完全히 遊離되고 있거나 그렇지 않으면 그것과 交叉해야 한다. 이것은 數學的으로 表現하면 元來의 制約條件式과 새로히 設定되는 政策的目標式과의 사이에는 **一次 獨立的**인 關係가 있어야 한다고도 할 수 있다. 이러한 必要充分條件을 具備하고 있어야만이 새로히 追加되는 政策的目標式의 數만큼 새로히 基底가 追加되기 때문이다.[13]

이러한 原理原則이 지켜지지 않고 가령 元來의 問題에서 얻은 相反되는 最適値[14]를 利用하여 그 한쪽 最適値를 政策的目標로 定하였을 경우에 그것을 푼다면 그 政策的目標式은 元來의 實行可能集合의 어떤 境界와 겹치게 된다. 이러한 경우에는 새로 追加된 政策的目標式은 何等의 制約條件的作用을 하지 않게 된다. 왜냐하면 새로히 追加되는 政策的目標式은 元來의 制約條件式과 一次從屬이기 때문이다[15]

13) Paul C. Shields, *Linear Algebra,* Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1965. pp.40~45 Lemma 1, 2 Theorem 5, 6 參照.

14) 例컨데 同一한 問題에 있어서 어떤 觀點에서는 最大効果를 求하는 問題가 되고 다른 觀點에서는 最小費用을 求하는 問題가 되고 있는 경우에 얻는 相反된 最適値.

15) 同一問題로서 相反되는 目的函數數値를 求하는 問題는 A. M. Glicksman, *An Introduction to Linear Programming and The Theory of Games,* John Wiley and Sons, Inc. 1963. p. 915 例 3 參照.

<ABSTRACT>

An Issue of Attaining Goals in Linear Programming

Chang Whan Oh*

The essence of linear programming consists in finding non-negative values of those variables which will satisfy the constraints, given a set of m linear inequalities or equations in n variables, and maximizing or minimizing some linear function of the variables.

In other words, under a given condition of technique and stipulations, linear programming seeks only for the optimal allocation of available resources without paying regard to the policy-issue for coming as close as possible to the unattainable goals, or attaining the attainable goals. It represents only the utilization of resources as it is, but does not reflect the sense for pursuing the aim.

In linear programming the function of the policy can be represented as a hyperplane, separated, in case of the unattainable policy, from the feasible convex set which is made of the constraints, and curtailing its range by intersecting with it in case of the attaibable. Therefore, the establishment of the policy-aim is interpreted as the minimization of the l_1 metric between the extreme point of the feasible convex set and the hyperplane of the policy aim. Based on A. Charnes and W.W. Cooper's instruction, in this study is tried the graphical interpretation and the solution method in the establishment of the policy-aim, taking as an example the maximization problem which is dealt with throughout in my work *Linear Economics.*

The optimal solution of the original programming is modified by the pursuit of the policy-aim, unattainable or attainable, and it is performed through the movement along the extreme-points.

In framing the policy-aim-function it must be kept in mind that the function is linearly independent of the constraints. Because in the case of linear dependence, the original feasible convex set itself furnishes with the optimal solution, the original

* The author is Professor, College of Commerce, Chonnam National University, Kwangju, Korea.

programming is not at all modified by the addition of the policy-aim-function. The suitable variables must be introduced in order to estimate the deviation of the original programming from the hyperplane of the policy-aim-function, and they are essentially different from the slack variables, in being characteristic of the natural slack.